第6章　储能元件

本章重点

● 重点:

1. 电容元件的特性

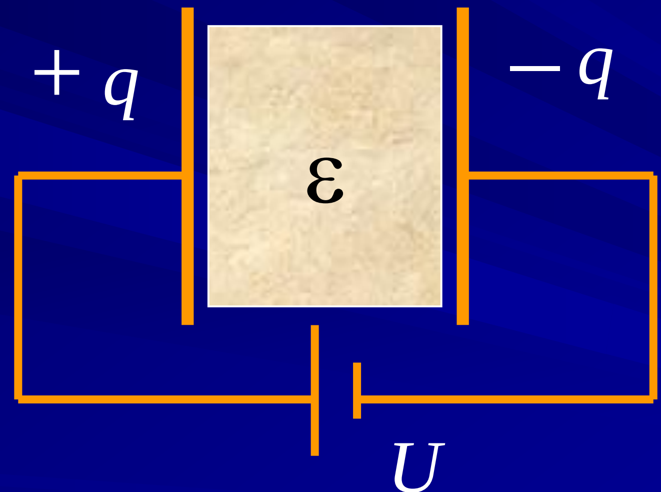
2. 电感元件的特性

3. 电容、电感的串并联等效

返 回

6.1 电容元件

电容器在外电源作用下，正负电极上分别带上等量异号电荷，撤去电源，电极上的电荷仍可长久地聚集下去，是一种储存电能的部件。



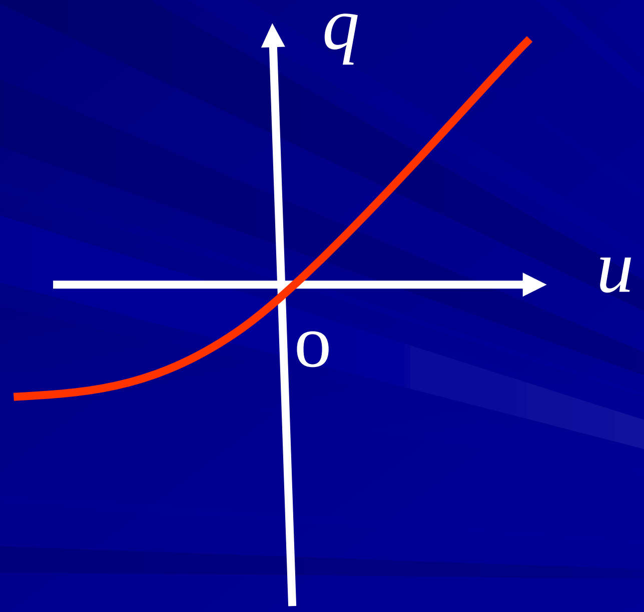
注意 电导体由绝缘材料分开就可以产生电容。

1. 定义

电容元件 → **储存电能的两端元件。任何时刻其储存的电荷 q 与其两端的电压 u能用$q\sim u$ 平面上的一条曲线来描述。**

$$f(u,q)=0$$

库伏特性



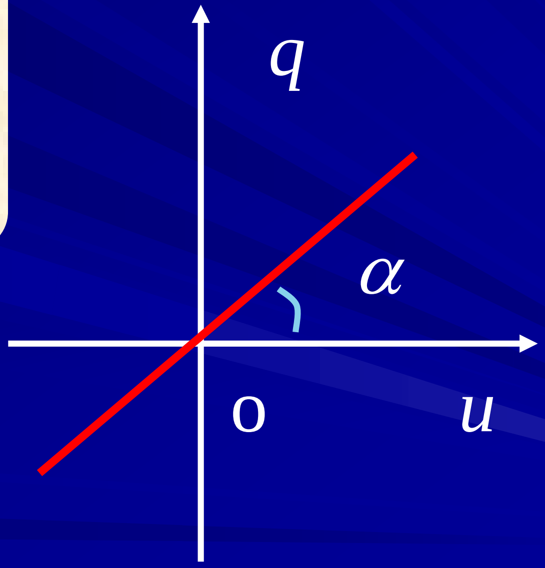
2.线性时不变电容元件

任何时刻，电容元件极板上的电荷q与电压 u 成正比。q~u 特性曲线是过原点的直线。

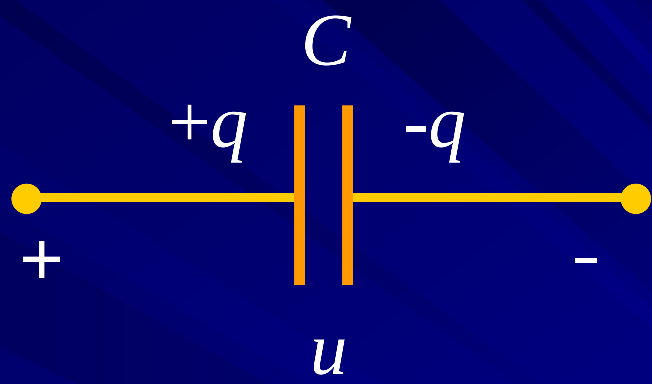
$$q = Cu$$

电容器的电容

$$C = \frac{q}{u} \propto \tan\alpha$$



● 电路符号



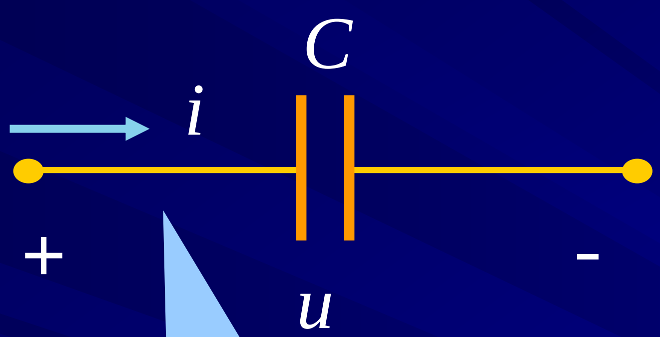
● 单位

F（**法拉**），**常用**μF，pF**等表示**。

$$1\text{F}=10^{6}\ \mu\text{F}$$

$$1\ \mu\text{F}=10^{6}\text{pF}$$

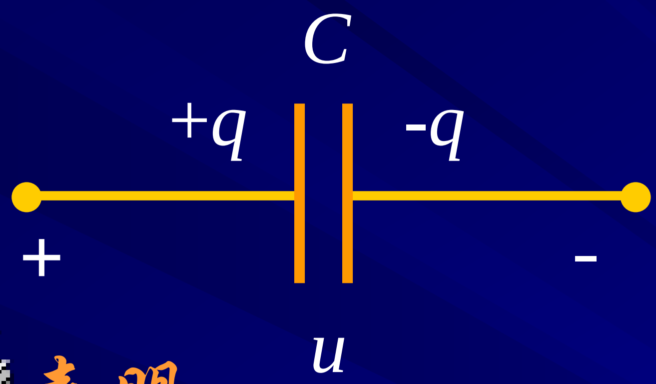
3. 电容的电压—电流关系



电容元件VCR的微分形式

u、i 取关联参考方向

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Cu}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$



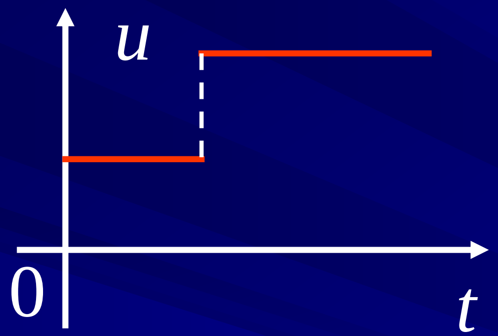
$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

表明

①某一时刻电容电流 i 的大小取决于电容电压 u 的变化率,而与该时刻电压 u 的大小无关。电容是动态元件;

②当 u 为常数(直流)时，$i=0$。电容相当于开路，电容有隔断直流作用;

③实际电路中通过电容的电流 i 为有限值，则电容电压 u 必定是时间的连续函数。



$$\frac{du}{dt} \to \infty \quad i \to \infty$$

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i(\xi)\mathrm{d}\xi + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\mathrm{d}\xi$$

$$u(t)=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i \mathrm{d}\xi$$

电容元件VCR的积分形式

表明

①某一时刻的电容电压值与-∞到该时刻的所有电流值有关，即电容元件有记忆电流的作用，故称电容元件为记忆元件。

②研究某一初始时刻t_0以后的电容电压，需要知道t_0时刻开始作用的电流 i 和t_0时刻的电压 u（t_0）。

注意

①当电容的 u，i 为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

$$i = -C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$u(t) = -\left(u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\xi\right)$$

②上式中$u(t_0)$称为电容电压的初始值，它反映电容初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

4.电容的功率和储能

- 功率

$$p = ui = u \cdot C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

u、i 取关联参考方向

①当电容充电， $p>0$, 电容吸收功率。

②当电容放电，$p<0$, 电容发出功率。

表明 **电容能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为电场能量储存起来，在另一段时间内又把能量释放回电路，因此电容元件是储能元件，它本身不消耗能量。**

● 电容的储能

$$W_C=\int_{-\infty}^{t}Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{d}\xi=\frac{1}{2}Cu^2(\xi)\Big|_{-\infty}^{t}$$

$$=\frac{1}{2}Cu^2(t)-\frac{1}{2}Cu^2(-\infty)=\frac{1}{2}Cu^2(t)$$

从t_0到 t 电容储能的变化量：

$$W_C=\frac{1}{2}Cu^2(t)-\frac{1}{2}Cu^2(t_0)$$

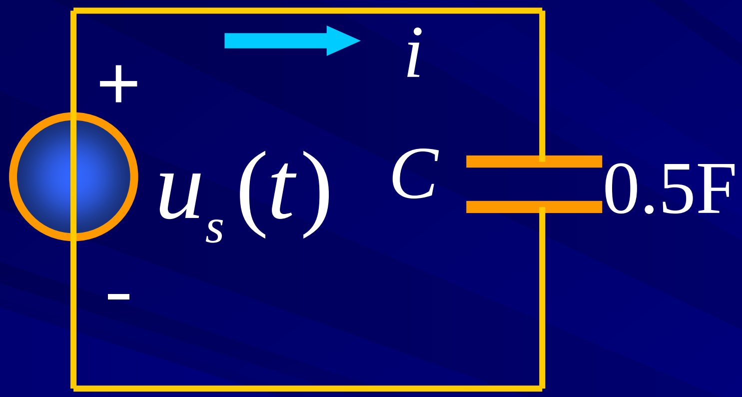
$$W_C(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t)\geq 0$$

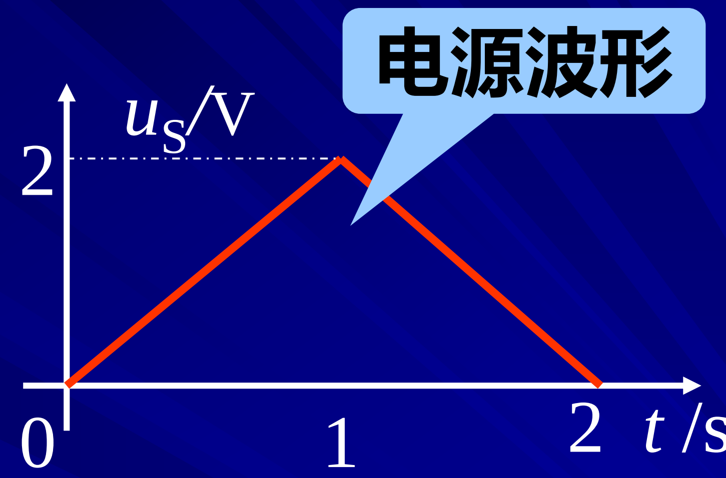
表明

① 电容的储能只与当时的电压值有关，电容电压不能跃变，反映了储能不能跃变；

② 电容储存的能量一定大于或等于零。

例　**求电容电流i、功率$P(t)$和储能$W(t)$**

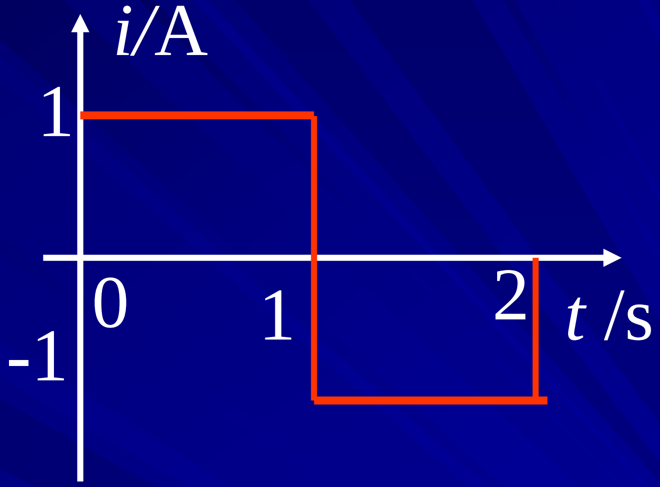




解　**$u_S(t)$的函数表示式为:**

$$u_s(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ 2t & 0\le t\le 1\text{s}\\ -2t+4 & 1\le t\le 2\text{s}\\ 0 & t\ge 2\text{s}\end{cases}$$

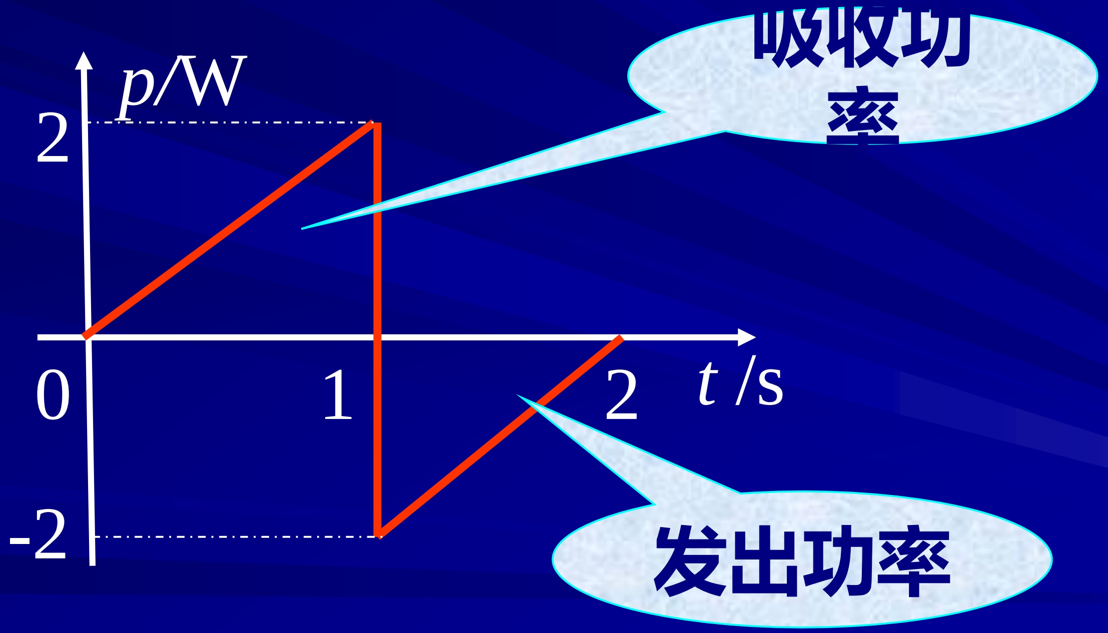
$$u_s(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ 2t & 0\le t\le 1\mathrm{s}\\ -2t+4 & 1\le t\le 2\mathrm{s}\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$



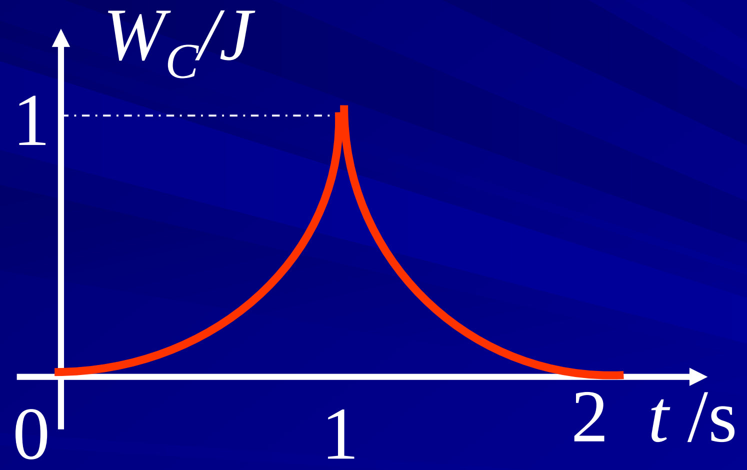
解得电流

$$i(t)=C\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1\mathrm{s}\\ -1 & 1\le t<2\mathrm{s}\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$

$$p(t)=u(t)i(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ 2t & 0\le t\le 1\text{s}\\ 2t-4 & 1\le t\le 2\text{s}\\ 0 & t\ge 2\text{s}\end{cases}$$

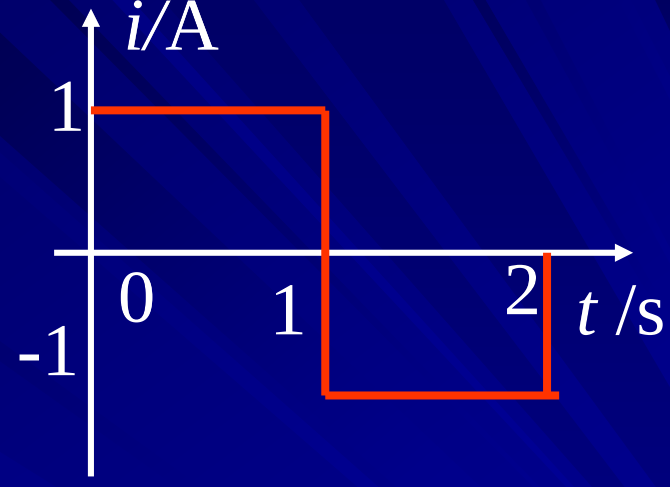


$$W_C(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ t^2 & 0\le t\le 1\text{s}\\ (t-2)^2 & 1\le t\le 2\text{s}\\ 0 & t\ge 2\text{s}\end{cases}$$



若已知电流求电容电压，有

$$i(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1\text{s}\\ -1 & 1\le t<2\text{s}\\ 0 & t\ge 2\text{s}\end{cases}$$

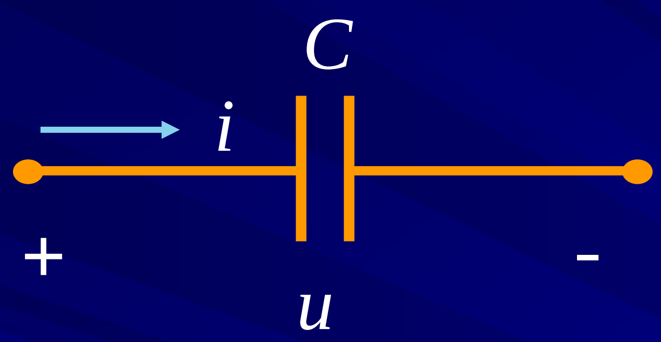


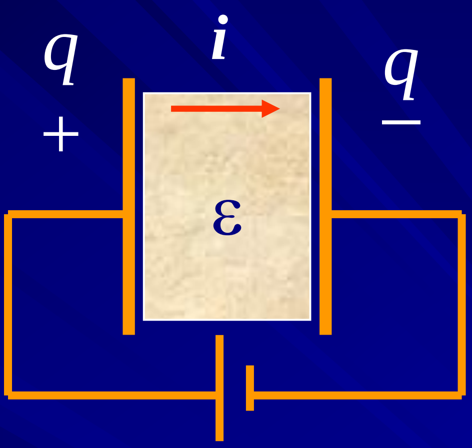
$0\le t\le 1\text{s}$ $\quad u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0}0\mathrm{d}\xi+\frac{1}{C}\int_{0}^{t}1\mathrm{d}\xi=0+2t=2t$

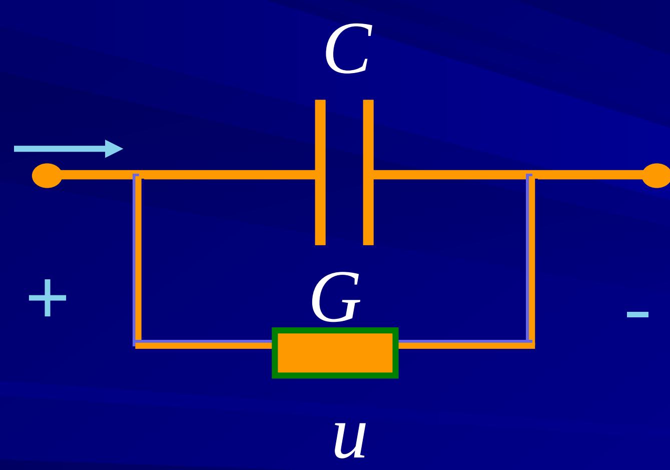
$1\le t\le 2\text{s}$ $\quad u_C(t)=u(1)+\frac{1}{0.5}\int_{1}^{t}(-1)\mathrm{d}\xi=4-2t$

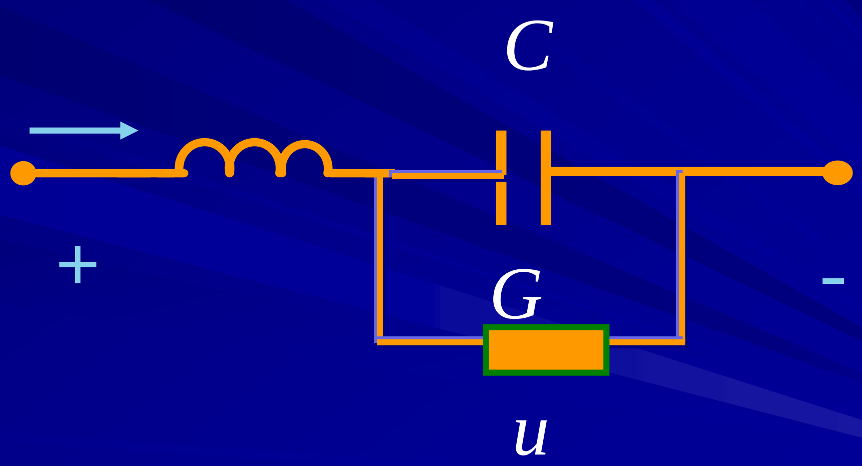
$2\le t$ $\quad u_C(t)=u(2)+\frac{1}{0.5}\int_{2}^{t}0\mathrm{d}\xi=0$

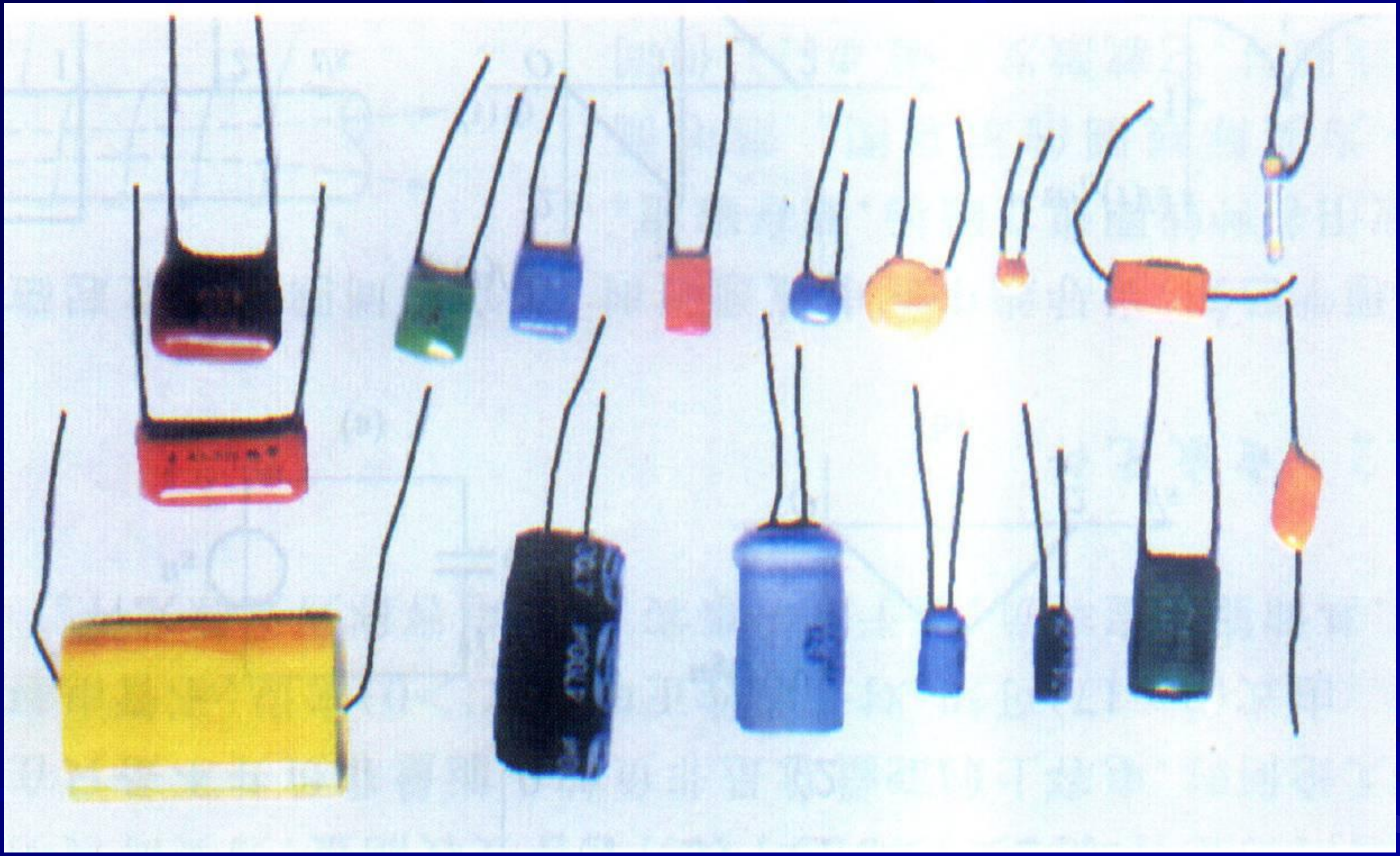
实际电容器的模型











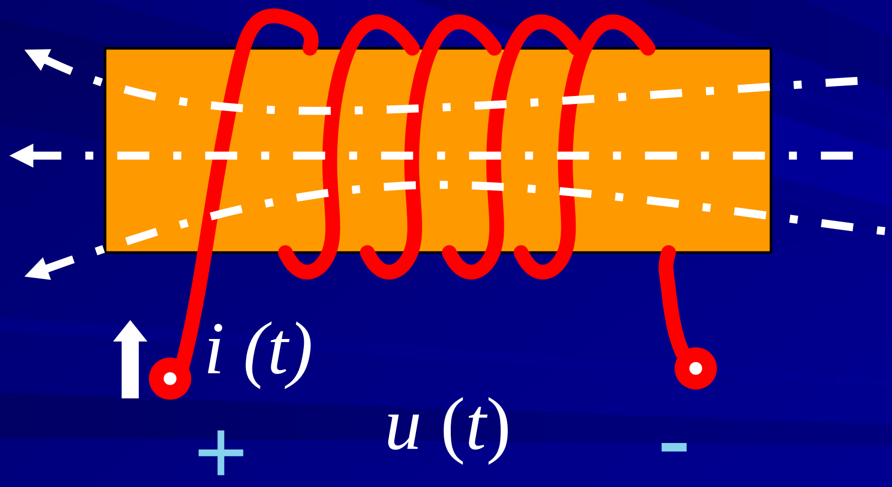
实际电容器

电力电容

冲击电压发生器

6.2 电感元件

电感线圈 把金属导线绕在一骨架上构成一实际电感线圈，当电流通过线圈时，将产生磁通，是一种抵抗电流变化、储存磁能的部件。

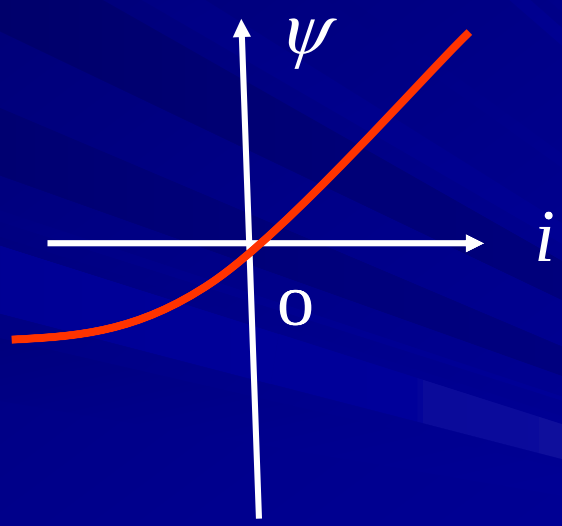


$$\psi(t) = N\ \Phi(t)$$

1. 定义

电感元件 → 储存磁能的两端元件。任何时刻，其特性可用 $\psi \sim i$ 平面上的一条曲线来描述。

$$f(\psi, i) = 0$$

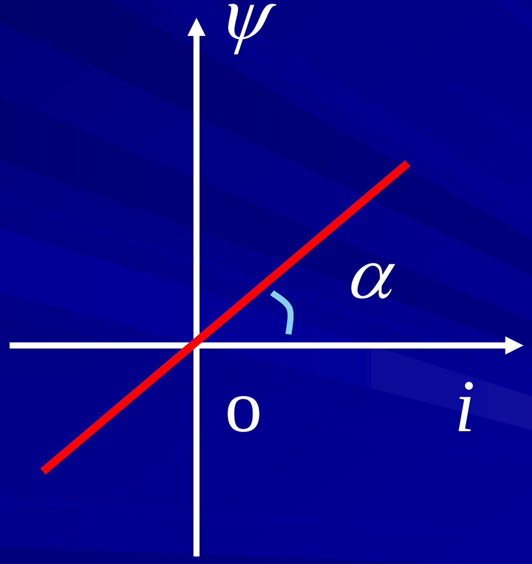


2. 线性时不变电感元件

任何时刻，通过电感元件的电流 i 与其磁链 ψ 成正比。 $\psi \sim i$ 特性为过原点的直线。

$$\psi(t) = Li(t)$$

$$L = \frac{\psi}{i} \propto \tan\alpha$$



● **电路符号**

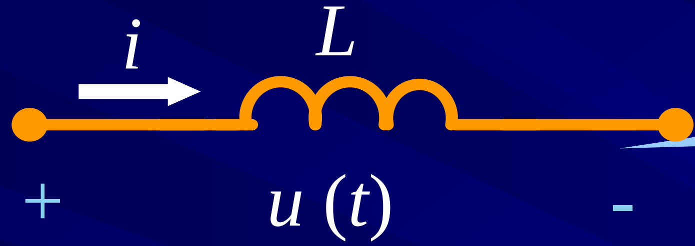
● **单位**

H (**亨利**)，**常用**μH，mH**表示**。

$$1\text{H}=10^3\ \text{mH}$$

$$1\ \text{mH}=10^3\ \mu\text{H}$$

3.线性电感的电压、电流关系

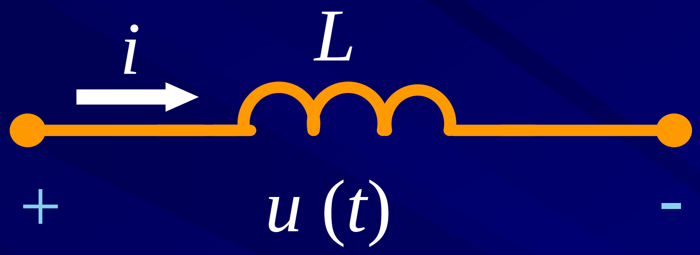


u、i 取关联参考方向

根据电磁感应定律与楞次定律

$$u(t)=\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

电感元件VCR的微分关系



$$u(t)=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}\,t}$$

表明

①电感电压u 的大小取决于i 的变化率, 与 i 的大小无关，电感是动态元件；

②当i为常数(直流)时，u =0。电感相当于短路；

③实际电路中电感的电压 u为有限值，则电感电流 i 不能跃变，必定是时间的连续函数.

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u\mathrm{d}\xi=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0}u\mathrm{d}\xi+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u\mathrm{d}\xi$$

$$=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u\mathrm{d}\xi$$

电感元件VCR的积分关系

表明

①某一时刻的电感电流值与-∞到该时刻的所有电流值有关，即电感元件有记忆电压的作用，电感元件也是记忆元件。

②研究某一初始时刻t_0以后的电感电流，不需要了解t_0以前的电流，只需知道t_0时刻开始作用的电压 u 和t_0时刻的电流 i（t_0）。

注意

①当电感的 u，i 为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

$$u = -L\frac{di}{dt}$$

$$i(t) = -\left(i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\,d\xi\right)$$

②上式中 $i(t_0)$称为电感电压的初始值，它反映电感初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

4.电感的功率和储能

u、i 取关联参考方向

- 功率

$$p = ui = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\cdot i$$

①当电流增大，$p>0$, 电感吸收功率。

②当电流减小，$p<0$, 电感发出功率。

表明电感能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为磁场能量储存起来，在另一段时间内又把能量释放回电路，因此电感元件是无源元件、是储能元件，它本身不消耗能量。

● 电感的储能

$$W_L = \int_{-\infty}^{t} Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{d}\xi = \frac{1}{2}Li^2(\xi)\Big|_{-\infty}^{t}$$

$$= \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(-\infty) = \frac{1}{2}Li^2(t)$$

从t_0到 t 电感储能的变化量：

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

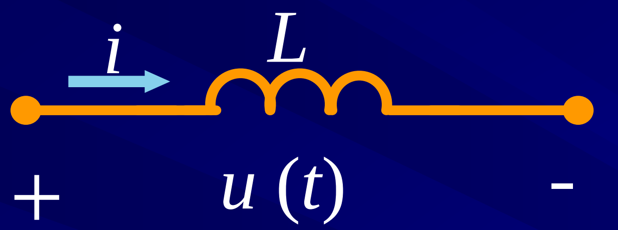
$$W_L = \frac{1}{2} L i^2(t) \geq 0$$

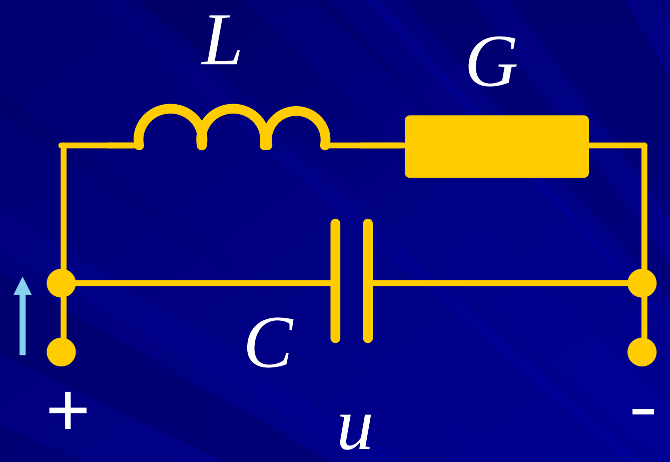
表明

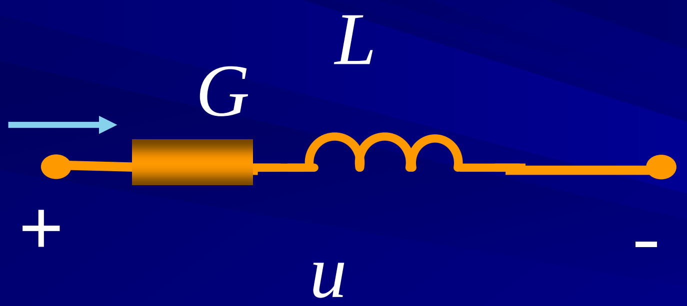
①电感的储能只与当时的电流值有关，电感电流不能跃变，反映了储能不能跃变。

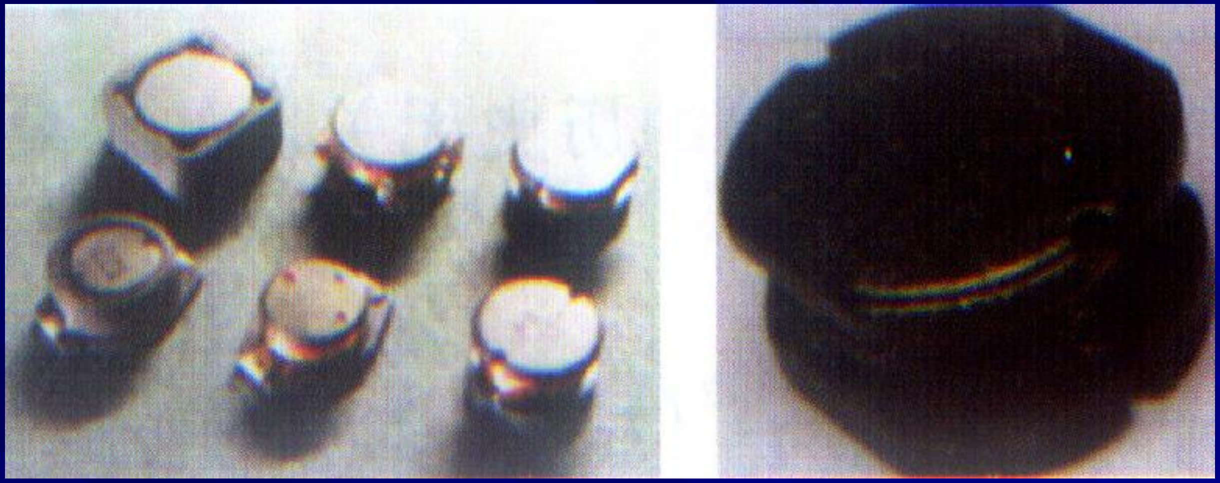
②电感储存的能量一定大于或等于零。

● 实际电感线圈的模型

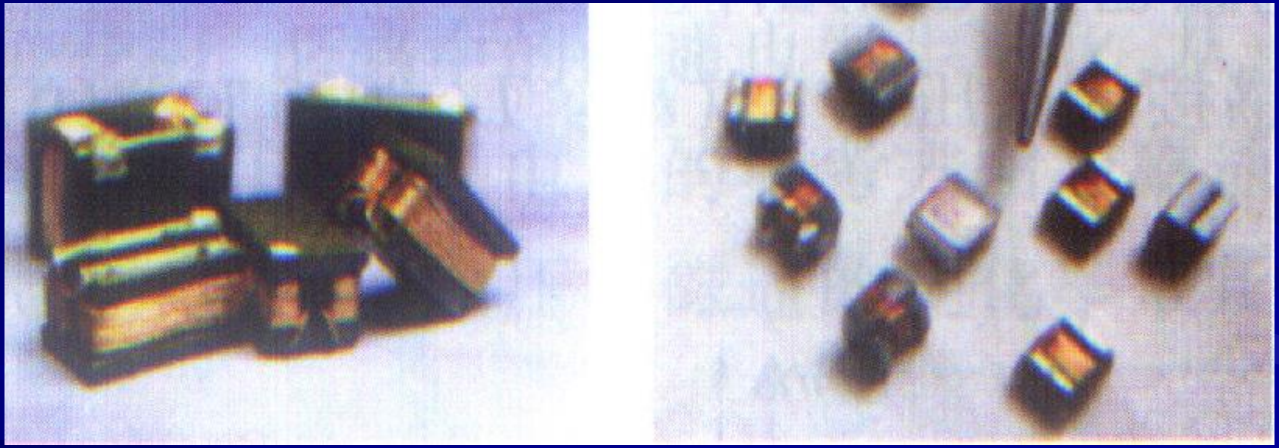




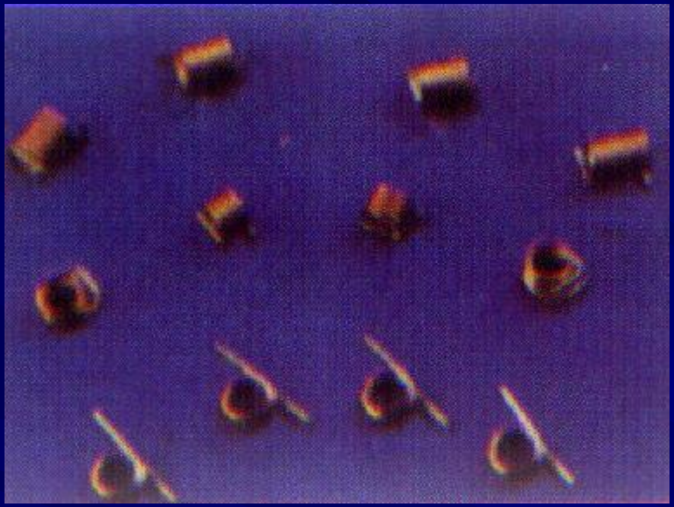




贴片型功率电感

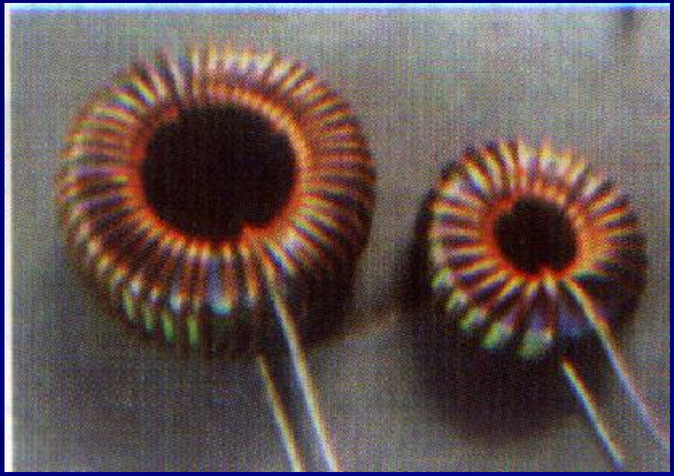


贴片电感



贴片型空心线圈

可调式电感



环形线圈

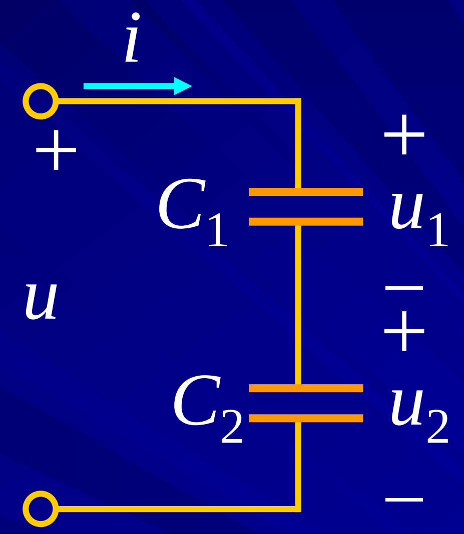
立式功率型电感

电抗器

6.3 电容、电感元件的串联与并联

1.电容的串联

- **等效电容**

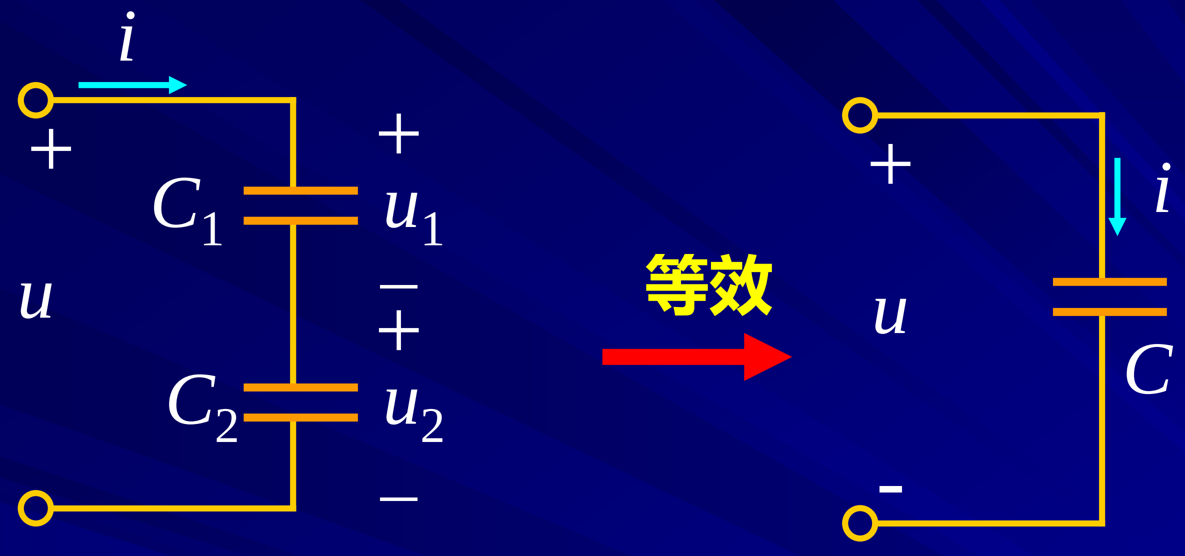


$$u_1 = \frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$u_2 = \frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$u = u_1 + u_2 = (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$



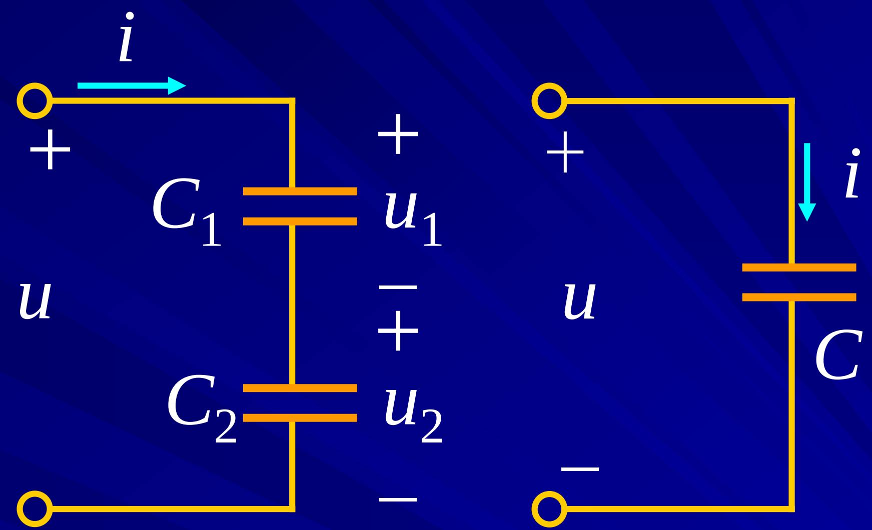
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

● 串联电容的分压

$$u_1 = \frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$u_2 = \frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$u = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$



$$u_1 = \frac{C}{C_1}u = \frac{C_2}{C_1 + C_2}u \qquad u_2 = \frac{C}{C_2}u = \frac{C_1}{C_1 + C_2}u$$

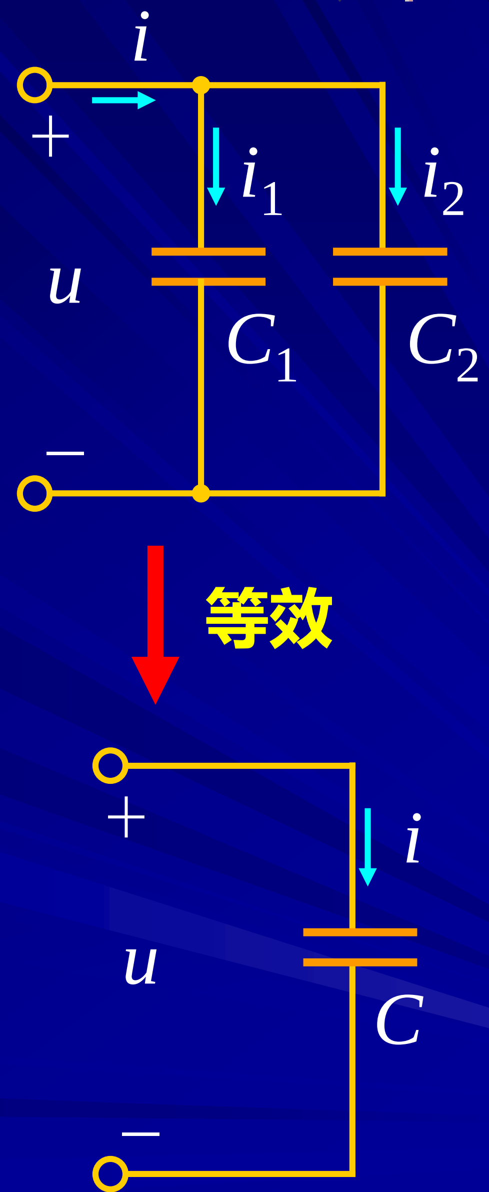
2.电容的并联

- **等效电容**

$$i_1 = C_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad i_2 = C_2 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$i = i_1 + i_2 = (C_1 + C_2)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$= C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$



$$\boxed{C = C_1 + C_2}$$

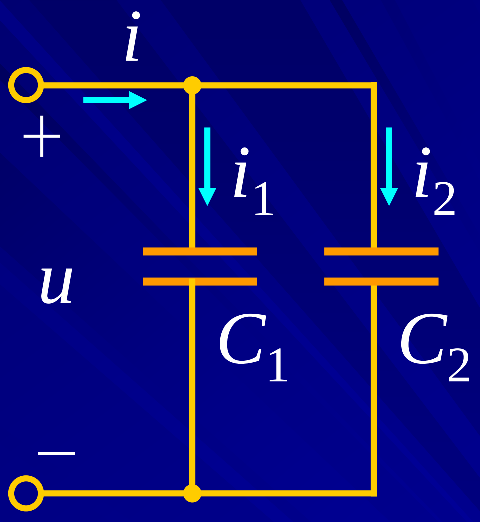
返回 上页 下页

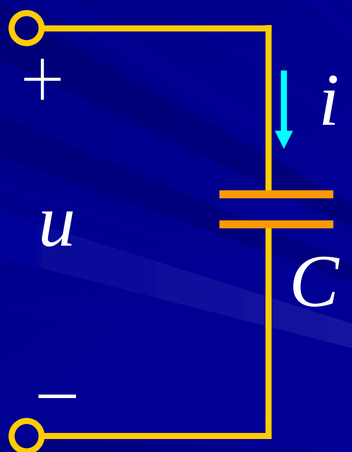
● 并联电容的分流

$$i_1 = C_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad i_2 = C_2 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$i = C \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

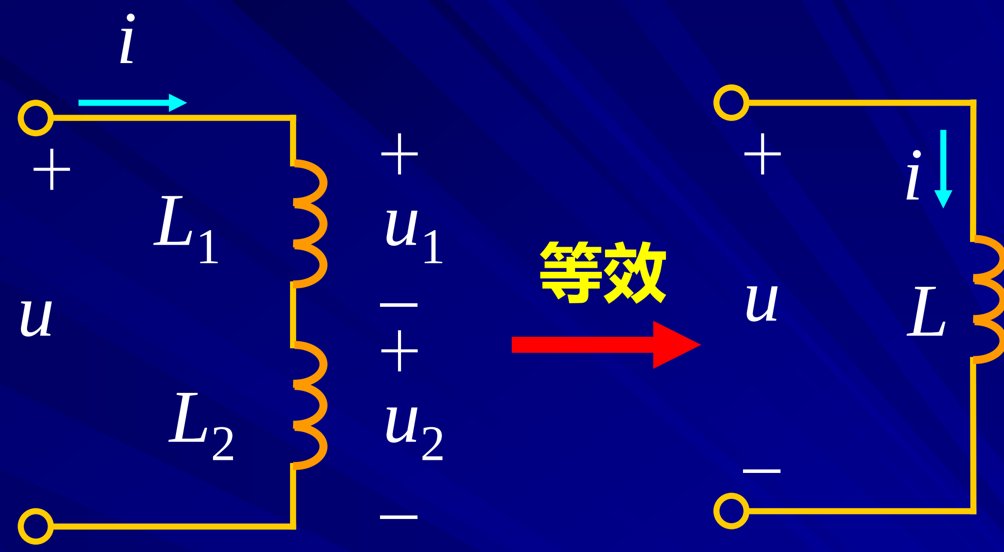
$$i_1 = \frac{C_1}{C} i \qquad i_2 = \frac{C_2}{C} i$$





3. 电感的串联

- **等效电感**



$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

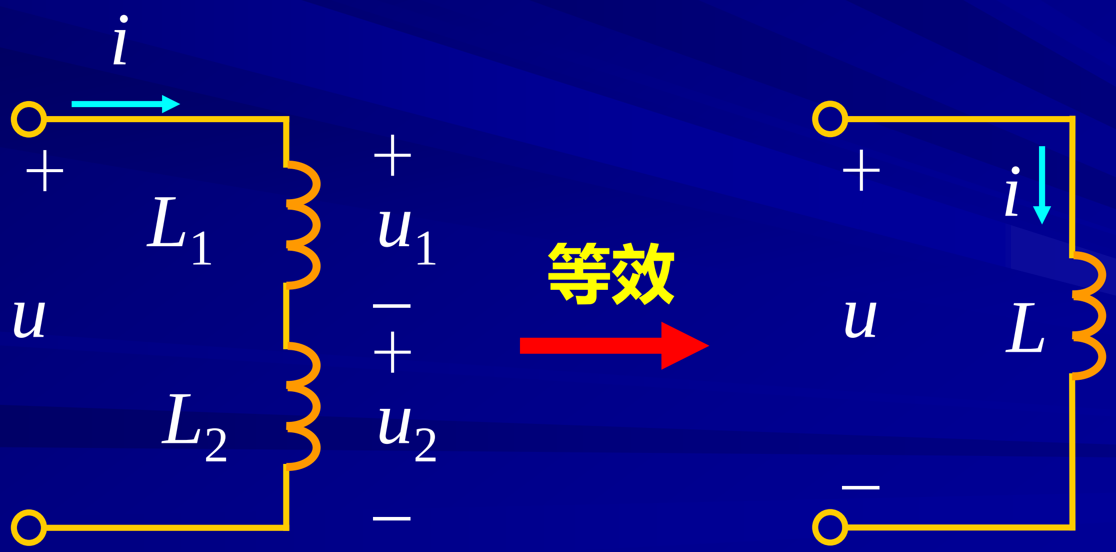
$$u = u_1 + u_2 = (L_1 + L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{L = L_1 + L_2}$$

● 串联电感的分压

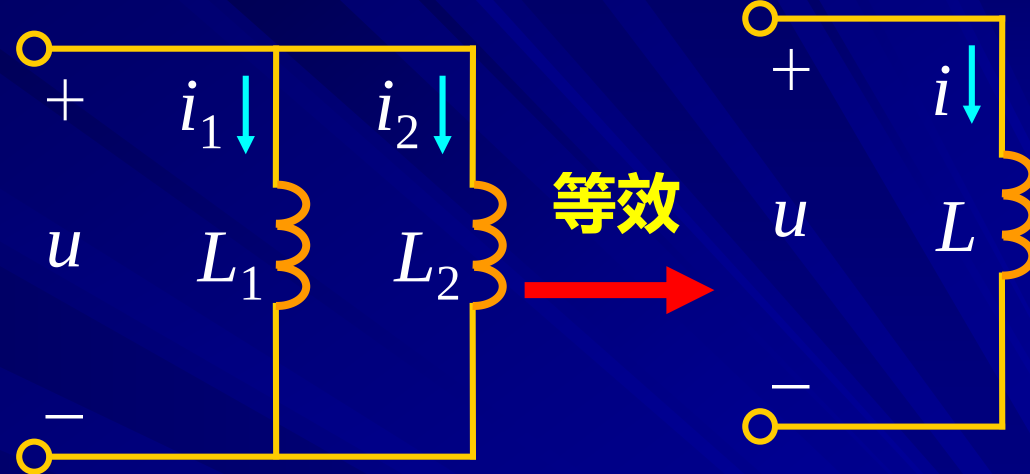
$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{L_1}{L} u = \frac{L_1}{L_1 + L_2} u$$

$$u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{L_2}{L} u = \frac{L_2}{L_1 + L_2} u$$



4.电感的并联

● **等效电感**



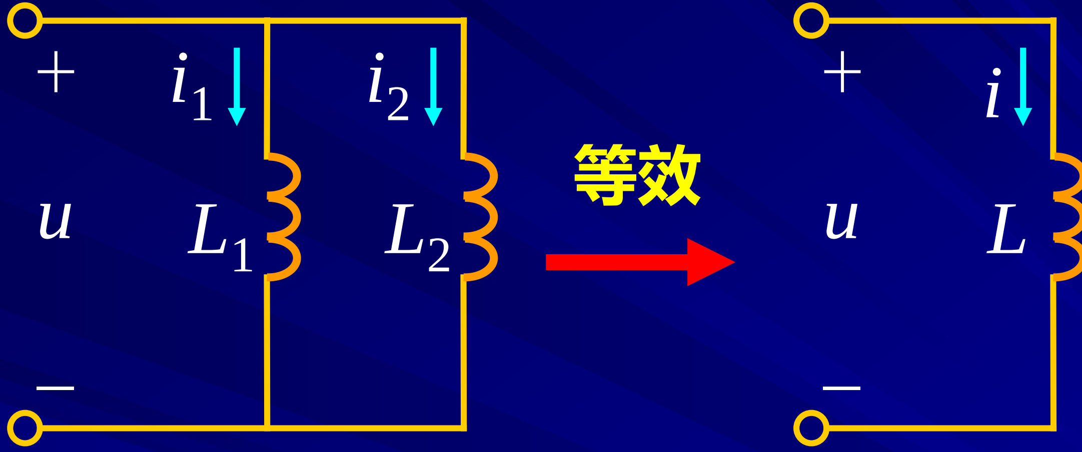
$$i_1 = \frac{1}{L_1}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$i_2 = \frac{1}{L_2}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$i = i_1 + i_2 = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1}\right)\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$L = 1\Big/\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1}\right) = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

● 并联电感的分流



$$\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi = Li$$

$$i_1 = \frac{1}{L_1}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi = \frac{L}{L_1}i = \frac{L_2 i}{L_1 + L_2}$$

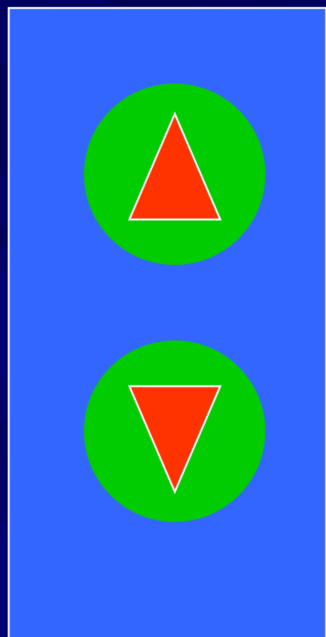
$$i_2 = \frac{1}{L_2}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi = \frac{L}{L_2}i = \frac{L_1 i}{L_1 + L_2}$$

注意

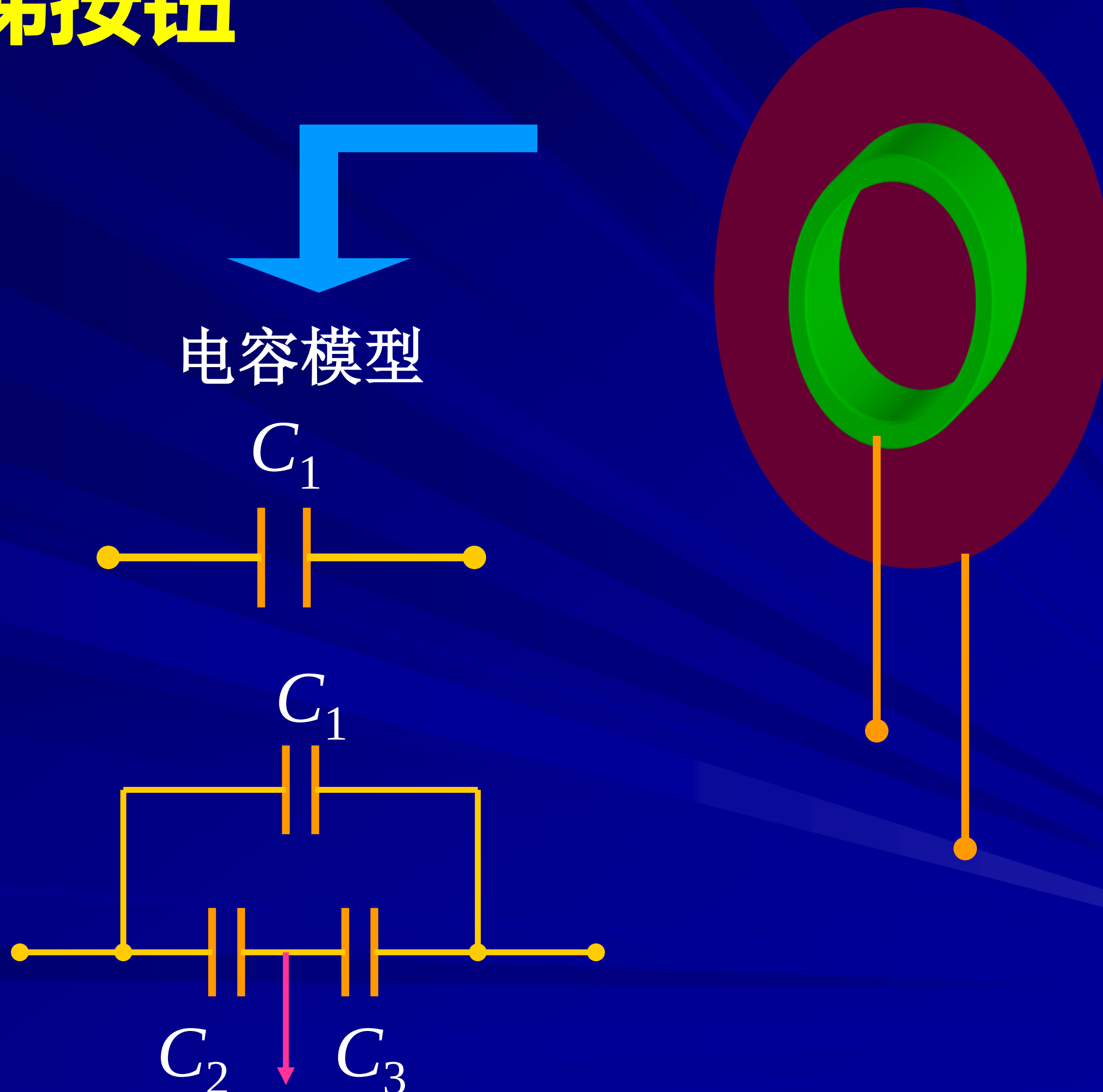
以上虽然是关于两个电容或两个电感的串联和并联等效，但其结论可以推广到 n 个电容或 n 个电感的串联和并联等效。

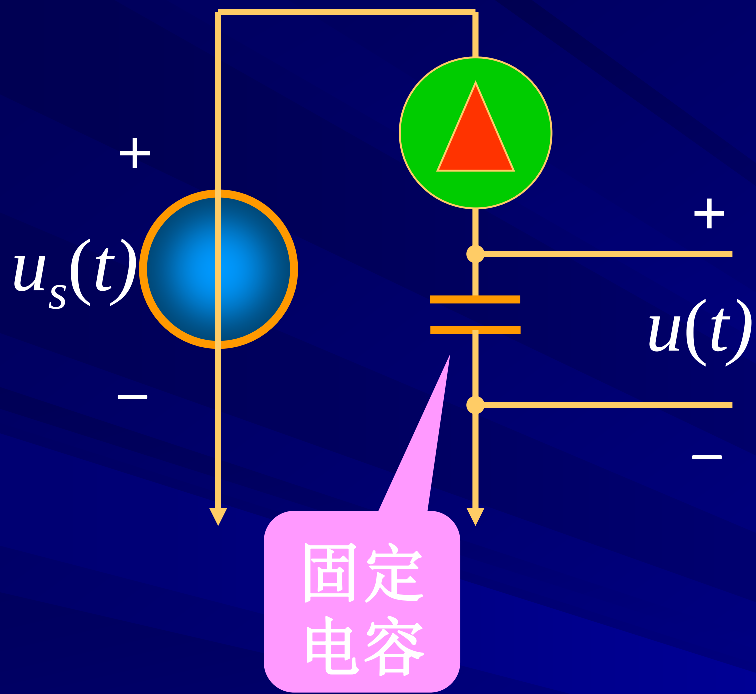
实例

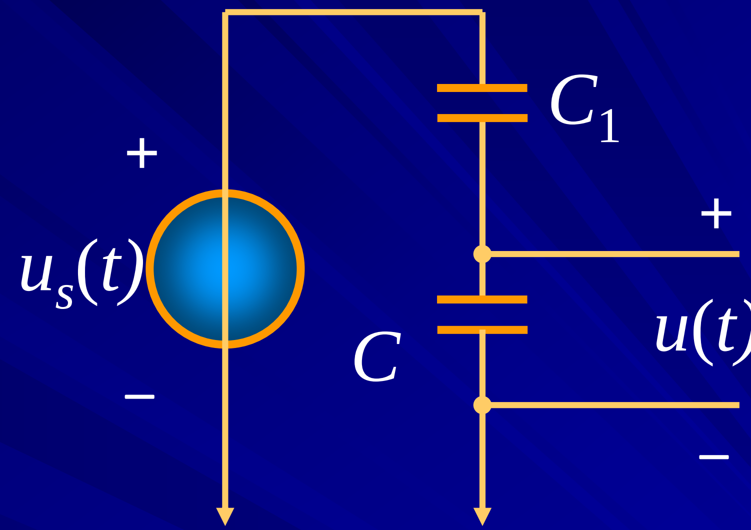
电梯按钮



前视图

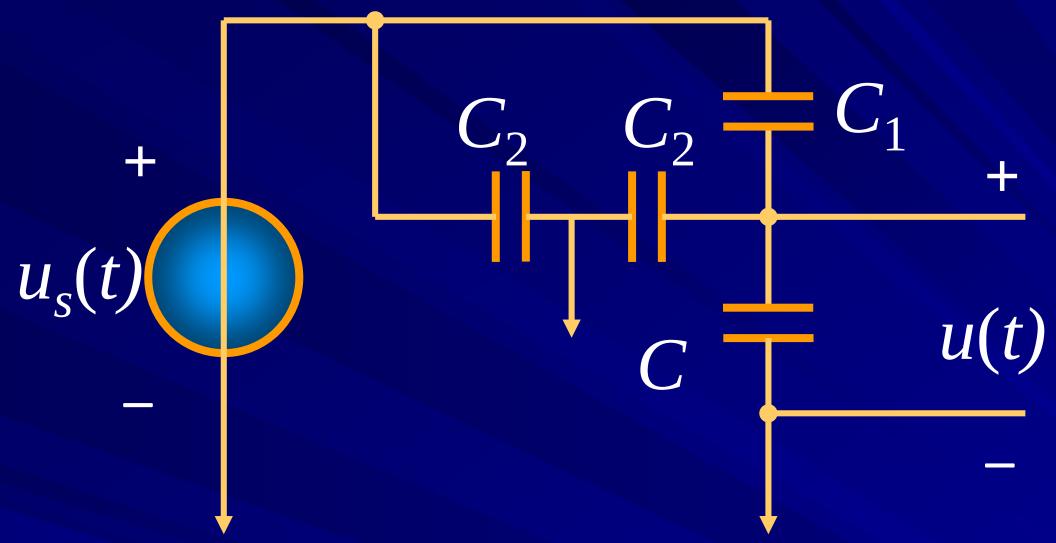






输出电压:

$$u(t) = \frac{C_1 u_S(t)}{C_1 + C} + \cancel{u(0)}$$



输出电压： $u(t)=\dfrac{C_1 u_S(t)}{C_1+C_2+C}+\cancel{u(0)}$

控制计算机检测到输出电压的下降，导致电梯到达相应楼层。