第13章 非正弦周期电流电路和信号的频谱

本章重点

首 页

● 重点

1. 周期函数分解为傅里叶级数

2. 非正弦周期函数的有效值和平均功率

3. 非正弦周期电流电路的计算

13.1 非正弦周期信号

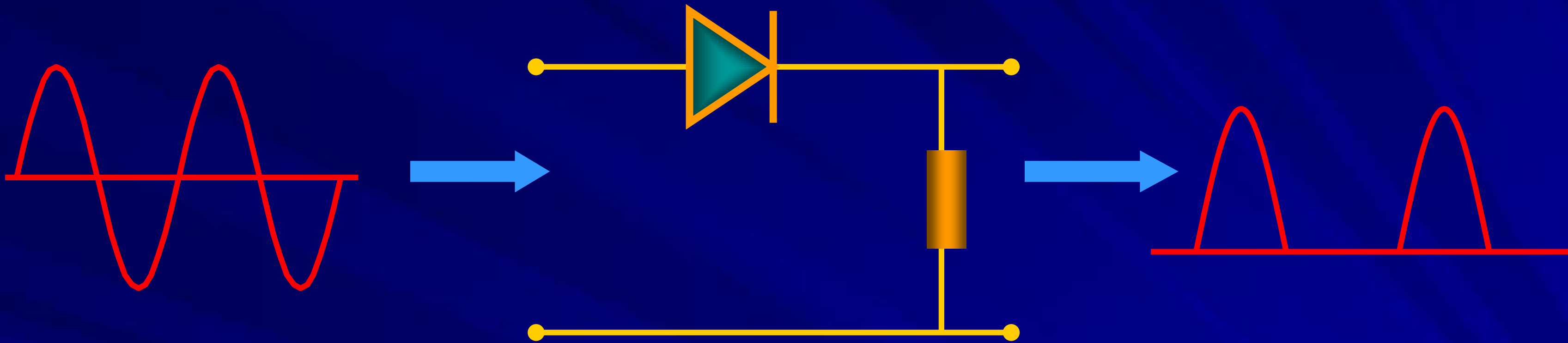
生产实际中，经常会遇到非正弦周期电流电路。在电子技术、自动控制、计算机和无线电技术等方面，电压和电流往往都是周期性的非正弦波形。

- **非正弦周期交流信号的特点**

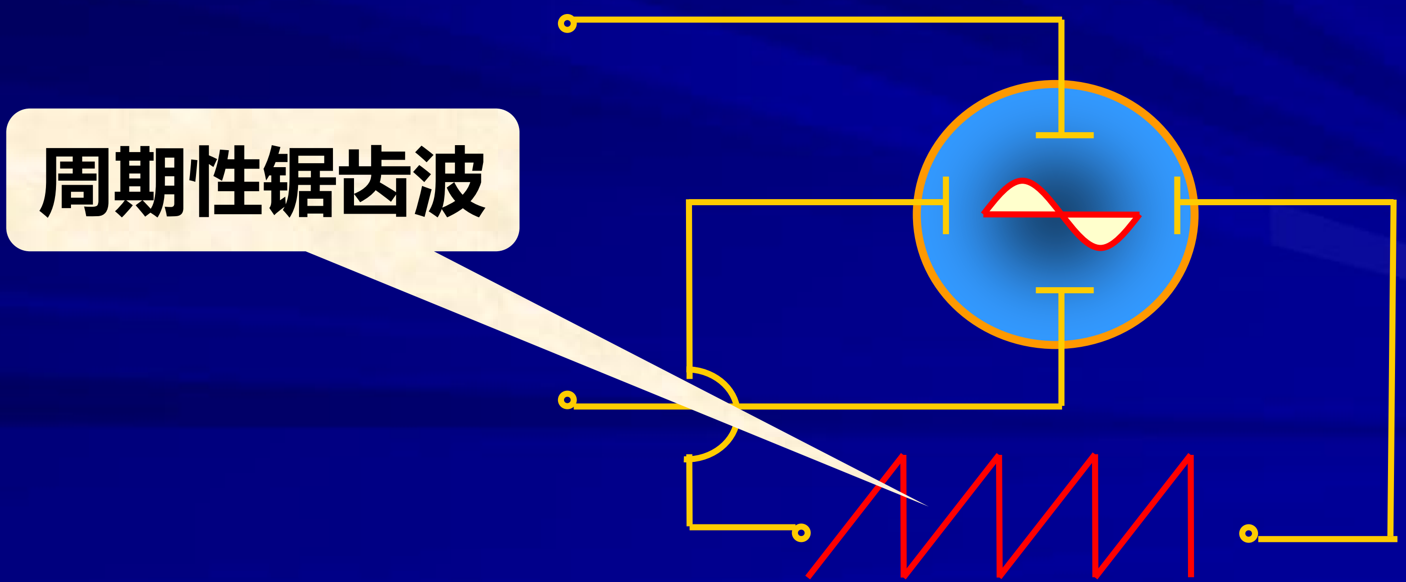
(1) 不是正弦波

(2) 按周期规律变化 → $f(t) = f(t + nT)$

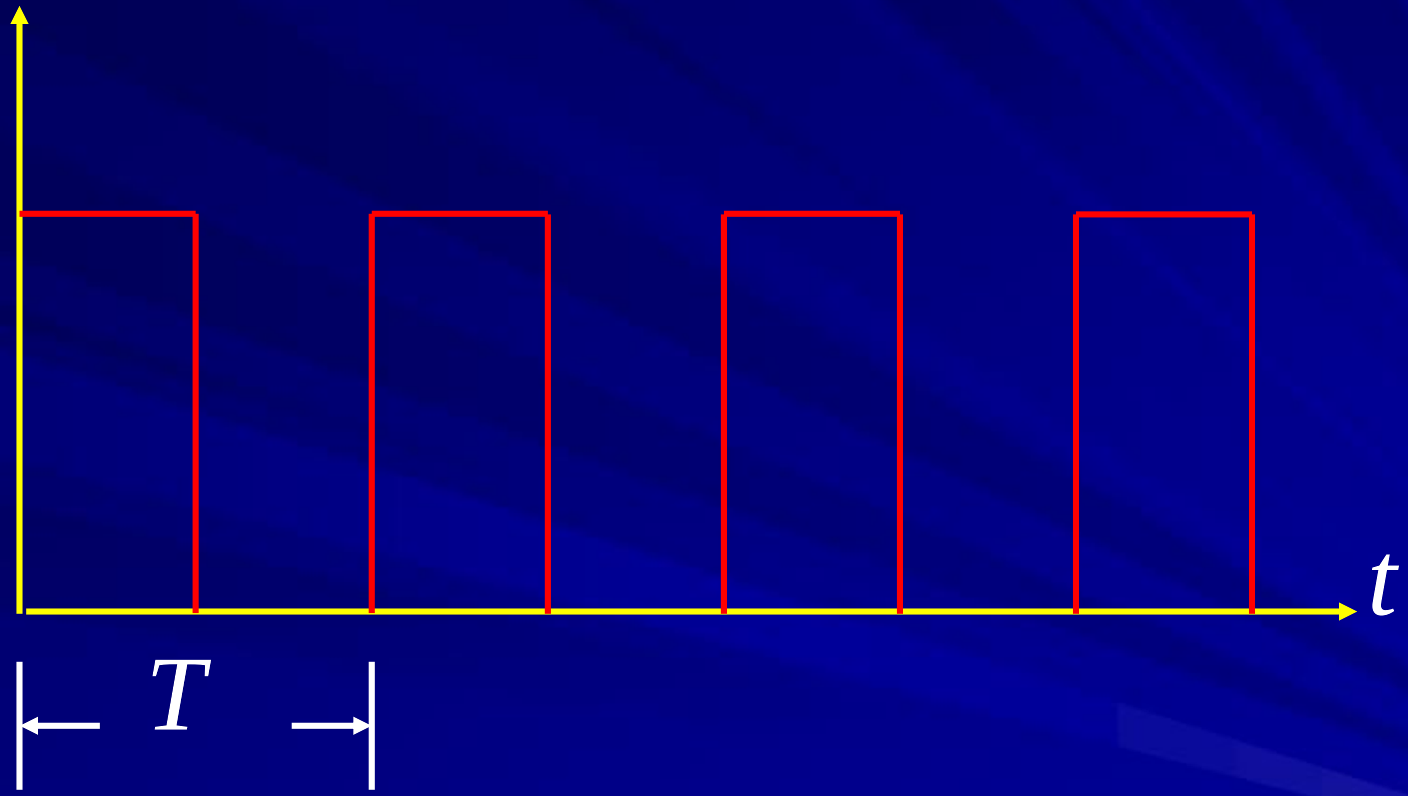
例1　**半波整流电路的输出信号**



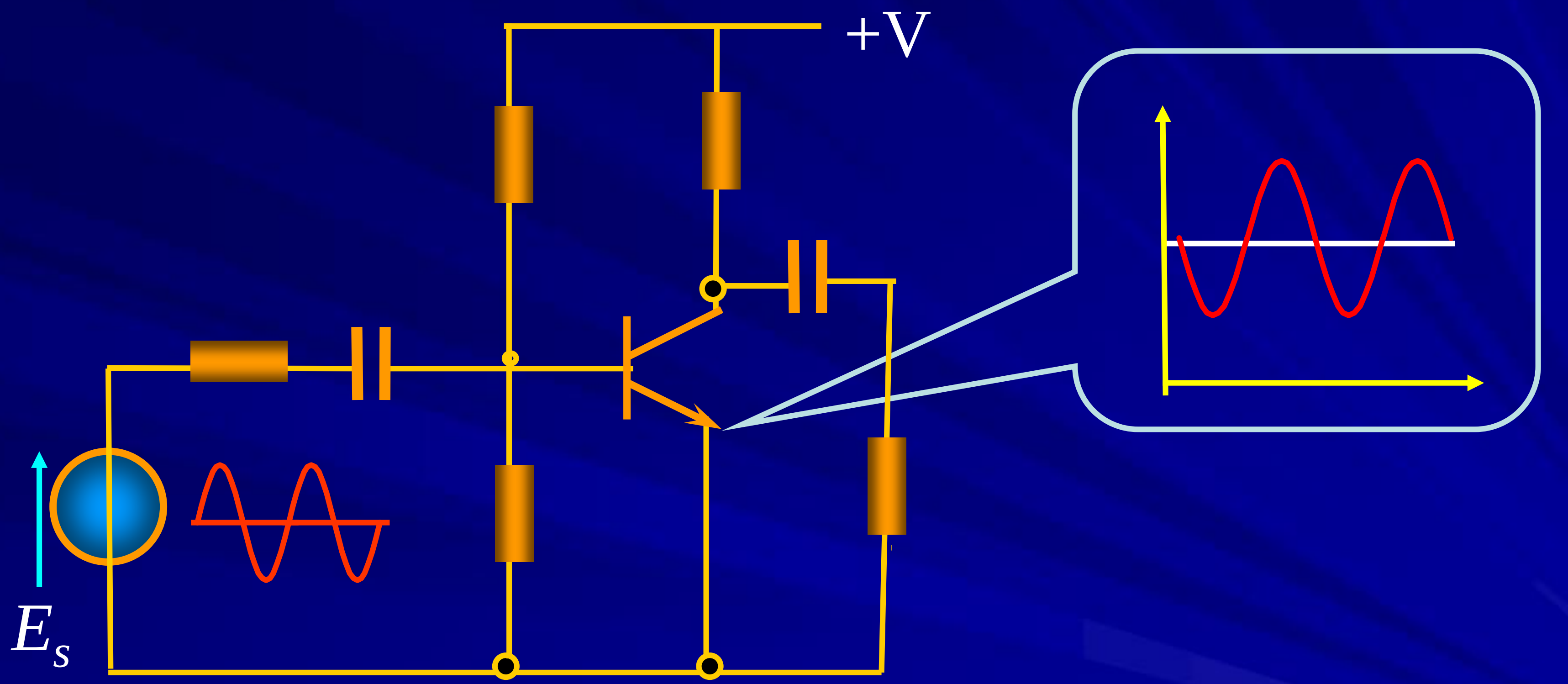
例2　**示波器内的水平扫描电压**



例3 **脉冲电路中的脉冲信号**



例4　交直流共存电路



13.2 周期函数分解为傅里叶级数

若周期函数满足狄利赫利条件：

①周期函数极值点的数目为有限个；

②间断点的数目为有限个；

③在一个周期内绝对可积，即：

$$\int_0^T |f(t)|\,\mathrm{d}t < \infty$$

可展开成收敛的傅里叶级数

注意 一般电工里遇到的周期函数都能满足狄利赫利条件。

周期函数展开成傅里叶级数：

$$f(t) = A_0 + A_{1m}\cos(\omega_1 t + \phi_1) +$$

$$+ A_{2m}\cos(2\omega_1 t + \phi_2) + \cdots$$

$$+ A_{nm}\cos(n\omega_1 t + \phi_n) +$$

直流分量

基波（和原函数同频）

二次谐波（2倍频）

高次谐波

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km}\cos(k\omega_1 t + \phi_k)$$

也可表示成：

$$A_{km}\cos(k\omega_1 t+\phi_k)=a_k\cos k\omega_1 t+b_k\sin k\omega_1 t$$

$$f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}[a_k\cos k\omega_1 t+b_k\sin k\omega_1 t]$$

系数之间的关系为：

$$\begin{cases} A_0=a_0 \\ A_{km}=\sqrt{a_k^2+b_k^2} \\ a_k=A_{km}\cos\phi_k \qquad b_k=-A_{km}\sin\phi_k \\ \phi_k=\arctan\dfrac{-b_k}{a_k} \end{cases}$$

系数的计算：

$$A_0 = a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\cos(k\omega_1 t)\mathrm{d}(\omega_1 t)$$

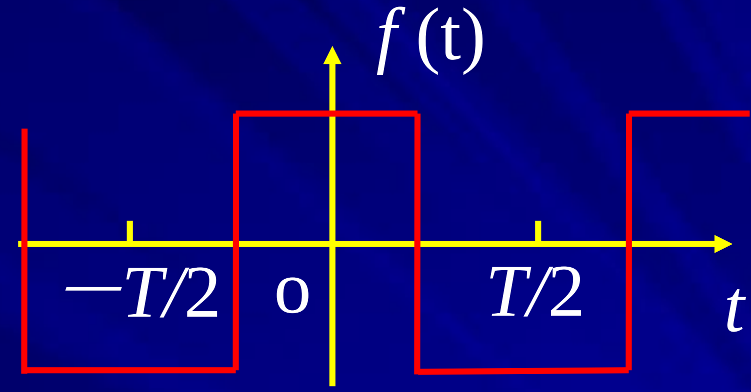
$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\sin(k\omega_1 t)\mathrm{d}(\omega_1 t)$$

求出A_0、a_k、b_k**便可得到原函数** $f(t)$ **的展开式。**

注意 利用函数的对称性可使系数的确定简化

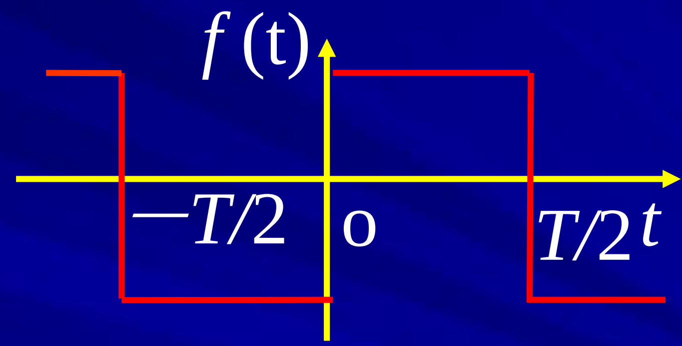
①偶函数

$$f(t)=f(-t) \quad b_k=0$$



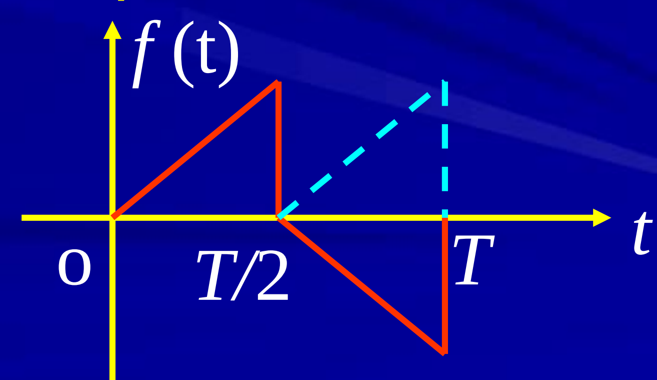
②奇函数

$$f(t)=-f(t) \quad a_k=0$$



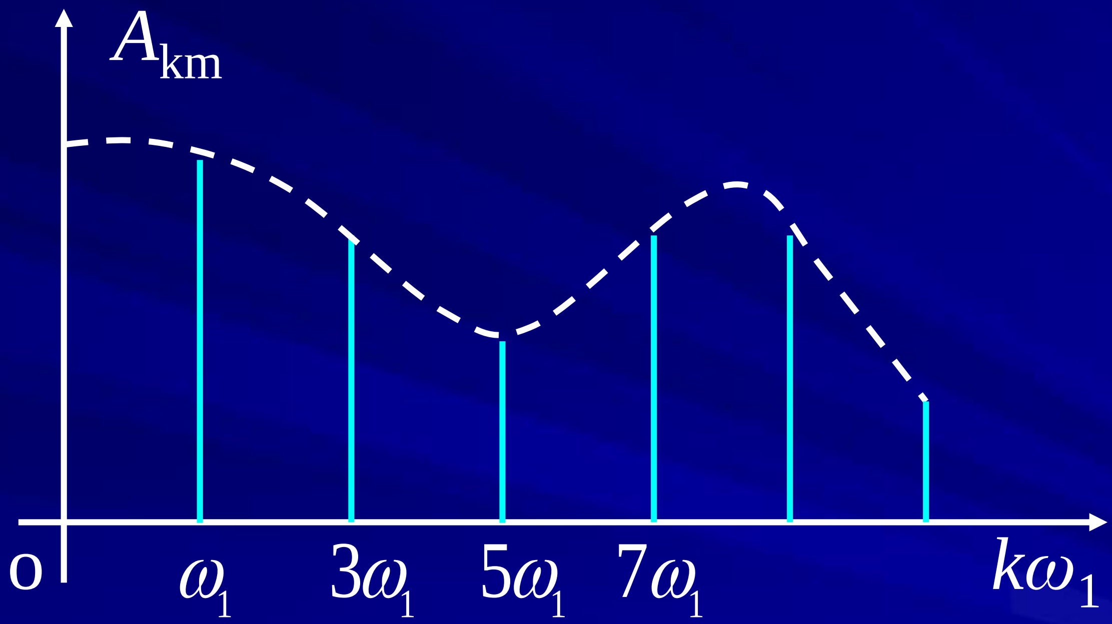
③奇谐波函数

$$f(t)=-f\left(t+\frac{T}{2}\right) \quad a_{2k}=b_{2k}=0$$



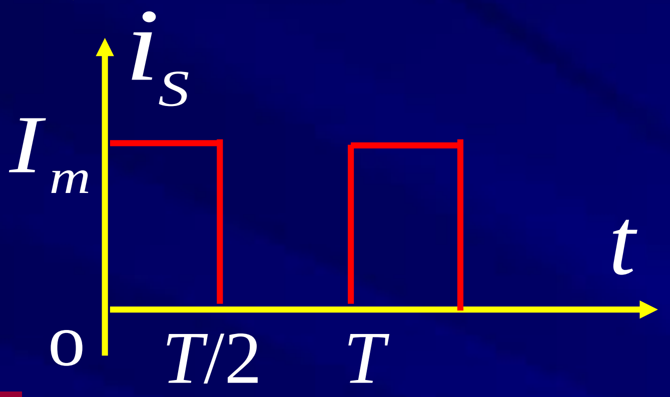
周期函数的频谱图:

幅度频谱 → $A_{km} \sim k\omega_1$ **的图形**



相位频谱 → $\phi_k \sim k\omega_1$ **的图形**

例1 **周期性方波信号的分解**



$$i_S(t)=\begin{cases} I_{\mathrm{m}} & 0<t<\dfrac{T}{2} \\ 0 & \dfrac{T}{2}<t<T \end{cases}$$

解 **图示矩形波电流在一个周期内的表达式为：**

直流分量： $$I_O=\frac{1}{T}\int_0^T i_S(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^{T/2} I_m\,\mathrm{d}t=\frac{I_m}{2}$$

谐波分量： $$b_K=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i_S(\omega t)\sin k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t)$$

$$=\frac{I_m}{\pi}\left(-\frac{1}{k}\cos k\omega t\right)\Big|_0^{\pi}=\begin{cases} 0 & K\text{为偶数} \\ \dfrac{2I_m}{k\pi} & K\text{为奇数} \end{cases}$$

$$a_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} i_S(\omega t)\cos k\omega t \,\mathrm{d}(\omega t)$$

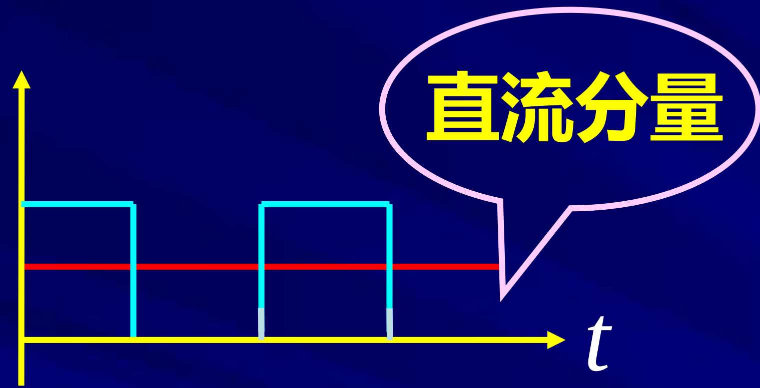
$$= \frac{2I_m}{\pi}\cdot\frac{1}{k}\sin k\omega t\Big|_0^{\pi} = 0$$

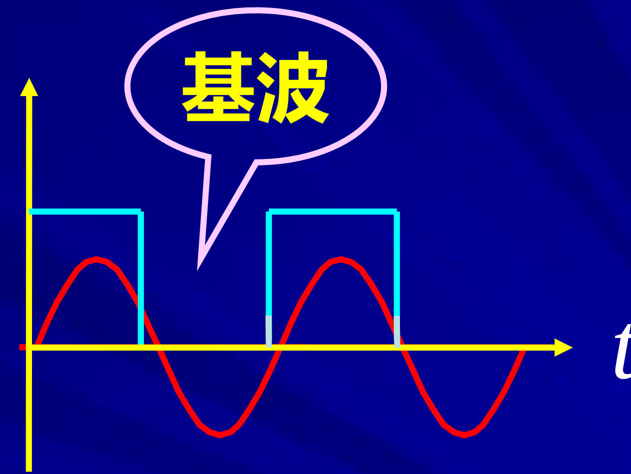
$$A_k = \sqrt{b_k^2 + a_k^2} = b_K = \frac{2I_m}{k\pi}$$ (k为奇数)

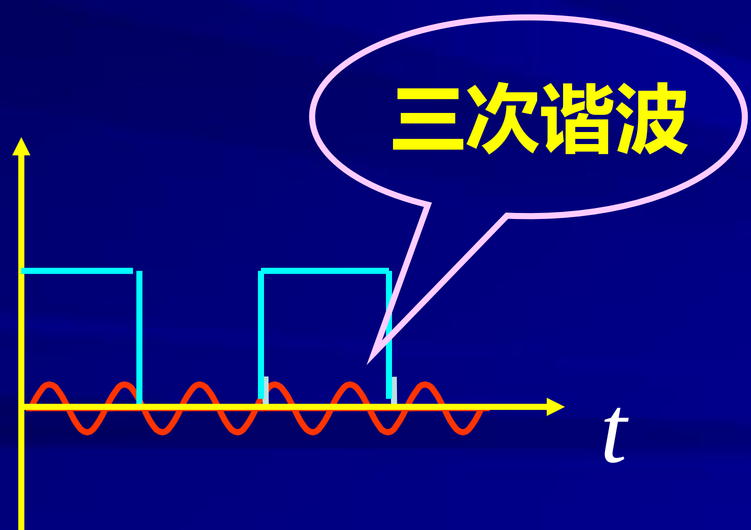
i_S的展开式为：

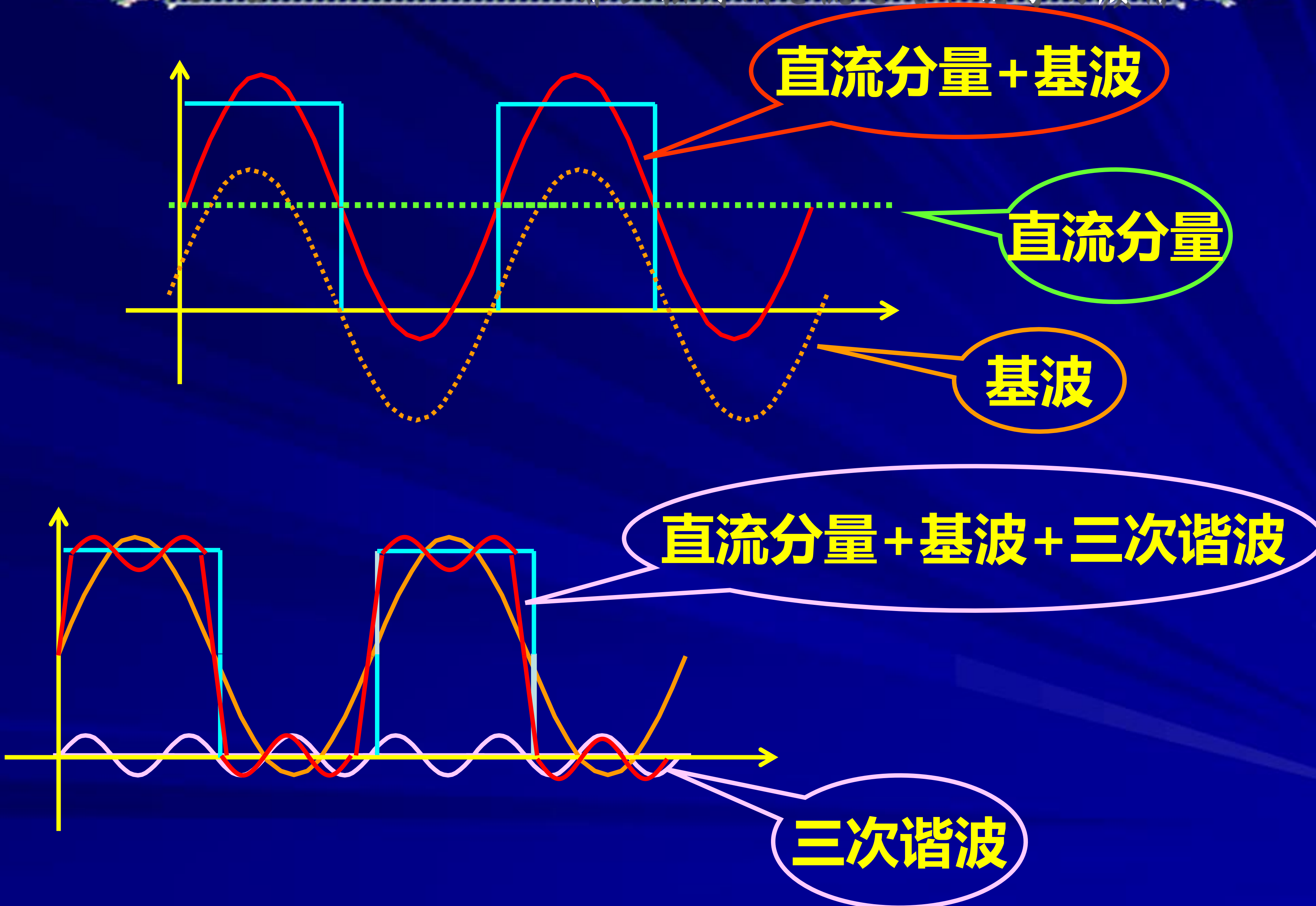
$$i_S = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \cdots\right)$$

周期性方波波形分解

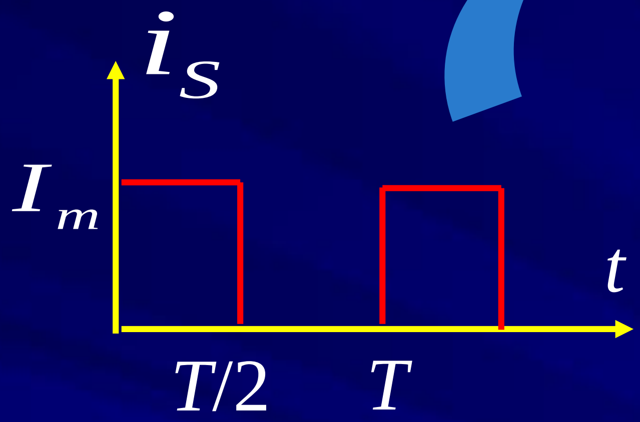


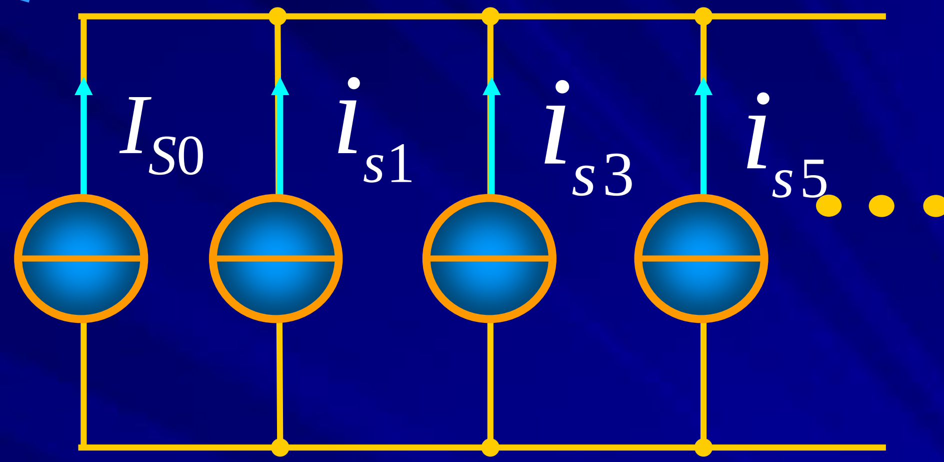





直流分量+基波
直流分量
基波
直流分量+基波+三次谐波
三次谐波

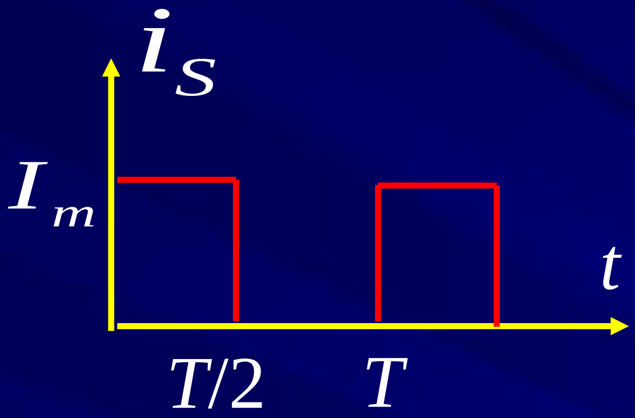
等效电源

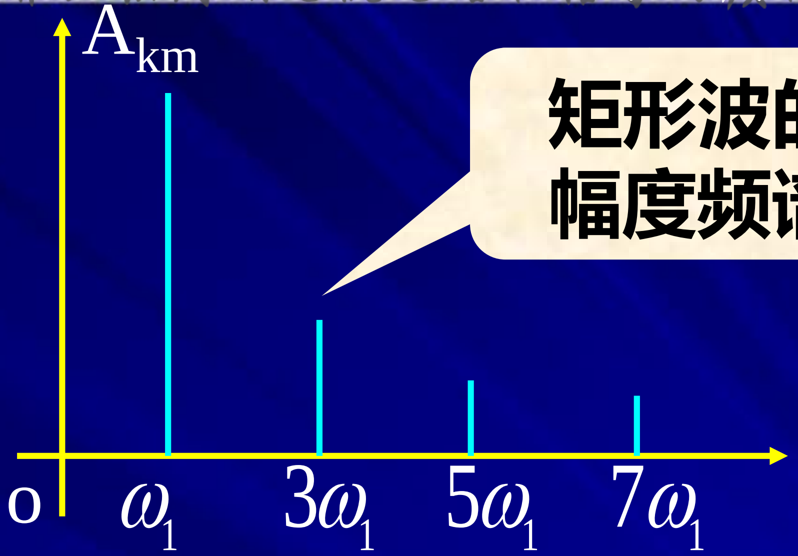




$$i_s = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi}(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots)$$

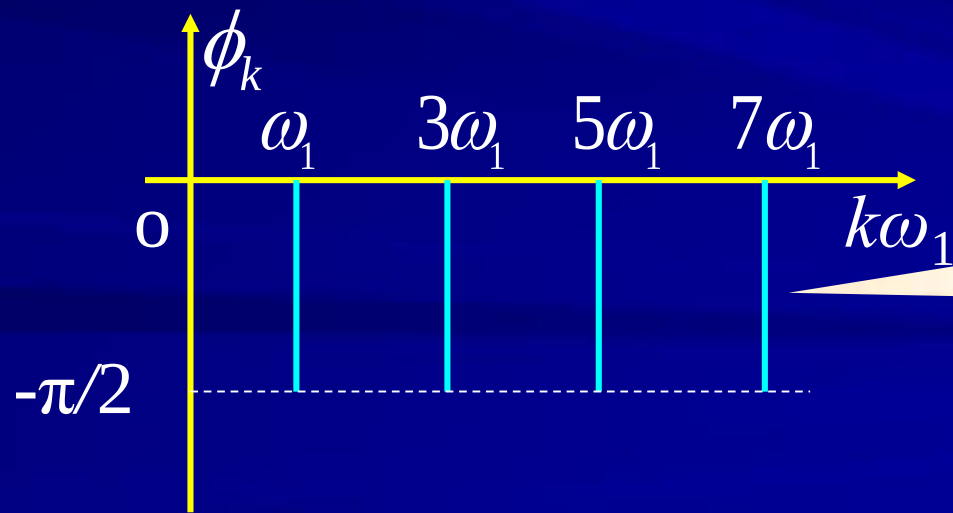
I_{S0}　　i_{s1}　　i_{s3}　　i_{s5}





矩形波的幅度频谱

$$i_s = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots\right)$$



矩形波的相位频谱

13.3 有效值、平均值和平均功率

1. 三角函数的性质

①正弦、余弦信号一个周期内的积分为0。

$$\int_0^{2\pi} \sin k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0 \qquad \int_0^{2\pi} \cos k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

k整数

② $\sin^2$、$\cos^2$ 在一个周期内的积分为π。

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = \pi \qquad \int_0^{2\pi} \cos^2 k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = \pi$$

③三角函数的正交性

$$\int_0^{2\pi} \cos k\omega t \cdot \sin p\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \cos k\omega t \cdot \cos p\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \sin k\omega t \cdot \sin p\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

$$(k \neq p)$$

2. 非正弦周期函数的有效值

若　$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

则有效值:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(\omega t)\mathrm{d}(t)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega t + \varphi_k)\right]^2 \mathrm{d}(t)}$$

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\cos\left(k\omega t+\varphi_k\right)\right]^2\mathrm{d}(t)}$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2\mathrm{d}t=I_0^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_{km}^2\cos^2(k\omega_1 t+\phi_k)\mathrm{d}t=I_k^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2I_0\cos(k\omega t+\phi_k)\mathrm{d}t=0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2I_{km}\cos(k\omega t+\phi_k)I_{qm}\cos(q\omega t+\phi_q)\mathrm{d}t=0$$

$$\left(k\neq q\right)$$

$$I=\sqrt{I_0^2+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_{km}^2}{2}}$$

$$I=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\cdots\cdots}$$

结论 周期函数的有效值为直流分量及各次谐波分量有效值平方和的方根。

3. 非正弦周期函数的平均值

若

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

其直流值为：

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T i(\omega t)\mathrm{d}t = I_0$$

其平均值为：

$$I_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T \left| i(\omega t) \right| \mathrm{d}t$$

正弦量的平均值为：

$$I_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T \left| I_m \cos\omega t \right| \mathrm{d}t = 0.898 I$$

4.非正弦周期交流电路的平均功率

$$\begin{cases} u(t)=U_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_{km}\cos(k\omega t+\varphi_{uk}) \\ i(t)=I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\cos(k\omega t+\varphi_{ik}) \end{cases}$$

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u\cdot i\mathrm{d}t$$

利用三角函数的正交性，得：

$$P=U_0I_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_kI_k\cos\varphi_k \qquad (\varphi_k=\varphi_{uk}-\varphi_{ik})$$

$$=P_0+P_1+P_2+\ldots\ldots$$

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \cdots$$

结论

平均功率＝直流分量的功率＋各次谐波的平均功率

13.4 非正弦周期电流电路的计算

1. 计算步骤

①利用傅里叶级数，将非正弦周期函数展开成若干种频率的谐波信号；

②对各次谐波分别应用相量法计算；（注意:交流各谐波的 X_L、X_C不同，对直流 C 相当于开路、L 相于短路。）

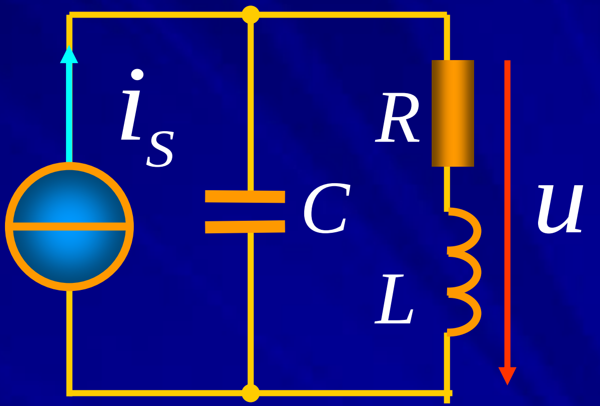
③将以上计算结果转换为瞬时值迭加。

2. 计算举例

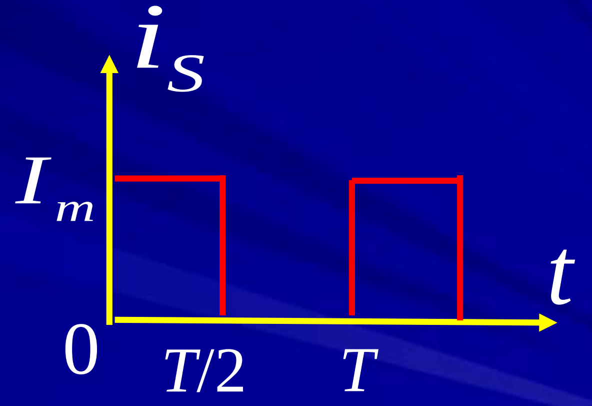
例1 **方波信号激励的电路。求u, 已知：**

$$R = 20\Omega、\ L = 1\text{mH}、C = 1000\,\text{pF}$$

$$I_m = 157\,\mu\text{A}、\ T = 6.28\mu\text{s}$$



解 **(1) 方波信号的展开式为：**



$$i_S = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi}(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \cdots)$$

代入已知数据：

$$\boxed{I_m = 157\mu\text{A},\quad T = 6.28\mu\text{s}}$$

直流分量： $$I_0 = \frac{I_m}{2} = \frac{157}{2} = 78.5\mu A$$

基波最大值： $$I_{1m} = \frac{2I_m}{\pi} = \frac{2 \times 1.57}{3.14} = 100\ \mu A$$

三次谐波最大值： $$I_{3m} = \frac{1}{3} I_{1m} = 33.3\mu A$$

五次谐波最大值： $$I_{5m} = \frac{1}{5} I_{1m} = 20\mu A$$

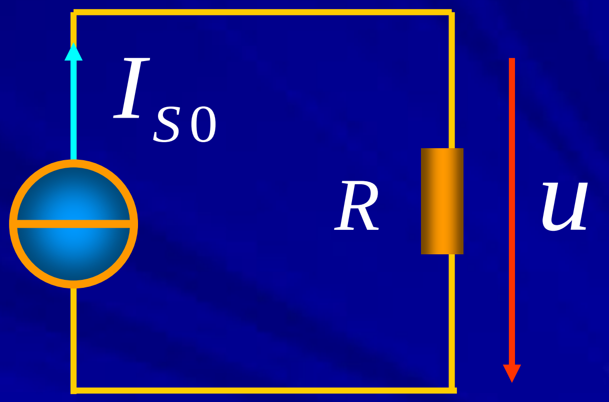
角频率： $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{6.28 \times 10^{-6}} = 10^{6}\ rad/s$$

电流源各频率的谐波分量为：

$$I_{S0}=78.5\mu\text{A} \qquad i_{s1}=100\sin 10^6 t\ \mu\text{A}$$

$$i_{s3}=\frac{100}{3}\sin 3\cdot 10^6 t\ \mu\text{A} \qquad i_{s5}=\frac{100}{5}\sin 5\cdot 10^6 t\ \mu\text{A}$$

(2） 对各次谐波分量单独计算：



(a) 直流分量 I_{S0} 作用

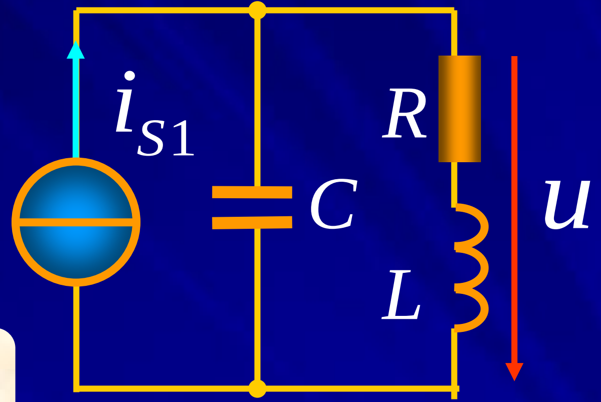
$$I_{S0}=78.5\mu\text{A}$$

电容断路，电感短路

$$U_0=RI_{S0}=20\times 78.5\times 10^{-6}=1.57\text{mV}$$

(b)基波作用 $i_{s1} = 100\sin 10^6 t \ \mu\text{A}$

$$-\frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{10^6 \times 1000 \times 10^{-12}} = -1\text{k}\Omega$$



$$\omega_1 L = 10^6 \times 10^{-3} = 1\text{k}\Omega$$

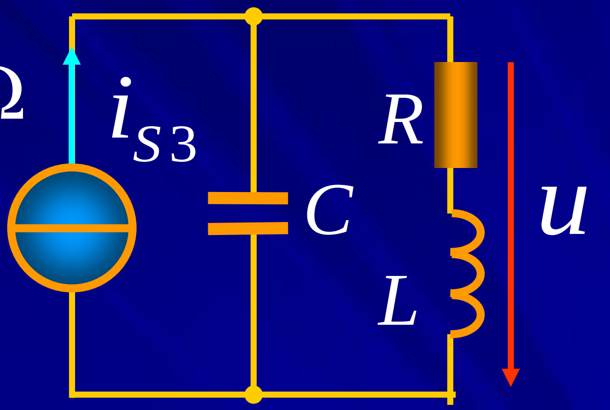
$X_L >> R$

$$Z(\omega_1) = \frac{(R + \text{j}X_L)\cdot(\text{j}X_C)}{R + \text{j}(X_L + X_C)} \approx -\frac{X_L X_C}{R} = \frac{L}{RC} = 50\text{k}\Omega$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot Z(\omega_1) = \frac{100\times 10^{-6}}{\sqrt{2}} \cdot 50 = \frac{5000}{\sqrt{2}}\ \text{mV}$$

(c)三次谐波作用　$i_{s3}=\dfrac{100}{3}\sin 3\cdot 10^{6}t\ \ \mu\text{A}$

$$\frac{1}{3\omega_1 C}=\frac{1}{3\times 10^{6}\times 1000\times 10^{-12}}=0.33\text{k}\Omega$$



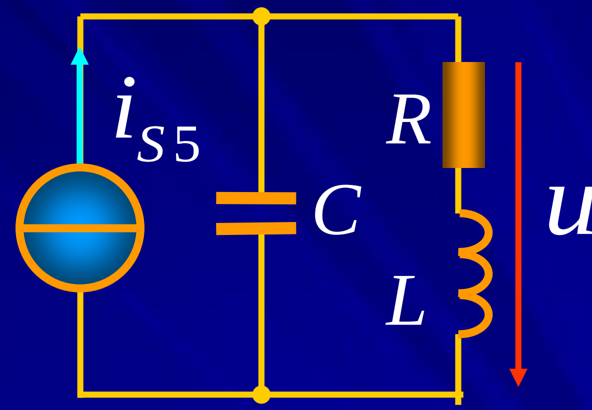
$$3\omega_1 L=3\times 10^{6}\times 10^{-3}=3\text{k}\Omega$$

$$Z(3\omega_1)=\frac{(R+\text{j}X_{L3})(-\text{j}X_{C3})}{R+\text{j}(X_{L3}-X_{C3})}=374.5\angle-89.19^{0}\,\Omega$$

$$\dot{U}_3=\dot{I}_{S3}\cdot Z(3\omega_1)=33.3\times\frac{10^{-6}}{\sqrt{2}}\times 374.5\angle-89.19^{0}$$

$$=\frac{12.47}{\sqrt{2}}\angle-89.2^{0}\,\text{mV}$$

(d)五次谐波作用　$i_{s5}=\dfrac{100}{5}\sin 5\cdot 10^{6}t\ \ \mu\mathrm{A}$



$$\frac{1}{5\omega_1 C}=\frac{1}{5\times 10^{6}\times 1000\times 10^{-12}}=0.2\mathrm{k}\Omega$$

$$5\omega_1 L=5\times 10^{6}\times 10^{-3}=5\mathrm{k}\Omega$$

$$Z(5\omega_1)=\frac{(R+\mathrm{j}X_{L5})(-\mathrm{j}X_{C5})}{R+\mathrm{j}(5X_{L5}-X_{C5})}=208.3\angle-89.53^{\circ}\Omega$$

$$\dot{U}_5=\dot{I}_{s5}\cdot Z(5\omega_1)=20\times 10^{-6}\Big/\sqrt{2}\cdot 208.3\angle-89.53^{\circ}$$

$$=\frac{4.166}{\sqrt{2}}\angle-89.53^{\circ}\mathrm{mV}$$

(3)各谐波分量计算结果瞬时值迭加：

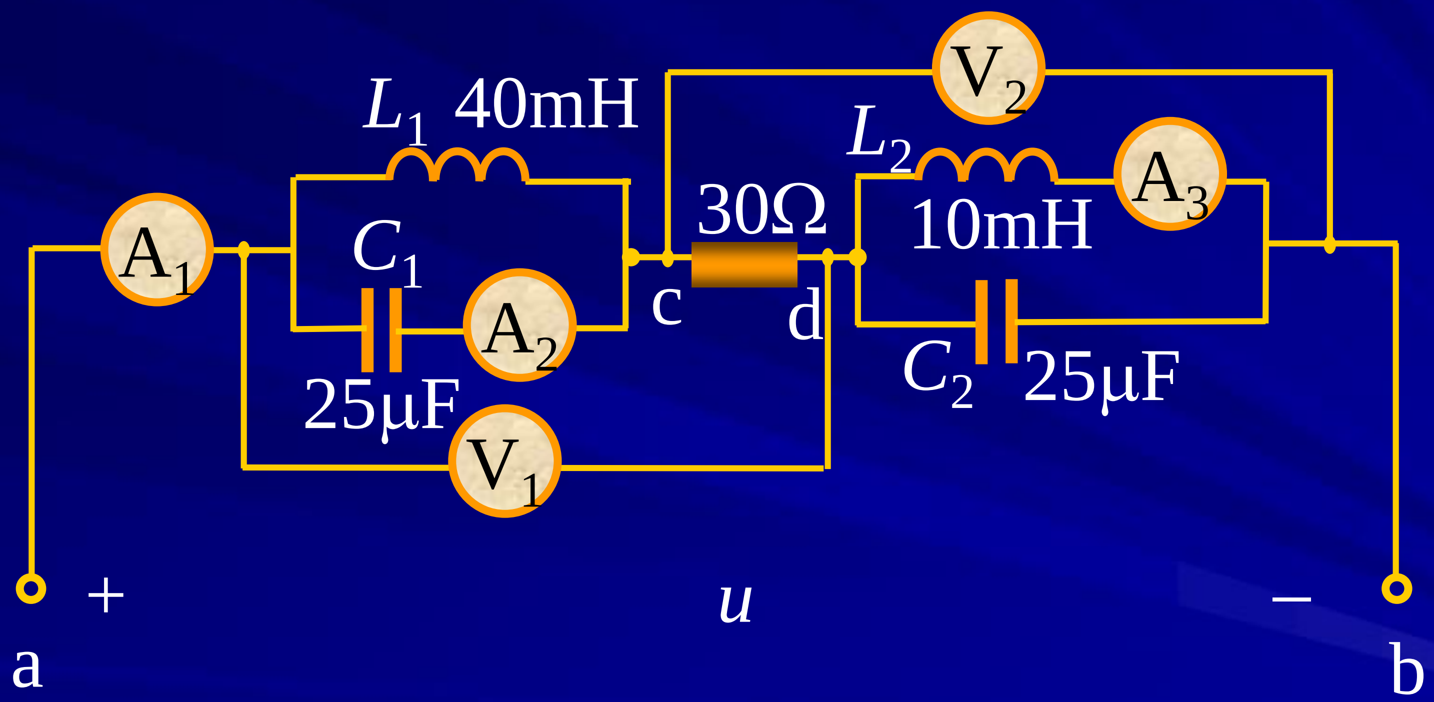
$$U_0 = 1.57\ \text{mV} \qquad \dot{U}_3 = \frac{12.47}{\sqrt{2}}\angle -89.2^\circ\ \text{mV}$$

$$\dot{U}_1 = \frac{5000}{\sqrt{2}}\text{mV} \qquad \dot{U}_5 = \frac{4.166}{\sqrt{2}}\angle -89.53^\circ\ \text{mV}$$

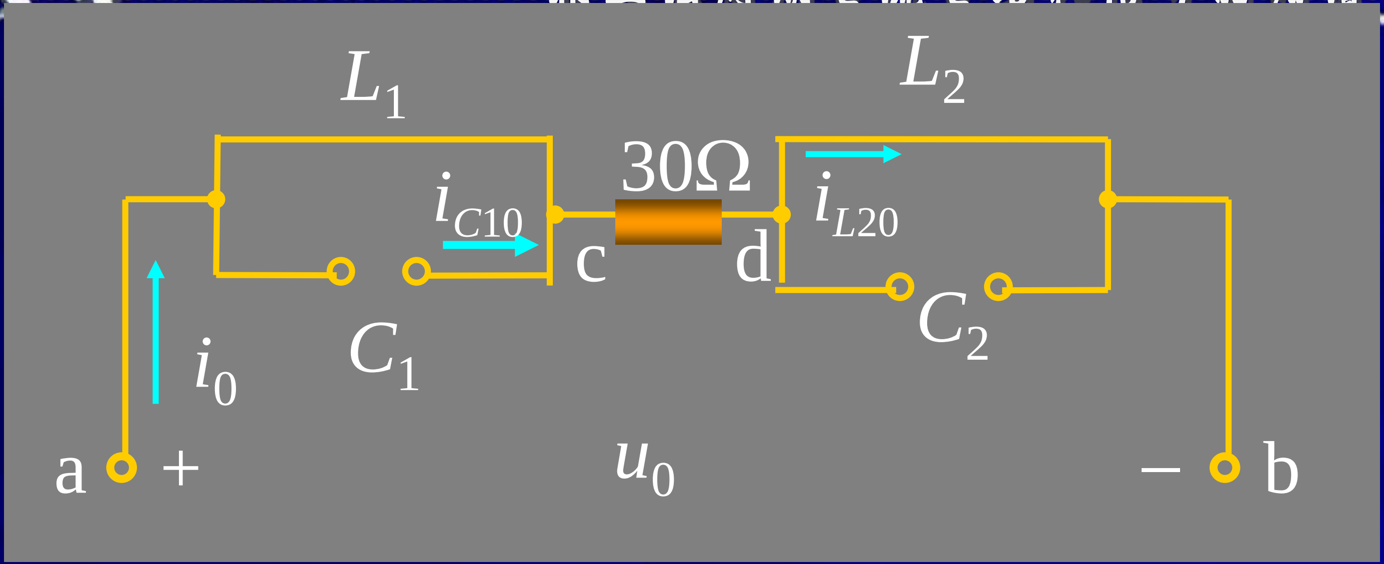
$$\begin{aligned} u &= U_0 + u_1 + u_3 + u_5 \\ &\approx 1.57 + 5000\sin\omega t \\ &\quad + 12.47\sin(3\omega t - 89.2^\circ) \\ &\quad + 4.166\sin(5\omega t - 89.53^\circ)\ \text{mV} \end{aligned}$$

例2　已知：$u = 30 + 120\cos 1000t + 60\cos(2000t + \frac{\pi}{4})$ V.

求电路中各表读数(有效值)。



解



(1)u_0=30V作用于电路，L_1、L_2短路，C_1、C_2开路。

$$i_0 = i_{L20} = u_0/R = 30/30 = 1\text{A},$$

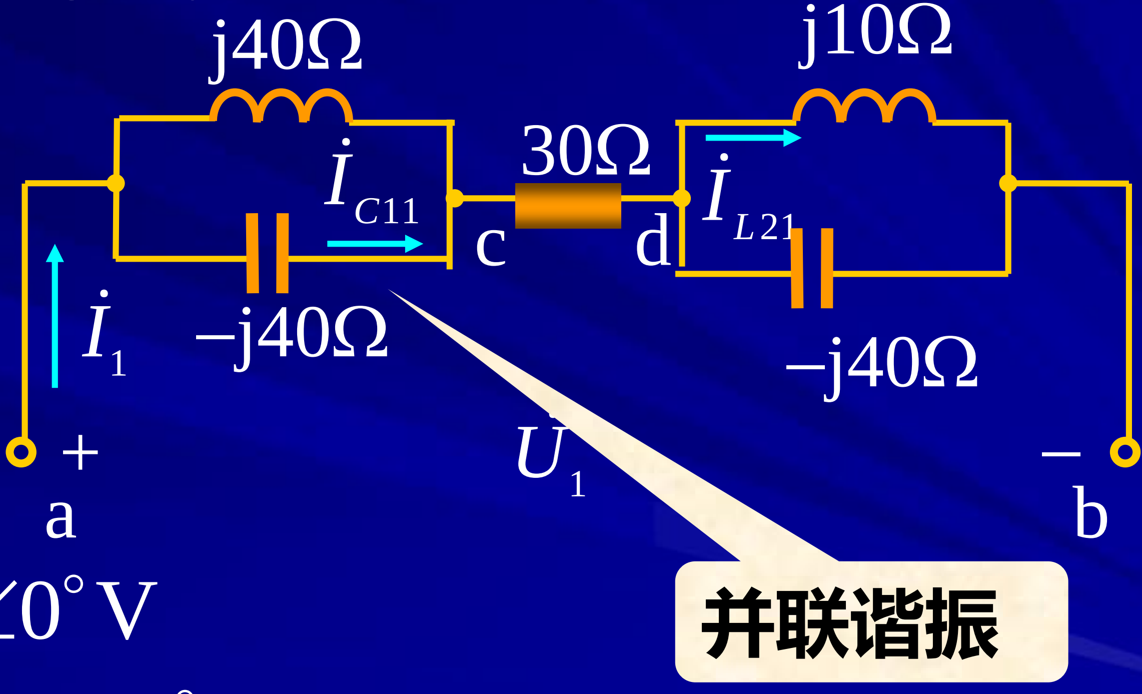
$$i_{C10} = 0,$$

$$u_{ad0} = u_{cb0} = u_0 = 30\text{V}$$

(2) $u_1=120\cos 1000t$ V作用

$$\omega L_1 = 1000\times 40\times 10^{-3} = 40\Omega \qquad \omega L_2 = 1000\times 10\times 10^{-3} = 10\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{1000\times 25\times 10^{-6}} = 40\Omega$$



$$\dot{U}_1 = 120\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{L21} = 0$$

$$\dot{U}_{cb1} = 0$$

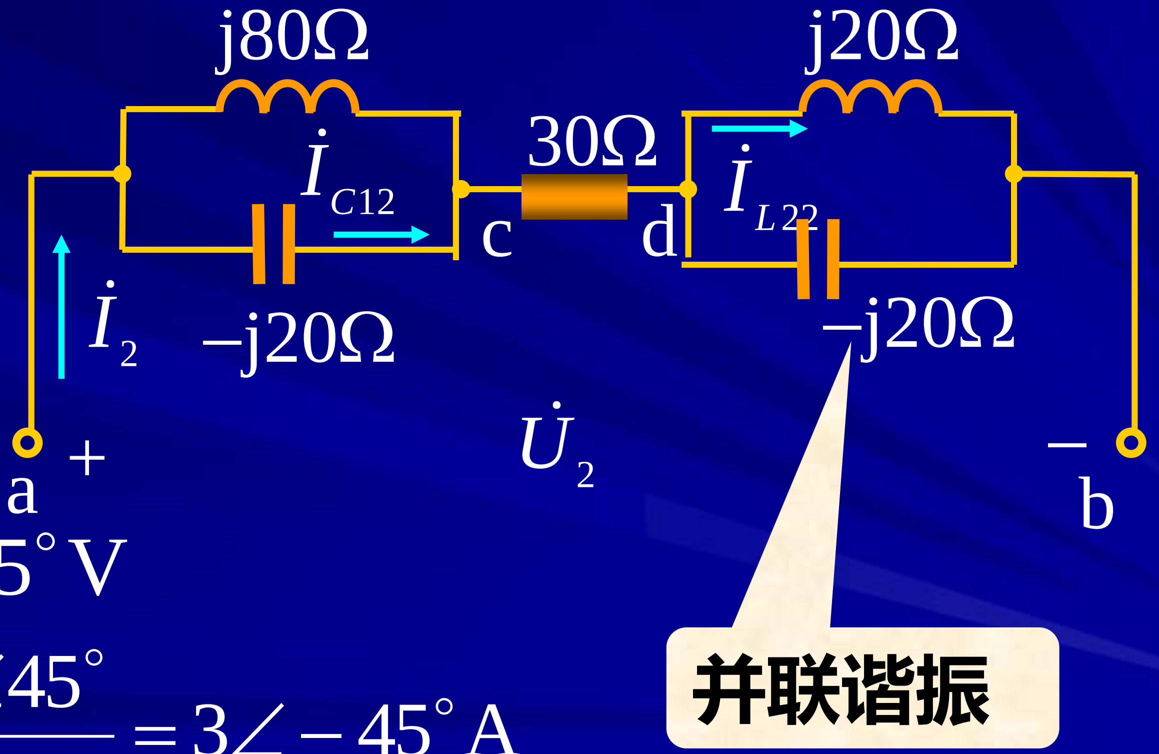
$$\dot{U}_{ad1} = \dot{U}_1 = 120\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{C11} = \mathrm{j}\omega C_1\dot{U}_1 = \frac{120\angle 0^\circ}{-\mathrm{j}40} = 3\angle 90^\circ \text{ A}$$

(3) $u_2=60\cos(2000t+\pi/4)$V**作用**

$$2\omega L_1=2000\times40\times10^{-3}=80\Omega,\quad 2\omega L_2=2000\times10\times10^{-3}=20\Omega$$

$$\frac{1}{2\omega C_1}=\frac{1}{2\omega C_2}=\frac{1}{2000\times25\times10^{-6}}=20\Omega$$



$$\dot U_2=60\angle45^\circ\text{V}$$

$$\dot I_2=\dot I_{C12}=0$$

$$\dot U_{ad2}=0$$

$$\dot U_{cb2}=\dot U_2=60\angle45^\circ\text{V}$$

$$\dot I_{L22}=\frac{\dot U_1}{j2\omega L_2}=\frac{60\angle45^\circ}{j20}=3\angle-45^\circ\text{A}$$

所求电压、电流的瞬时值为：

$$i=i_0+i_1+i_2=1\text{A}$$

$$i_{C1}=i_{C10}+i_{C11}+i_{C12}=3\cos(1000t+90°)\ \text{A}$$

$$i_{L2}=i_{L20}+i_{L21}+i_{L22}=1+3\cos(2000t-45°)\ \text{A}$$

$$u_{\text{ad}}=u_{\text{ad0}}+u_{\text{ad1}}+u_{\text{ad2}}=30+120\cos 1000t\ \text{V}$$

$$u_{\text{cb}}=u_{\text{cb0}}+u_{\text{cb1}}+u_{\text{cb2}}=30+60\cos(2000t+45°)\ \text{V}$$

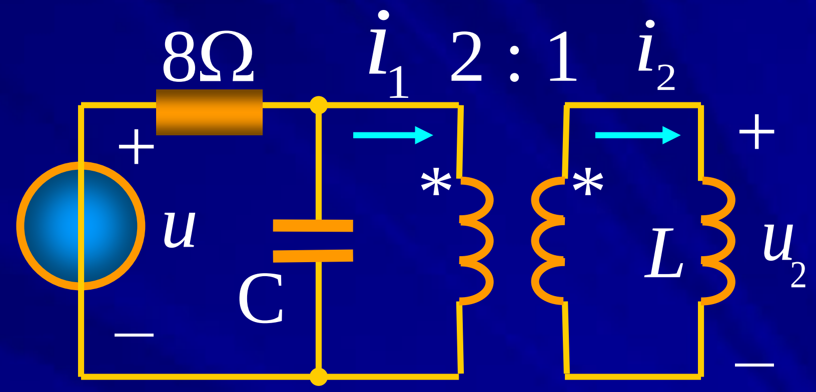
表A_1的读数： $I=1\text{A}$　　**表A_2的读数：** $3/\sqrt{2}=2.12\text{A}$

表A_3的读数： $\sqrt{1^2+(3/\sqrt{2})^2}=2.35\text{A}$

表V_1的读数： $\sqrt{30^2+(120/\sqrt{2})^2}=90\text{V}$

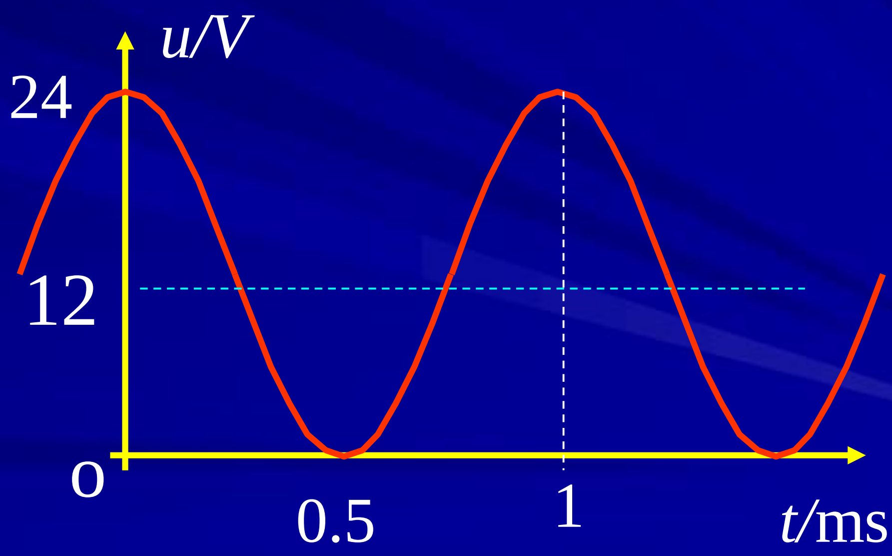
表V_2的读数： $\sqrt{30^2+(60/\sqrt{2})^2}=52.0\text{V}$

例3　已知$u(t)$是周期函数，波形如图，$L=1/2\pi$ H，C=125/π μF，求理想变压器原边电流$i_1(t)$及输出电压u_2的有效值。



解　$\omega = 2\pi / T = 2\pi \times 10^3 \mathrm{rad/s}$

$$u(t) = 12 + 12\cos(\omega t)$$



当u=12V作用时，电容开路、电感短路，有：

$$i_1 = 12/8 = 1.5\mathrm{A}$$

$$u_2 = 0$$

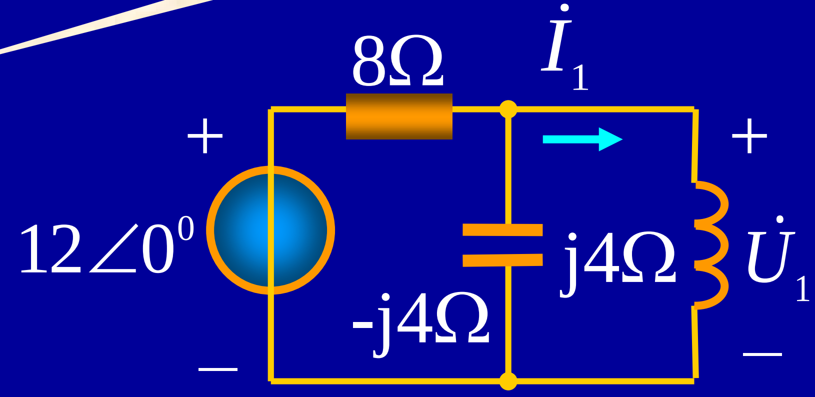
当 $u=12\cos(\omega t)$作用时

$$X_C=\frac{-1}{\omega C}=\frac{-\pi}{2\pi\times 10^3\times 125\times 10^{-6}}=-4\Omega$$

$$X_L=\omega L=2\pi\times 10^3\times\frac{1}{2\pi}\times 10^{-3}=1\Omega$$

振幅相量

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}}{j4}=\frac{12}{j4}=-j3\text{A}$$



$$\dot{U}_1=\dot{U}=12\angle 0^0\text{V}$$

$$\dot{U}_2=\frac{1}{n}\dot{U}_1=6\angle 0^0\text{V}$$

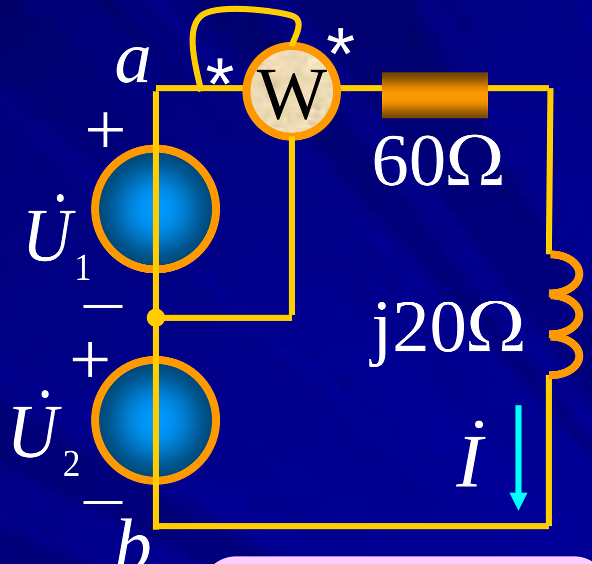
$$U_2=\frac{6}{\sqrt{2}}=4.243\text{V}$$

$$i_1=1.5+3\cos(\omega t-90^0)\text{A}$$

例4　已知：$u_1 = 220\sqrt{2}\cos\omega t\,\mathrm{V}$

$$u_2 = 220\sqrt{2}\cos\omega t + 100\sqrt{2}\cos(3\omega t + 30^0)\,\mathrm{V}$$

求U_{ab}、i、**及功率表的读数。**



解　$U_{ab} = \sqrt{440^2 + 100^2} = 451.22\,\mathrm{V}$

一次谐波作用：$\dot{U}_{ab(1)} = 440\angle 0^0\,\mathrm{V}$

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{440}{60 + \mathrm{j}20} = 6.96\angle -18.4^0\,\mathrm{A}$$

三次谐波作用：$\dot{U}_{ab(3)} = 100\angle 30^0\,\mathrm{V}$

$$\dot{I}_{(3)} = \frac{100\angle 30^0}{60 + \mathrm{j}60} = 1.18\angle -15^0\,\mathrm{A}$$

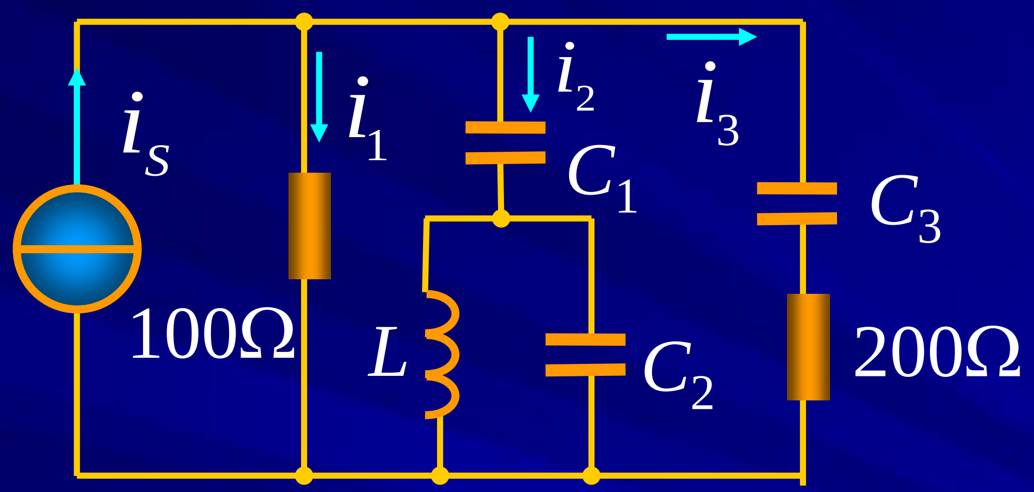
测的是u_1的功率

$$i = 6.96\sqrt{2}\cos(\omega t - 18.4^0) + 1.18\sqrt{2}\cos(3\omega t - 15^0)\,\mathrm{A}$$

$$P = 220 \times 6.96\cos 18.4 = 1452.92\,\mathrm{W}$$

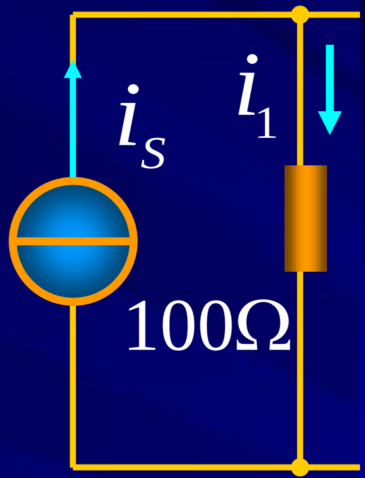
例5　已知：$i_s = 5 + 20\cos 1000t + 10\cos 3000t$ A

L=0.1H，$C_3 = 1\mu$F，C_1中只有基波电流，C_3中只有三次谐波电流，求C_1、C_2和各支路电流。



解　C_1中只有基波电流，说明L和C_2对三次谐波发生并联谐振。即：

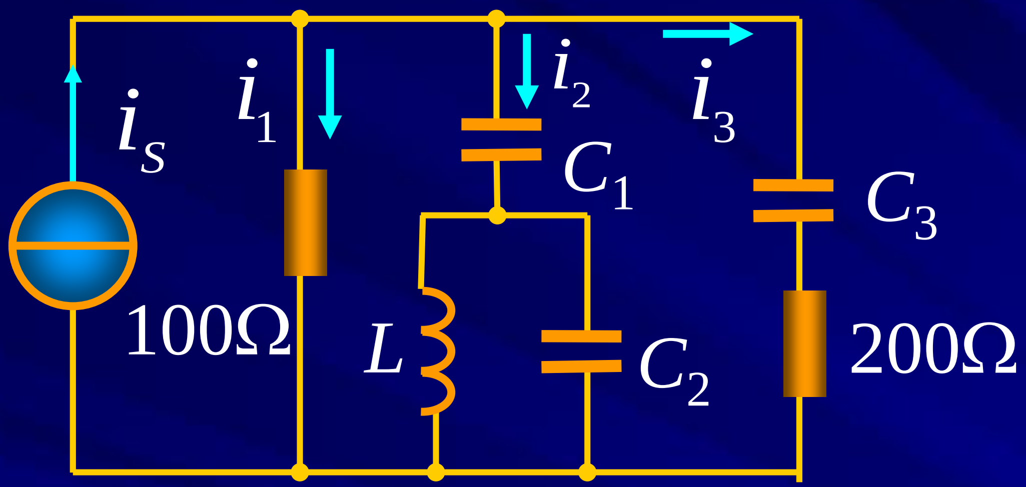
$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{9\times 10^5} F$$

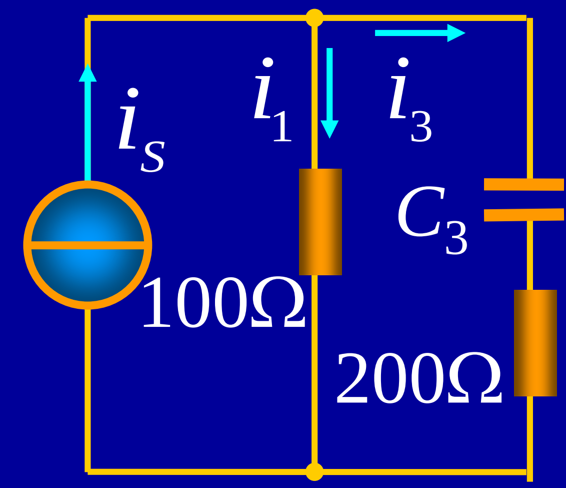


C_3**中只有三次谐波电流，说明**L、C_1、C_2**对一次谐波发生串联谐振。即：**

$$\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}+\frac{-L/C_2}{\mathrm{j}(\omega L-1/\omega C_2)}=0 \rightarrow C_1=\frac{8}{9\times10^5}\mathrm{F}$$

直流作用： $i_1=i_S=5\mathrm{A}$





一次谐波作用： $i_2(t) = i_S = 20\cos 1000t \ \text{A}$

三次谐波作用： $\dot{I}_{3(3)} = \dfrac{100 \times 10}{100 + 200 - \mathrm{j}10^3/3} = 2.23\angle 48^0 \ \text{A}$

$$\dot{I}_{1(3)} = \dot{I}_S - \dot{I}_{3(3)} = 10 - \frac{30}{9 - \mathrm{j}10} = 8.67\angle -11^0 \ \text{A}$$

$$i_1(t) = 5 + 8.67\cos(3000t - 11^0)\text{A}$$

$$i_3(t) = 2.23\cos(3000t + 48^0)\text{A}$$

13.5 对称三相电路中的高次谐波

1. 对称三相电路中的高次谐波

设 $u_A = u(t)$　$u_B = u(t - \frac{T}{3})$　$u_C = u(t - \frac{2T}{3})$

展开成傅里叶级数(k 为奇数)，则有：

$$\begin{cases} u_A = \Sigma U_{m(k)} \cos(k\omega_1 t + \phi_k) \\ u_B = \Sigma U_{m(k)} \cos(k\omega_1 t + \phi_k - \frac{2k\pi}{3}) \\ u_C = \Sigma U_{m(k)} \cos(k\omega_1 t + \phi_k + \frac{2k\pi}{3}) \end{cases}$$

A相

B相

C相

讨论

①令 $k=6n+1$，$(n=0,1,2\ldots)$，即：$k=1,7,13\ \ldots$

各相的初相分别为：

A相
B相
C相

$$\begin{cases}(\phi_k) \\ (\phi_k-4n\pi-\dfrac{2}{3}\pi) \\ (\phi_k+4n\pi+\dfrac{2}{3}\pi)\end{cases}$$

正序对称
三相电源

②令 $k=6n+3$，即：$k=3,9,15\ \ldots$

各相的初相分别为：

$$\begin{cases} \text{A相} & (\phi_k) \\ \text{B相} & (\phi_k-(2n+1)2\pi) \\ \text{C相} & (\phi_k+(2n+1)2\pi) \end{cases}$$

零序对称三相电源

③令 $k=6n+5$，即：$k=5,11,17\ \ldots$

各相的初相分别为：

$$\begin{cases} \text{A相} & (\phi_k) \\ \text{B相} & (\phi_k-(2n+2)2\pi+\frac{2}{3}\pi) \\ \text{C相} & (\phi_k+(2n+2)2\pi-\frac{2}{3}\pi) \end{cases}$$

负序对称三相电源

结论

①三相对称的非正弦周期量（奇谐波）可分解为3类对称组，即正序对称组、负序对称组和零序对称组。

②在上述对称的非正弦周期电压源作用下的对称三相电路的分析计算，按3类对称组分别进行。对于正序和负序对称组，可直接引用第12章的方法和有关结论，

2. 零序组分量的响应

①对称的三角形电源

零序组电压源是等幅同相的电源

$$\dot{U}_{\mathrm{A}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{B}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{C}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}$$

在三角形电源的回路中将产生零序环流

电源内阻

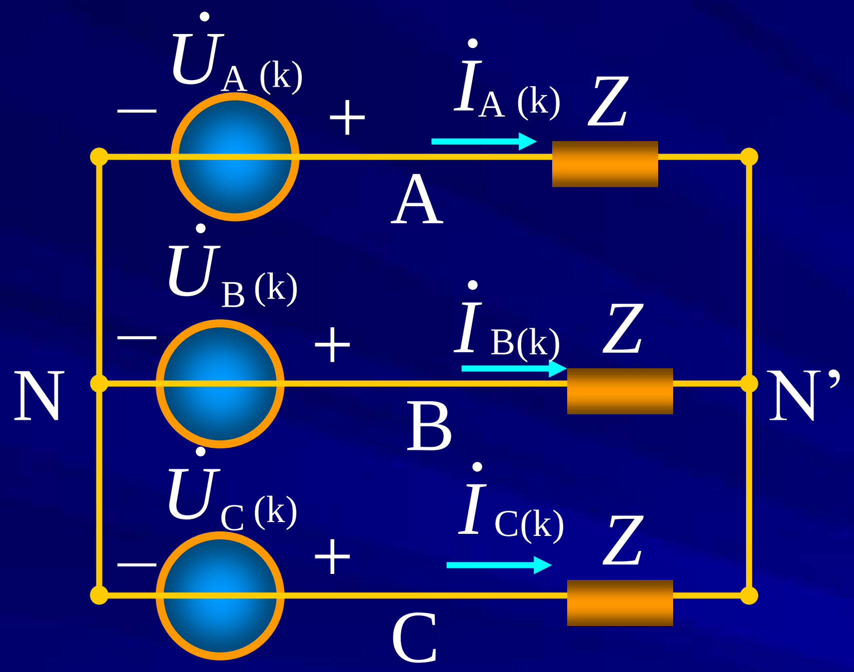
$$\dot{I}_{0(k)}(\text{零序})=\frac{3\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}}{3Z_0}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}}{Z_0}(\text{零序})$$

线电压 $\dot{U}_{\mathrm{AB}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{BC}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{CA}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}-\dot{I}_{0(k)}Z_0=0$

结论 ①在环流的作用下零序线电压为零

②整个系统中除电源中有零序组环流外，其余部分的电压、电流中将不含零序组分量。

②星形对称电源（无中线对称系统）



$$\dot U_{N'N(k)}(零序)=\dot U_{S(k)}(零序)$$

$$\dot I_{A(k)}=\dot I_{B(k)}=\dot I_{C(k)}=\frac{\dot U_{S(k)}-\dot U_{N'N}}{Z}=0$$

$$\dot U_{AB(k)}=\dot U_{A(k)}-\dot U_{B(k)}=0$$

$$\dot U_{BC(k)}=\dot U_{CA(k)}=0$$

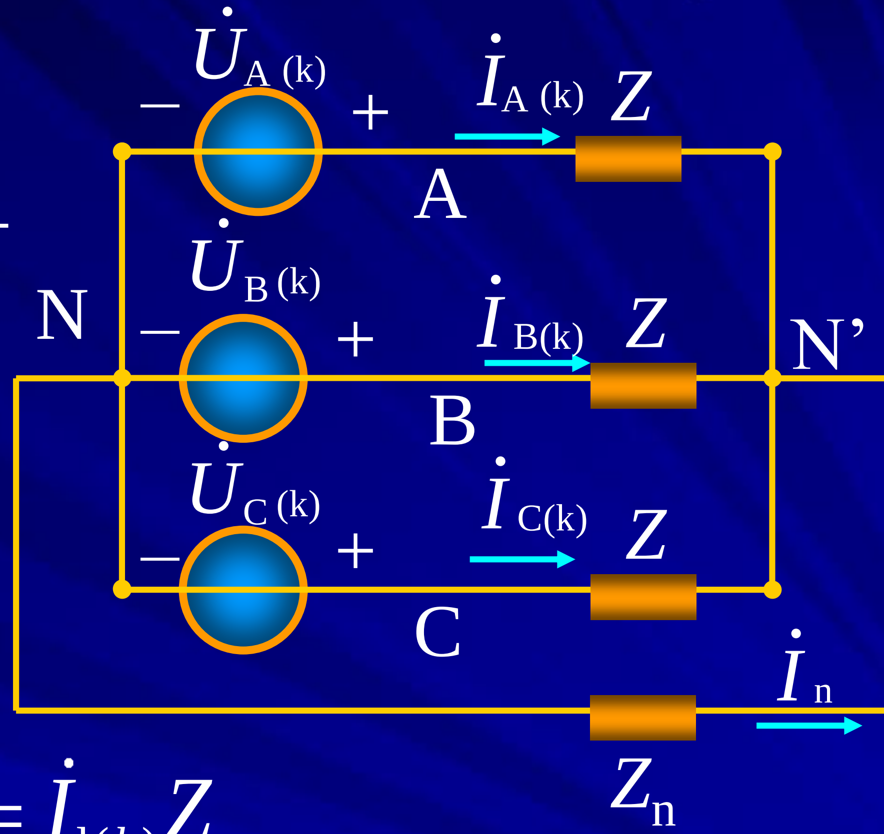
结论除了中点电压和电源相电压中含有零序组电压分量外，系统的其余部分的电压、电流都不含零序组分量。

③三相四线制对称系统

$$\dot I_{A(k)} = \dot I_{B(k)} = \dot I_{C(k)} = \dot I_{l(k)} = \frac{\dot U_{S(k)}}{Z+3Z_n}$$

$$\dot U_{N'N} = \frac{3Z_n \dot U_{S(k)}}{Z+3Z_n}$$

$$\dot I_{n(k)} = -3\dot I_{l(k)}$$



$$\dot U_{AN'(k)} = \dot U_{BN'(k)} = \dot U_{CN'(k)} = \dot I_{l(k)} Z$$

$$\dot U_{AB(k)} = \dot U_{BC(k)} = \dot U_{CA(k)} = 0$$

结论 除线电压外，电路中其余部分的电压、电流中都含零序组分量。