

PclCSharp

1 简介

2 PointCloudSharp命名空间

2.1 PointCloudXYZ

2.1.1 属性介绍

2.1.2 方法介绍

2.2 PointIndices

2.2.1 属性介绍

2.2.2 方法介绍

3 PclCSharp命名空间

3.1 Io

3.1.1 loadPlyFile

3.1.2 loadPcdFile

3.1.3 loadObjFile

3.1.4 stl2PointCloud

3.1.5 loadTxtFile

3.1.6 savePcdFile

3.1.7 savePlyFile

3.2 Filter

3.2.1 uniformDownSample

3.2.2 voxelDownSample

3.2.3 approximateVoxelDownSample

3.2.4 staFilter

3.2.5 passThroughFilter

3.2.6 sigamFilter

3.2.7 radiusFilter

3.3 Segmentation

3.3.1 oriGrowRegion

3.3.2 modifiedGrowRegion

3.3.3 euclideanCluster

3.4 Util

3.4.1 correctPlane

3.4.2 copyPcBaseOnIndice

3.5 SampleConsensus

3.5.1 fitPlane

PclCSharp

1 简介

该文档主要介绍PointCloudSharp命名空间和PclCSharp命名空间中的各个函数。

2 PointCloudSharp命名空间

PointCloudSharp中封装了pcl中存储点云的基本数据结构，包括

`pcl::PointCloud<pcl::PointXYZ>`、`vector<pcl::PointIndices>` 和

`pcl::PointCloud<pcl::Normal>` 等。目前封装好的只有 `pcl::PointCloud<pcl::PointXYZ>`、

`vector<pcl::PointIndices>` 这两类，其他的数据结构后续逐步封装。

2.1 PointCloudXYZ

该类是对 `pcl::PointCloud<pcl::PointXYZ>` 的封装。

2.1.1 属性介绍

1.Width: 表示点云宽度（如果点云是有序的，类似图像结构,则代表点云的列数），即一行点云的数量。

2.Height:表示点云高度（如果点云是有序的，类似图像结构,则代表点云的行数），即一列点云的数量。

若为有序点云，height可以大于1，即多行点云；若为无序点云，height需要等于1，即一行点云，此时width的数量即为点云的数量。

大部分传感器的数据源都是无序点云，但也有某些传感器，如TOF相机采集的数据源是有序点云。有序点云的优势在于，通过知道两个相邻点的关系，最近邻点操作会变得更加有效，因此可以加速计算。而对于无序点云来说，需要使用Kdtree或者Octree算法来给点云有序化，以此加快运行速度，这也是为什么大部分点云处理算法需要设置近邻数的原因（设置近邻数实际上是设置Kdtree或者Octree的参数）。

3.Size:整个点云的数量。

4.PointCloudXYZPointer:最重要的属性！**该属性实际是PCL中 `pcl::PointCloud<pcl::PointXYZ>` *。**为了提高运行效率，使用数组不是合适的选择。所以必须要把C++中的 `pcl::PointCloud<pcl::PointXYZ> *` 封装给C#使用。该属性在C#中是一个 **IntPtr类型**，里面包含了所有的点云信息。

2.1.2方法介绍

```
///  
///@brief 无参构造函数  
///@details 初始化一个空的点云对象  
public PointCloudXYZ()  
  
///  
///@brief 有参构造函数  
///@details 传入点云文件地址，加载对应的点云对象到_PointCloudPointer中  
///@param path 点云文件路径  
public PointCloudXYZ(string path)  
  
///  
///@brief 析构函数  
///@details 内存管理。当对象的生存期结束时，释放掉点云对象内存。这里容易出现野指针，万分注意！  
~PointCloudXYZ()  
  
///  
///@brief 获得某点的X值  
///@param index 点的索引号  
public double GetX(int index)  
  
///  
///@brief 获得某点的Y值  
///@param index 点的索引号  
public double GetY(int index)  
  
///  
///@brief 获得某点的Z值  
///@param index 点的索引号  
public double GetZ(int index)  
  
///  
///@brief 重置点云大小  
///@param size 点云的大小  
public void ReSize(int size)  
  
///  
///@brief 压入一个点，压入的位置在元素最后面  
///@param x 压入点的x值  
///@param y 压入点的y值
```

```

///@param z 压入点的z值
public void Push(double x, double y, double z)

///@brief 获得点云中的极值
///@param out_res 极值结果
///@details 使用一个double数组保存结果，大小为6.其中，
///第一第二个元素依次是x的最小值、最大值，第三第四个元素是y的最小最大值，后面依次类推
public void GetMinMaxXYZ(double[] out_res)
{
    getMinMaxXYZ(_PointCloudPointer, out_res);
}

///@brief 弹出一个点，类似于出栈，弹出的是元素中最后一个点
public void Pop()

///@brief 清空点云对象中所有点，对象的size属性变为0
public void Clear()

```

2.2 PointIndices

该类是对 `vector<pcl::PointIndices>` 的封装，**主要是为了解决存储分割结果的问题**。点云经过分割之后，会被分为n个点簇，每个点簇用点的索引表示，也就是pcl中的 `pcl::PointIndices`。整个结果用一个vector存储，也就是 `vector<pcl::PointIndices>`。C#中没有类似的结构，所以将其封装为 PointIndices类供C#使用。

2.2.1 属性介绍

1.Size:分割出来的点簇数量

2.PointIndicesPointer:**该属性实际是PCL中** `vector<pcl::PointIndices> *`，在C#中是一个IntPtr类型，里面包含了所有的点簇信息。

2.2.2 方法介绍

```

///@brief 无参构造函数
///@details 初始化一个空的点云索引对象
public PointIndices()

///@brief 析构函数
///@details 内存管理。当对象的生存期结束时，释放掉点云对象内存。这里容易出现野指针，万分注意！
~PointIndices()

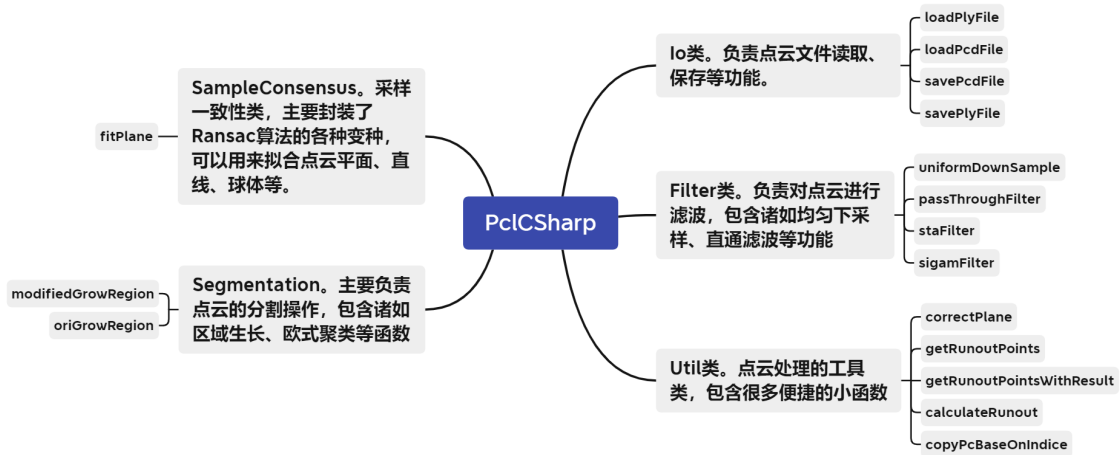
///@brief 根据索引获得对应的点簇指针，也就是pcl::PointIndices，一个点簇对应着一个分割结果
///@param index 索引号
public IntPtr GetPointIndice(int index)

///@brief 根据索引获得对应点簇索引的点数大小
///@param index 索引号
///@details 这个函数一般用于筛选点簇中。比如分割的结果中包含很多点簇，但我只想要点数最多或者最少的点簇，那就可以使用这个函数
///做一个判断，选出点数最多或最少的点簇
public int GetSizeOfIndice(int index)

```

3 PclCSharp命名空间

该命名空间中包含了pcl中点云处理的算法，暂时封装了Io、Filter、Segmentation、SampleConsensus和Util五个静态类，每个类大体对应着pcl的一个模块，后续有空会慢慢增加其他模块。各个类之间的依赖关系见下图



3.1 Io

Io模块中主要包含点云文件的读取保存功能，目前可加载pcd、ply、obj和stl格式的文件，并可将这四种格式文件转成pcd或者ply格式文件。

3.1.1 loadPlyFile

```
/// @brief 加载ply文件
/// @param path 文件路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
public static extern int loadPlyFile([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc);
```

3.1.2 loadPcdFile

```
/// @brief 加载pcd文件
/// @param path 文件路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
public static extern int loadPcdFile([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc);
```

3.1.3 loadObjFile

```
/// @brief 加载obj文件
/// @param path 文件路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
public static extern int loadObjFile([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc);
```

3.1.4 stl2PointCloud

```
/// @brief stl文件转为点云对象
/// @param path 文件路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
public static extern void stl2PointCloud([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc);
```

3.1.5 loadTxtFile

```
/// @brief 加载txt文件
/// @param path 文件路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
/// @attention txt文件内容格式：每个点的坐标数值为一行，xyz三轴坐标间用空格分割，整个文件中除了数字和空格不能有其他东西
public static extern int loadTxtFile([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc);
```

3.1.6 savePcdFile

```
/// @brief 保存pcd文件
/// @param path 保存的路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param binaryMode 是否保存为二进制文件，若参数大于0，则将点云文件保存为二进制文件，反之亦然
/// @note 如果需要查看保存的点云文件数据，则binaryMode参数应该小于或等于0；如果需要提高文件读取速度，binaryMode应大于0
public static extern void savePcdFile([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc, int binaryMode);
```

3.1.7 savePlyFile

```
/// @brief 保存ply文件
/// @param path 保存的路径
/// @param pc 点云对象指针，此处使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param binaryMode 是否保存为二进制文件，若参数大于0，则将点云文件保存为二进制文件，反之亦然
/// @note 如果需要查看保存的点云文件数据，则binaryMode参数应该小于或等于0；如果需要提高文件读取速度，binaryMode应大于0
public static extern void savePlyFile([MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
path, IntPtr pc, int binaryMode);
```

3.2 Filter

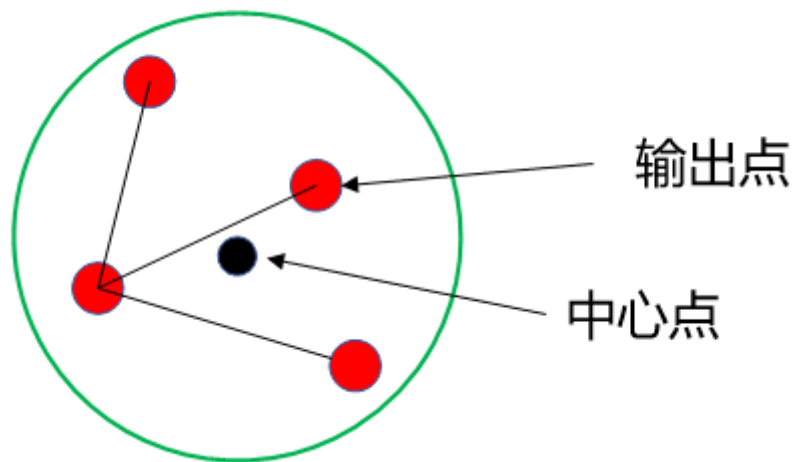
Filter模块主要实现点云的滤波功能，目前封装了均匀下采样、统计滤波、直通滤波、半径滤波等功能

3.2.1 uniformDownSample

```
/// @brief 对点云进行均匀下采样，可有效减少点云数量
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param radius 下采样半径，该值越大，采样后点云越稀疏
/// @param out_pc 采样后的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @note 在DD马达端面跳动测量中，radius建议取100
public static extern void uniformDownSample(IntPtr in_pc, double radius, IntPtr out_pc);
```

算法原理：

通过构建指定半径的球体对点云进行下采样滤波，将每一个球内距离球体中心最近的点作为下采样之后的点输出。



3.2.2 voxelDownSample

```
/// @brief 对点云进行体素下采样，可有效减少点云数量
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
/// @param leaf_size 下采样叶子尺寸，该值越大，采样后点云越稀疏
/// @param out_pc 采样后的点云对象指针，使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
/// @note 采用体素中心点替代体素内的所有点云，这种方法比直接使用中心点要慢，
/// 但是更加精确。该采样同时保存点云的形状特征，在提高配准，曲面重建，形状识别等算法速度中非常实用。
/// @attention 体素下采样的点并不是点云中的原始点，而是通过计算的中心点，这和均匀下采样不一样
/// 均匀下采样的点是点云原始点，所以在高精度测量领域，不应该用体素下采样!!!
public static extern void voxelDownSample(IntPtr in_pc, double leaf_size, IntPtr out_pc);
```

算法原理：它的原理是根据输入的点云，首先计算一个能够刚好包裹住该点云的立方体，然后根据设定的分辨率，将该大立方体分割成不同的小立方体。对于每一个小立方体内的点，计算他们的质心，并用该质心的坐标来近似该立方体内的若干点。

3.2.3 approximateVoxelDownSample

```
/// @brief 对点云进行近似体素下采样，可有效减少点云数量
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
/// @param leaf_size 下采样叶子尺寸，该值越大，采样后点云越稀疏
/// @param out_pc 采样后的点云对象指针，使用PointCloudSharp类的PointCloudPointer属性
/// @note 近似体素下采样比体素下采样速度更快，同样参数的情况下，采样后的点数也更多。它逼近的是体素质心
public static extern void approximateVoxelDownSample(IntPtr in_pc, double leaf_size, IntPtr out_pc);
```

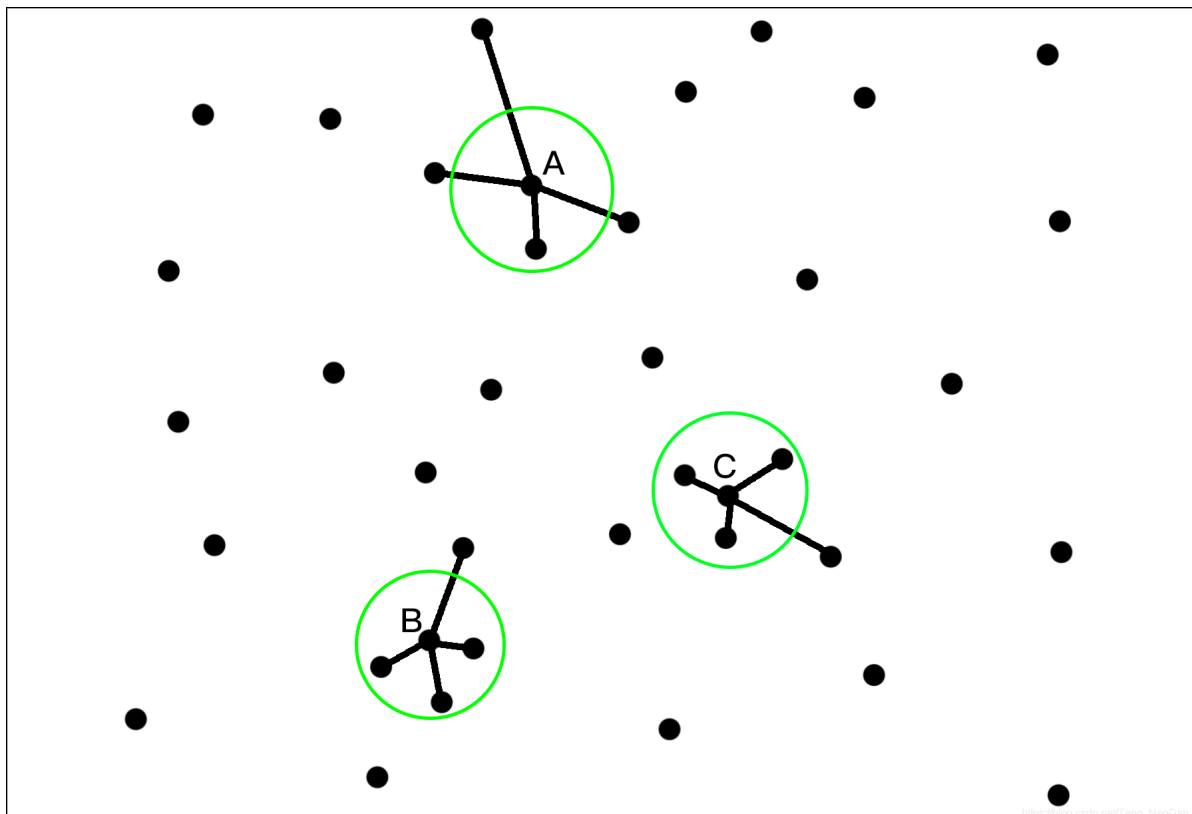
3.2.4 staFilter

```
/// @brief 对点云进行统计滤波，可去除离群点
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param neighbor_num 指定一个点的邻居数目
/// @param thresh 统计滤波阈值
/// @param out_pc 结果点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @note 点的平均距离在 $[\mu - \alpha \times \sigma, \mu + \alpha \times \sigma]$ 之外的点被剔除，thresh即是 $\alpha$ ，默认为1。
///  $\mu$ 和 $\sigma$ 分别是整个点云距离的均值和标准差。在DD马达端面跳动测量中，neighbor_num建议取50，thresh建议取1
public static extern void staFilter(IntPtr in_pc, int neighbor_num, float thresh, IntPtr out_pc);
```

算法原理：

逐点计算统计点与邻域中neighbor_num个点的平均距离。假设得到的距离的分布为高斯分布，就可以得到均值 μ 和标准差 σ ，以 $\mu + \text{std_mul} \times \sigma$ 为距离阈值，距离在区间之外的点便视为离群点。其中std_mul是用户指定的标准差倍数的阈值，即参数中的thresh。

如下图所示，圆形的半径为距离阈值，则A点邻域有3个点被视为离群点，B、C点邻域各有1个点被视为离群点。



3.2.5 passThroughFilter

```
/// @brief 对点云进行直通滤波处理
/// @details 直通滤波是一种依赖于坐标的滤波方法。通过指定要滤波的轴，并设置要过滤的大小区间来进行滤波
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param axis_name 指定对哪个轴过滤，只有三个参数供选择，分别是'x','y'和'z'。字母应小写
/// @param limit_min 过滤区间的最小值
/// @param limit_max 过滤区间的最大值
/// @param negative 指定是否反向过滤。negative大于0时，说明是反向过滤，即剔除[limit_min,limit_max]区间之内的点，反之亦然
/// @param out_pc 结果点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @note 一般来说，建议将negative设置为0，不执行反向过滤，即只剔除[limit_min,limit_max]区间之外的点
public static extern void passThroughFilter(IntPtr in_pc,
[MarshalAs(UnmanagedType.LPStr)] string
axis_name, float limit_min, float limit_max, int negative, IntPtr out_pc);
```

3.2.6 sigamFilter

```
/// @brief sigam法则剔除异常值
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param sigam_thresh sigam系数值，一般为3
/// @param out_pc 结果点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @note 在DD马达端面跳动测量中，sigam_thresh建议取2
public static extern void sigamFilter(IntPtr in_pc, int sigam_thresh, IntPtr out_pc);
```

3.2.7 radiusFilter

```
/// @brief 半径滤波，可去除离群点
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param radius 指定半径范围
/// @param num_thresh 在指定半径范围内的个数阈值。
/// @param out_pc 结果点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @note 半径滤波思路很简单，首先指定某点的半径范围，然后计算在该半径范围内的近邻点数目
/// 若该数目小于指定的num_thresh，则剔除该点。该滤波剔除稀疏的点云效果好
public static extern void radiusFilter(IntPtr in_pc, double radius, int num_thresh, IntPtr out_pc);
```

3.3 Segmentation

Segmentation模块主要封装了点云的分割功能，目前主要封装了区域生长和欧式分割等功能。

3.3.1 oriGrowRegion


```

/// @brief 原始区域生长
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param neighbor_num 指定一个点的邻居数目
/// @param smooth_thresh 两法向量夹角阈值
/// @param curva_thresh 曲率阈值
/// @param MinClusterSize 成为一个点云簇的最小点数
/// @param MaxClusterSize 成为一个点云簇的最大点数
/// @param out_pc 点云簇向量指针，存储了各个点云簇的索引。使用PointIndices类的
PointIndicesPointer属性
/// @note 获得了out_pc指针之后，里面只是存储了点云簇的索引，并不是真实的点云，所以还需要使用
Util类中的
copyPcBaseOnIndex函数将对应的点云簇复制出来
public static extern void oriGrowRegion(IntPtr in_pc, int neighbor_num, float
smooth_thresh,
float curva_thresh, int MinClusterSize,
int MaxClusterSize,
IntPtr out_Indices);

```

算法概述：

该算法的目的是合并平滑约束条件下足够接近的点。因此，该算法的输出数据结构是由聚类组成的数组，其中每个聚类都是被认为是同一光滑表面的一部分的点的集合。该分割算法适合于小曲率的阶梯面分割。

算法流程：

首先将曲率最小的点作为初始种子点，然后开始区域生长，过程如下：

- \1. 选中的点添加到种子集合中
- \2. 对于每一个种子点，找到它的邻近点。这里需要设置的就是neighbor_num参数，设置一个点的近邻数
- \3. 算出每个相邻点的法线和当前种子点的法线之间的角度，如果角度小于smooth_thresh阈值，认为这两点在一个平面上，则将当前点添加到当前区域。
- \4. 然后计算每个邻居点的曲率值，如果曲率小于阈值curva_thresh，那这个点将被添加到种子集合中进行下一步测试。
- \5. 将当前的种子从种子列表中移除。

一直重复上述步骤，直到种子列表变成空的，则区域生长结束。

3.3.2 modifiedGrowRegion

```

/// @brief 修改了的区域生长，这个函数将会直接返回点数最多的点云簇
/// @details 这个函数内部做了一次点云簇筛选，只选取点云数最多的点云簇作为输出，所以它的输出是
一个点云对象指针
/// 即PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param neighbor_num 指定一个点的邻居数目
/// @param smooth_thresh 两法向量夹角阈值
/// @param curva_thresh 曲率阈值
/// @param MinClusterSize 成为一个点云簇的最小点数
/// @param MaxClusterSize 成为一个点云簇的最大点数
/// @param out_pc 结果点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @note 在DD马达端面跳动测量中，neighbor_num建议取50，smooth_thresh和curva_thresh建议
取1
/// MinClusterSize建议取100，MaxClusterSize建议取5000000

```

```

public static extern void modifiedGrowRegion(IntPtr in_pc, int neighbor_num,
float smooth_thresh,
float curva_thresh, int
MinClusterSize, int MaxClusterSize,
IntPtr out_pc);

```

3.3.3 euclideanCluster

```

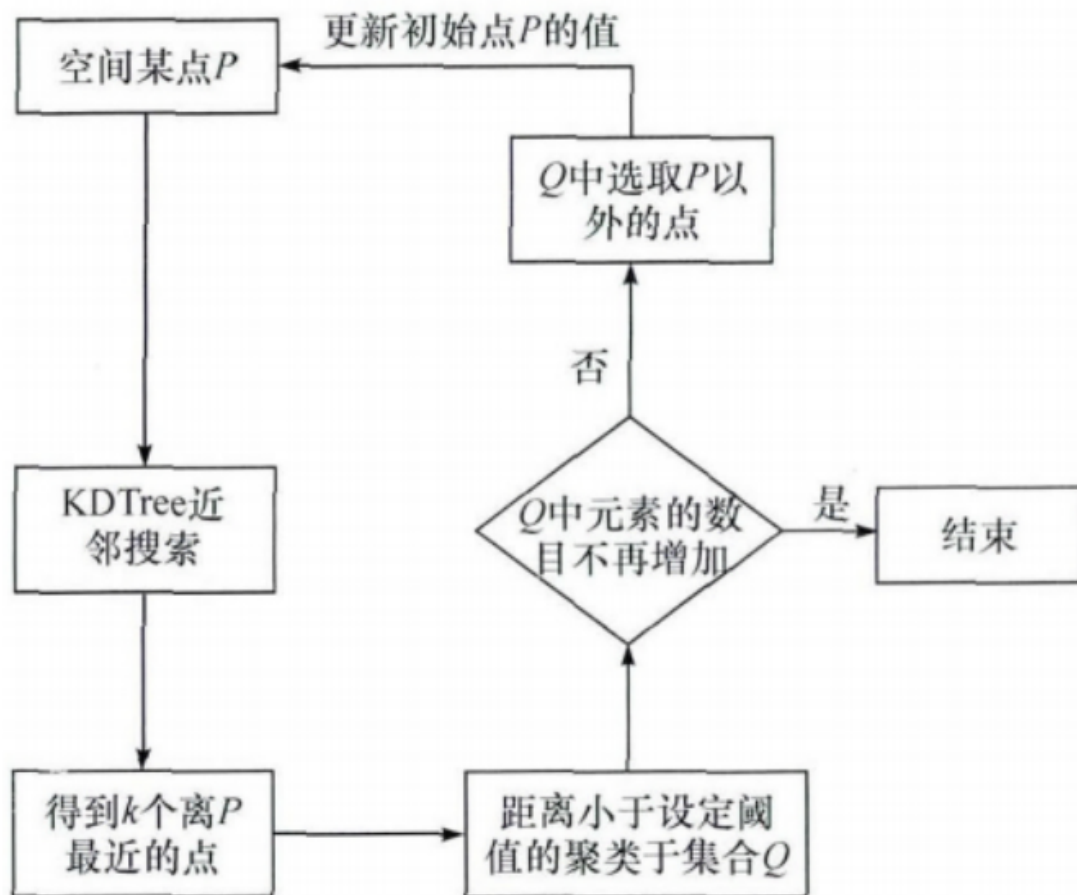
/// @brief 欧式聚类
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param distance_thresh 欧式聚类的距离阈值，欧式聚类小于这个距离的点被归为一类
/// @param MinClusterSize 成为一个点云簇的最小点数
/// @param MaxClusterSize 成为一个点云簇的最大点数
/// @param out_pc 点云簇向量指针，存储了各个点云簇的索引。使用PointIndices类的
PointIndicesPointer属性
/// @note 获得了out_pc指针之后，里面只是存储了点云簇的索引，并不是真实的点云，所以还需要使用
util类中的
copyPcBaseOnIndices函数将对应的点云簇复制出来。
/// @attention 该算法时间复杂度有点高
public static extern void euclideanCluster(IntPtr in_pc, double distance_thresh,
int MinClusterSize,
int MaxClusterSize, IntPtr
out_Indices);

```

算法流程：

- 1 找到空间中某点p10，有kdTree找到离他最近的n个点，判断这n个点到p的距离。将距离小于阈值r的点p12,p13,p14...放入Q中；或者找距离他指定范围内的所有点，放入Q中。
- 2 在 Q(p10) 里找到一点p12,重复1
- 3 在 Q(p10,p12) 找到一点，重复1，找到p22,p23,p24...全部放进Q里

4 当 Q 再也不能有新点加入了，则完成搜索了；



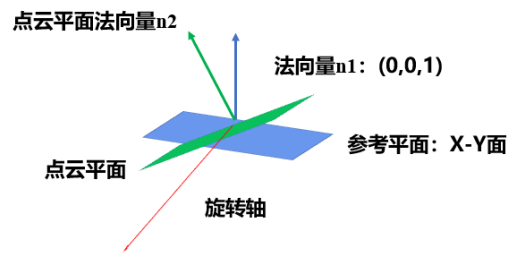
3.4 Util

Util模块主要封装了一些实用的工具函数，比如校正平面、根据点云索引复制点云

3.4.1 correctPlane

```
/// @brief 将点云校正到和法向量为 (0,0,1) 平面平行
/// @param in_pc 输入的点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param normal 待校正平面的方程系数
/// @param out_pc 结果点云对象指针，使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
public static extern void correctPlane(IntPtr in_pc, float[] normal, IntPtr out_pc);
```

算法原理:



目的:

将点云平面旋转到和参考平面平行

步骤:

旋转前法向量为n2, 旋转后法向量为n1 (0,0,1)。

(1)把两个向量单位化, 再通过点积可直接求得向量的夹角 θ ;

(2)对n1、n2两向量叉积求得垂直于这两个向量所在平面的法向量, 即旋转轴, 将旋转轴单位化得到单位向量k。

(3)最后将夹角 θ 和旋转轴的单位向量k代入罗德里格斯旋转公式, 即可得到对应的旋转矩阵。

(4)最后利用得到的旋转矩阵对点云平面作旋转变换

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta + k_x^2(1 - \cos \theta) & k_x k_y(1 - \cos \theta) - k_z \sin \theta & k_y \sin \theta + k_x k_z(1 - \cos \theta) \\ k_z \sin \theta + k_x k_y(1 - \cos \theta) & \cos \theta + k_y^2(1 - \cos \theta) & -k_x \sin \theta + k_y k_z(1 - \cos \theta) \\ -k_y \sin \theta + k_x k_z(1 - \cos \theta) & k_x \sin \theta + k_y k_z(1 - \cos \theta) & \cos \theta + k_z^2(1 - \cos \theta) \end{bmatrix}$$

3.4.2 copyPcBaseOnIndice

```
/// @brief 根据点云的索引复制点云
/// @param in_pc 输入的目标点云
/// @param in_indice 输入的点云索引指针, 它应该是从PointIndices类中的GetPointIndices函数
/// 中获取。
/// 这指定了你要从in_pc中复制的点云索引
/// @param out_pc 返回复制好的点云
/// @note 这个函数应该与oriGrowRegion配合使用
public static extern void copyPcBaseOnIndice(IntPtr in_pc, IntPtr in_indice,
IntPtr out_pc);
```

3.5 SampleConsensus

SampleConsensus模块主要封装了一些基于随机抽样一致性的算法, 比如基于Ransac的点云平面拟合等

3.5.1 fitPlane

```
/// @brief 使用Ransac算法拟合点云平面
/// @param in_pc 输入的点云对象指针, 使用PointCloudXYZ类的PointCloudXYZPointer属性
/// @param distance_thresh 距离阈值
/// @param max_itera 最大迭代次数
/// @param normal 返回拟合平面的一般方程系数, 依次包含a、b、c、d四个值。方程形式为
ax+by+cz+d=0
/// @return 返回的是拟合的点云平面与法向量是 (0,0,1)平面的夹角
/// @note 在DD马达端面跳动测量中, distance_thresh建议取10, max_itera建议取100
public static extern float fitPlane(IntPtr in_pc, float distance_thresh, int
max_itera, float[] normal);
```

算法原理:

- (1) 首先, 随机选择两个点确定一个直线方程。
- (2) 通过这两个点, 我们可以计算出这两个点所表示的模型方程 $y=ax+b$ 。
- (3) 我们将所有的数据点套到这个模型中计算误差, 这里的误差可以是每个点到直线的距离之和。

(4) 我们找到所有小于误差阈值的点，也就是内点。从下图可以看到，蓝色的点是内点，红色的点是外点。

(5) 然后我们再重复 (1) ~ (4) 这个过程，直到达到一定迭代次数后，我们选出内点数目最多的模型，作为问题的解。