# Durch Orientierungsschätzung unterstütztes Multitarget Tracking für optische Bandsortierer<sup>1</sup>

Florian Pfaff<sup>2</sup>

Abstract: Um bei optischen Bandsortierern eine hohe Zuverlässigkeit der Separation zu erzielen, sind präzise Vorhersagen der Teilchenbewegung unerlässlich. Ersetzt man die bisher übliche Zeilenkamera durch eine Flächenkamera, wird es möglich, die Teilchen mithilfe auf das Problem zurechtgeschnittener Verfahren über die Zeit hinweg zu tracken. Aus den Informationen über die Teilchenbewegung können unter Verwendung neu eingeführter Bewegungsmodelle präzise Vorhersagen abgeleitet werden. Neben den Positionen werden auch die Orientierungen der Teilchen geschätzt. Hierfür werden echtzeitfähige Schätzer beschrieben, die bisherige Verfahren in ihrer Schätzqualität übertreffen. Die vorgestellten Verfahren verwenden orthogonale Basisfunktionen. Der Einsatz variabler Anzahlen von berücksichtigten Funktionen erlaubt einen flexiblen Trade-off zwischen Laufzeit und Genauigkeit. Durch Integration der geschätzten Orientierungen in das Tracking der Teilchen kann dessen Zuverlässigkeit weiter erhöht werden. Insgesamt zeigt die Arbeit, dass der Einsatz einer Flächenkamera in Kombination mit maßgeschneiderten Algorithmen ermöglicht, die Vorhersagen und somit auch die erwartete Sortierqualität von optischen Bandsortierern signifikant zu verbessern.

# 1 Einleitung

Für viele Industriezweige sind Schüttgüter von großer Bedeutung. Schätzungen gehen davon aus, dass rund 10 % des weltweiten Energiebedarfs auf den Transport und die Verarbeitung von Schüttgütern entfällt. Ein zentraler Prozess ist das Auftrennen eines heterogenen Schüttgutstroms in unterschiedliche Klassen, beispielsweise um diesen von Verunreinigungen zu trennen. Einige Sortieraufgaben lassen sich nicht hinreichend mittels klassischer Verfahren wie dem Sieben trennen. Optische Bandsortierer bieten die Möglichkeit, Materialströme auf Basis bildgebender Verfahren aufzuspalten. Als Merkmale zur Unterscheidung von Schüttgutteilchen lassen sich nicht nur die Form und Farbe der Teilchen nutzen, sondern beispielsweise auch Unterschiede in der Infrarotstrahlung oder der radioaktiven Strahlung.

Der schier unendlichen Vielfalt unterscheidbarer Schüttgüter steht lediglich der aufwendige Separationsprozess gegenüber. In einem optischen Bandsortierer, wie ihn Abb. 1 zeigt, werden die Teilchen des Schüttguts zunächst auf ein Förderband aufgebracht. Dieses dient dazu, die Relativbewegung der Teilchen zueinander zu reduzieren und sie so weit wie möglich auf eine identische Geschwindigkeit zu beschleunigen. Nachdem die Teilchen am Ende des Bandes in eine Flugphase übergegangen sind, erreichen sie den Separationsmechanismus. Dieser besteht aus einem Druckluftdüsenbalken, der parallel zur Bandkante

 $<sup>^{1}\,</sup>Englischer\,Titel\,der\,Dissertation:\,,\!Multitarget\,Tracking\,Using\,Orientation\,Estimation\,for\,Optical\,Belt\,Sorting"$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Karlsruher Institut für Technologie, pfaff@kit.edu

ausgerichtet ist. Der Düsenbalken verfügt über mehrere Ventile. Abhängig vom angesteuerten Ventil können Druckluftstöße an unterschiedlichen Stellen entlang des Düsenbalkens generiert werden, um so gezielt einzelne Teilchen auszuschleusen.

Bisher nutzten industriell eingesetzte optische Bandsortierer zur Klassifikation und Lokalisierung der Schüttgutteilchen eine Zeilenkamera, mittels derer eine Linie parallel zum Düsenbalken beobachtet werden kann. Aufgrund von Verzögerungen in der Datenverarbeitung und der Düsenansteuerung muss die Beobachtung des jeweiligen Teilchens zeitlich hinreichend vor der Separation erfolgen. Die Zeitspanne zwischen Lokalisierung und Separation muss durch eine Vorhersage überbrückt werden. Bei klassischen Systemen wird dabei typischerweise angenommen, dass die Teilchen sich ausschließlich in Transportrichtung bewegen und dabei die gleiche Geschwindigkeit aufweisen. Passt die Teilchenbewegung, wie in Abb. 2 dargestellt, nicht zu diesen Annahmen, können Druckluftstöße generiert werden, die das Teilchen nicht treffen.

Diesem Problem lässt sich durch Verwendung einer Flächenkamera begegnen. Im nächsten Abschnitt werden auf das Problem zurechtgeschnittene Verfahren erläutert, mittels derer die Trajektorien der Schüttgutteilchen erfasst und vorhersagt werden können. Um das

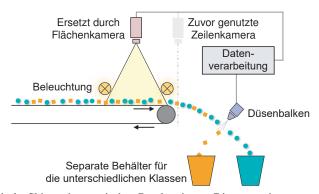


Abb. 1: Schematische Skizze eines optischen Bandsortierers. Die zuvor eingesetzte Zeilenkamera ist semitransparent dargestellt und die neu eingeführte Flächenkamera ist hellrot gefärbt.

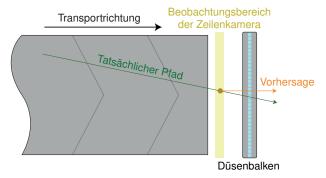


Abb. 2: Illustration der falschen Aktivierung einer Düse bei Verwendung einer Zeilenkamera.

Tracking robuster zu gestalten, wird in Abschn. 3 auf Filter zum Schätzen der Orientierungen der Schüttgutteilchen eingegangen. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick finden sich im letzten Abschnitt.

### 2 Tracking der Schüttgutteilchen zur Verbesserung der Separation

Die Strecke von der Aufgabe der Schüttgutteilchen bis zum Erreichen des Düsenbalkens kann in unterschiedliche Phasen unterteilt werden, die in Abb. 3 illustriert sind. Ist ein Teilchen noch nicht im Sichtbereich der Kamera, so wird es lediglich durch das Band beruhigt. Hat es den Sichtbereich betreten, wird das Teilchen basierend auf regelmäßigen Beobachtungen getrackt. Verbleibt weniger als eine vorgegebene Zeit bis zum Erreichen des Düsenbalkens, muss die Separationsentscheidung getroffen werden. Die sich anschließende Prädiktionsphase muss zur korrekten Ansteuerung der Düsen mithilfe einer Vorhersage überbrückt werden. Da die Separation während des Flugs durchgeführt wird, überschneiden sich Prädiktions- und Flugphase. Im Folgenden wird zunächst betrachtet, wie Schüttgutteilchen in der Trackingphase getrackt werden können. Anschließend werden Modelle zur Überbrückung der Prädiktionsphase vorgestellt.

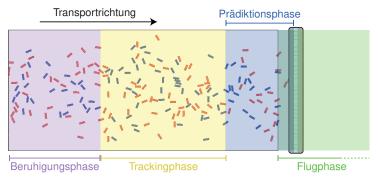


Abb. 3: Phasen des Teilchentransports.

## 2.1 Tracking der Schüttgutteilchen

Die Herausforderung, mehrere Ziele gleichzeitig zu tracken, ist in der Literatur als Multitarget-Tracking-Problem bekannt [BP99]. Verfahren, die direkt auf den Bilddaten aufbauen, sind nicht für Anwendungsfälle ausgelegt, bei denen hunderte bis tausende Objekte gleichzeitig getrackt werden müssen. Deshalb wurden die Bilddaten mithilfe geeigneter Bildverarbeitungsalgorithmen zunächst auf Punktmessungen in Form der Zentroide der Teilchen reduziert. Eine beispielhafte Pipeline besteht aus einer Background Subtraction, dem Erkennen von Einzelteilchen mithilfe von Connected-Component Labeling und der anschließenden Zentroidbestimmung. Letztere kann beispielsweise durch Berechnung des ersten Image Moments erfolgen.

Eine Herausforderung beim Tracking von Schüttgutteilchen ist, dass diese in der Regel nur mit nicht vertretbarem Aufwand eindeutig voneinander unterschieden werden können. Somit ist bei jeder vorliegenden Messung unklar, von welchem Teilchen sie stammt. Zur Lösung dieses Problems sind Vorhersagen der Teilchenpositionen im nächsten Zeitschritt essenziell. In dieser Arbeit wurde ein Global Nearest Neighbor (GNN) eingesetzt, der eine Eins-zu-eins-Zuordnung zwischen den Vorhersagen und Messungen festlegt. Der GNN kann auch bei hohen Anzahlen an Teilchen angewendet werden und die eindeutigen Zuordnungen erlauben es, visuelle Merkmale aus unterschiedlichen Zeitschritten eindeutig einem Teilchen zuzuordnen. Somit können Informationen über das Teilchen gesammelt werden, um beispielsweise Beschädigungen zuverlässiger zu erkennen.

Bei additiven normalverteilten Rauschtermen minimiert die wahrscheinlichste Zuordnung die Summe der Mahalanobis-Distanzen der zueinander zugeordneten Vorhersagen und Messungen [Ma07, Abschn. 10.3]. Bei Mahalanobis-Distanzen werden Abweichungen entlang Richtungen hoher Unsicherheit weniger bestraft als Abweichungen entlang Richtungen geringer Unsicherheit. Um die optimale Zuordnung effizient zu finden, erstellt man eine Assoziationsmatrix, die die Mahalanobis-Distanzen aller Paare enthält. Für N Teilchen und O(N) Messungen lässt sich die beste Zuordnung in  $O(N^3)$  finden.

Im realen Sortierbetrieb kommt es regelmäßig vor, dass Teilchen neu in den Sichtbereich eintreten oder diesen verlassen. Dies wird berücksichtigt, indem der Assoziationsmatrix zusätzliche Zeilen und Spalten hinzugefügt werden. Um passende Werte für diese zu finden, wird Wissen darüber eingebracht, wo die Teilchen in den Sichtbereich eintreten und wo sie diesen verlassen. Besagt die aktuelle Bewegungsvorhersage eines Teilchens, dass sich dieses nun außerhalb des Sichtbereichs befindet, so ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass es nicht erneut beobachtet wird (siehe Abb. 2). Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Messung von einem neu in den Sichtbereich eingetretenen Teilchen stammt, ist maßgeblich von den Geschwindigkeiten der Teilchen beim Eintreten in den Sichtbereich abhängig. Eine grobe Schätzung für diese Geschwindigkeit reicht aus, um das Tracking zu initialisieren. Indem man Wissen über bereits beobachtete Teilchen nutzt, kann die Schätzung der anfänglichen Geschwindigkeit mit der Zeit verbessert werden.

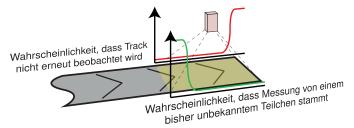


Abb. 4: Positionsabhängige Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen nicht erneut beobachtet wird oder dass eine Beobachtung zu einem neuen Teilchen gehört. Der Sichtbereich der Kamera (hellrot) ist gelb dargestellt.

#### 2.2 Bewegungsmodelle für die Überbrückung der Prädiktionsphase

Um die Separation zu verbessern, wird basierend auf Bewegungsmodellen vorhergesagt, wo und wann auszuschleusende Teilchen den Düsenbalken passieren. Da hierfür die Teilchenbewegung mehrere Zeitschritte in die Zukunft vorhergesagt werden muss, sind akkurate Bewegungsmodelle von großer Bedeutung. In der Tracking-Literatur [LJ03] finden sich Modelle wie das Constant Velocity Model und das Constant Acceleration Model. Bei ersterem wird angenommen, dass die Geschwindigkeit des bewegten Objekts gleichbleibend ist, wohingegen bei letzterem eine konstante Beschleunigung angenommen wird. Diese Modelle eignen sich nur eingeschränkt zur Modellierung der Bewegung der Schüttgutteilchen, da deren Bewegungsverhalten maßgeblich von der Differenzgeschwindigkeit zu dem Förderband abhängig ist.

Bei der Entwicklung neuer Bewegungsmodelle wurde auf Daten einer physikalischen Simulation eines Bandsortierers [Pi16] zurückgegriffen. In den Simulationsdaten liegen die Positionen der Schüttgutteilchen ohne Fehler in der Bildakquise und Bildverarbeitung vor, sodass ein Fokus auf die Teilchenbewegungen möglich ist. Im Folgenden werden unterschiedliche Modelle für die zeitliche und örtliche Vorhersage vorgestellt. Ihnen liegt die Annahme zugrunde, dass sich künftige Teilchen ähnlich wie zuvor beobachtete Teilchen verhalten.

Bei dem neuen Modell für die zeitliche Vorhersage wird angenommen, dass auf alle Teilchen in der Prädiktionsphase eine ähnliche mittlere Beschleunigung wirkt. Diese wird basierend auf den Informationen über zuvor beobachtete Teilchen approximiert. Bei geeigneter Wahl des Sichtbereichs kann der Zeitpunkt  $t^{\text{Wahr}}$ , an dem ein Teilchen die Koordinate  $x^{\text{Düsen}}$  des Düsenbalkens in Transportrichtung erreicht hat, präzise ermittelt werden. Darauf basierend löst man für alle Teilchen abhängig von der letzten nutzbaren Schätzung für die Position  $x^{\text{Letzte}}$  und Geschwindigkeit  $\dot{x}^{\text{Letzte}}$  zum Zeitpunkt  $t^{\text{Letzte}}$  die Gleichung

$$\mathbf{x}^{\text{Düsen}} = \mathbf{x}^{\text{Letzte}} + (t^{\text{Wahr}} - t^{\text{Letzte}})\dot{\mathbf{x}}^{\text{Letzte}} + \frac{1}{2}(t^{\text{Wahr}} - t^{\text{Letzte}})^2 \ddot{\mathbf{x}}^{\text{Optimal}} \tag{1}$$

nach  $\ddot{x}^{\text{Optimal}}$ . Von allen  $\ddot{x}^{\text{Optimal}}$  der betrachteten Teilchen wird dann der Median  $\ddot{x}^{\text{Median}}$  gebildet. Beobachtet man nun ein neues Teilchen, so stellt man eine Bewegungsgleichung auf, indem man in (1)  $\ddot{x}^{\text{Optimal}}$  durch  $\ddot{x}^{\text{Median}}$  und  $t^{\text{Wahr}}$  durch t ersetzt. Durch Lösen dieser Bewegungsgleichung nach t erhält man die zeitliche Vorhersage  $t^{\text{Präd}}$ .

Bei der örtlichen Vorhersage wird die Bewegung der Teilchen entlang der y-Achse, die parallel zur Bandkante verläuft, betrachtet. Zuerst wird für jedes der bereits beobachteten Teilchen das Verhältnis der Geschwindigkeit  $\dot{y}^{\text{Letzte}}$  bei der letzten nutzbaren Schätzung zu der Geschwindigkeit  $\dot{y}^{\text{Düsen}}$  beim Erreichen des Düsenbalkens ermittelt. Für künftige Teilchen wird angenommen, dass ein ähnlicher Anteil der Geschwindigkeit verbleibt. Indiziert man bereits beobachtete Teilchen mit einem hochgestellten Index i, so lässt sich eine passende Beschleunigung  $\ddot{y}^{\text{Verhältnis}}$  für neu beobachtete Teilchen durch die Gleichungen

ermitteln. Um die prädizierte Position für neue Teilchen abhängig von den zeitlichen Vorhersagen zu berechnen, verwendet man die Formel

$$\mathbf{y}^{\text{Pr\"{a}d}} = \mathbf{y}^{\text{Letzte}} + (t^{\text{Pr\"{a}d}} - t^{\text{Letzte}}) \dot{\mathbf{y}}^{\text{Letzte}} + \frac{1}{2} (t^{\text{Pr\"{a}d}} - t^{\text{Letzte}})^2 \ddot{\mathbf{y}}^{\text{Verh\"{a}ltnis}} \; .$$

Die neu hergeleiteten Modelle für die Bewegung der Schüttgutteilchen wurden mit den klassischen Modellen verglichen. Von letzteren erzielte das Constant Acceleration Model die besten Ergebnisse. Außerdem wurde ein Modell umgesetzt, das die Annahmen von Systemen basierend auf Zeilenkameras zugrunde legt. Ein Vergleich der Modelle bei einer Prädiktionsphase von 15 cm Länge ist für drei unterschiedliche Schüttgüter in Abb. 5 dargestellt. Das neue Modell für die zeitliche Vorhersage übertrifft alle anderen Modelle deutlich. Das neue Modell für die örtliche Vorhersage ist für zwei der drei Schüttgüter dem Constant Acceleration Model überlegen. Bei den Zylindern wird die mangelnde Verbesserung darauf zurückgeführt, dass deren Bewegungsverhalten orthogonal zur Transportrichtung stark von ihrer Ausrichtung abhängt. Unter anderem deshalb ist es hilfreich, die Orientierung der Schüttgutteilchen zu schätzen.

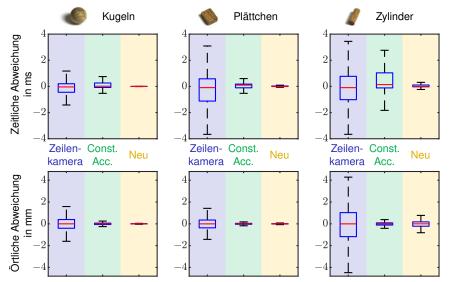


Abb. 5: Vergleich von Bewegungsmodellen bei Datensätzen mit Kugeln, Plättchen und Zylindern.

#### 3 Orientierungsschätzung mittels orthogonaler Basisfunktionen

Beim Schätzen von Richtungen kann die Verwendung klassischer Verfahren, wie beispielsweise des Kalman Filters, zu schlechten Schätzergebnissen führen, da diese Wahrscheinlichkeitsmasse, die über die Periodizitätsgrenzen hinausgeht, nicht berücksichtigen. Um diesem Problem zu begegnen, wurden in der Literatur [KGH16] Filter vorgestellt, die auf periodischen Dichten basieren. Solche Filter sind jedoch dadurch eingeschränkt, dass sie sich auf eine Klasse von unimodalen Dichten fokussieren. Dies ist besonders in der Anwendung der Schüttgutsortierung limitierend, da es, wie in Abb. 6 gezeigt, zu Mehrdeutigkeiten in den Bilddaten kommen kann. Diese können in Multimodalitäten der involvierten Dichten resultieren. In diesem Abschnitt werden neuartige Filter für das Schätzen von Größen auf periodischen Mannigfaltigkeiten beschrieben, die orthogonale Basisfunktionen verwenden. Zunächst wird die Topologie des Kreises und des Hypertorus betrachtet.

Anschließend wird dargelegt, wie die Verfahren auf der Einheitssphäre angewendet werden können.

Bei der Topologie des Kreises werden trigonometrische Polynome (Fourierreihen mit endlich vielen Termen) eingesetzt. Für viele gängige Dichten wurde eine schnelle Konvergenz der Approximation beobachtet. Approximiert man eine Dichte durch ein trigonometrisches Polynom, kann es, wie in Abb. 7 dargestellt, dazu kommen, dass die Approximation negative Funktionswerte annimmt. Da dies bei Wahrscheinlichkeitsdichten unerwünscht ist, wurde auch die Approximation der Quadratwurzel der Dichten durch trigonometrische Polynome betrachtet. Quadriert man die Werte der Approximation, erhält man stets nichtnegative Funktionswerte, was sich auch im Beispiel in Abb. 7 zeigt. Zur Unterscheidung der darauf basierenden Filter wird die Variante, in der die Dichte direkt approximiert wird, als Fourier Identity Filter (IFF) bezeichnet und die Variante, bei der die Wurzel approximiert wird, als Fourier Square Root Filter (SqFF).

Rekursive Bayes-Schätzer, die auch dem Multitarget Tracking zugrunde liegen, bauen auf einem Prädiktions- und Updateschritt auf. Bei ersterem wird Wissen über den nächsten Zeitschritt t+1 basierend auf dem aktuellen Wissen abgeleitet, bei letzterem werden neu erhaltene Messungen in die Schätzung integriert. Verfügt man über ein Messmodell in Form einer Likelihood, lässt sich der Updateschritt mithilfe des Bayes-Theorems umsetzen. Dessen Anwendung zeigt, dass die posteriore Dichte  $f_t^e$  (die das Wissen der neuen Messung miteinbezieht) als normiertes Produkt der Likelihood  $f_t^L$  und der prioren Dichte  $f_t^p$  (die nur vorherige Messungen einbezieht) geschrieben werden kann.

Die Multiplikation der Funktionen sowie die anschließende Normierung lassen sich effizient basierend auf Fourierkoeffizienten umsetzen. Die Multiplikation zweier Funktionen entspricht einer diskreten Faltung der Koeffizientenvektoren. Eine Normierung des Ergebnisses kann durch Division aller Koeffizienten durch das Produkt des nullten Koeffizienten mit  $2\pi$  erreicht werden. Somit ist die Umsetzung des Updateschritts des IFFs durch Verkettung dieser beiden Operationen darstellbar. Da die Multiplikation der Wurzeln zweier Funktionen der Wurzel der Multiplikation entspricht, kann auch beim SqFF die erste Operation durch eine diskrete Faltung umgesetzt werden. Bei der Normierung muss die rekonstruierte Dichte, die sich aus den quadrierten Funktionswerten des trigonometrischen Polynoms berechnet, normiert werden. Mithilfe des Satzes von Parseval lässt sich herleiten, dass die Normierung durchgeführt werden kann, indem jeder Eintrag des Vektors durch die Norm des Vektors multipliziert mit  $\sqrt{2\pi}$  dividiert wird.

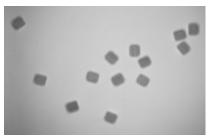


Abb. 6: Beispielbild mit Holzplättchen.

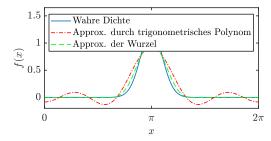


Abb. 7: Dichte und deren Approximationen.

Wird durch das Systemmodell bei dem Prädiktionsschritt lediglich ein Rauschterm  $w_t$  mit Dichte  $f_t^w$  auf den Zustand addiert, so lässt sich die priore Dichte für den nächsten Zeitschritt  $f_{t+1}^p$  als Faltung von  $f_t^e$  und  $f_t^w$  berechnen. Diese Operation kann im IFF durch ein elementweises Produkt der Koeffizientenvektoren und einer anschließenden Multiplikation mit  $2\pi$  erreicht werden. Anders als im Updateschritt sind für das SqFF weitreichende Änderungen notwendig, da die Faltung zweier Wurzeln nicht der Wurzel der Faltung entspricht. Aus den Koeffizientenvektoren, die die Wurzeln beschreiben, werden zunächst die Koeffizientenvektoren, welche die Dichten direkt beschreiben, abgeleitet. Hierfür werden die Koeffizientenvektoren für  $\sqrt{f_t^e}$  und  $\sqrt{f_t^w}$  jeweils mit sich selbst gefaltet. Anschließend kann analog zum IFF ein Koeffizientenvektor für  $f_{t+1}^p$  berechnet werden. Die Fourierkoeffizienten für die Wurzel von  $f_{t+1}^p$  lassen sich jedoch nicht auf einfache Art und Weise aus den Koeffizienten für  $f_{t+1}^p$  ableiten. Um in die Repräsentation des SqFFs zurückzukehren, werden zunächst mittels einer inversen Fast Fourier Transform (FFT) die Funktionswerte von  $f_{t+1}^p$  auf einem äquidistanten Grid berechnet. Anschließend werden die Wurzeln der Funktionswerte berechnet und basierend auf diesen die Fourierkoeffizienten der Wurzel durch eine FFT approximiert.

Für n Koeffizienten ergibt sich durch die diskrete Faltung für den Updateschritt eine Laufzeitkomplexität von  $O(n\log n)$ . Bei dem Prädiktionsschritt mit additivem Rauschen ergibt sich eine Komplexität von O(n) für das IFF und, aufgrund der zusätzlichen FFT, von  $O(n\log n)$  für das SqFF. Indem man die Chapman-Kolmogorov-Gleichung basierend auf Fourierkoeffizienten umsetzt, lässt sich auch ein Prädiktionsschritt für nicht additives Rauschen realisieren. Die dafür notwendigen Operationen lassen sich in  $O(n^2\log n)$  umsetzen. Alle Verfahren lassen sich durch Verwendung multidimensionaler Fourierreihen auch auf Dichten auf Hypertori anwenden. Die Laufzeitkomplexität abhängig von der Anzahl an Koeffizienten ändert sich nicht, jedoch sollten bei steigender Dimension auch signifikant mehr Koeffizienten verwendet werden. Wie viele Koeffizienten benutzt werden, kann abhängig von der verfügbaren Laufzeit und der gewünschten Genauigkeit festgelegt werden. Beim Tracking von Schüttgutteilchen ist es möglich, lastabhängig zwischen zwei Zeitschritten die Anzahl an Koeffizienten an die verfügbare Rechenzeit anzupassen.

Zur Anwendung der Verfahren auf Schätzprobleme auf der Einheitssphäre können, wie in Abb. 8 illustriert, Kugelflächenfunktionen genutzt werden. Ein einfacher Prädiktionsschritt kann durch Multiplikation bestimmter Koeffizienten in O(n) umgesetzt werden. Approximiert man die Wurzel der Dichte, muss ein Umweg über ein Grid gegangen werden, was aufgrund der Transformationen zu einer Komplexität von  $O(n(\log n)^2)$  führt. Da basierend auf den Koeffizienten keine effizient zu berechnende Operation verfügbar ist, die der Multiplikation der Funktionen entspricht, wurde bei dem Updateschritt in beiden Varianten ein Umweg über ein Grid genommen. Somit ist die Komplexität des Updateschritts ebenfalls  $O(n(\log n)^2)$ .

In mehreren Evaluationsszenarien wurden die neuen Filter mit einer für periodische Mannigfaltigkeiten angepassten Version des Partikelfilters verglichen. Beispielhafte Ergebnisse für ein Schätzproblem mit nichtlinearem Systemmodell auf dem Torus sind in Abb. 9 dargestellt. Mit nur wenigen Koeffizienten und geringer Laufzeit erreichten die Fourier Filter eine Schätzqualität, die selbst bei Verwendung von 1000 Partikeln nicht erreicht wurde.

Bei den Verfahren für den Kreis und den Hypertorus boten die Versionen mit und ohne Wurzel in mehreren Evaluationsszenarien bei ähnlichen Laufzeiten eine vergleichbare Schätzqualität. Bei der Topologie der Einheitssphäre war die Variante mit Wurzel aufgrund höherer Laufzeiten der Variante ohne Wurzel in dem betrachteten Szenario unterlegen.

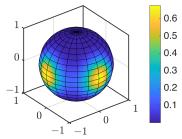


Abb. 8: Approximation einer Dichte bei Verwendung von 16 Koeffizienten.

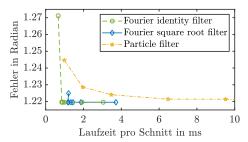


Abb. 9: Evaluationsergebnisse in einem Beispielszenario.

# 4 Integration der Orientierungsschätzung in das Schüttguttracking

Die vorgestellten Fourier Filter erlauben es, die prioren Dichten mit hoher Genauigkeit zu approximieren. Um darauf basierend geeignete Werte für die Assoziationsmatrix zu erhalten, wird die Likelihood betrachtet, dass die Messung  $\hat{z}^j$  von dem Track mit Index i stammt. Unter der Annahme, dass die Position eines Teilchens von dessen Orientierung unabhängig ist, zerfällt die Likelihood  $\ell(\hat{z}^j|i)$  in ein Produkt der Komponenten  $\ell(\hat{z}^{\operatorname{Pos},j}|i)$  für die Position und  $\ell(\hat{z}^{\operatorname{Ori},j}|i)$  für die Orientierung. Die Likelihood  $\ell(\hat{z}^{\operatorname{Ori},j}|i)$  lässt sich als Marginaldichte der Verbunddichte mit der Orientierung des iten Teilchens  $x^{\operatorname{Ori},i}$  schreiben. Somit erhält man die Formel

$$\ell(\hat{z}^{{\rm Ori},j}|i) = \int_0^{2\pi} \ell(\hat{z}^{{\rm Ori},j},x^{{\rm Ori},i}|i) \, dx^{{\rm Ori},i} = \int_0^{2\pi} f^{{\rm p,Ori},i}(x^{{\rm Ori},i}) f^{{\rm L,Ori},j}(\hat{z}^{{\rm Ori},j}|x^{{\rm Ori},i}) \, dx^{{\rm Ori},i} \; .$$

Die Multiplikation kann bei dem IFF umgesetzt werden, indem der Koeffizientenvektor der prioren Dichte mit dem der Likelihood gefaltet wird. Um die Marginalisierung umzusetzen, verwirft man alle Koeffizienten außer dem nullten und multipliziert diesen mit  $2\pi$ . Um selbige Schritte für das SqFF nutzen zu können, müssen lediglich die Koeffizientenvektoren bestimmt werden, welche die Dichte direkt beschreiben. Die wahrscheinlichste Zuordnung basierend auf den Orientierungen lässt sich finden, indem man eine Assoziationsmatrix aufstellt, welche die negativen Logarithmen von  $\ell(\hat{z}^{\text{Ori},j}|i)$  enthält. Um auch die Positionen der Teilchen zu berücksichtigen, muss lediglich eine gewichtete Kombination mit den in Abschn. 2 beschriebenen Mahalanobis-Distanzen berechnet werden.

In einem Evaluationsszenario basierend auf Simulationsdaten wurde betrachtet, wie viele Messungen falsch zugeordnet wurden. Hierbei ergab sich, dass bei geringen Messunsicherheiten in der Positionskomponente alle Zuordnungen auch ohne Einbeziehung der
Orientierung korrekt waren. Bei höheren Unsicherheiten kam es zu fehlerhaften Assoziationen. Die Anzahl fehlerhafter Assoziationen konnte durch Einbeziehung der geschätzten
Orientierungen signifikant reduziert werden.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, dass mithilfe einer Flächenkamera und einem dafür zurechtgeschnittenen Multitarget-Tracking-Verfahren Schüttgutteilchen auf einem Förderband zuverlässig getrackt werden können. Mittels für das Szenario optimierten Bewegungsmodellen konnte eine deutlich verbesserte Vorhersagegenauigkeit erreicht werden, durch die eine Erhöhung der Sortierqualität bei Realanwendungen zu erwarten ist. Die Schätzungen der Orientierungen von Schüttgutteilchen und anderen periodischen Größen konnte durch neuartige flexible Filter basierend auf orthogonalen Basisfunktionen signifikant verbessert werden. Diese Filter können auch bei starken Nichtlinearitäten der Modelle eingesetzt werden und liefern in jedem Zeitschritt eine Beschreibung der Unsicherheit in Form einer kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsdichte. Durch Integration der Orientierungsschätzung konnte die Zuverlässigkeit des Trackings der Schüttgutteilchen weiter erhöht werden. In künftigen Arbeiten ist eine engere Verzahnung des Trackings mit der Bildverarbeitungskomponente denkbar. Die Verfahren zur Orientierungsschätzung basierend auf orthogonalen Basisfunktionen könnten auf andere Mannigfaltigkeiten übertragen werden, um so beispielsweise Schätzer für höherdimensionale Sphären zu herzuleiten.

#### Literaturverzeichnis

- [BP99] Blackman, Samuel; Popoli, Robert: Design and Analysis of Modern Tracking Systems.
- [KGH16] Kurz, Gerhard; Gilitschenski, Igor; Hanebeck, Uwe D.: Recursive Bayesian Filtering in Circular State Spaces. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 31(3):70–87, März 2016.
- [LJ03] Li, X. Rong; Jilkov, Vesselin P.: Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I. Dynamic Models. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 39(4):1333–1364, 2003.
- [Ma07] Mahler, Ronald P. S.: Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion. Artech House, Inc., 2007.
- [Pi16] Pieper, Christoph; Maier, Georg; Pfaff, Florian; Kruggel-Emden, Harald; Wirtz, Siegmar; Gruna, Robin; Noack, Benjamin; Scherer, Viktor; Längle, Thomas; Beyerer, Jürgen; Hanebeck, Uwe D.: Numerical Modeling of an Automated Optical Belt Sorter Using the Discrete Element Method. Powder Technology, Juli 2016.



Florian Pfaff, geboren am 13. Juni 1988, ist Postdoc am Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme am Karlsruher Institut für Technologie. Im Jahr 2013 schloss er sein Studium ab und im Jahre 2018 seine Promotion. Beide Abschlüsse hat er mit Auszeichnung absolviert. Er war Local Arrangements Chair zweier internationaler Konferenzen, die 2016 in Deutschland stattfanden. Seine Forschungsinteressen beinhalten Tracking und Algorithmen für die Schüttgutsortierung, Filterung auf periodischen Mannigfaltigkeiten sowie Methoden zur Modellierung von Unsicherheiten.