

V01 – Lebensdauer von Myonen

Kevin Heinicke
kevin.heinicke@udo.edu

Markus Stabrin
markus.stabrin@udo.edu

23. Juni 2014

1. Abgabe 13. September 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Eigenschaften von Myonen	2
2.2	Definition der Lebensdauer	2
2.3	Abschätzung der Lebensdauer mit Hilfe einer Stichprobe	2
2.4	Bestimmung einer empirischen Verteilungsfunktion	3
2.5	Bestimmung der Lebensdauer kosmischer Myonen	3
2.6	Eine Apparatur zur Lebensdauerermessung	3
3	Messprogramm	5
	Literatur	5

1 Einleitung

Myonen gehören wie Elektronen zur Familie der Leptonen und können durch Pionen-Zerfall in den oberen Schichten der Atmosphäre entstehen. In diesem Versuch wird die Lebensdauer dieser Myonen untersucht.

2 Theorie

2.1 Eigenschaften von Myonen

Myonen sind 206,77 mal schwerer als Elektronen und gehören zur zweiten Generation der Leptonenfamilie. Zudem unterliegen diese nur der schwachen- und elektromagnetischen Wechselwirkung und besitzen im Gegensatz zu Elektronen eine endliche Lebensdauer.

2.2 Definition der Lebensdauer

Der Zerfall von instabilen Teilchen ist ein statistischer Prozess, weshalb jedes Teilchen eine individuelle Lebensdauer besitzt. Eine allgemeine Definition der Lebensdauer ist über

$$dW = \lambda dt \quad (1)$$

gegeben.

Bei dieser Definition ist die Wahrscheinlichkeit nicht explizit von t abhängig, weshalb das Alter des Teilchens keine Rolle spielt. Für N zerfallende Teilchen ergibt sich somit

$$dN = -NdW = -\lambda dt. \quad (2)$$

Für große N ergibt sich näherungsweise für das Integral

$$\frac{N(t)}{N_0} = \exp(-\lambda t), \quad (3)$$

und somit für die Verteilung

$$\frac{dN(t)}{N_0} = \lambda \exp(-\lambda t) dt. \quad (4)$$

Die charakteristische Lebensdauer τ wird über die Mittelwerte aller möglichen Lebensdauern gebildet, wobei diese mit der Häufigkeit ihres Vorkommens gewichtet sind. Dies entspricht dem Ersten Moment der Verteilungsfunktion und es ergibt sich damit

$$\tau = \int_0^\infty \lambda \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (5)$$

2.3 Abschätzung der Lebensdauer mit Hilfe einer Stichprobe

Im Experiment lässt sich aus einer Stichprobe der Größe n ein Wert für \bar{t} über

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n t_j \quad (6)$$

bestimmen. Das Erste Moment von \bar{t} ist die beste Näherung für τ und die beste Abschätzung des Fehlers ergibt sich aus

$$s_{\bar{t}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

mit

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\bar{t} - t_j)^2. \quad (8)$$

Das Erste Moment von s^2 ist hierbei die Varianz σ^2 der nicht bekannten Verteilungsfunktion des Messproblems.

2.4 Bestimmung einer empirischen Verteilungsfunktion

Beim Messen von Stichproben kann es durch Ausschließung sehr kleiner oder sehr großer Werte zu systematischen Fehlern kommen. Eine andere Methode ist eine Abschätzung einer empirischen Verteilungsfunktion. Dazu werden mit der *Methode der kleinsten Quadrate* die Variablen N_0 und λ variiert bis

$$\sum_{j=1}^n (N(t_j) - N_0 \exp(-\lambda t_j))^2 \stackrel{!}{=} \min \quad (9)$$

gilt, wobei $N(t_j)$ die Häufigkeit des Messergebnisses t_j darstellt.

Da die Nullsetzung der Ableitung zu transzendenten Gleichungen führt, wird das Gleichungssystem linearisiert und es ergibt sich für die Variablen

$$\lambda = \lambda_A + \alpha, \quad (10)$$

$$N_0 = N_{0A} + \beta. \quad (11)$$

Die Näherungswerte λ_A und N_{0A} lassen sich beispielsweise einer graphischen Darstellung von $\ln N(t_j)$ gegen t_j entnehmen, während die Korrekturterme α und β durch geeignete Näherungen bestimmt werden können.

2.5 Bestimmung der Lebensdauer kosmischer Myonen

Kosmische Myonen können über einen Szintillationsdetektor nachgewiesen werden. Diese geben im Detektor kinetische Energie an die Szintillatormoleküle ab, welche dadurch angeregt werden. Bei der Rückkehr in den Grundzustand werden Photonen im sichtbaren und nahen UV Bereich emittiert und der Lichtblitz kann über einen Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) nachgewiesen werden. Zerfällt das Myonen nun innerhalb des Detektors, kommt es zu einem weiteren Lichtblitz. Aus der zeitlichen Differenz der beiden Lichtblitze kann die Lebensdauer bestimmt werden.

2.6 Eine Apparatur zur Lebensdauerermessung

In Abbildung 1 ist das Blcoksaltbild der verwendeten Apparatur dargestellt. Der Szintillationsdetektor hat ein Volumen von ca. 50 L und an den Stirnseiten ist je ein SEV angeschlossen. Die zeitliche Differenz der Lichtimpulse kann mithilfe eines Zeit-Amplituden-Konverters (TAC) über die *Stopuhr-Methode* gemessen werden. Der Impuls des einfallenden Myons startet dabei die Zeitmessung, während der Impuls des zerfallenden Myons diese beendet.

Dies ist möglich, da die Abklingdauer der Lichtpulse mit 10 ns im Detektor klein gegen die Lebensdauer ist. Der TAC erzeugt einen Spannungsimpuls proportional zur Zeitdifferenz und leitet diesen an einen Vielkanalanalysator weiter.

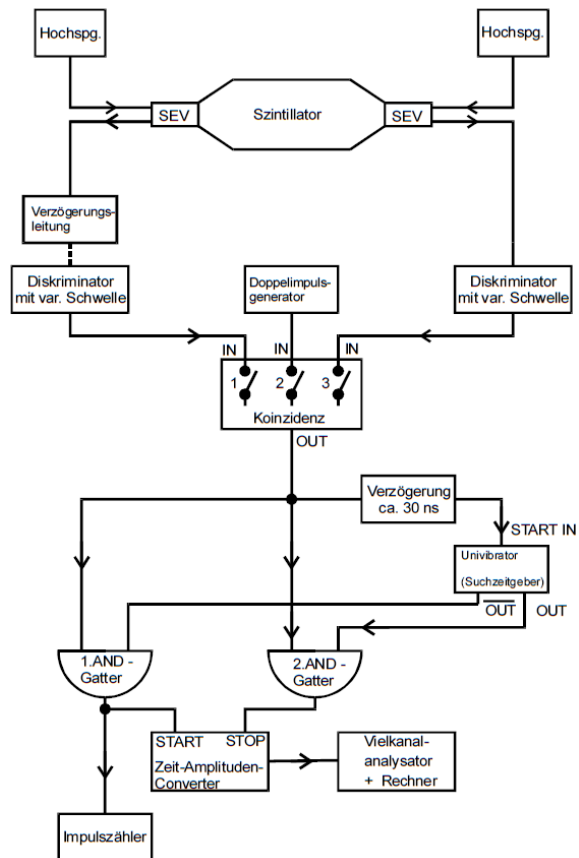


Abbildung 1: Blockschaltbild der Messapparatur [1].

Nicht alle Myonen die einen Startimpuls erzeugen führen auch zu einem Stopimpuls. Daher ist es nötig nach einer Suchzeit T_S abzubrechen. Diese sollte ein Vielfaches der Lebensdauer betragen aber klein gegen den mittleren Abstand zweier Startimpulse sein. Um dies zu realisieren, wird eine monostabile Kippstufe verwendet.

Diese leitet nur einen Impuls an den Stop-Eingang des TAC weiter, wenn in der Zeit T_S ein weiterer Impuls auftritt, ansonsten kehrt sie wieder in den Ausgangszustand zurück.

Es kann jedoch passieren, dass zwei Myonen innerhalb der Zeit T_S den Detektor durchlaufen. Diese tragen dann zur statistisch verteilten Untergrundrate U bei, welche sich berechnen und somit herausrechnen lässt.

Weiterhin kann es zur Auslösung eines Signals durch thermische Elektronen kommen. Da die Signale meist klein sind im Vergleich zu den Lichtsignalen der Myonen können sie mithilfe einer Diskriminatorschwelle herausgefiltert werden. Um zudem größere Signale herauszufiltern sind an jeder Seite des Detektors SEV angebracht. Die von diesen erzeugten Signale werden an eine Koinzidenzschaltung weitergegeben. Der eintreffende Impuls wird nur weitergegeben, wenn von beiden SEV in einem Zeitabstand von ca. 4 ns ein Signal eintrifft. Um die Laufzeit- und Verstärkungsunterschiede der beiden SEV anzugleichen, wird eine Verzögerungsleitung und eine geeignete Wahl der Diskriminatorschwelle verwendet.

3 Messprogramm

1. Bestimmung der Lebensdauern des Myons aus einer Messreihe von Individuallebensdauern mit einer Messzeit von drei Tagen.

4 Messung der Lebensdauer kosmischer Myonen

In diesem Abschnitt wird die Bestimmung der Lebensdauer kosmischer Myonen vorgestellt. Zunächst muss hierfür die Messapparatur kalibriert werden. Außerdem wird durch Messung der Myonen-Zählrate unter Variation der Verzögerungsleitungen eine Zeitaufklärung der Apparatur ermittelt.

4.1 Zeitkalibration der Apparatur

Die auszuwertenden Daten werden in dieser Messung mit Hilfe eines Vielkanalanalysators (VKA) gewonnen. Dieser liefert Histogramm-Daten von Myonen-Kandidaten, die in 512 Kanäle eingeteilt sind. Die Kanalnummer C_i eines Ereignisses hängt dabei linear mit der Zeit t_i des entsprechenden Myon-Kandidaten zwischen Start- und Stopp-Impuls zusammen:

$$t_i = a + b \cdot C_i, \quad (12)$$

mit den Koeffizienten a und b , die im Folgenden bestimmt werden.

Zur Kalibration der Apparatur werden in zeitlich konstanten Abständen Signalimpulse auf den VKA gegeben. Diese Impulse füllen jeweils einen spezifischen Kanal, wobei die Entsprechende Zeit t_i bekannt ist. Durch Einstellung verschiedener Signalzeiten können mehreren Kanälen eine Zeit zugeordnet werden. Die Software **Maestro V6.06** des VKA führt daraufhin eine lineare Ausgleichsrechnung mit diesen Kanälen durch und liefert so die Parameter

$$a = 0,023 \mu\text{s}$$

und $b = 0,047 \mu\text{s/Kanal}.$

Im Folgenden wird lediglich der Parameter b von Interesse sein.

4.2 Zeitauflösung der Apparatur

Um verschiedene Signallaufzeiten der beiden SEV auszugleichen, werden vor der Messung Verzögerungsleitungen angeschlossen, die eine zusätzliche Verzögerungszeit T_{VZ} einbringen. Durch Messung der Myonen-Zählraten unter Variation der Verzögerungszeit lässt sich so eine Auflösungszeit Δt_K der Koinzidenzeinheit als Breite einer Gaußkurve bestimmen. Die Messwerte sind in Tabelle ?? aufgeführt, Abbildung ?? zeigt den Fit einer Gauß-Funktion an die Datenpunkte, welcher die folgende Auflösungszeit liefert:

$$\Delta t_K = (4,50 \pm 0,11) \text{ ns}.$$

Die weiteren Messungen werden bei maximaler Zählrate durchgeführt, was bei einer Verzögerungszeit $T_{VZ} = 0,5 \text{ ns}$ erreicht wird.

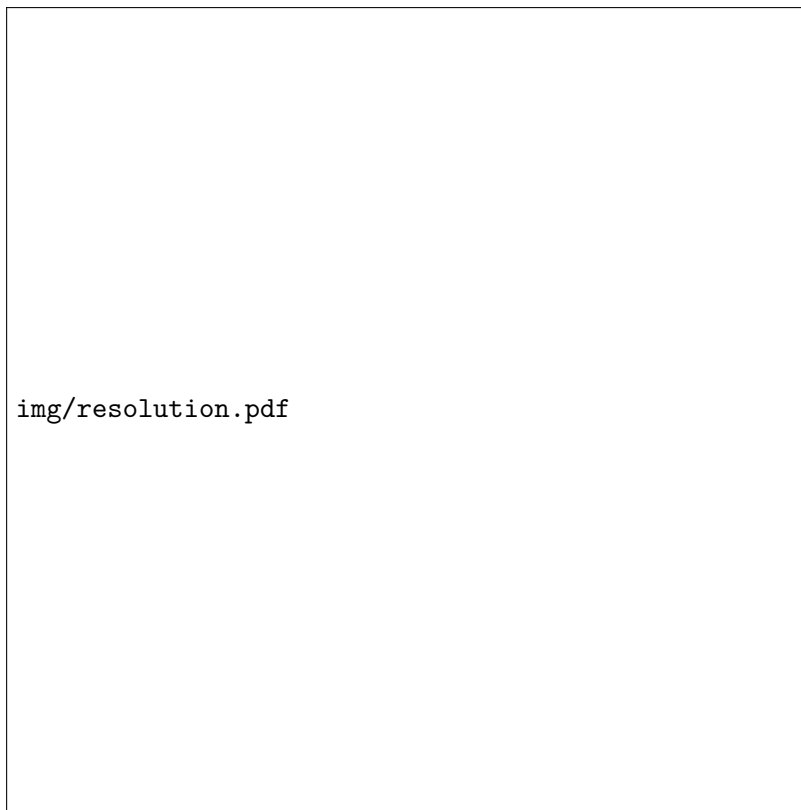


Abbildung 2: Myonenrate in Abhängigkeit der effektiven Signalverzögerung T_{VZ} .

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der zu verwendenden Verzögerungsleitung und Auflösungszeit Δt_K der Koinzidenzeinheit.

Leitung 1	Leitung 2	T_{VZ}	Ereignisse	Rate [Hz]
16,0	0,0	−16,0	0	0,00
16,0	2,0	−14,0	1	0,03
16,0	4,0	−12,0	1	0,03
16,0	6,0	−10,0	14	0,47
16,0	8,0	−8,0	63	2,10
16,0	10,0	−6,0	179	5,97
16,0	12,0	−4,0	261	8,70
16,0	14,0	−2,0	408	13,60
16,0	14,5	−1,5	389	12,97
16,0	15,0	−1,0	385	12,83
16,0	15,5	−0,5	409	13,63
16,0	16,0	0,0	436	14,53
16,0	16,5	0,5	444	14,80
16,0	17,0	1,0	392	13,07
16,0	18,0	2,0	417	13,90
16,0	20,0	4,0	324	10,80
16,0	22,0	6,0	191	6,37
16,0	24,0	8,0	104	3,47
16,0	26,0	10,0	34	1,13
16,0	28,0	12,0	8	0,27
16,0	30,0	14,0	4	0,13
16,0	32,0	16,0	3	0,10

4.3 Untergrundrate

Zur Abschätzung der Untergrundrate wird die Wahrscheinlichkeit betrachtet, mit der ein zweites Myon in einem Messintervall der Länge $T_S = 10 \mu\text{s}$ ein Stopp-Signal erzeugen. Dabei wird die Maximale Zählrate von $f = 14,8 \text{ Hz}$ betrachtet, welche nach einer Poissonverteilung einer Wahrscheinlichkeit

$$p = \lambda e^{-\lambda} = (0,0149 \pm 0,0009) \%$$

entspricht. Hierbei bezeichnet λ den Erwartungswert $f \cdot T_S$ einer Detektion eines Myons innerhalb von T_S . Bei einer Messdauer von etwa 88 Stunden sind damit

$$N_{\text{Bkg}} = 47,0 \pm 2,7$$

Untergrundereignisse zu erwarten.

4.4 Lebensdauerbestimmung

Abschließend wird die Lebensdauer der Myonen bestimmt. Hierzu wird mit einem Fit einer Funktion der Form (??) and die Daten des VKA der Parameter γ bestimmt. Zur Berücksichtigung der Untergrundrate werden pro Kanal 0,1 Ereignisse abgezogen, was besonders im Bereich kleiner Myonen-Zerfallszeiten einen vernachlässigbaren Anteil ausmacht.

Zur Berechnung der kalibrierten Lebensdauer τ wird der Kehrwert des Parameters γ gebildet und mit dem zuvor bestimmten Wert b der Kalibrationsfunktion multipliziert:

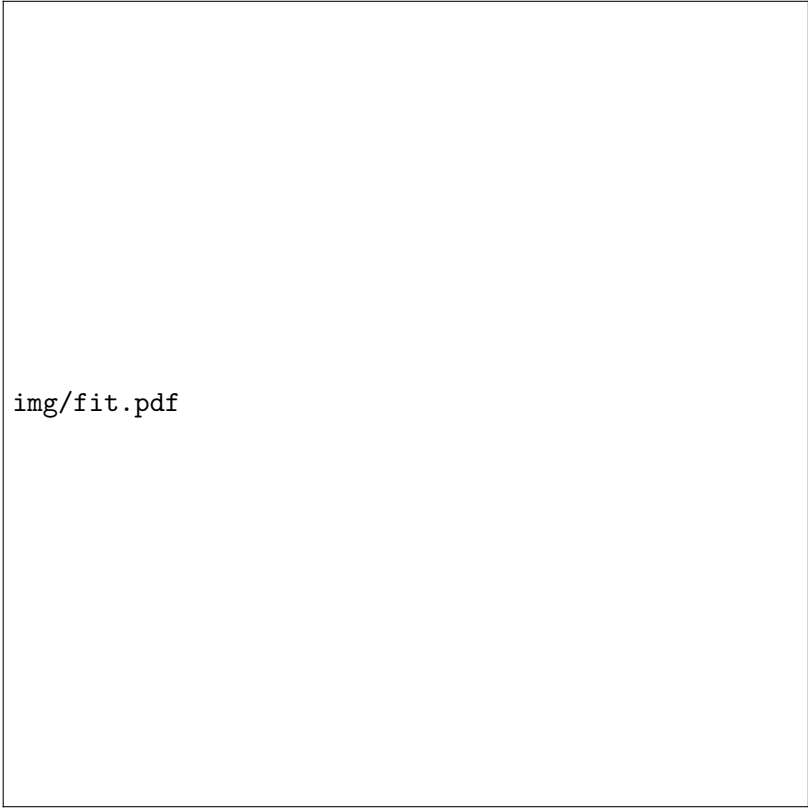
$$\tau = \frac{1}{\gamma} b.$$

Der in Abbildung ?? dargestellte Fit liefert schließlich

$$\begin{aligned} \gamma &= (0,021\,25 \pm 0,000\,21) / \text{Kanal} \\ \Rightarrow \tau_\mu &= (2,19 \pm 0,05) \mu\text{s}. \end{aligned}$$

5 Diskussion

Das Ergebnis dieser Messung stimmt innerhalb der Fehler mit den bekannten Werten der Myonen-Lebensdauer von $\tau_{\mu, \text{lit}} = (2,196\,981\,1 \pm 0,000\,002\,2) \mu\text{s}$ [?] überein. Die Unsicherheiten der Messung sind mit etwa 2 % ausgesprochen klein. Im Nachhinein wäre eine nachträgliche Zeitkalibration der Apparatur einer direkten Kalibration vorzuziehen, um diesen Schritt insgesamt transparenter zu gestalten.



img/fit.pdf

Abbildung 3: Bestimmung der Zerfallskonstante der Myonen. Durch Fit einer Exponentialfunktion an die Datenpunkte wird diese bestimmt. Mit Kenntnis einer Kalibrationsfunktion kann somit die Lebensdauer der kosmischen Myonen berechnet werden. Die Statistischen Unsicherheiten sind zur besseren Übersichtlichkeit nicht aufgeführt.

Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum TU Dortmund. Versuch Nr 01 - Lebensdauer der Myonen. http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPMa.html. aufgerufen 23.6.2014.