

# E2 – Signale auf Leitungen

Kevin Heinicke                      Markus Stabrin  
kevin.heinicke@udo.edu      markus.stabrin@udo.edu

7. Juli 2014

1. Abgabe 25. September 2014

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen und Messmethoden</b>	<b>2</b>
1.1 Beschreibung einer elektrischen Leitung . . . . .	2
1.2 Dispersion . . . . .	2
1.3 Beschreibung von Signalpulsen . . . . .	2
1.4 Bestimmung der Leitungsimpedanz $Z_0$ . . . . .	3
1.5 Störstellen und Impulsfahrplan . . . . .	3
1.6 Koaxialkabel . . . . .	4
1.7 Impedanzanpassung . . . . .	4
<b>2 Aufbau</b>	<b>4</b>
<b>3 Messung</b>	<b>6</b>
3.1 A: Leistungskonstanten verschiedener Kabel . . . . .	6
3.2 B: Dämpfungskonstante . . . . .	9
3.3 C: Spannungsverlauf bei offenem und geschlossenem Ende . . . . .	11
3.3.1 Bestimmung der Kabellänge durch Laufzeitmessung . . . . .	11
3.3.2 Bestimmung der Leitungskonstanten anhand der Spannungsverläufe	12
3.3.3 Bestimmung der Kabellänge mithilfe eines Smith-Diagramms . . . .	18
3.4 D: Spannungsverlauf verschiedener Abschlusswiderstände . . . . .	18
3.4.1 Abschluss 1 . . . . .	19
3.4.2 Abschluss 4 . . . . .	19
3.4.3 Abschluss 10 . . . . .	19
3.5 E: Impulsfahrplan . . . . .	23
<b>4 Diskussion</b>	<b>24</b>
<b>5 Quellen</b>	<b>25</b>

# 1 Grundlagen und Messmethoden

Elektrische Leitungen stellen den grundlegenden Bestandteil moderner Energie- und Telekommunikationsinfrastruktur dar. In diesem Versuch werden daher verschiedene Konstanten zur Klassifizierung elektrischer Leitungen bestimmt. Zudem wird das Verhalten elektrischer Signalimpulse auf Leitungen untersucht. Im Folgenden sollen einige grundlegende Prinzipien dargestellt und die Bestimmung der Leiterkonstanten behandelt werden.

## 1.1 Beschreibung einer elektrischen Leitung

Eine ideale elektrische Leitung lässt sich physikalisch durch ein Schaltbild aus Induktivität  $L$  und Kapazität  $C$  beschreiben. Zur Beschreibung einer realen Leitung müssen zusätzlich ein ohmscher Widerstand  $R$  und ein induktiver Widerstand  $G$  betrachtet werden, wobei der Betrag des ohmschen Widerstandes bei vielen metallischen Leitern den des induktiven übersteigt. Die entsprechenden Ersatzschaltbilder sind in Abbildung 1 dargestellt. Die Aus-

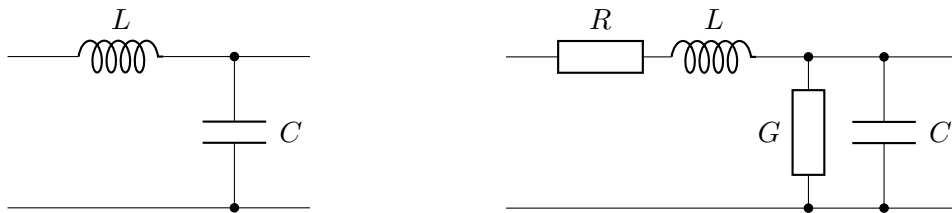


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer verlustfreien und einer verlustbehafteten Leitung.

breitung eines elektrischen Signals  $U$  auf einem Leiter lässt sich mathematisch durch eine gedämpfte harmonische Welle mit hin- und rücklaufenden Anteilen in Ausbreitungsrichtung  $z$ , in Abhängigkeit der Zeit  $t$  beschreiben:

$$U(z, t) = U_0 e^{-\gamma z} e^{-i\omega t}.$$

Hierbei geht mit dem Dämpfungsbelag  $\alpha$  und dem Phasenbelag  $\beta$  die Ausbreitungskonstante  $\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)}$  ein.

## 1.2 Dispersion

Wie bei allen elektromagnetischen Wellen kann bei einem elektrischen Signal, das durch Materie läuft, Dispersion – also eine frequenzabhängige Phasengeschwindigkeit – auftreten. Dies ist in einer verlustbehafteten Leitung der Fall und die Form der Dispersion ist vom Aufbau und dem Wellenwiderstand  $Z_0$  der Leitung abhängig. Der Wellenwiderstand ist dabei für ein sinusförmiges Signal mit der Frequenz  $\omega$  definiert über:

$$Z_0 = \frac{U(\omega)}{I(\omega)} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}.$$

## 1.3 Beschreibung von Signalpulsen

Da in der Digitaltechnik häufig gepulste Signale übertragen werden, ist es wichtig, das Verhalten von Signalpulsen auf Leitungen zu untersuchen. Der hinlaufende Puls wird dabei an einer Quelle auf die zu untersuchende Leitung gegeben, wobei er durch die Quellimpedanz  $Z_g$  beeinflusst wird. Befindet sich am Ende der Leitung eine Last, wie zum Beispiel ein

Empfängergerät, wird ein Teil des einlaufenden Pulses hier reflektiert, wobei die rücklaufende Welle wiederum durch die Lastimpedanz  $Z_L$  beeinflusst wird und einen Phasensprung  $\varphi_\Gamma$  vollziehen kann. Die Spannung  $U_L$ , die die Last erreicht setzt sich anschließend aus der Summe der ein- und auslaufenden Pulse  $U_0$  und  $U_r$  zusammen. Der Quotient aus beiden Anteilen wird als Reflexionsfaktor  $\Gamma$  bezeichnet:

$$\Gamma = \frac{U_r}{U_0} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = |\Gamma| e^{i\varphi_\Gamma}.$$

Es wird deutlich, dass unter der Bedingung  $Z_L = Z_0$  der reflektierte Anteil der Welle verschwindet und der gesamte Puls an der Last anliegt. In diesem Fall ist die Leitung angepasst.

#### 1.4 Bestimmung der Leitungsimpedanz $Z_0$

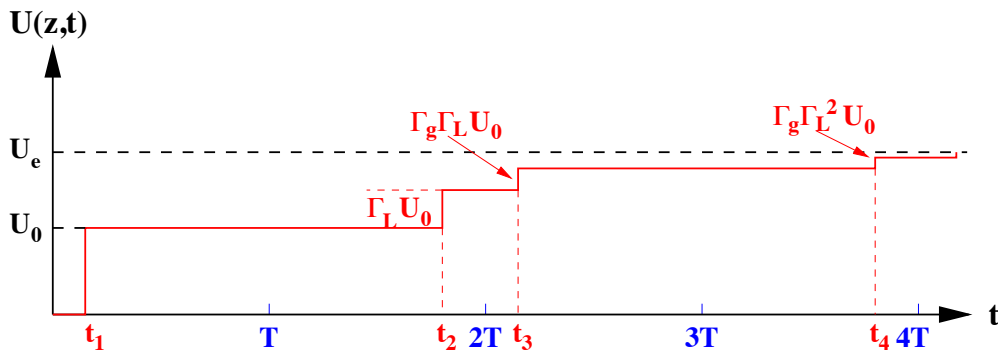
Der Spannungsverlauf der reflektierten Spannung  $U_0$  kann analytisch mit Hilfe einer Laplacetransformation des reflektierten Signals bestimmt werden. Für einen idealen Rechteckpuls als Eingangspuls  $U_0$  ergibt sich bei einer Induktivität  $L$  als Abschlußimpedanz ein reflektiertes Signal

$$U_r(t) = -U_0 + 2U_0 e^{-t \frac{Z_0}{L}}.$$

Somit kann beispielsweise in dieser Schaltung durch Messung von  $U_r t$  die Impedanz  $Z_0$  bestimmt werden.

#### 1.5 Störstellen und Impulsfahrplan

Zur Identifizierung von Störstellen einer elektrischen Leitung kann ein Impulsfahrplan aufgestellt werden. Dabei wird die Signalspannung  $U(t)$  gemessen und der Verlauf eines einzelnen Spannungspulses mit der Eingangsamplitude  $U_0$  betrachtet. Der einlaufende Impuls wird an einer etwaigen Störstelle reflektiert und überlagert den einlaufenden Puls. Somit steigt die Signalspannung um  $\Gamma_s U_0$  an, wobei  $\Gamma_s$  den Reflexionskoeffizienten an der Störstelle bezeichnet. Der restliche Anteil des Signals läuft bis zur Last, wo dieser wiederum reflektiert wird und die Signalspannung zu einem späteren Zeitpunkt erneut mit den Reflexionskoeffizienten  $\Gamma_L$  der Last um  $\Gamma_L U_0$  anhebt und so weiter.



**Abbildung 2:** Spannungs-Zeit-Verlauf eines Spannungspulses bei Reflexion an einem Lastwiderstand [E02]. In diesem Diagramm sind keine Störstellen enthalten.

## 1.6 Koaxialkabel

In diesem Versuch wird als Leiter ein Koaxialkabel herangezogen. Das Kabel besteht aus einem zylinderförmigen, äußeren Leiter, der einen inneren Leiter umschließt und von diesem mit einem Dielektrikum getrennt ist. Eine Besonderheit des Koaxialkabels ist das verschwindende äußere Feld, weshalb Signalübertragungen über diesen Kabeltyp vergleichsweise wenig stör anfällig sind. Die Leitungskonstanten, die die Eigenschaften des Kabels beschreiben, sind stark von dessen Innen- und Ausserndurchmesser  $d$  und  $D$ , beziehungsweise von dem Verhältnis  $D/d$  abhängig:

$$\begin{array}{ll} \text{Widerstand} & R \propto \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \\ \text{Induktivität} & L \propto \ln \left( \frac{D}{d} \right) \\ \text{Querleitwert} & G \propto \frac{1}{\ln(D/d)} \\ \text{Kapazität} & C \propto \frac{1}{\ln(D/d)} \end{array}$$

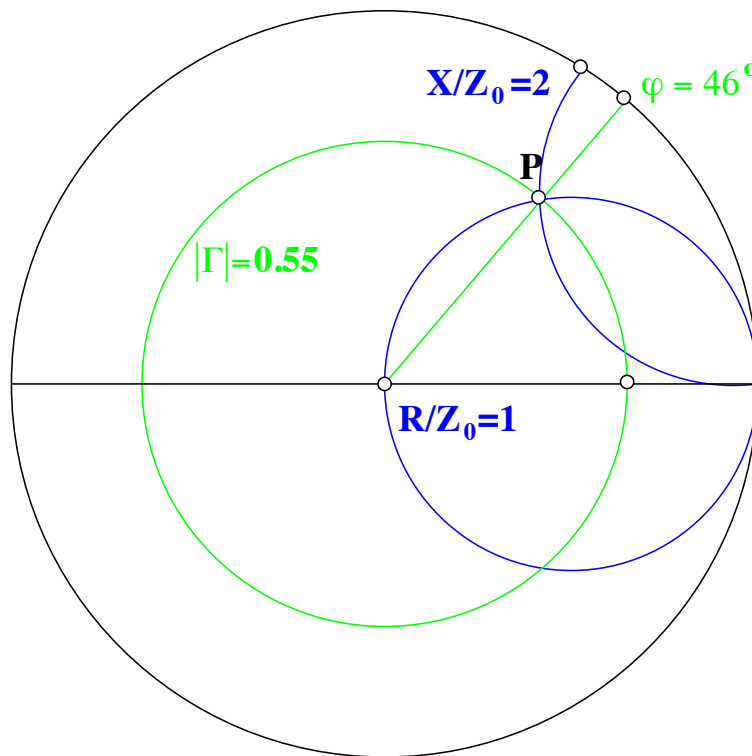
Bei hochfrequenten Wechselströmen im Leiter werden Leiterwiderstand  $R$  und Querleitwert  $G$  frequenzabhängig. Der Widerstand  $R$  folgt in diesem Bereich einer  $\sqrt{\omega}$ -Abhängigkeit (Skin-Effekt).

## 1.7 Impedanzanpassung

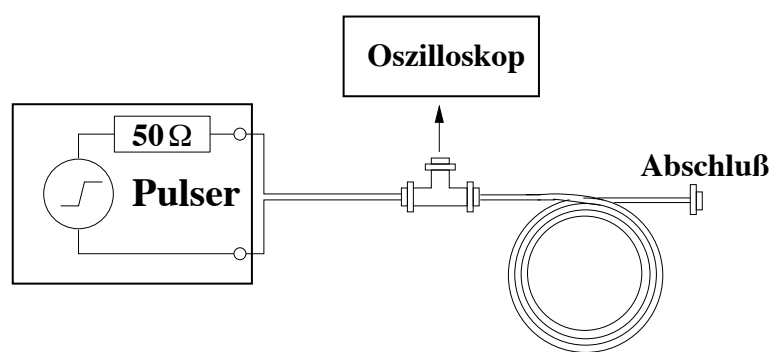
Wie in Abschnitt 1.3 erwähnt, ist es für eine effiziente Signalübertragung wünschenswert, die Leitung an die Impedanz der Last anzupassen, um den reflektierten Anteil  $\Gamma_L U_0$  der Welle zu minimieren. Mit Kenntnis von Abschlussimpedanz  $Z_L$  und Wellenwiderstand  $Z_0$  lässt sich hierbei der Reflektionsfaktor  $\Gamma$  einer Leitung mit Hilfe eines Smith-Diagrammes bestimmen. Dabei werden Real- und Imaginärteil der Normierten Impedanz  $z_L = Z_L/Z_0$  möbius-transformiert und als Kreise in der Impulsebene aufgetragen. Der Betrag des Reflexionskoeffizienten  $\Gamma$  und die Phase  $\varphi$  können dann, wie in Abbildung 3 dargestellt, abgelesen werden.

## 2 Aufbau

Der Versuchsaufbau umfasst einen Signalgenerator, der Rechteckpulse generiert, ein Oszilloskop, welches den Signalverlauf zeitaufgelöst messen kann und verschiedene Abschlüsse und Lasten, und ist in Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 3:** Smith-Diagramm am Beispiel einer normierten Impedanz  $z_L = (50 + 100i)\Omega/50\Omega$  [E02].



**Abbildung 4:** Versuchsaufbau für die Untersuchung von Signalen auf Leitungen [E02].

### 3 Messung

Bei diesem Versuch werden zunächst die Leitungskonstanten drei verschiedener Kabel bestimmt, zwei RG 58C/U (10m,20m) und ein M17/028 RG 058 (100m). Anschließend wird die Dämpfung des Signals untersucht, die Länge der Kabels bestimmt, die Leitungskonstanten auf andere Art und Weise berechnet, das Verhalten bei verschiedenen Abschlüssen untersucht und abschließend ein Impulsfahrplan einer Serienschaltung von verschiedenen Kabeln erstellt.

Im Folgenden wird für den Wellenwiderstand

$$Z = 50 \Omega \quad (1)$$

angenommen.

Alle Fehler wurden mithilfe Gaußscher Fehlerfortpflanzung errechnet.

$$\Delta f(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (2)$$

Dafür ist die Python Bibliothek *uncertainties* benutzt worden.

Fehler wenn nicht anders angegeben:

$$U = \pm 0.5 \text{ [mV]}, \quad (3)$$

$$f = \pm 0.5 \text{ [kHz]}, \quad (4)$$

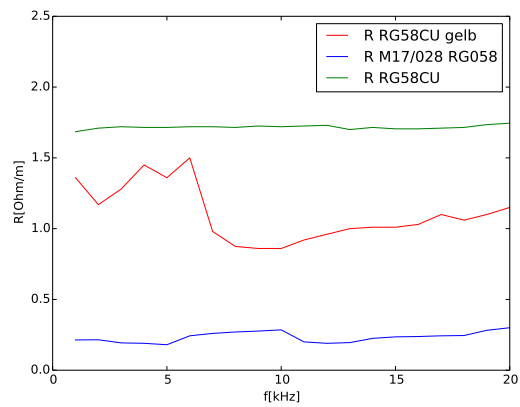
$$t = \pm 5 \text{ [ns]}. \quad (5)$$

#### 3.1 A: Leistungskonstanten verschiedener Kabel

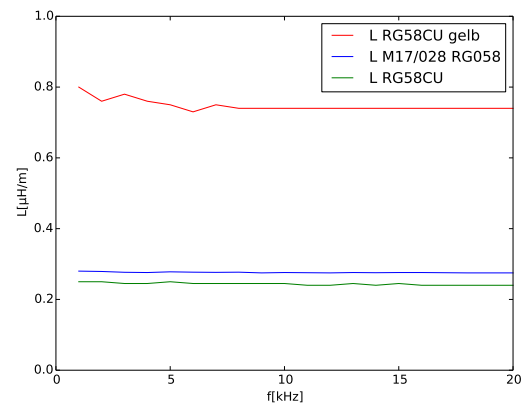
Im ersten Teil werden die Leitungsparameter  $R$ ,  $L$ ,  $C$  und  $G$  der drei verschiedenen Kabel bestimmt.  $R$ ,  $L$  und  $C$  werden über ein Messgerät direkt gemessen, während  $G$  über die Gleichung

$$G = \frac{RC}{L} \quad (6)$$

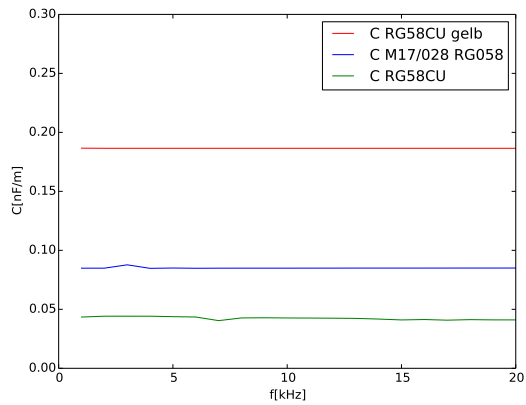
berechnet werden kann. Die Ergebnisse sind den Tabellen 1 bis 3 zu entnehmen und die Leitungsparameter sind in Abhängigkeit der Frequenz in den Abbildungen 5 bis 8 dargestellt.



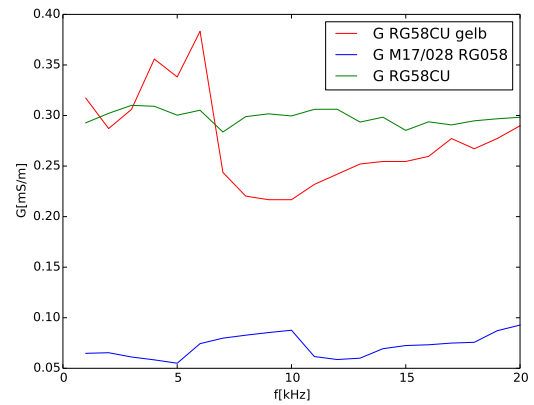
**Abbildung 5:** Widerstandsbelag  $R$  der verschiedenen ausgemessenen Kabel in Abhängigkeit der Frequenz.



**Abbildung 6:** Induktivitätsbelag  $L$  der verschiedenen ausgemessenen Kabel in Abhängigkeit der Frequenz.



**Abbildung 7:** Kapazitätsbelag  $C$  der verschiedenen ausgemessenen Kabel in Abhängigkeit der Frequenz.



**Abbildung 8:** Querleitwertbelag  $G$  der verschiedenen ausgemessenen Kabel in Abhängigkeit der Frequenz.

**Tabelle 1:** Leitungskonstanten des 10m RG 58C/U.

f [kHz]	R [ $\Omega$ ]	L [ $\mu$ H]	C [nF]	G [mS]
1	13.60	8.0	1.866	3.17
2	11.70	7.6	1.865	2.87
3	12.80	7.8	1.865	3.06
4	14.50	7.6	1.865	3.56
5	13.60	7.5	1.865	3.38
6	15.00	7.3	1.865	3.83
7	9.80	7.5	1.865	2.44
8	8.74	7.4	1.865	2.20
9	8.60	7.4	1.865	2.17
10	8.60	7.4	1.865	2.17
11	9.20	7.4	1.865	2.32
12	9.60	7.4	1.865	2.42
13	10.00	7.4	1.865	2.52
14	10.10	7.4	1.865	2.55
15	10.10	7.4	1.865	2.55
16	10.30	7.4	1.865	2.60
17	11.00	7.4	1.865	2.77
18	10.60	7.4	1.865	2.67
19	11.00	7.4	1.865	2.77
20	11.50	7.4	1.865	2.90

**Tabelle 2:** Leitungskonstanten des 20m RG 58C/U.

f [kHz]	R [ $\Omega$ ]	L [ $\mu$ H]	C [nF]	G [mS]
1	33.7	5.0	0.8688	5.86
2	34.2	5.0	0.8835	6.04
3	34.4	4.9	0.8833	6.20
4	34.3	4.9	0.8832	6.18
5	34.3	5.0	0.8756	6.01
6	34.4	4.9	0.8695	6.10
7	34.4	4.9	0.8082	5.67
8	34.3	4.9	0.8540	5.98
9	34.5	4.9	0.8569	6.03
10	34.4	4.9	0.8534	5.99
11	34.5	4.8	0.8518	6.12
12	34.6	4.8	0.8496	6.12
13	34.0	4.9	0.8460	5.87
14	34.3	4.8	0.8350	5.97
15	34.1	4.9	0.8200	5.71
16	34.1	4.8	0.8270	5.88
17	34.2	4.8	0.8160	5.81
18	34.3	4.8	0.8250	5.90
19	34.7	4.8	0.8210	5.94
20	34.9	4.8	0.8205	5.97



**Tabelle 3:** Leitungskonstanten des 100m M17/028 RG 058.

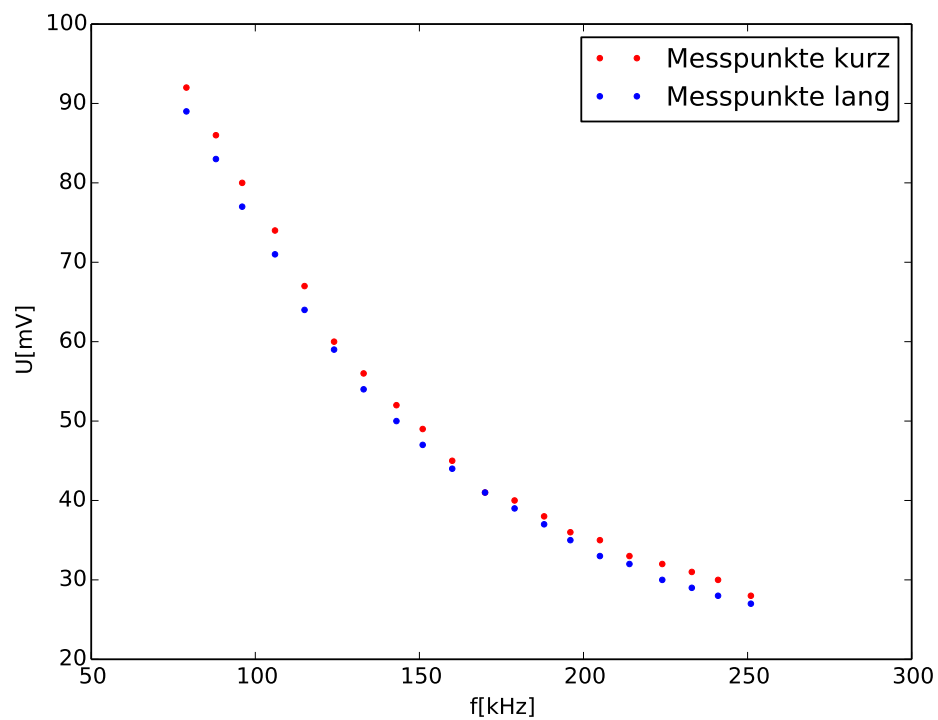
f [kHz]	R [ $\Omega$ ]	L [ $\mu$ H]	C [nF]	G [mS]
1	21.38	28.00	8.488	6.48
2	21.50	27.90	8.488	6.54
3	19.30	27.67	8.772	6.12
4	19.00	27.60	8.474	5.83
5	18.00	27.80	8.500	5.50
6	24.30	27.70	8.480	7.44
7	26.00	27.65	8.488	7.98
8	27.00	27.70	8.489	8.27
9	27.65	27.50	8.489	8.54
10	28.50	27.60	8.490	8.77
11	20.00	27.55	8.491	6.16
12	19.00	27.50	8.493	5.87
13	19.50	27.60	8.495	6.00
14	22.50	27.55	8.495	6.94
15	23.56	27.60	8.495	7.25
16	23.80	27.60	8.496	7.33
17	24.30	27.55	8.497	7.49
18	24.50	27.50	8.498	7.57
19	28.20	27.50	8.498	8.71
20	30.01	27.50	8.500	9.28

### 3.2 B: Dämpfungskonstante

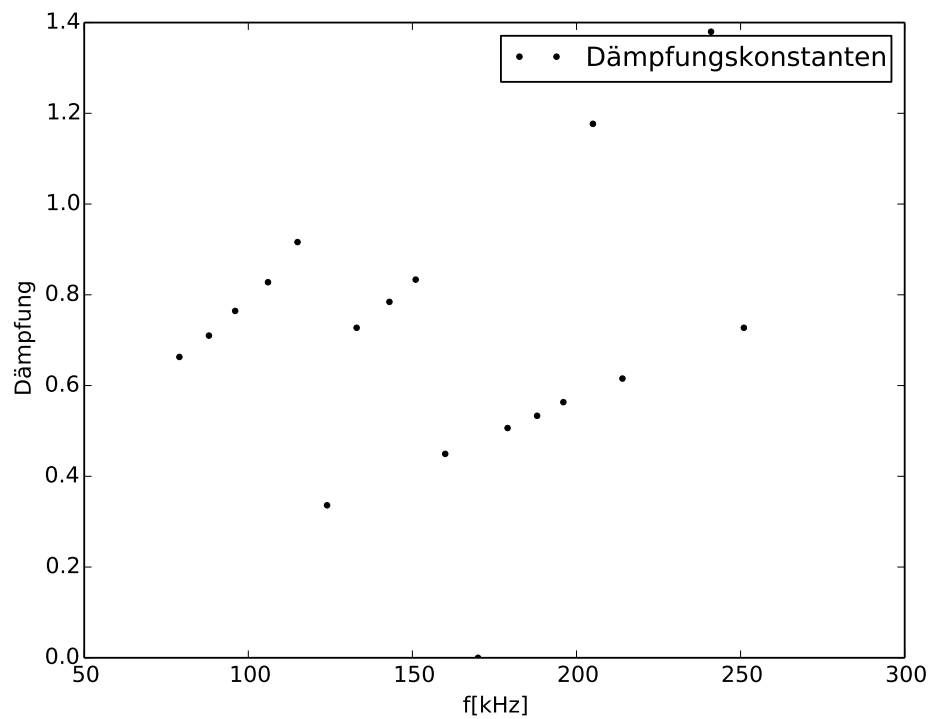
In diesem Abschnitt werden die Dämpfungskonstanten eines 100m RG-58 C/U Kabels analysiert. Dazu wurde zunächst ein Signal auf ein kurzes Kabel gegeben und die Amplituden  $U_0$  der Oberwellenanteile bestimmt. Anschließend wurde dasselbe Signal auf das lange Kabel gegeben um die Amplituden  $U_{\text{ged}}$  der Oberwellen zu erhalten. Anschließend kann die Dämpfungskonstante über

$$\alpha = -20 \log \left( \frac{U_0}{U_{\text{ged}}} \right) \quad (7)$$

berechnet werden. Das Ergebnis und die verwendeten Werte sind in Tabelle 4 angegeben und in den Abbildungen 9 und 10 graphisch dargestellt.



**Abbildung 9:** Amplituden der Oberwellen des 100m M17/028 RG 058 Kabels und eines kurzen Kabels.



**Abbildung 10:** Dämpfungskonstante des 100m M17/028 RG 058 Kabels in Abhängigkeit von der Frequenz.

**Tabelle 4:** Dämpfungskonstanten des 100m M17/028 RG 058 Kabels.

f [kHz]	$U_0$ [mV]	$U_{\text{ged}}$ [mV]	$\alpha$ [dB]
79	92	89	0.66+/-0.16
88	86	83	0.71+/-0.17
96	80	77	0.76+/-0.18
106	74	71	0.83+/-0.20
115	67	64	0.92+/-0.22
124	60	59	0.34+/-0.24
133	56	54	0.73+/-0.26
143	52	50	0.78+/-0.28
151	49	47	0.83+/-0.29
160	45	44	0.45+/-0.32
170	41	41	0.00+/-0.34
179	40	39	0.50+/-0.40
188	38	37	0.50+/-0.40
196	36	35	0.60+/-0.40
205	35	33	1.20+/-0.40
214	33	32	0.60+/-0.40
224	32	30	1.30+/-0.50
233	31	29	1.30+/-0.50
241	30	28	1.40+/-0.50
251	28	27	0.70+/-0.50

### 3.3 C: Spannungsverlauf bei offenem und geschlossenem Ende

#### 3.3.1 Bestimmung der Kabellänge durch Laufzeitmessung

Zur Bestimmung der Länge der verschiedenen Kabel wird auf die Laufzeit eines Strompulses zurückgegriffen. Anhand der Spannungsverläufe lassen sich die Punkte  $t_1$  und  $t_2$  ablesen, an denen der Anfangspuls und der reflektierte Strompuls beginnen. Zunächst wird die Differenz der beiden Zeiten gebildet, um daraus mithilfe der Gleichung

$$l = \frac{v\Delta t}{2} \quad (8)$$

die Länge  $l$  zu berechnen. Die Geschwindigkeit  $v$  ist dabei zu

$$v = c/\sqrt{\epsilon_r} \approx 2 * 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (9)$$

bestimmt worden. Die gemessenen und bestimmten Daten sind in Tabelle 5 dargestellt.

**Tabelle 5:** Zur Längenbestimmung genutzte Zeiten und die resultierenden Ergebnisse.

Kabel	$t_1$ [ns]	$t_2$ [ns]	$\Delta t$ [100 ns]	$l$ [m]
RG 58C/U				
offen	25.4	-85.0	$1.10 \pm 0.07$	$10.93 \pm 0.70$
geschlossen	125.1	0.1	$1.25 \pm 0.07$	$12.38 \pm 0.70$
RG 58C/U				
geschlossen	-0.0	1081.0	$10.81 \pm 0.07$	$107.02 \pm 0.70$
offen	118.0	-810.0	$9.28 \pm 0.07$	$91.87 \pm 0.70$
M17/028 RG 058				
offen	19.0	209.0	$1.90 \pm 0.07$	$18.81 \pm 0.70$
geschlossen	-12.6	195.6	$2.08 \pm 0.07$	$20.61 \pm 0.70$

### 3.3.2 Bestimmung der Leitungskonstanten anhand der Spannungsverläufe

Die Leitungskonstanten konnten nur Anhand des 100m Kabels mithilfe der Spannungsverläufe (Abbildungen 12 bis 14) bestimmt werden, da ansonsten der induktive und kapazitive Anteil nicht zu erkennen ist. Zunächst wurde dafür aus der Abbildung die Spannung der drei sichtbaren Plateaus über Mittelung der Werte berechnet, woraus sich nach Subtraktion der Nullspannung  $U_0$  die Werte

$$U_{0_{\text{offen}}} = (-24,46 \pm 0,05) \text{ V}, \quad (10)$$

$$U_{1_{\text{offen}}} = (37,94 \pm 0,05) \text{ V}, \quad (11)$$

$$U_{2_{\text{offen}}} = (47,49 \pm 0,07) \text{ V}, \quad (12)$$

$$U_{0_{\text{gesch}}} = (-2,59 \pm 0,05) \text{ V}, \quad (13)$$

$$U_{1_{\text{gesch}}} = (25,01 \pm 0,06) \text{ V}, \quad (14)$$

$$U_{2_{\text{gesch}}} = (5,98 \pm 0,07) \text{ V} \quad (15)$$

ergaben.

Der Reflexionsfaktor  $\Gamma$  lässt sich daraus mithilfe der Gleichung

$$U_1(1 + \Gamma) = U_2, \quad (16)$$

berechnen. Damit ergibt sich

$$\Gamma_{\text{offen}} = 0,2517 \pm 0,0015, \quad (17)$$

$$\Gamma_{\text{gesch}} = -0,7509 \pm 0,0025. \quad (18)$$

Mithilfe des Reflexionsfaktors lässt sich mit  $Z = 50 \Omega$  aus der Gleichung

$$\Gamma = \frac{R - Z}{R + Z} \quad (19)$$

der Widerstandsbelag  $R$  berechnen. Damit ergibt sich

$$R_{\text{offen}} = (83,63 \pm 0,26) \Omega, \quad (20)$$

$$R_{\text{gesch}} = (6,79 \pm 0,08) \Omega. \quad (21)$$

Um den Induktivitätsbelag  $L$  berechnen zu können wird angenommen, dass bei einem  $RL$  Abschluss in Serienschaltung der reflektierte elektrische Puls einen exponentiellen Zusammenhang besitzt. Die Zeitkonstante der Funktion ist somit durch die Gleichung

$$\tau_{RL} = \frac{L}{Z + R} \quad (22)$$

gegeben. Um an den negativen reziproken Wert der Zeitkonstanten zu gelangen, sind die Werte in diesem Bereich logarithmiert worden. Mithilfe einer linearen Regression mit  $f(x) = mx + b$  (Abbildung 11) hat sich für die Steigung

$$m_{\text{offen}} = (-7,89 \pm 0,30) \cdot 10^5 \text{ 1/s}, \quad (23)$$

$$m_{\text{gesch}} = (-2,60 \pm 0,02) \cdot 10^7 \text{ 1/s}, \quad (24)$$

ergeben und somit für den Induktivbelag

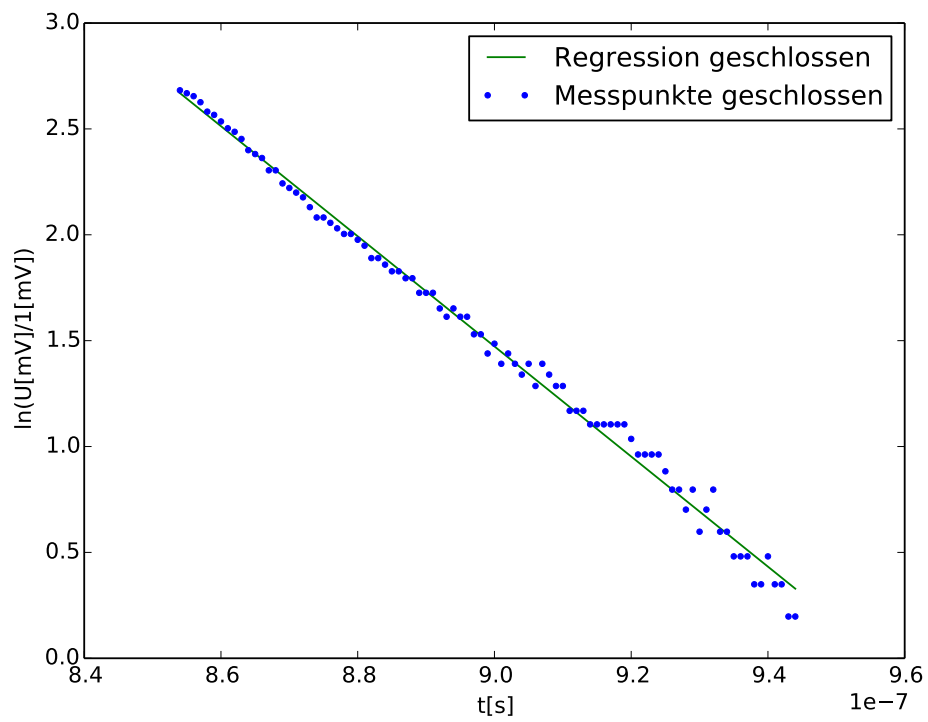
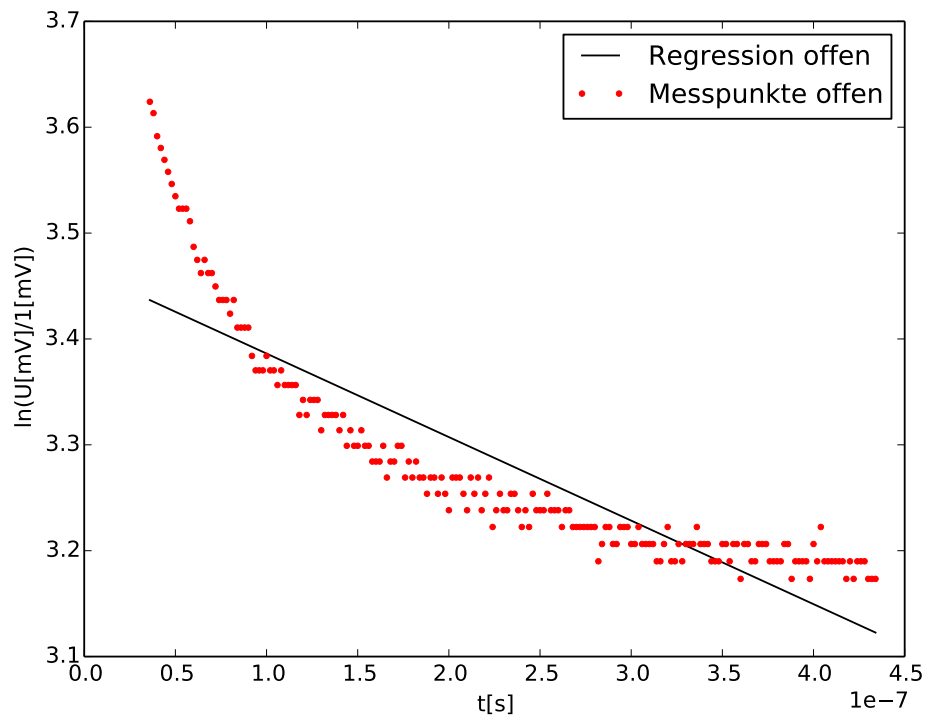
$$L_{\text{gesch}} = (169,00 \pm 0,06) \text{ }\mu\text{H}. \quad (25)$$

Mithilfe der Gleichung

$$C = -\frac{1}{mZ} \quad (26)$$

kann zudem der Kapazitivbelag  $C$  berechnet werden. Für diesen ergibt sich somit

$$C_{\text{offen}} = (2,53 \pm 0,09) \cdot 10^{-8} \text{ F}. \quad (27)$$



**Abbildung 11:** Lineare Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung des Induktivbelages und des Kapazitivbelags.

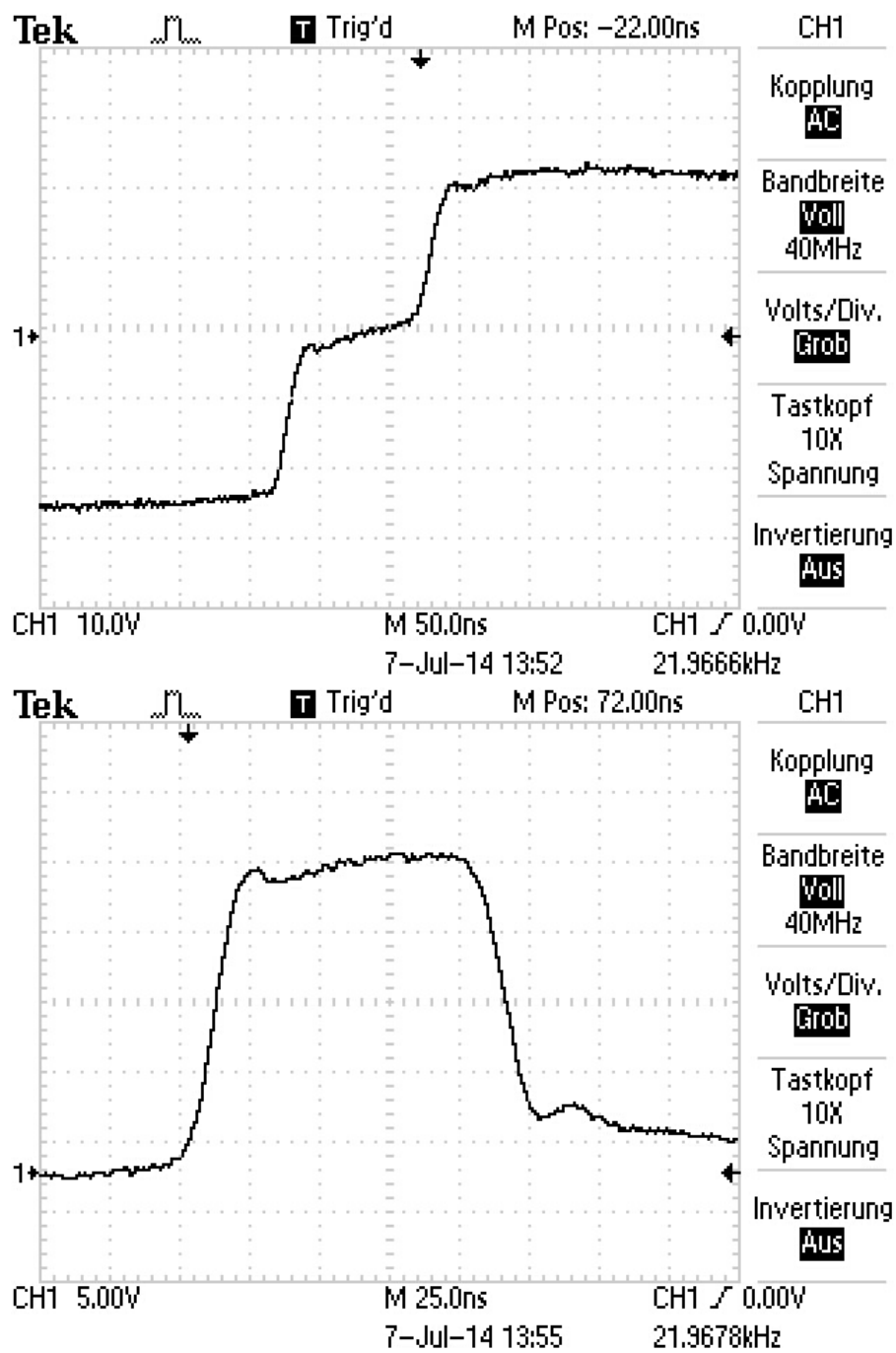


Abbildung 12: Spannungsverlauf eines RG 58C/U Kabels.

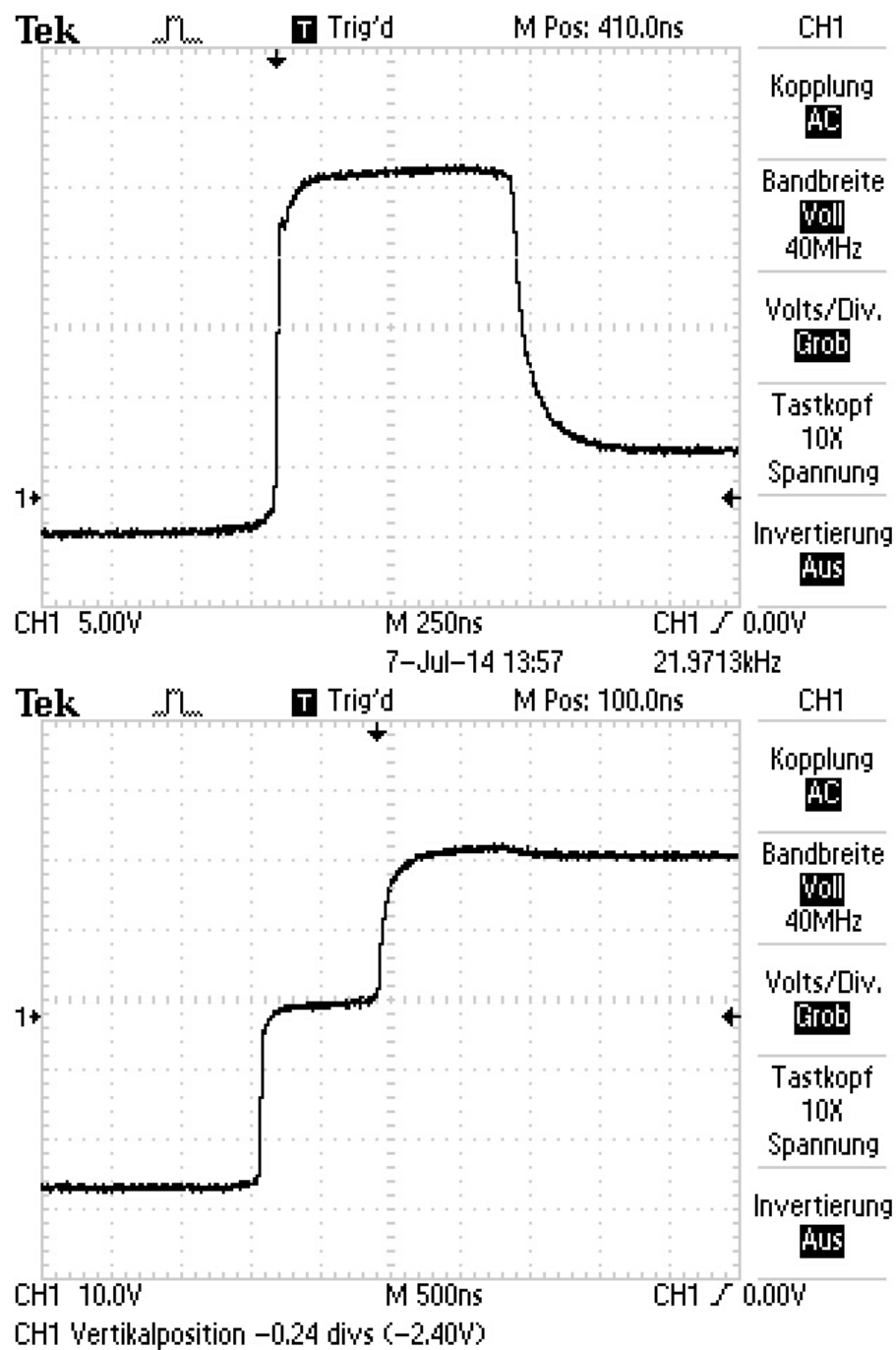


Abbildung 13: Spannungsverlauf eines M17/028 RG 058 Kabels.



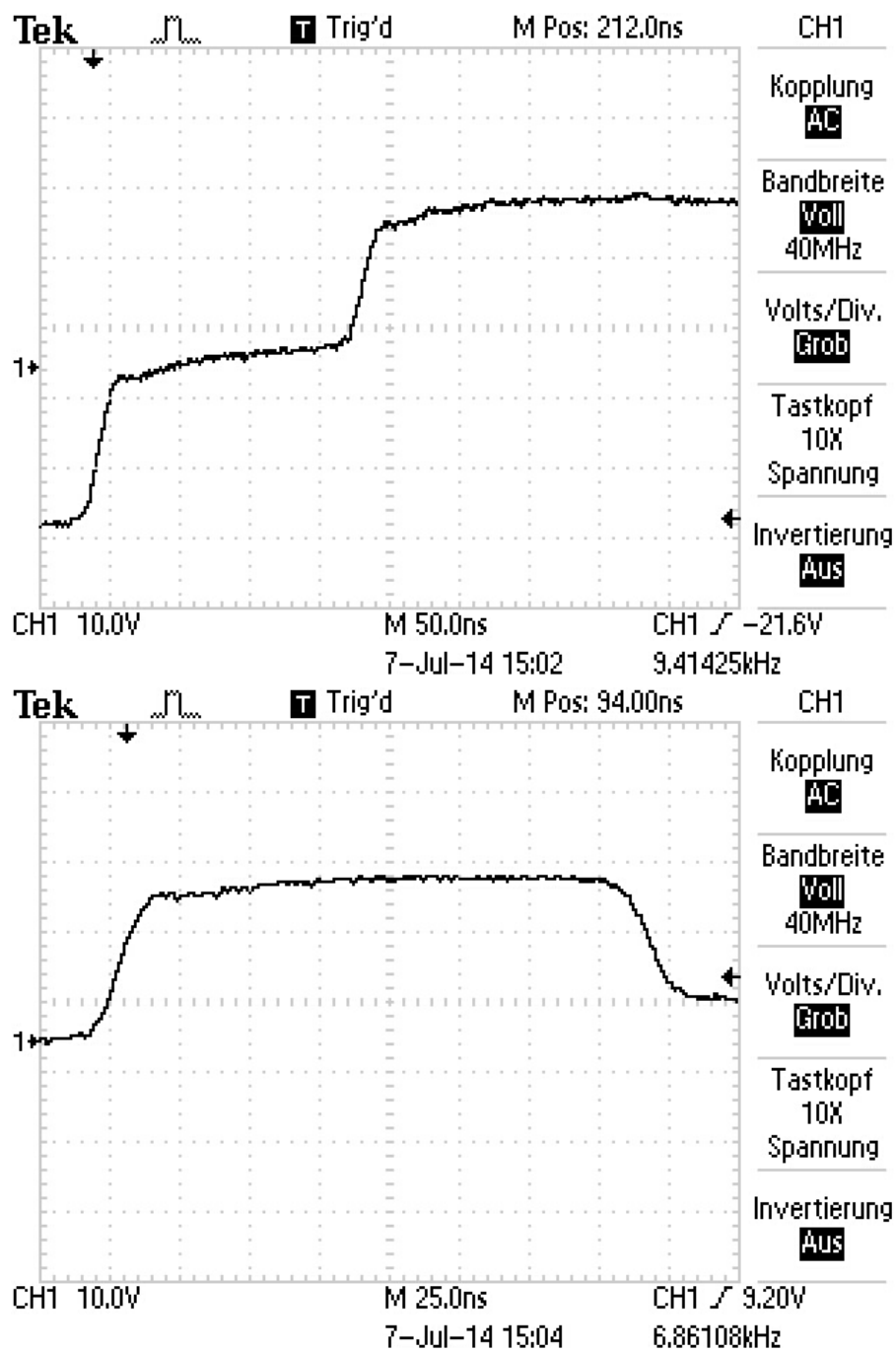


Abbildung 14: Spannungsverlauf eines RG 58C/U Kabels.

### 3.3.3 Bestimmung der Kabellänge mithilfe eines Smith-Diagramms

Um die Kabellänge mit einem Smith-Diagramm bestimmen zu können, muss zunächst die transformierte Impedanz

$$Z_L = R + i2\pi fL \quad (28)$$

bekannt sein. Mithilfe der errechneten Werte aus Kapitel 3.3.2 und einer Frequenz von 1 kHz ist diese

$$Z_{L_{\text{gesch}}} = 6.79 + 0.01i. \quad (29)$$

Der Reflexionsfaktor  $\Gamma_L$  lässt sich mithilfe der Gleichung

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z}{Z_L + Z} \quad (30)$$

bestimmen, womit sich

$$\Gamma_{L_{\text{gesch}}} = -0.7609 + 0.0004i \quad (31)$$

ergibt.

Der Winkel der komplexen Ebene zwischen dem Reflexionsfaktor  $\Gamma_L$  und dem alten Reflexionsfaktor  $\Gamma_A$  aus Kapitel 3.3.2 lässt sich durch

$$\Theta = \arccos \left( \frac{\vec{\Gamma}_L \vec{\Gamma}_L}{|\vec{\Gamma}_L| |\vec{\Gamma}_L|} \right) \quad (32)$$

bestimmen. Somit ergibt sich

$$\Theta_{\text{gesch}} \approx 0.0056. \quad (33)$$

Daraus lässt sich gemäß der Gleichung

$$l = \frac{c\Theta}{4\pi f \sqrt{\epsilon_r}} \quad (34)$$

die Länge des Kabels errechnen. Es ergibt sich

$$l_{\text{gesch}} \approx 8,90 \text{ m}. \quad (35)$$

Zudem kann die Länge über die Kapazität bestimmt werden mit

$$Z_L = -\frac{i}{2\pi f C} \quad (36)$$

und  $\Gamma_A = 1$ . Damit ergab sich nach analoger Rechnung für die Länge

$$l_{\text{offen}} \approx 253,47 \text{ m}. \quad (37)$$

### 3.4 D: Spannungsverlauf verschiedener Abschlusswiderstände

Die relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  berechnet sich aus dem Kapazitätsbelag  $C$ , dem Induktivbelages  $L$  und dem inneren und äußeren Durchmesser des Koaxialkabels  $d$  und  $D$  durch

$$\epsilon_r = \left( \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\log \frac{D}{d} 60 \Omega} \right)^{-2} \cdot [\text{koax}] \quad (38)$$

Dabei ist über die erhaltenen Größen von  $C$  gemittelt worden. Es ergab sich

$$\epsilon_r = (4,35 \pm 0,11) \text{ F/m}. \quad (39)$$

**Tabelle 6:** Ergebnisse der Leitungskonstanten von Abschluss 1.

$U_0$	$(-24,22 \pm 0,05) \text{ V}$
$U_1$	$(25,83 \pm 0,05) \text{ V}$
$U_2$	$(46,81 \pm 0,05) \text{ V}$
$\Gamma$	$0,812 \pm 0,005$
$R$	$(482,7 \pm 15,1) \Omega$
$m$	$(-3,67 \pm 0,04) \cdot 10^4 \text{ 1/s}$
$C$	$(5,12 \pm 0,16) \cdot 10^{-8} \text{ F}$

**Tabelle 7:** Ergebnisse der Leitungskonstanten von Abschluss 4.

$U_0$	$(-3,33 \pm 0,05) \text{ V}$
$U_1$	$(25,89 \pm 0,06) \text{ V}$
$U_2$	$(6,86 \pm 0,07) \text{ V}$
$\Gamma$	$-0,7350 \pm 0,0024$
$R$	$(7,64 \pm 0,08) \Omega$
$m$	$(-6,576 \pm 0,034) \cdot 10^5 \text{ 1/s}$
$L$	$(8,76 \pm 0,05) \cdot 10^{-5} \text{ H}$

### 3.4.1 Abschluss 1

Der Spannungsverlauf von Abschluss 1 ist in Abbildung 16 dargestellt. Anhand der der Anleitung beigelegten Spannungsverläufe handelt es sich hierbei um einen RC-Serienschaltungs Abschluss.

### 3.4.2 Abschluss 4

Der Spannungsverlauf von Abschluss 4 ist in Abbildung 18 dargestellt. Anhand der der Anleitung beigelegten Spannungsverläufe handelt es sich hierbei um einen RL-Serienschaltungs Abschluss.

### 3.4.3 Abschluss 10

Der Spannungsverlauf von Abschluss 10 ist in Abbildung 21 dargestellt. Anhand der der Anleitung beigelegten Spannungsverläufe handelt es sich hierbei um einen RC-Serienschaltungs Abschluss.

**Tabelle 8:** Ergebnisse der Leitungskonstanten von Abschluss 10.

$U_0$	$(-18,16 \pm 0,05) \text{ V}$
$U_1$	$(25,96 \pm 0,05) \text{ V}$
$U_2$	$(34,69 \pm 0,07) \text{ V}$
$\Gamma$	$0,3365 \pm 0,0022$
$R$	$(100,7 \pm 0,5) \Omega$
$m$	$(-6,69 \pm 0,23) \cdot 10^4 \text{ 1/s}$
$C$	$(9,92 \pm 0,34) \cdot 10^{-8} \text{ F}$

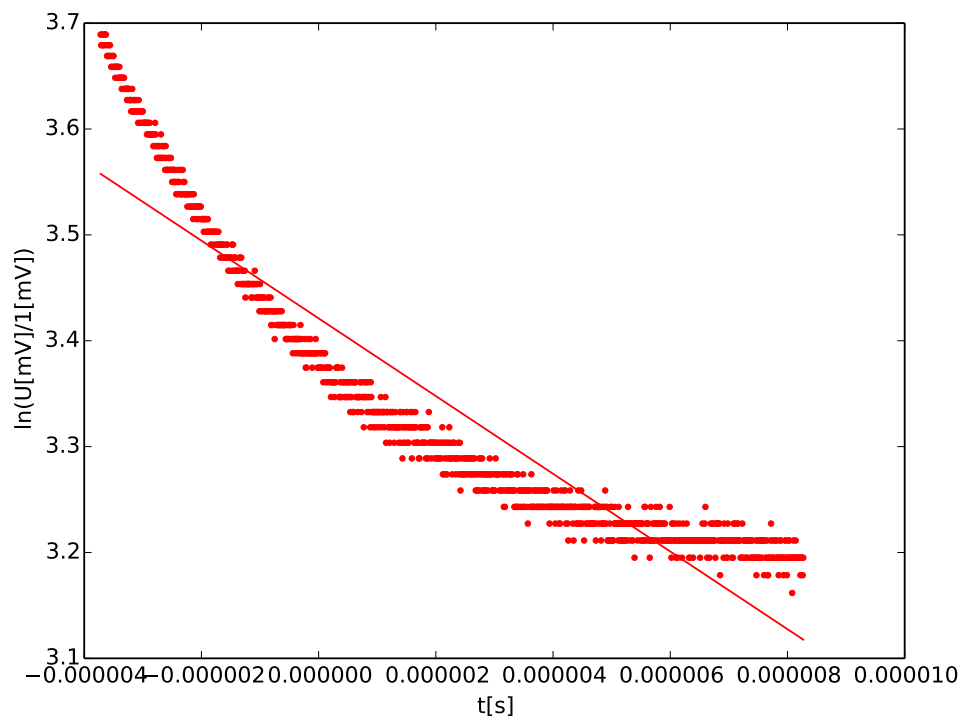


Abbildung 15: Lineare Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung des Induktivbelages und des Kapazitivbelags.

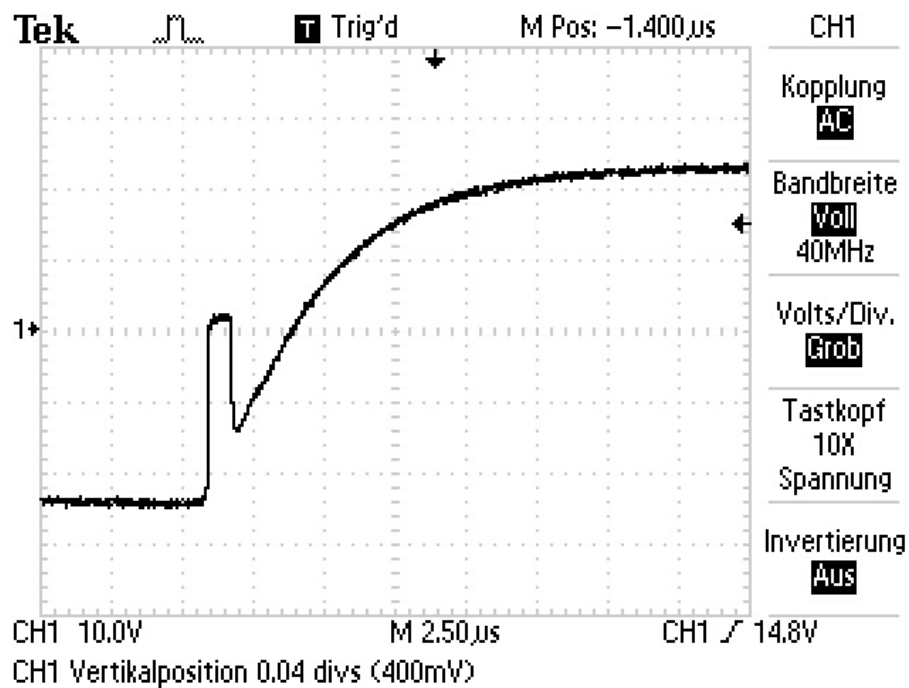
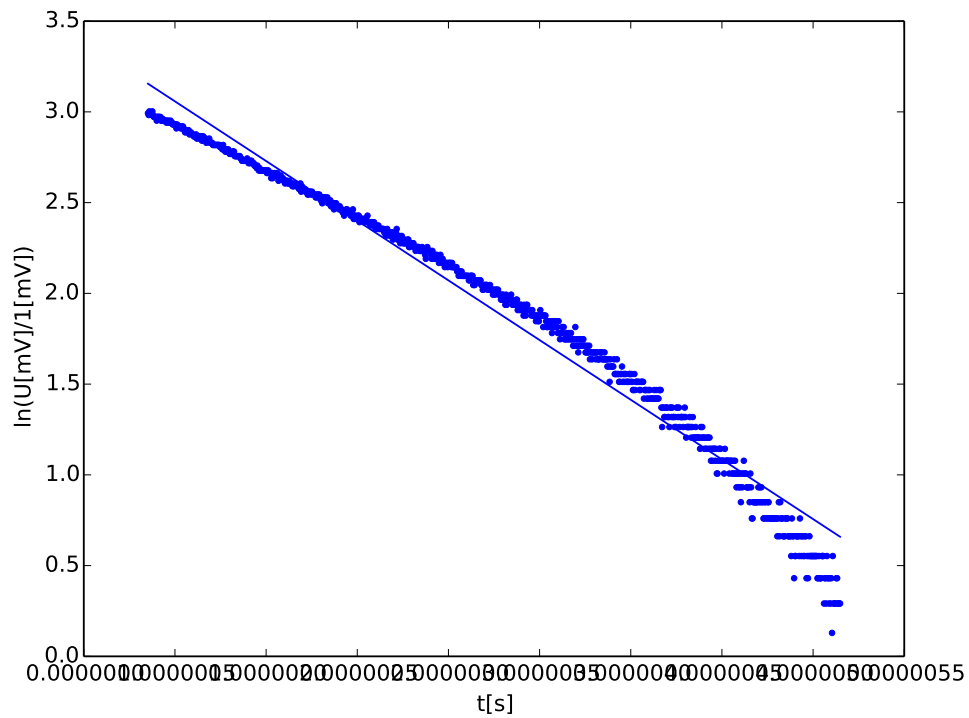
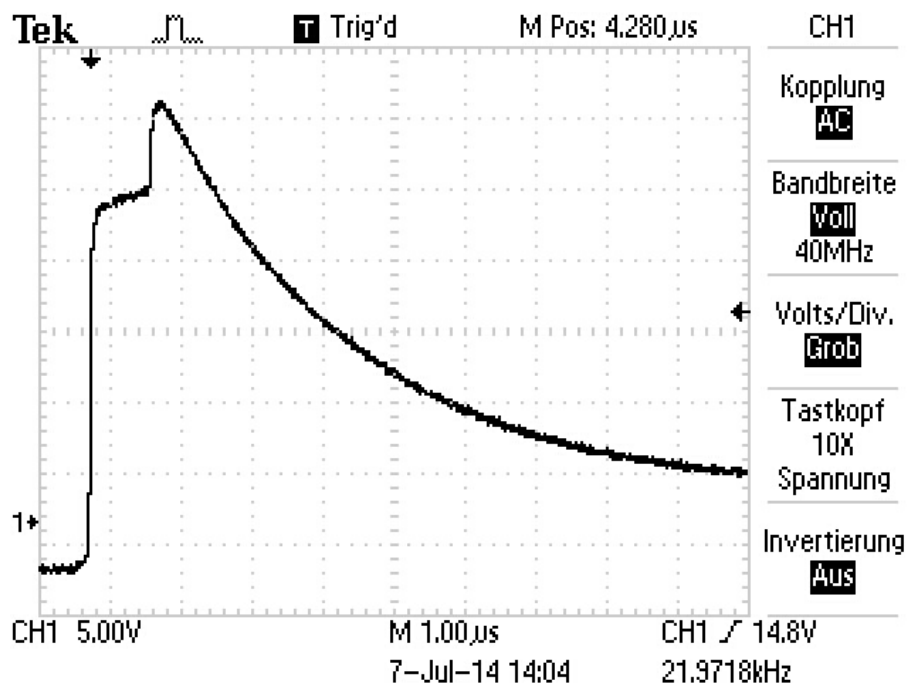


Abbildung 16: Spannungsverlauf von Abschluss 1.



**Abbildung 17:** Lineare Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung des Induktivbelages und des Kapazitivbelags.



**Abbildung 18:** Spannungsverlauf von Abschluss 4.

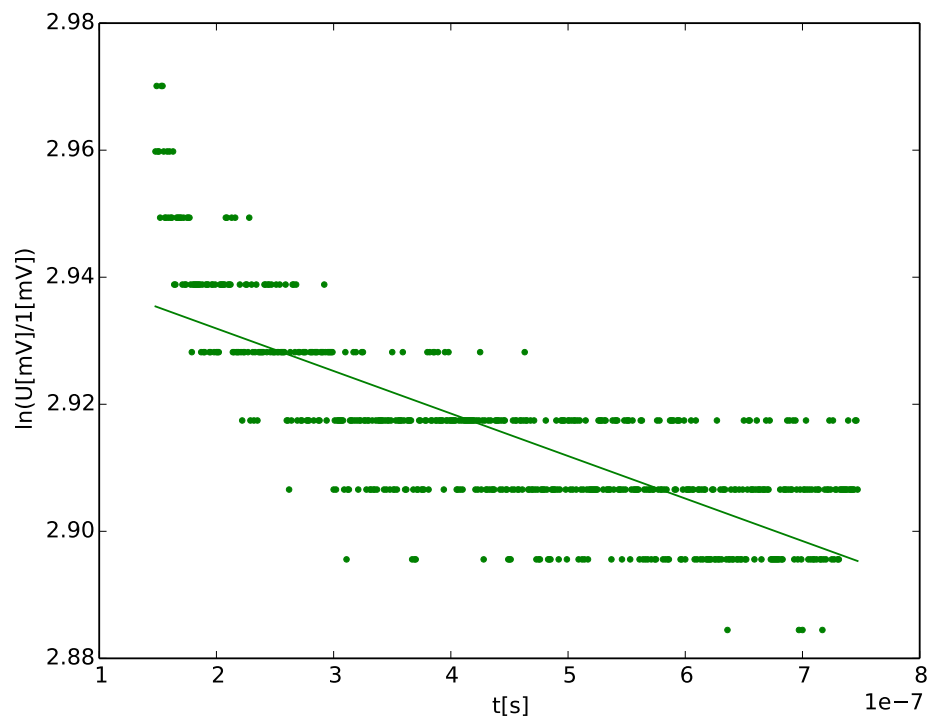


Abbildung 19: Lineare Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung des Induktivbelages und des Kapazitivbelags.

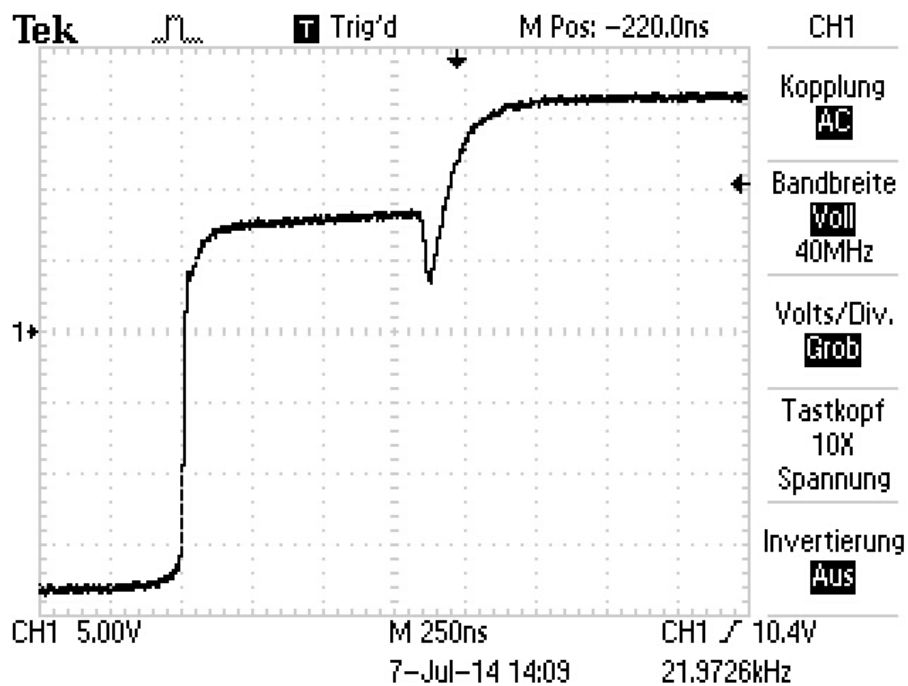


Abbildung 20: Spannungsverlauf von Abschluss 10.

### 3.5 E: Impulsfahrplan

Um die Reflexionsfaktoren der Leitung zu erhalten, wird zunächst über die Spannungen jedes Plateaus gemittelt. Anschließend wird von jedem Wert die Nullspannung  $U_0$  abgezogen wodurch sich die Werte

$$U_0 = (-23,32 \pm 0,05) \text{ V}, \quad (40)$$

$$U_1 = (22,93 \pm 0,06) \text{ V}, \quad (41)$$

$$U_2 = (28,87 \pm 0,06) \text{ V}, \quad (42)$$

$$U_3 = (49,34 \pm 0,06) \text{ V}, \quad (43)$$

$$U_4 = (46,76 \pm 0,07) \text{ V} \quad (44)$$

ergeben.

Als Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Spannungen ergibt sich

$$\Delta U_1 = U_2 - U_1 = (5,95 \pm 0,05) \text{ V}, \quad (45)$$

$$\Delta U_2 = U_3 - U_2 = (20,46 \pm 0,05) \text{ V}, \quad (46)$$

$$\Delta U_3 = U_4 - U_3 = (-2,58 \pm 0,06) \text{ V}. \quad (47)$$

Die Reflexionsfaktoren berechnen sich nach

$$\Gamma_L = \frac{\Delta U_1}{U_1} = 0,2594 \pm 0,0022, \quad (48)$$

$$\Gamma_E = \frac{\Delta U_3}{\Delta U_2} + \frac{\Delta U_2}{U_1(1 - \Gamma_L)} = 1,079 \pm 0,006, \quad (49)$$

$$\Gamma_R = \frac{\Delta U_3}{\Delta U_2 \Gamma_E} = -0,1168 \pm 0,0028. \quad (50)$$

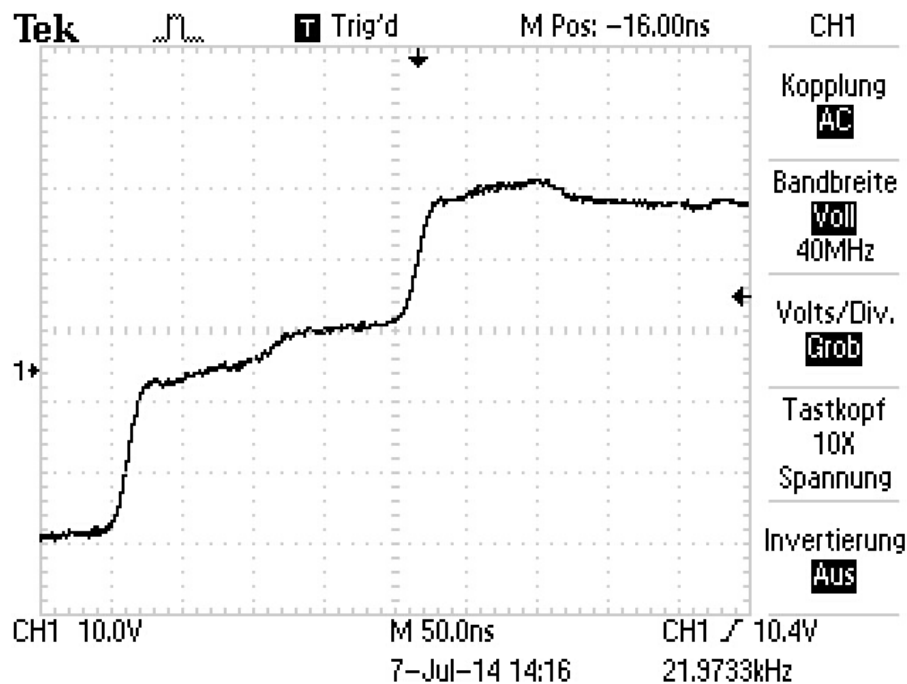


Abbildung 21: Spannungskurve einer Reihenschaltung von einem  $50\ \Omega$  und einem  $75\ \Omega$  Kabel.

## 4 Diskussion

Alles in allem lässt sich sagen, dass eine Signalübertragung mithilfe elektrischer Leitungen zu Problemen führen kann. So kann es zu Reflexionen oder anderen frequenzabhängigen Effekten kommen, welche berücksichtigt werden müssen.

Im ersten Teil konnten nur mit großer Mühe und Geduld hinreichende Messwerte aufgenommen werden, da das Messgerät Probleme mit dem erkennen des angeschlossenen Kabels hatte. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass der Induktivbelag  $L$  und der Kapazitivbelag  $C$  wie erwartet keine Frequenzabhängigkeit zeigt, während beim Widerstandsbelag  $R$  und beim Querleitwertbelag  $G$  eine Frequenzabhängigkeit zu erahnen ist.

Im zweiten Teil konnte gezeigt werden, dass die Dämpfungskonstante eines Kabels frequenzabhängig ist.

In Abschnitt C wurde festgestellt, dass eine Bestimmung der Kabellänge über eine Laufzeitmessung zu hinreichenden Ergebnissen führt. Bei der Bestimmung mithilfe eines Smith-Diagramms kam es jedoch zu erheblichen Fehlern. Dies könnte daran liegen, dass die idealisierten Annahmen zu fehlerhaften Größen führen. Die Leitungs konstanten mithilfe der Spannungsverläufe zu bestimmen war gut möglich.

Abschnitt D zeigte, dass es möglich ist nur mithilfe der Spannungsverläufe auf die Art des Abschlusses zurückzuschließen. Zudem ist es aus dem Spannungsverlauf möglich gewesen auf die Leitungs konstanten zurückzuschließen.

Abschließend konnte mithilfe des Spannungsverlaufs von in Reihe geschalteter Kabel ein Impulsfahrplan erzeugt werden. Es lässt darauf schließen, dass mindestens eins der Kabel von seiner vorgegebenen Impedanz abweicht, da die Reflexionsfaktoren  $\Gamma_L$  und  $\Gamma_R$  betragsmäßig ungleich 0.2 sind.



## 5 Quellen

[E02], author = Physikalisches Praktikum TU Dortmund, title = Versuch E2: Signale auf Leitungen, howpublished = [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/Signale\\_E2.pdf](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/Signale_E2.pdf), aufgerufen 2.7.2014

[koax], url<http://www.microwaves101.com/>, aufgerufen September 2014