

V53 – Mikrowellen auf Hohlleitern

Kevin Heinicke Markus Stabrin
kevin.heinicke@udo.edu markus.stabrin@udo.edu

30. Juni 2014
1. Abgabe 18. September 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Grundlagen	2
2.1	Moden	2
2.2	Erzeugung von Mikrowellen mit einem Klystron	3
3	Durchführung	5
3.1	Messung der Mikrowellenfrequenz	5
3.2	Abstimmempfindlichkeit	5
3.3	Stehwellenverhältnis SWR	5
4	Auswertung	8
4.1	Untersuchung eines Reflexklystrons	8
4.2	Messung von Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung	9
4.3	Stehwellenmessungen VSWR	11
5	Diskussion	11

1 Einleitung

Als allgegenwärtige Anwendung von physikalischem Know-How ist die Mikrowellentechnik kaum noch aus dem Alltag wegzudenken. Von dem Haushaltsgerät Mikrowelle, das in wahrscheinlich jeder Küche der westlichen Hemisphäre zu finden ist, bis zu Alarmanlagen wird diese Technik in äußerst breit gefächerten Gebieten genutzt. Ursprünglich schon zu Ende des zweiten Weltkrieges, als Frühwarnradar entwickelt, wird Mikrowellenstrahlung schon einige Jahrzehnte eingesetzt. Aus diesem Grund stellt sich die Untersuchung von Mikrowellen als interessante Aufgabe für jeden Physiker dar. Im Folgenden sollen verschiedene Welleneigenschaften mit Hilfe eines Reflexklystrons untersucht und das Verhalten von Mikrowellen auf Hohlleitern betrachtet werden.

2 Grundlagen

Als Mikrowellen wird elektromagnetische Strahlung im Frequenzbereich von etwa 300 MHz bis etwa 300 GHz bezeichnet. Niedrigere Frequenzen gehen über in Funkwellen während noch höhere Frequenzen in den Bereich des infraroten Lichts reichen.

Elektromagnetische Wellen breiten sich im Vakuum kugelförmig aus, wobei ihre Intensität mit $1/r^2$ abnimmt. Jede elektromagnetische Welle kann jedoch auch in verschiedenen metallischen Wellenleitern transportiert werden, wobei – je nach Leiter – theoretisch keine Verluste auftreten. Der hier untersuchte Hohlleiter weist einen rechteckigen Querschnitt auf, wie in Abbildung 1 dargestellt. Leiter dieser Art werden für Mikrowellen häufig verwendet.

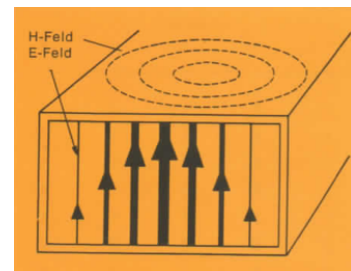


Abbildung 1: Der transversal-elektrische $TE_{1,0}$ -Modus in einem Rechteckhohlleiter, wie er in diesem Versuch untersucht wird [V53].

2.1 Moden

Wie in einem Einfachen Hohlraumresonator können Wellen in einem Hohlleiter konstruktiv oder destruktiv interferieren. Ähnlich zu einer stehenden Welle in jenem Resonator kann sich dabei eine Welle mit Bäuchen und Knoten zwischen den Leiterwänden ausbilden, die eine gewisse Ausbreitungskomponente entlang der Leiterachse besitzt. Für die Wellenlänge λ der Mikrowellen muss dabei die Beziehung

$$\lambda > \lambda_c = 2a,$$

gelten, wobei a den Abstand der Hohlleiterwände bezeichnet und λ_c die Wellenlänge darstellt, unterhalb derer der Hohlleiter keine Energie mehr transportiert – die sogenannte Cut-Off-Wellenlänge.

Die fortlaufenden Wellen bilden unter dieser Voraussetzung verschiedene Moden, die anhand der Ausprägung des elektrischen oder magnetischen Feldanteils bezeichnet werden. Bei transversal-elektrischen (TE-) Moden schwingt das elektrische Feld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, während dies das magnetische Feld bei transversal-magnetischen (TM-) Moden macht. Die Anzahl der Schwingungsbäuche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung z entspricht dabei der Modenzahl n , m in x - beziehungsweise y -Richtung (siehe Abbildung 1).

2.2 Erzeugung von Mikrowellen mit einem Klystron

Mikrowellen können mit Hilfe verschiedener Geräte erzeugt werden. Das Klystron nutzt die von beschleunigten Elektronen abgegebene Strahlung. Dafür werden die Elektronen resonant zwischen zwei Elektroden reflektiert (Reflex-Klystron), wobei die abgegebene Bremsstrahlung im Bereich der Mikrowellen liegt.

Aus einer Kathode werden Elektronen emittiert und in Richtung eines positiv geladenen Gitters beschleunigt. Anschließend erreichen sie den Reflektor, bei dem sie auf Grund seiner negativen Ladung abgebremst und in die entgegengesetzte Richtung beschleunigt werden. Wird nun eine periodische Spannung mit sich änderndem Vorzeichen zwischen Reflektor und Gitter angelegt, beginnen die Elektronen zu schwingen und passieren regelmäßig den Resonator. Falls sie im Resonator abgebremst werden, geben sie Energie ab, die als Mikrowellenstrahlung ausgekoppelt wird. Dabei tritt eine periodische Abhängigkeit der Leistung von der Verweildauer der Elektronen vor dem Reflektor auf, die durch die Reflektorspannung V beeinflusst werden kann. Zudem kann der Abstand der Reflektorplatte mechanisch verändert werden, was einen größeren Einfluss auf die Frequenz hat, in der das Klystron schwingt. Insgesamt ergeben sich somit zwei Möglichkeiten zur Beeinflussung der Ausgangsleistung und -frequenz, die elektronische und mechanische Abstimmung. Abbildung 2 stellt den schematischen Aufbau des Klystrons dar. Abbildung 3 zeigt die Ausgangsleistung in Abhängigkeit der Reflektorspannung.

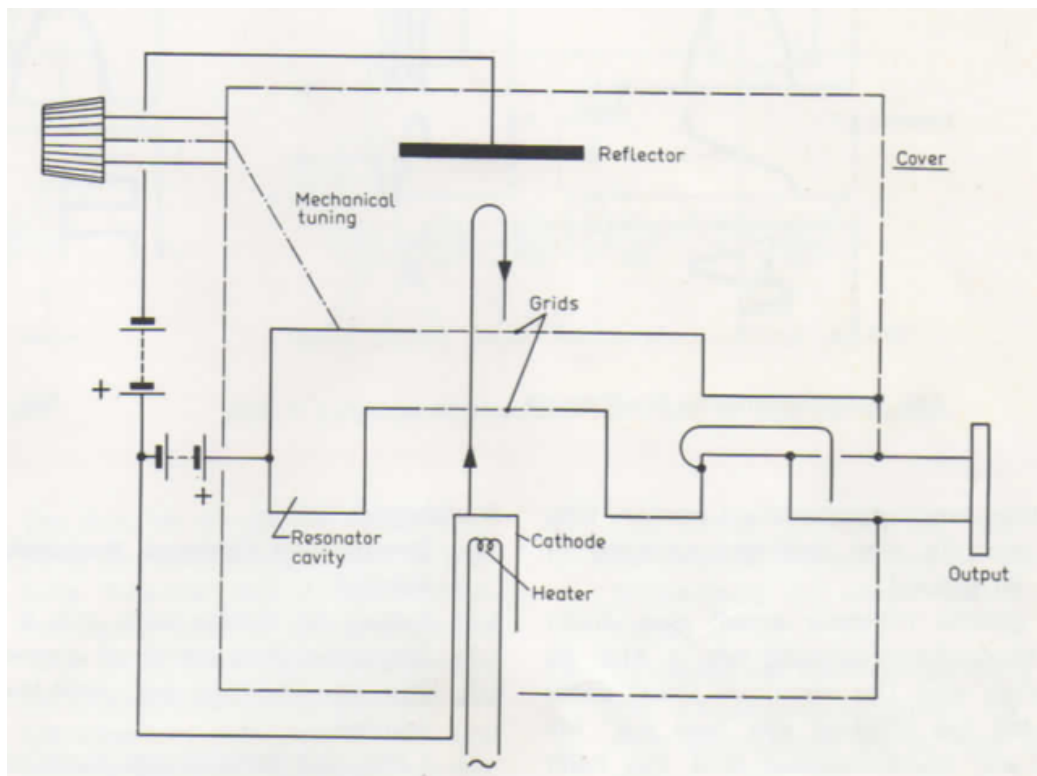


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Aufbaus eines Reflex-Klystrons zur Erzeugung von Mikrowellenstrahlung [V53].

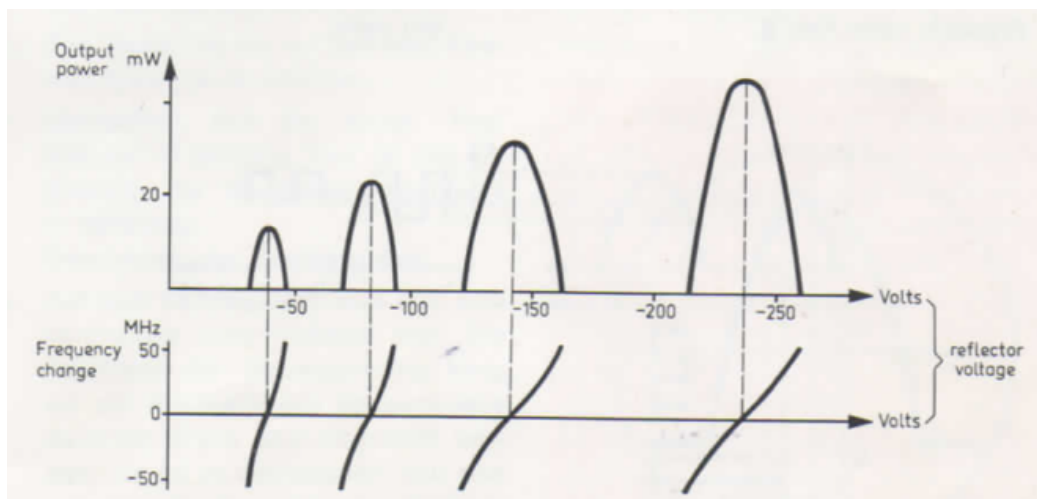


Abbildung 3: Ausgangsleistung des Klystrons in Abhängigkeit zur Reflektorspannung [V53].

3 Durchführung

Im Folgenden wird das Klystron mit einer Rechteckspannung amplitudenmoduliert. Die Rechteckspannung wird dafür auf den Reflektor gegeben und die abgegebene Leistung zeitabhängig gemessen. Die Leistung wird dabei mit einem Stehwellenmessgerät (SWR-Meter) gemessen. Alternativ lassen sich mit Hilfe eines Oszillographen die Modenkurven, wie in Abbildung 4a dargestellt. Dabei muss das Zeitsignal auf den x - und das Leistungssignal auf die y -Achse des Oszillographen gelegt werden. Der Versuchsaufbau ist Exemplarisch in Abbildung 5 dargestellt.

3.1 Messung der Mikrowellenfrequenz

Die Mikrowellenfrequenz f kann mit einem Frequenzmesser überprüft werden. Dieser wird durch einen variablen Resonator realisiert. Falls die erzeugte Frequenz genau der Resonatorfrequenz entspricht, wird die Welle zu einem Teil absorbiert, was in einem messbaren Rückgang der Leistung (Dip) resultiert und in Abbildung 4b deutlich erkennbar ist. Die Hohlleiterfrequenz kann, statt durch direkte Messung, mit Erzeugung einer stehenden Welle bestimmt werden. Dafür muss der Frequenzmesser verstimmt werden, um keine Leistung zu absorbieren. Es wird ein Kurzschluss mit variablem Detektor für stehende Wellen angeschlossen. Durch Variation der Detektorstellung lassen sich dann Leistungsminima finden, die durch einen Knoten der stehenden Welle entstehen. Die Wellenlänge λ_g im Hohlleiter entspricht dann dem doppelten Abstand benachbarter Minima. Mit der Lichtgeschwindigkeit c und der Breite a des Hohlleiters gilt für die Frequenz f der stehenden Welle

$$f = c \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)^2 + \left(\frac{1}{2a}\right)^2}. \quad (1)$$

3.2 Abstimmempfindlichkeit

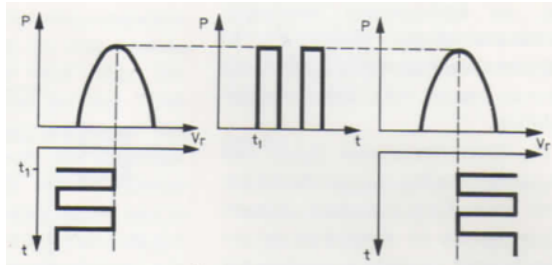
Wenn sich auf dem Oszillographen ein Dip erkennen lässt, kann mit dessen Hilfe die Abstimmempfindlichkeit A des Aufbaus berechnet werden. Hierfür wird der Dip durch variation der Frequenz f des Frequenzmessers auf die halbe Höhe der Modenfigur beidseitig neben dem Modenmaximum verschoben. Dabei wird die Reflektorspannung V notiert. Es gilt

$$A = \frac{f' - f''}{V' - V''}. \quad (2)$$

Die gestrichenen Größen sind dabei die Messwerte neben dem Modenmaximum.

3.3 Stehwellenverhältnis SWR

Auch bei nicht kurzgeschlossenem Ende lässt sich die Welle in einem Hohlleiter in Komponenten einer einlaufenden, beziehungsweise reflektierten und einer auslaufenden Welle unterteilen. Die einlaufenden Wellenanteile entstehen durch Reflexion an einer Lastimpedanz oder an Unstetigkeiten des Hohlleiters, wie zum Beispiel an Verbindungsstellen oder Messinstrumenten. Die Summe beider Wellenanteile erzeugt wiederum eine stehende Welle. Dabei wird das Verhältnis zwischen maximaler und minimaler Feldstärke auf der Leitung als Stehwellenverhältnis (standing wave ratio, SWR) $S = E_{\max}/E_{\min}$ bezeichnet.



(a) Rechteckmodulation des Klystrons



(b) Dip in der Klystron-Leistung

Abbildung 4: Modulationsschema des für eine Rechteckmodulation des Klystrons, sowie Rückgang der Klystron-Leistung, hervorgerufen durch einen Frequenzmesser, der auf eine Klystron-Mode eingestellt ist [V53].

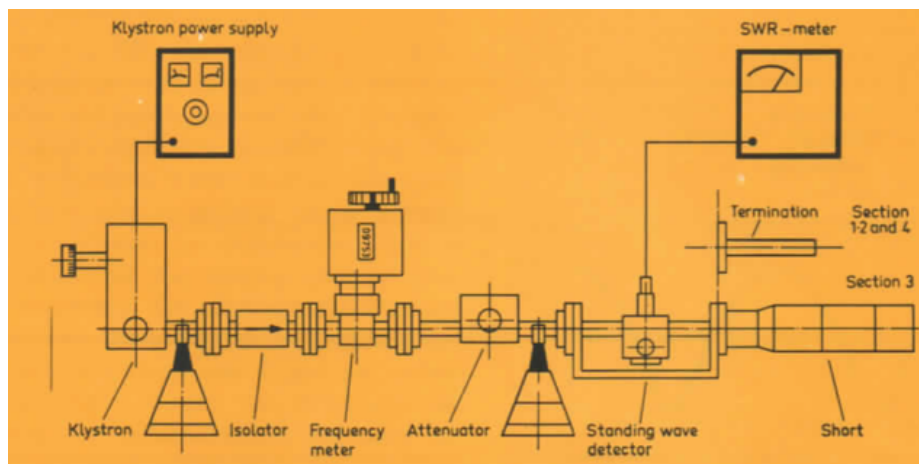


Abbildung 5: Schematische Abbildung des Versuchsaufbaus. Statt des SWR-Meters wird bei einigen Messungen ein Oszillograph angeschlossen und der Standing-Wave-Detector durch einen Detektor ersetzt.

Das Stehwellenverhältnis kann mit Hilfe des SWR-Meters direkt gemessen werden. Jedoch muss hierfür eine Sonde in den Hohlleiter eingebracht werden, die das innere Feld selbst beeinflusst. Außerdem sind große Ausgangsleistungen von Nöten, die durch das SWR-Meter nicht mehr linear gemessen werden können. Die *3 dB-Methode* ermöglicht eine Messung des SWR, in der die direkte Beeinflussung der Wellen durch einen Detektor einen kleineren Einfluss hat. Dabei wird der Abstand zwischen den Punkten d_1 und d_2 gemessen an denen die gemessene Leistung den doppelten Wert des Minimums erreicht (siehe Abbildung 6). Das Stehwellenverhältnis ergibt sich dann zu

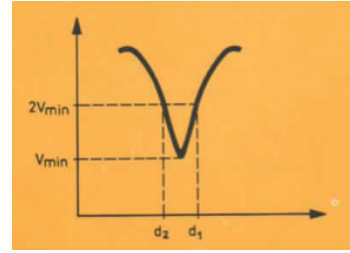


Abbildung 6: Messung zur 3 dB-Methode.

$$S = \sqrt{1 + 1/\sin^2 \left(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda_g} \right)} \approx \frac{\lambda_g}{\pi(d_1 - d_2)}. \quad (3)$$

Darüber hinaus ermöglicht die *Abschwächer-Methode* eine Messung des SWR, bei der der Einfluss der Nichtlinearität des SWR-Meters entfällt. Dabei wird zwischen Generator und Detektor ein Abschwächer eingebaut und das Signal in einem Feld-Maximum auf die Höhe eines Minimums herabgeregelt. Die Differenz der Abschwächereinstellungen A_1 und A_2 ermöglicht dann die Berechnung von S :

$$S = 10^{(A_2 - A_1)/20}. \quad (4)$$

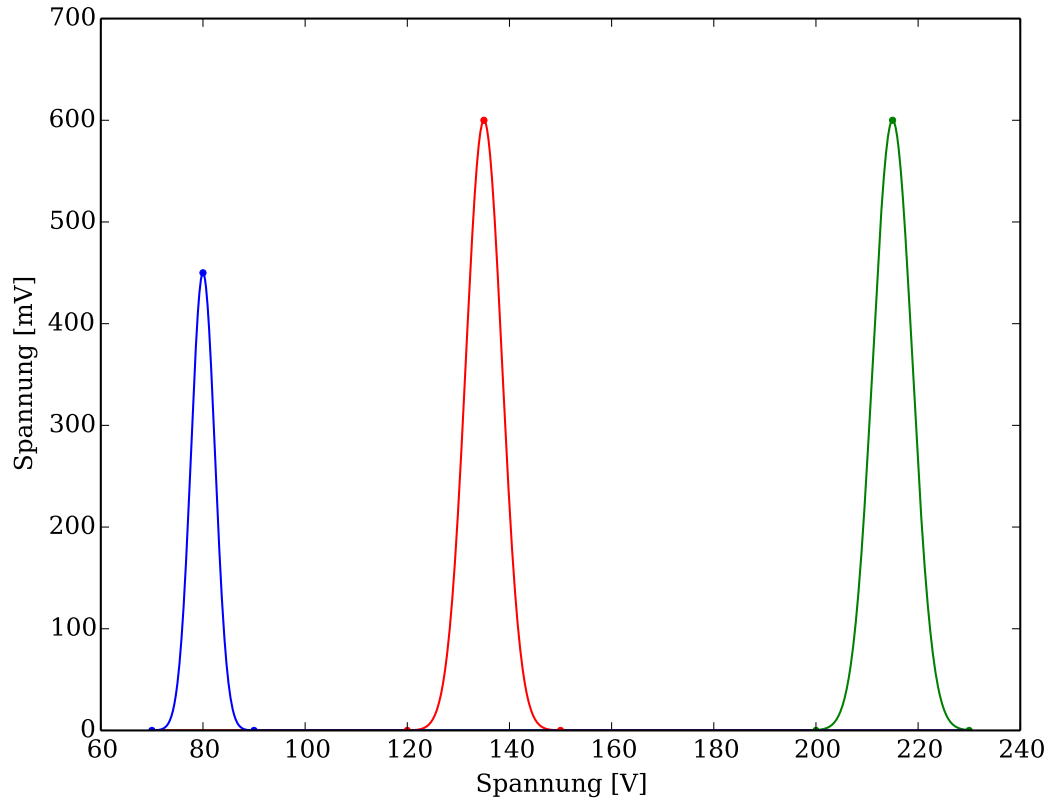


Abbildung 7: Modus-Diagramm des Reflexklystrons bei einer Abstimmung auf 9 GHz. Die Leistung der Amplitude ist proportional zur Spannung.

4 Auswertung

Alle Fehlerrechnungen wurden mithilfe Gaußscher Fehlerfortpflanzung errechnet.

$$\Delta f(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{\sum_{i=0}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (5)$$

Dafür ist die Python Bibliothek *uncertainties* benutzt worden.

Wenn nicht anders angegeben gelten die Fehler

$$\Delta V = \pm 5, \quad (6)$$

$$\Delta \text{Hz} = \pm 0.5, \quad (7)$$

$$\Delta \text{mm} = \pm 0.005, \quad (8)$$

$$\Delta \text{dB} = \pm 0.5. \quad (9)$$

$$(10)$$

4.1 Untersuchung eines Reflexklystrons

Nach der Abstimmung des Klystrons auf 9 GHz und der Bestimmung der Modenbreiten und Amplituden, hat sich das in Abbildung 7 dargestellte Modus-Diagramm ergeben. Für die Abstimm-Empfindlichkeit B des Klystrons hat sich nach Gleichung (2)

$$B = (2,1 \pm 0,7) \text{ Hz/V} \quad (11)$$

Tabelle 1: Messwerte zur Darstellung des Modus-Diagramms.

Mode	V_0 [V]	V_1 [V]	V_2 [V]	A_0 [mV]	f [MHz]
1	215	200	230	600(10)	9000.5
2	185	120	150	600(10)	9005.0
3	80	70	90	450(10)	9010.5

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung der Bandbreite B des Klystrons.

V_0 [V]	V' [V]	V'' [V]	f_0 [MHz]	f' [MHz]	f'' [MHz]
215	225	205	9001.0	9024.0	8982.5

ergeben.

Die benutzten Dateien sind in den Tabellen 1 und 2 aufgelistet.

4.2 Messung von Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung

Die Bestimmung der Wellenlänge aus dem doppelten Abstand zweier Minima und der Frequenz nach Gleichung (1) hat

$$\lambda = (48,933 \pm 0,005) \text{ mm}, \quad (12)$$

$$f = (8980 \pm 10) \text{ MHz} \quad (13)$$

ergeben. Es ist zu erkennen, dass die errechnete Frequenz des Klystrons der entspricht, auf welche das Klystron zuvor eingestellt worden ist.

Die Bestimmung der Dämpfungskurve mithilfe des SWR-Meters und dem Dämpfungsgliedes ergibt die in Abbildung 8 dargestellte Kurve. Diese wurde mit der Funktion

$$f(x) = a \cdot (x - d)^2 + b \cdot (x - e) + c \quad (14)$$

durch eine nicht lineare Regression erzeugt.

Es ist zu erkennen, dass die Dämpfungskurve steiler ansteigt als die Eichkurve der Dämpfungsgliedes.

Die verwendeten Werte und Parameter sind in den Tabellen 3 bis 5 aufgelistet.

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der Klystronfrequenz.

f_0 [MHz]	d_1 [mm]	d_2 [mm]	d_3 [mm]	d_4 [mm]	a [mm]
8996.0	114.2	89.6	65.0	40.8	$22,860 \pm 0,046$

Tabelle 4: Messwerte zur Bestimmung Dämpfungskurve.

SWR-Meter Ausschlag[dB]	0	2	4	6	8	10
Mikrometereinstellung[mm]	1.00	1.40	1.89	2.11	2.34	2.48

Tabelle 5: Fitparameter der Dämpfungskurven.

	a	b	c	d	e
Regression m. Offset	3.08	2.51	0.60	0.11	0.16
Regression o. Offset	3.08	1.00	0.60	0.86	1.42

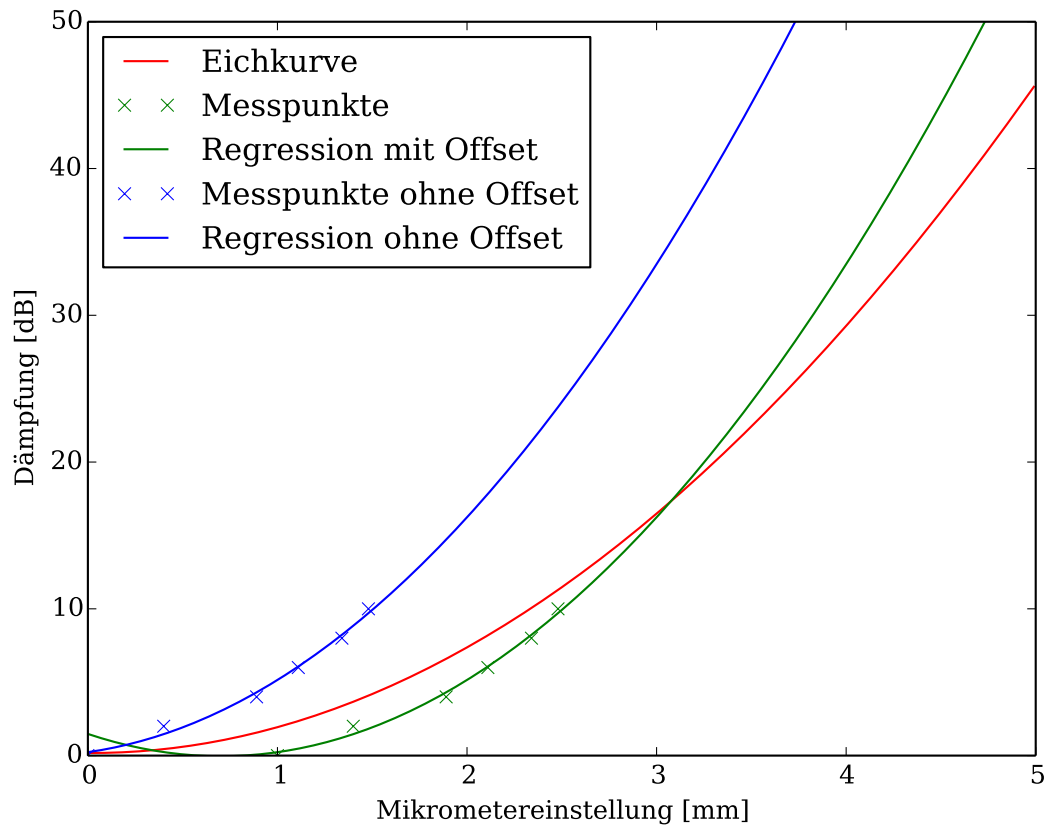


Abbildung 8: Dämpfungskurven des Klystrons.

4.3 Stehwellenmessungen VSWR

Mithilfe der SWR-Meter Methode sind die in Tabelle 7 dargestellten SWR bei verschiedenen Sondentiefen ermittelt worden.

Mit der 3-dB-Methode bei einer Sondentiefe von 9 mm ergaben sich die Ergebnisse aus Tabelle 8. Das SWR wurde dabei nach Gleichung (3) berechnet.

Mit der Abschwächer-Methode bei einer Sondentiefe von 9 mm ergaben sich die Ergebnisse aus Tabelle 8.

5 Diskussion

Bei der Untersuchung des Reflexklystrons stellte sich heraus, dass es gut möglich ist mit diesem ein Modus-Diagramm zu erzeugen.

Die eingestellte Frequenz von $(8996,0 \pm 0,5)$ Hz stimmt zudem nahezu mit der errechneten mit (8980 ± 10) MHz überein. Beim Messen der effektiven Dämpfungskurve des Klystrons ergab sich eine steilere Krüve als die Eichkurve des Dämpfungsgliedes. Dies könnte durch eine zusätzliche Dämpfung innerhalb der Geräte zustande kommen.

Für die Messung des SWR hat sich ergeben, dass die 3dB-SWR-Methode und die SWR-Meter Methode auf etwa dasselbe Ergebnis kamen. Mithilfe der Abschwächer-Methode hingegen ergab sich etwa der doppelte Wert. Da die Sondentiefe mit 9 mm relativ groß ist, sollte die SWR-Meter Methode nicht hinreichend sein, da es zu Feldverzerrungen kommen kann. Am genauesten sollte die Abschwächer-Methode mit $SWR = 10$ sein, da diese die Abweichung des Detektors vom quadratischen Verhalten überwindet.

Abschließend lässt sich sagen, dass die Untersuchung von Mikrowellen mit dem Reflexklystron hinreichend genau sind.

Tabelle 6: Ergebnisse der SWR-Meter Methode.

Sondentiefe	3	5	7	9
SWR	1.20	1.55	3.00	6.00

Tabelle 7: Ergebnisse der 3dB-SWR-Methode.

d_1 [mm]	d_2 [mm]	$x_{\min 1}$ [mm]	$x_{\min 2}$ [mm]	$x_{\min 3}$ [mm]	λ [mm]	SWR
96.4	93.4	90.5	66.0	115.3	$49,300 \pm 0,007$	$5,357 \pm 0,012$

Tabelle 8: Ergebnisse der Abschwächer-Methode.

A_1 [dB]	A_2 [dB]	$A_2 - A_1$ [dB]	SWR
20	40	$20,0 \pm 0,7$	$10,0 \pm 0,8$