## بسمه تعالى

استاد: دكتر صباغيان تاريخ تحويل: 10 مرداد مخابرات بیسیم تمرین کامپیوتری 2 امیرحسین بیرژندی 810198367

# بخش اول: كانال باند باريك

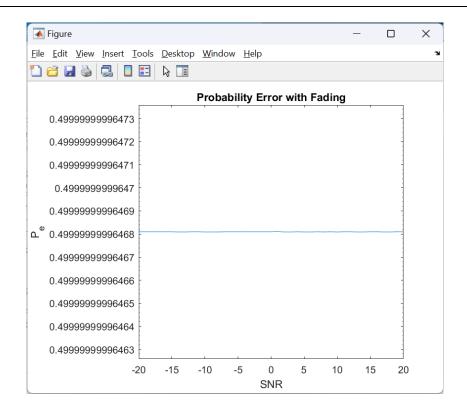
(1

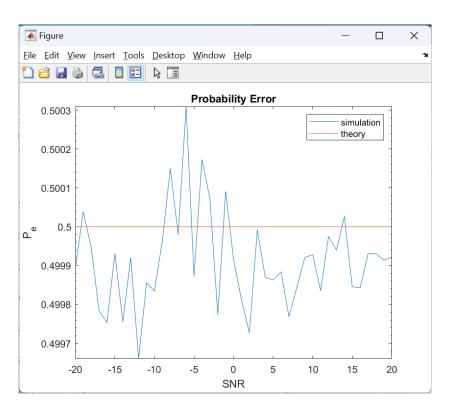
## الف) بررسی اثر محو شدگی در BPSK

در این قسمت میخواهیم اثر محو شدگی را مشاهده کنیم.

BPSK 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1-t} dt$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t$$



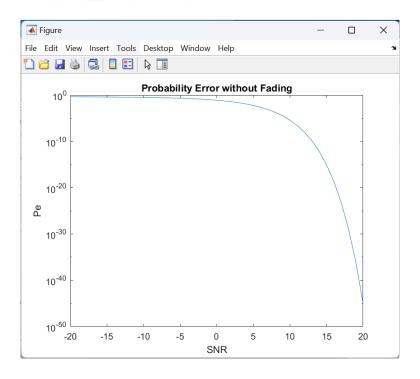


همانطور که مشاهده میکنیم مقدار محوشدگی به گونهای است که حتی در SNR های بالا نیز احتمال خطا 0.5 را تجربه میکنیم.

در این قسمت اثر محوشدگی را یک در نظر می گیریم.

$$SNA = \frac{E\{(h, u)^{2}\}}{E\{u^{2}\}} = \frac{E\{h^{2}\}E\{x^{2}\}}{\frac{N_{0}}{2}} = \frac{E\{x^{2}\}}{N_{0}/2} = \frac{2a^{2}}{N_{0}}$$

$$P_{e} = Q(\sqrt{\frac{2a^{2}}{N_{0}}}) = Q(\sqrt{2SNR})$$



ج)

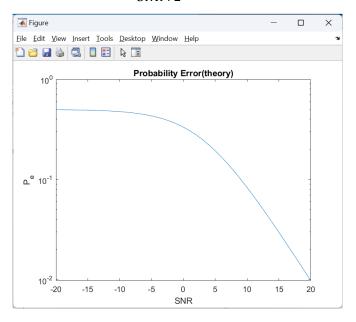
$$P_{e} = 10^{-6} \longrightarrow Q^{-1}(10^{-6}) = \sqrt{25NR} = 0 \text{ SNR} = \left(Q^{-1}(10^{-6})\right)^{2}$$
SNR = 10.5298 dB

در این قسمت به ازای ارسال بیت 0 و 1 یک بردار را به گونهای ارسال می کنیم که برای بیت 1 به ترتیب 0 و  $\alpha$  و برای بیت  $\alpha$  به ترتیب  $\alpha$  و  $\alpha$  میباشد.

### \* نكات محاسبات:

- 1. میدانیم که مربع یک توزیع نرمال یک توزیع نمایی با پارامتر  $\frac{1}{\sigma^2}$  میباشد.
- 2. برای بدست آوردن احتمال اختلاف دو توزیع نمایی کافیست از رابطه  $\frac{\lambda_{\chi}}{\lambda_{\chi}+\lambda_{\gamma}}=\Pr\{X-Y>0\}=\frac{1}{2}$  استفاده می کنیم.

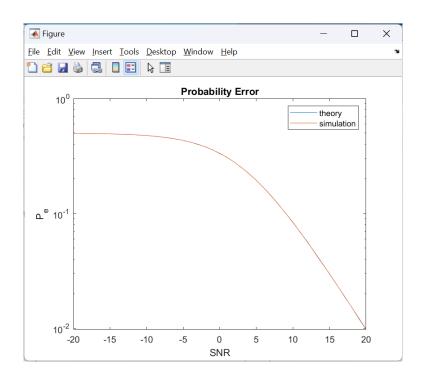
برای رسم این بخش کافیست به ازای SNR گفته شده نمودار  $\frac{1}{SNR+2}$  را رسم کنیم.



**(**ب

برای شبیه سازی این بخش کافیست از ناحیه تصمیم گیری محاسبه شده استفاده کنیم که برابر عبارت زیر میباشد:

$$y_0^2 \gtrless y_1^2$$





$$P_e = \frac{1}{SNR+2} \rightarrow 10^6 - 2 = SNR \rightarrow SNR = 99998 = 60 dB$$

این مقدار با قسمت ج سوال 1 نزدیک به 50dB تفاوت دارد.

در این قسمت فرض می کنیم اطلاعات کانال را در گیرنده داریم.

$$\frac{V_{[h]^2}}{V_{[h]^2}} + \frac{h^*_{cm_3}, y_{cm_3}}{|h|^2} = \chi_{cm_3} |h|^2 + h^*_{cm_3} w_{cm_3}$$

$$\frac{V_{[h]^2}}{|h|^2}, \frac{h^*_{cm_3}, y_{cm_3}}{|h|^2} = \chi_{cm_3} |h|^2 + h^*_{cm_3} w_{cm_3}$$

$$\frac{V_{[h]^2}}{|h|^2}, \frac{h^*_{cm_3}, y_{cm_3}}{|h|^2} = \chi_{cm_3} + \frac{h^*_{cm_3} w_{cm_3}}{|h|^2}$$

$$P_e = \frac{1}{2} \Pr \left\{ \hat{\lambda} = 0 \mid \chi = 1 \right\} + \frac{1}{2} \Pr \left\{ \hat{\lambda} = 1 \mid \chi = 0 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \Pr \left\{ \alpha + \frac{h^*_{cm_3} w_{cm_3}}{|h|^2} < 0 \right\} + \frac{1}{2} \Pr \left\{ -\alpha + \frac{h^*_{cm_3} w_{cm_3}}{|h|^2} \right\} + \frac{h_{cm_3} w_{cm_3}}{|h|^2} + \frac{h_{cm_3} w_{cm_3}}{|h|^2} + \frac{h_{cm_3} w_{cm_3}}{|h|^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \Pr \left\{ \frac{h_r w_r cm_3}{|h|^2} + \frac{h_r w_r cm_3}{|h|^2} + \frac{h_r w_r cm_3}{|h|^2} + \frac{h_r w_r cm_3}{|h|^2} > \alpha \right\}$$

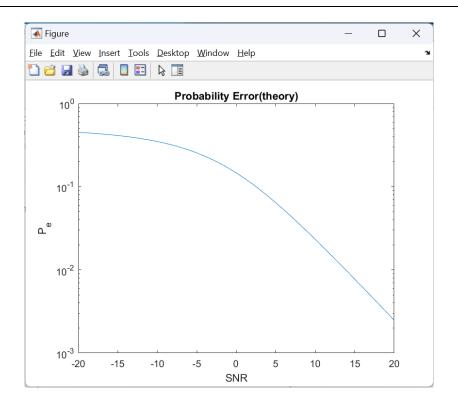
$$= \frac{1}{2} \Pr \left\{ \frac{h_r w_r cm_3}{|h|^2} + \frac{h_r w_r cm_3}{|h|^2} + \frac{h_r^2}{|h|^2} \times \frac{N_0}{2} \right\}$$

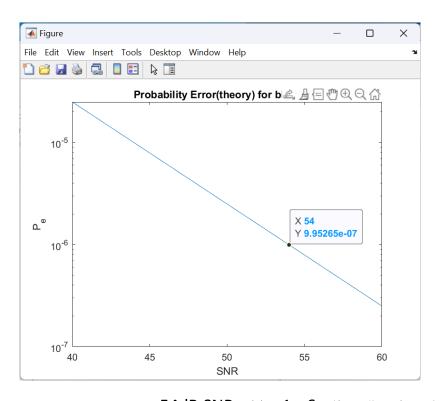
$$= \frac{1}{2} \left( \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{h_r^2 + h_r^2}} \times \frac{N_0}{2}} \right) + \frac{h_r^2}{|h|^2} \times \frac{N_0}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{h_r^2 + h_r^2}} \times \frac{N_0}{2}}} \right) + \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{h_r^2 + h_r^2}} \times \frac{N_0}{2}}$$

$$= Q \left( \frac{a \sqrt{hr^2 + h_r^2}}{\sqrt{N''_{2}}} \right) = Q \left( \sqrt{2SNR} \frac{h_r^2 + h_r^2}{h_r^2 + h_r^2} \right)$$

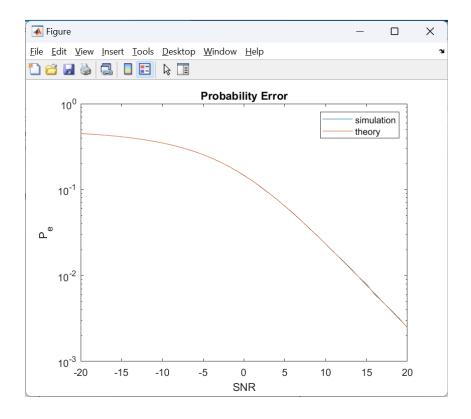
البته توجه شود عبارت بدست آمده احتمال خطا به ازای hr های و hi های مختلف میباشد و در انتها باید یک انتگرال دو گانه روی این عبارت بگیریم. نمودار این بخش نیز با استفاده از دستور integral2 رسم شده است.

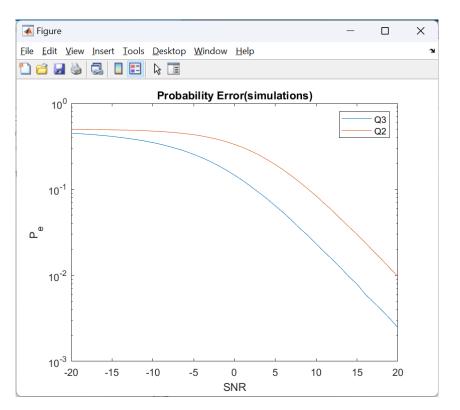




همانطور که مشاهده میکنیم احتمال خطای 6-1e به ازای 54dB SNR رخ میدهد.







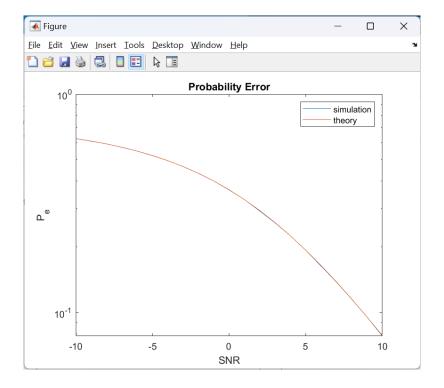
نسبت احتمال خطا در دو حالت به صورت زیر محاسبه شده است.

ratio = 10\*log10(Pe1(end)/Pe(end));
display(ratio);

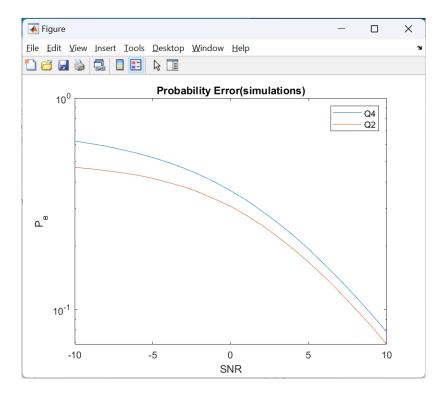
ratio = 5.9919

ج)
همانطور که مشاهده میکنیم احتمال خطا در حالتی که اطلاعات کانال را میدانیم کاهش پیدا میکند و این اختلاف با
افزایش SNR بیشتر نیز میشود.

$$\begin{aligned} & \mathcal{C}(m) = || \frac{h^{2}(m)}{|h(m)|^{2}} = || \mathcal{A}(m)| + || \frac{h^{2}(m)}{|h(m)|} \\ & \mathcal{C}_{e} = || - \mathcal{C}_{e}| \\ & \mathcal{C}_{e} = \frac{1}{4} \mathcal{C}_{e}^{2} || \mathbf{x} = || \mathbf{x}_{e}| || \mathbf{x$$



**(**ب



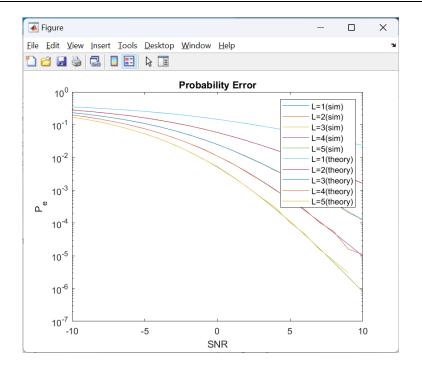
همانطور که مشاهده می کنیم این دو حالت با افزایش SNR نزدیک به یکدیگر شده و توقع داریم با اقزایش بیشتر SNR این دو حالت مشابه یکئیگر عمل می کنند. در نتیجه احتمال خطا بهبود نیافته است.

```
ratio = 10*log10(Pe1(end)/Pe(end));
display(ratio);
ratio = -9.0415
```

میدانیم زمان همدوسی کانال که با  $T_c$  نمایش داده میشود به ما مقدار زمانی که باید بایستیم تا کانال از خود مستقل شود را بیان می کند. در نتیجه منطقی است فاصله بین ارسال سمبل ها به گونهای باشد که اگر سمبلی در زمانی که کانال وضعیت مناسبی نداشته ارسال شده، سمبل بعدی را به گونهای ارسال کنیم که کانال از خود مستقل شده باشد.

### **ب**)

$$h_{L}^{200} \xrightarrow{\chi_{1}} \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} = \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{2}} \frac{\lambda_{$$



## تحليل نتايج:

همانطور که مشاهده می کنیم با افزایش L احتمال خطای کمتری خواهیم داشت. در واقع با افزایش L احتمال محو شدگی زیاد را کمتر می کنیم و مشخصا احتمال اینکه در هر L بار محوشدگی زیادی را تجربه کنیم به مراتب کمتر از حالتیست که هر سمبل را فقط یک بار ارسال کنیم.

در حالتی که از چند آنتن گیرنده استفاده می کنیم بین آنتن فرستنده و هر یک از آنتن های گیرنده در واقع یک کانال در آن مستقل از بقیه کانال ها وجود دارد که این دقیقا مشابه حالتیست که یک سمبل را در چندین زمان متفاوت که کانال در آن زمانها از هم مستقل هستند می فرستیم. در نتیجه به راحتی می توان دایورسیتی در زمان را با ساختار این سوال ساخت.

### **(**ب

$$y(m) = h_1(m) \chi_1(m) + h_2(m) \chi_2(m) + w(m)$$

$$[y(m), y(m)] = [h_1 h_2] \begin{bmatrix} u_1 & -u_2 \\ u_2 & u_1^* \end{bmatrix} + [w_1 w_2]$$

$$y(m) = h_1 u_1 + h_2 u_2 + w_1 \frac{x h_1^*}{x h_1^*}, \quad |h_1|^2 u_1 + h_1^* w_1$$

$$y(m+1) = -h_1 u_2^* + h_2 u_1^* + w_2 \frac{x h_2}{x h_2}, \quad |h_2|^2 u_1 + h_2 w_2^*$$

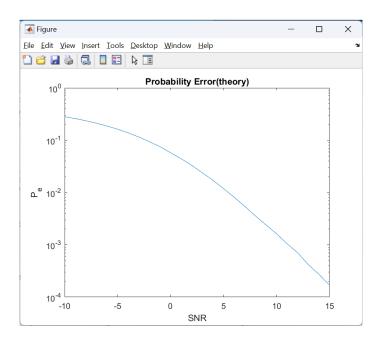
$$= 0 \quad m_1 = h_1^* y_1 + h_2 y_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) u_1 + h_1^* w_1 + h_2 w_2^*$$

$$y(m+1) = -h_1 u_2^* + h_2 u_1^* + w_2 \frac{x h_2}{x h_2}, \quad |h_2|^2 u_1 + h_1^* w_1 + h_2 w_2^*$$

$$= 0 \quad m_1 = h_1^* y_1 + h_2 y_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) u_1 + h_1^* w_1 + h_2 w_2^*$$

$$y(m+1) = -h_1 u_2^* + h_2 u_1^* + h_2 u_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) u_1 + h_1^* w_1 + h_2 w_2^*$$

$$= 0 \quad m_2 = h_2^* y_1 - h_1 y_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) u_2 + h_2^* w_1 - h_1 w_2^*$$



## ج)

همانطور که در بخش الف گفته شد توقع داریم که احتمال خطا مشابهی به ازای دایورسیتی در زمان و دایورسیتی در آنتن های گیرنده با اینکه هزینه های گیرنده را تجربه کنیم. اما هر کدام مزیت هایی نسبت به دیگری دارندکه دایورسیتی در آنتن های گیرنده با اینکه هزینه بیشتری دارد اما نرخ ارسال بالاتری نسبت به حالتی که دایورسیتی در زمان داریم خواهیم داشت.

# بخش دوم: كانال فركانس گزين

(1

$$L = \frac{T_d}{f_s} = \frac{T_d}{\frac{T}{N}} = T_d \cdot \frac{N}{T} = T_d \cdot W = 10 \times 10^{-6} \times 20 \times 10^6 = 200$$

طول پیشوند گردشی باید به گونهای انتخاب شود که بتواند کانوولوشن خطی را به گردشی تبدیل کند و از آنجایی که در کانوولوشن خطی طول سیگنال نهایی برابر جمع طول دو سیگنال مثبت 1 است، کافیست طول بلاک داده را به اندازه تعداد تپ های کانال منهای 1 اضافه کنیم تا برابر نتیجه کانوولوشن خطی شود که در این صورت انگار کانوولوشن گردشی گرفته ایم.

$$cp = L - 1 = 199$$

(2

ابتدا مقدار مینیمم و ماکزیمم را برای تعداد زیر حامل ها محاسبه می کنیم.

مقدار مینیمم تعداد زیر حامل ها در واقع همان Cp میباشد زیرا قرار است پیشوند گردشیای از داده های ارسالی یک بلاک به آن اضافه کنیم و اگر تعداد زیر حامل ها کمتر باشد نمیتوانیم پیشوند گردشی را تشکیل دهیم.

$$n_c > cp$$

مقدار ماکزیمم نیز اینگونه بدست می آید که از آنجایی که زمان همدوسی کانال به ما مقدار زمانی که کانال از خود مستقل می شود را نشان می دهد، طول زمانی بلاک نیز نباید بیشتر از آن باشد زیرا در غیر این صورت بخشی از داده را با یک کانال و بخش دیگر را با کانالی کاملا مستقل از دیگری فرستاده ایم که این خوب نمی باشد.

$$n_{c_{max}} = T_c \cdot W = 5 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^6 = 10^5$$

در نتیجه:

$$199 < n_c < 10^5$$

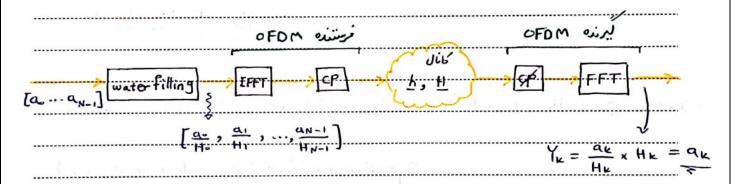
برای شبیه سازی  $n_c$  را برابر  $10^4$  در نظر می گیریم.

(3

تعداد کل بلاک های OFDM نیز به راحتی محاسبه میشود که برابر طول کل داده تقسیم بر تعداد زیر حامل میباشد.

$$Blocks = \frac{N}{n_c} = \frac{10^5}{10^4} = 10$$





در تصویر بالا بلاک دیاگرام مربوط به سیستم OFDM را مشاهده می کنیم. در ادامه به توضیح هر بلاک می پردازیم.

Waterfilling: در این بلاک با فرض دانستن اصلاعات کانال که با روش های متفاوتی قابل محاسبه است یک ضریبی در سمبل های ارسالی ضرب میشود که با این ضریب در ادامه اثر کانال حذف میشود.

IFFT: در این بلاک از ورودی که داده های ما هستند IFFT می گیریم.

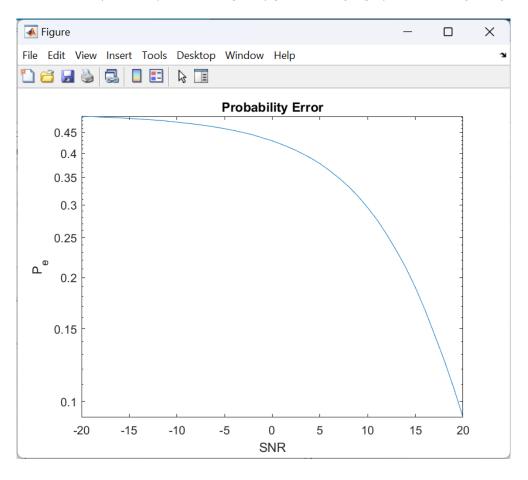
CP: در این بلاک با اضافه کردن L تا از سمبل های آخر ورودی به اول آن بردار را تغییر میدهیم. با این کار کانوولوشن خطی را به گردشی تبدیل میکنیم و از خاصیت آن استفاده میکنیم.

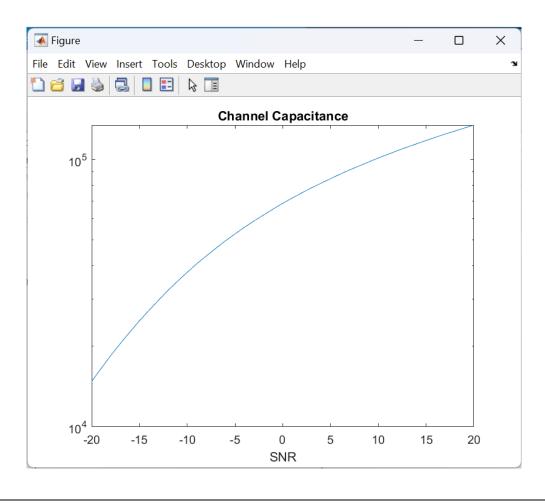
C/P: در این بلاک پیشوند گردشی را حذف می کنیم.

FFT: در این بلاک FFT می گیریم.

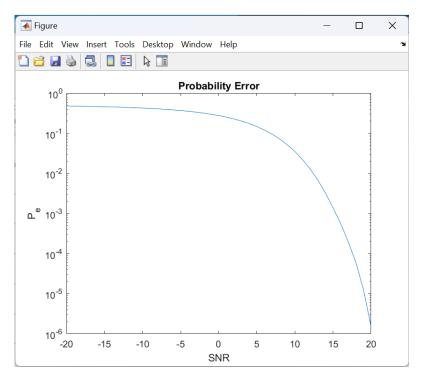
توجه شود که اگر از همسانساز استفاده کنیم در انتها پس از گرفتن FFT ضرایب همسانسازی را در آن ضرب می کنیم.

برای پیاده سازی این بخش کافیست تمام مراحل بلاک دیاگرام بالا را یک به یک پیاده کنیم.





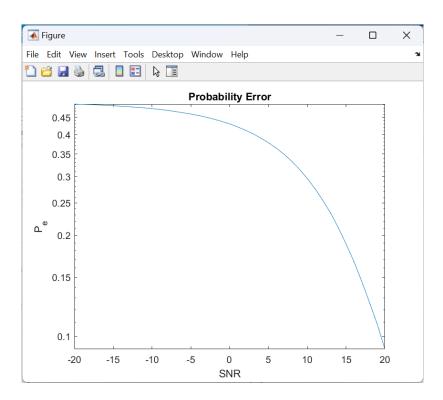
در این جا از داورسیتی در گیرنده استفاده میکنیم. یعنی 10 تا آنتن را در گیرنده خواهیم داشت و در واقع هر سمبل را در 10 کانال متفاوت میفرستیم. با بدست آوردن ضرایب MRC در نهایت تصمیم گیری را انجام میدهیم.



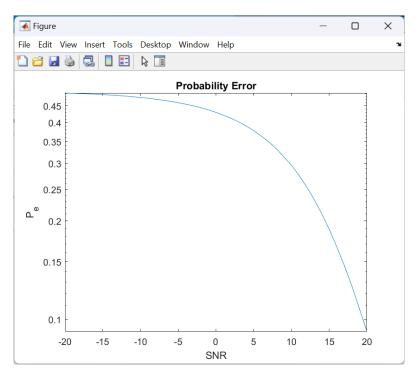
\* مشاهده می کنیم که در این قسمت احتمال خطا به مراتب کمتر شده است و این نشان از اهمیت دایورسیتی دارد.

(7

ZF



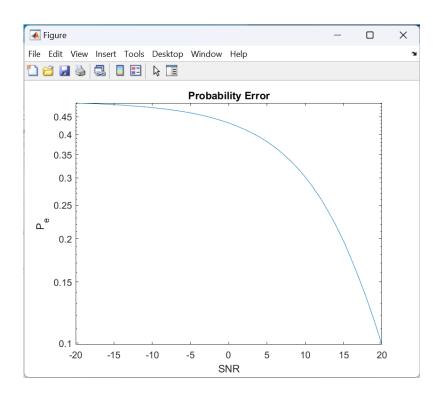
### **MMSE**



\* همانطور که مشاهده می کنیم احتمال خطا در این بخش خیلی مشابه بخش 5 شده است. این موضوع با انتظارات ما نیز سازگار است زیرا ماهیت واترفیلینگ و همسانسازی از منظر شبیه سازی با متلب بسیار شبیه است. اما باید توجه کنیم که هر یک از این روش ها در عمل دارای ملاحظاتی می باشد.

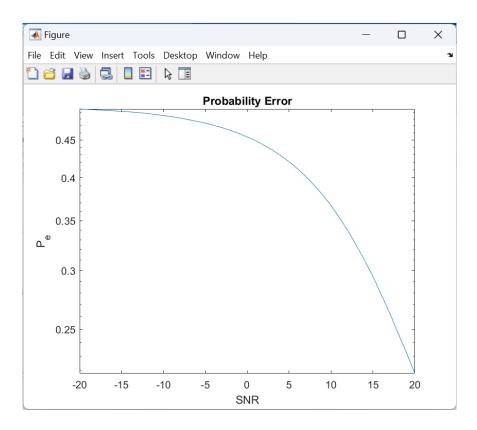
(8

## Clipping -> 0.8



همانطور که مشاهده می کنیم با clipping 0.8 احتمال خطا تفاوت چندانی نکرده است.

# Clipping -> 0.5



در اینجا که شرایط کلیپینگ را سختگیرانه تر کردیم مشاهده می کنیم که احتمال خطا بیشتر شده است.