

太阳影子定位问题

二〇一九年七月

摘 要

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面，太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。

关键词： 太阳投影 空间 时间 维度 坐标 影子定位

关于太阳影子定位问题

一. 问题重述与分析

一段视频有着其特定的空间与时间，利用太阳光照射在所摄物体 i 上产生影子的方位与长度，可以估计出其空间和时间信息，研究太阳影子定位技术在空

间科学与国防科学方面具有重要的意义。根据题目的要求, 需要解决以下几个问题:

第一、建立影子长度变化的数学模型, 分析影子的长度与相关参数的关系, 进而估计 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场(北纬 39 度 54 分 26 秒, 东经 116 度 23 分 29 秒)上 3 米高直杆的太阳影子长度的变化曲线;

第二、建立在水平面上固定直杆顶点的太阳影子的数学模型, 根据附件 1 的数据, 判断采集数据的地点。

第三、建立在水平面上固定直杆顶点的太阳影子的坐标数据来判断直杆所处地点与采集数据日期的数学模型, 根据附件 2 和附件 3 的数据, 判断采集数据的地点与日期。

第四、根据附件 4 中 2 米高的杆影子变化的视频, 建立模型判断拍摄地的地点, 如果拍摄日期不知道, 判断视频拍摄地点与拍摄日期。

问题 1. 垂直于地面的直杆, 其影子的方位与长短, 一是与直杆所处的地理经度有关, 因为阳光照射地面的经度范围不超过 180 度, 阳光照射不到, 当然没有影子, 同时直杆刚被太阳照到与将要照射不到时, 其影长很长, 也不能分辨其影子长短, 故测量直杆影子的时间有一个范围, 题设从 9:00 至 15:00 天安门广场 3 高的直杆顶端影子变化规律; 二是与纬度有关, 对于经度相同, 一般来说纬度越大影子越长; 三是与测量日期和时间有关, 同一根直杆每天影子位置与大小变化规律都有差异, 不同的时间测量到直杆顶端影子的位置不同。

问题 2. 已经测量的日期与测量时间, 同一直杆处于不同的经度与纬度, 测量到顶端影子的位置是不同的, 但是确定的时间范围内影子长度变化比率提供了非常重要的信息, 同时太阳光照的方位可以估计直杆的位置。

问题 3. 已知某时间段, 例如一小时内测得的直杆影子在 x 方向和 y 方向上的投影, 根据影子的方位与影子的长度, 估计该测量直杆所处的地理位置, 以及测量日期。包括经度信息和纬度信息, 并估计测量的日期。根据附件 2 的数据, 先由影子方位角初步确定纬度与测量日期的信息, 再利用最长影子与最短影子之差与最短影子的比率确定经度信息; 根据附件 3 的数据, 先由方位角确定经度范围, 再由最长影子与最短影子之差与最短影子的比率确定纬度。

问题 4. 通过 1 小时的录像, 观察直立在地面上的直杆影子顶端的位置可以按等时间间隔, 获取一系列图像, 利用几何变形关系, 修正成如附件 1、2、3 类似的数据表。确定直杆所在的地理坐标和拍摄日期与时间。

二. 模型假设

模型 1. 如图 3-1 所示, 地球绕太阳公转, 假定公转半径相等, 地球绕自身轴自转, 公转的轴与自转的轴夹角为 $23^{\circ} 26'$, 在秋分(9 月 23 日)和春分(3 月 21 日)太阳直射地球赤道, 冬至(12 月 22 日)太阳直射南回归线, 即南纬 $23^{\circ} 26'$, 夏至(6 月 22 日)太阳直射北回归线, 即北纬 $23^{\circ} 26'$; 由于地球公转轨道一年被分为 365 份, 可假设地球每天在公转轨道上的位置不变; 由于空气与真空折射率相差不大, 可不考虑折射引起的光线偏移。

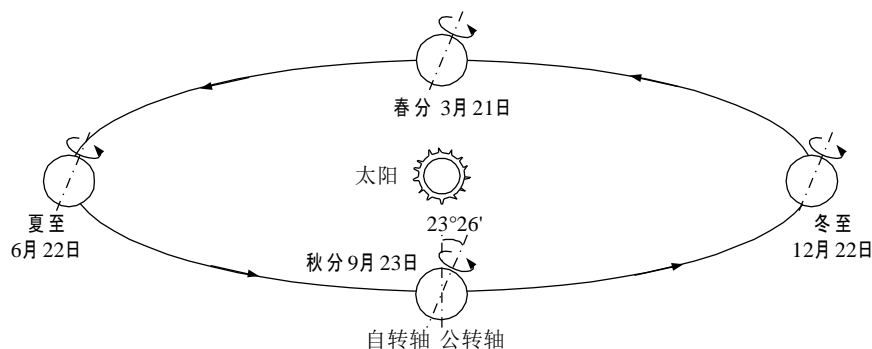


图 3-1 地球绕太阳公转与自转模型

模型 2. 已知测量日期和测量时间，测量的数据显示出某一时间范围内直杆影子增长率，可以通过影子长度的增长率估计直杆所处位置的经度与纬度，同时根据测量方位角精确估计直杆所处的位置。

模型 3. 根据附件 2 的数据，先由影子方位角初步确定纬度与测量日期的信息，再利用最长影子与最短影子之差与最短影子的比率确定经度信息；根据附件 3 的数据，先由方位角确定经度范围，再由最长影子与最短影子之差与最短影子的比率确定纬度。

模型 4. 可以按等时间间隔，获取一系列图像，利用几何变形关系，修正成如附件 1、2、3 类似的数据表。确定直杆所在的地理坐标和拍摄日期与时间。

三. 符号说明

表格 0 符号表

符号	意义
α	赤纬角，即太阳直射地球表面的方向与赤道平面的夹角
φ	纬度
θ	经度
ω	地球公转角速度，即圆频率
t	时间
h	直杆高度
T	地球自转周期

四. 模型建立与求解

4.1 模型 1

4.1.1 模型 1 的建立

某一天，例如 10 月 22 日，太阳直射到地球的表面的光线与赤道成 α 角，称为赤纬角，如图 4.1.1-1 所示，赤纬角采用计算公式

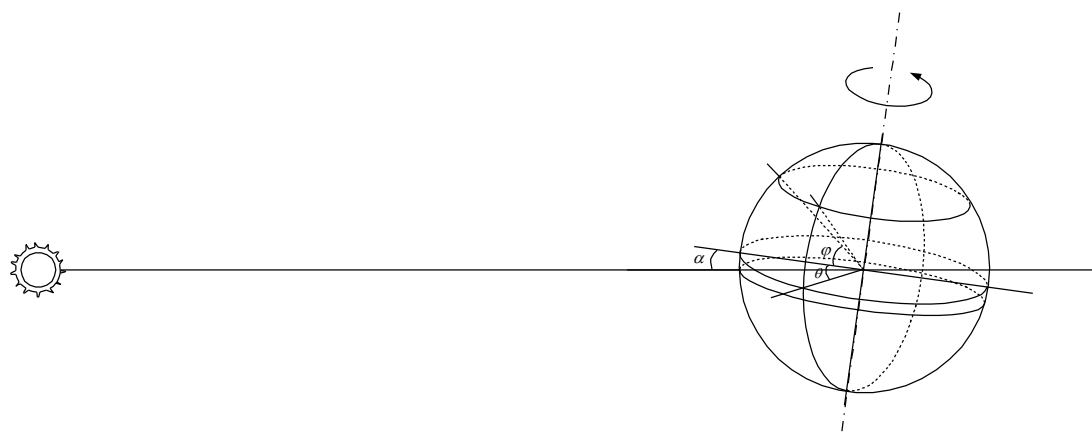


图 4.1.1-1 赤纬角示意图

$$\alpha = 23.43 \times \sin(2\pi \times (284 + n) / 365) \quad (4.1.1-1)$$

式中， n 为从 1 月 1 日到测量日期的天数。对于 10 月 22 日， $\alpha = -12.0913^\circ$ ；对于 9 月 12 日， $\alpha = 3.4161^\circ$ 。

对于太阳直射至直杆所在经线上时，如图 4.1.1-2 所示，直杆 AB 高度为 h ，与 B 处切线 BC 垂直， BC 即为直杆的影长，即

$$BC = h \tan(\alpha + \varphi)$$

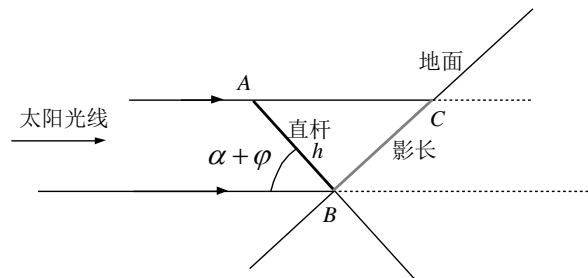


图 4.1.1-2 太阳直射至直杆所在经线上时

4.1.2 模型 1 的求解

如图 4.1.2-1 所示，地球从太阳直射至直杆所在经线上，转过 θ 角后，直杆由 AB 转至 $A'B'$ 位置。在 B 处的切线为 MN ，过 A' 平行于 MN 的直线 M_1N_1 ，过 B' 平行于 MN 的直线 M_2N_2 ；过 A' 平行于纸平面的平面，这个平面与地球相切成一个圆，这个圆与 MN 平行的直线 M_3N_3 ，过 A' 平行于太阳光入射方向的直线与直线 M_3N_3 ，相交的交点为 C' ，故 $B'C'$ 为影长。影长 $B'C'$ ，为 $h \cot \gamma$ ，式中

$$\sin \gamma = \sin \varphi \sin \alpha + \cos \varphi \cos \alpha \cos \omega t \quad (4.1.2-1)$$

式中， γ 为太阳高度角， φ 为纬度， α 为赤纬角， ω 为圆频率即 $\frac{2\pi}{T}$ ， T 为地球自转周期 24 小时，合 86400 秒。

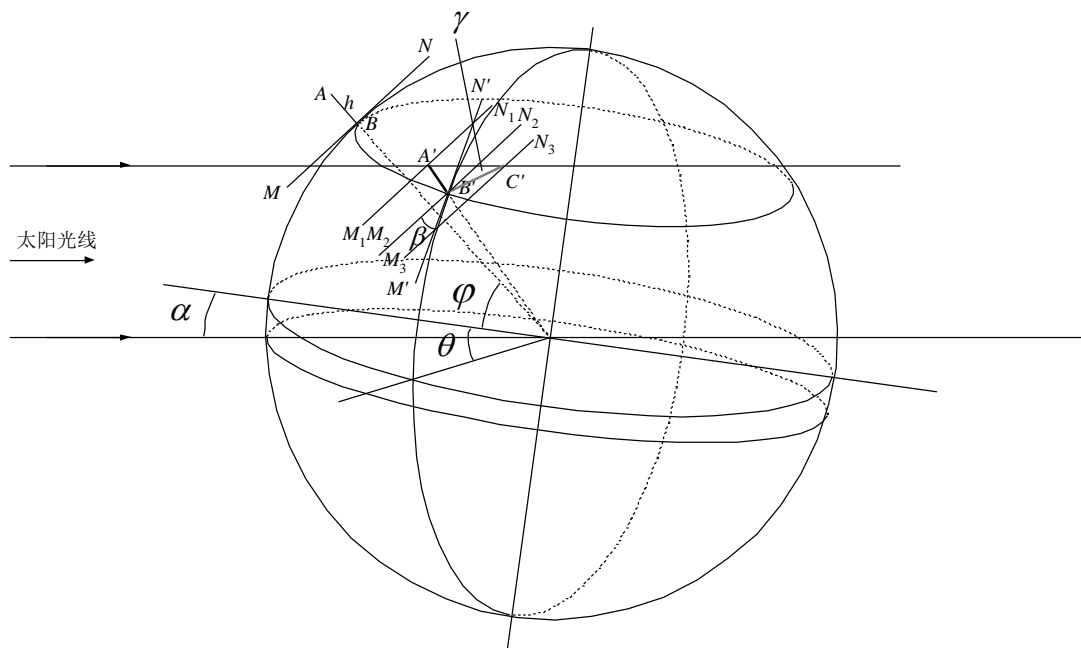


图 4.1.2-1 任意时刻直杆影长

4.1.3 估计 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场上 3 米高直杆的太阳影子长度的变化曲线

方法是，先计算从 1 月 1 日起 10 月 22 日是第 295 天；纬度为 39.94 度；计算时间范围为北京时间 9:00-15:00； ω 为 24 小时 360 度，即每小时 15 度；北京经度为 116.37 与东经 120 度的北京时间有微小的出入，需要进行修正。然后采用式（4.1.2-1）进行计算，注意将角度换算为弧度乘以 π ，除以 180，编写程序为

```
n=295;
alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
fei=39.94;
tt=9:0.05:15;
t=(tt+(116.37-120)/15-12).*15;
beta=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
h=3;
l=h.*cot(beta);
plot(tt,l)
```

影长与测量时间的关系曲线如图 4.1.3-1 所示。

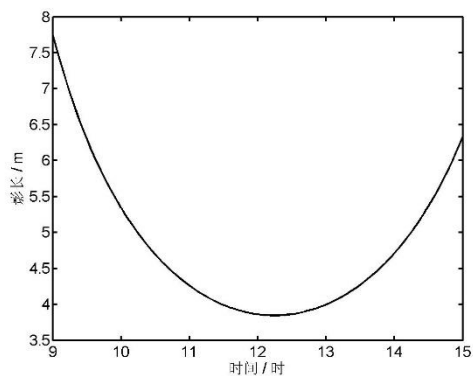


图 4.1.3-1 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场上 3 米高直杆的太阳影子长度的变化曲线

其中影长最短是出现在 12 点过后的 3.8456m，在 9:00 影长为 7.7527m，在 15:00 影长为 6.3347m。

4.1.4 分析影长对于经度、纬度、日期与测量时间的变化关系

(1) 影长与经度、测量时间的变化关系。部分程序如下：

```
n=295; alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
fei=39.93; tt=9:0.05:15; h=3; tt1=75; tt2=85; ...
t1=(tt+(tt1-120)./15-12).*15; t2=(tt+(tt2-120)./15-12).*15; ...
beta1=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).
cos(t1*pi/180)); ...
l1=h.*cot(beta1); l2=h.*cot(beta2); ...
subplot(2,4,1); plot(tt,l1); subplot(2,4,2); plot(tt,l2); ..., subplot(2,4,8); plot(tt,l8);
影长与经度、测量时间的变化关系，如图 4.1.4-1 所示。
```

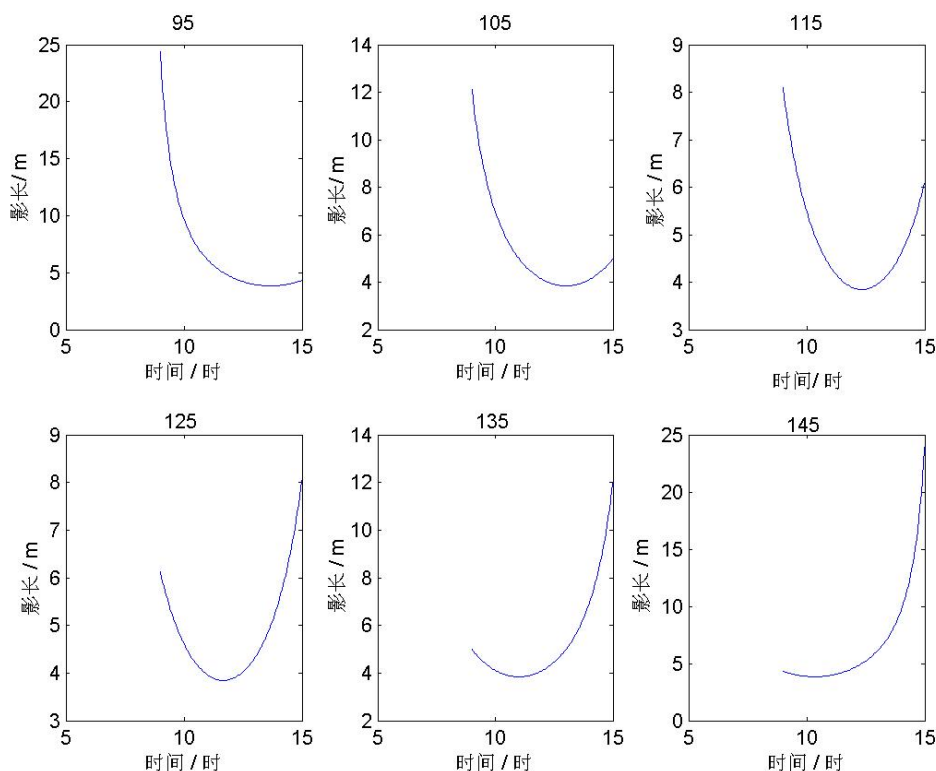


图 4.1.4-1 影长与经度、测量时间变化关系

(2) 影长与纬度、测量时间的变化关系。部分程序如下：

```
n=295; alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
tt=9:0.05:15; h=3; tt1=116.37;
fei1=0; fei2=10;...
t=(tt+(tt1-120)./(15-12)).*15;
beta1=asin(sin(fei1*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei1*pi/180).*cos(alpha.*pi/180)
).*cos(t*pi/180));
```

...

```
l1=h.*cot(beta1); l2=h.*cot(beta2);...
```

```
subplot(2,4,1); plot(tt,l1);... subplot(2,4,8); plot(tt,l8);
```

影长与纬度、测量时间的变化关系，如图 4.1.4-2 所示。

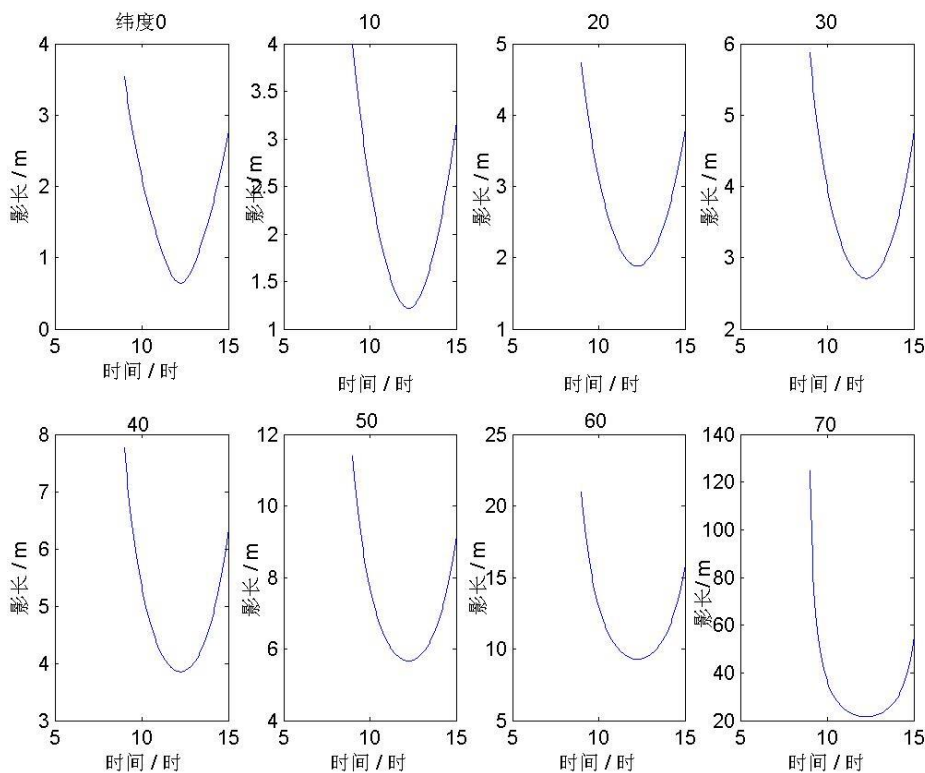


图 4.1.4-2 影长与纬度、测量时间变化关系

(3) 影长与日期、测量时间的变化关系。部分程序如下：

```
tt=9:0.05:15; h=3; tt1=116.37; fei=39.93; n1=255; n2=265; ...
alpha1=23.45*sin(2*pi*(284+n1)/365); alpha2=23.45*sin(2*pi*(284+n2)/365); ...
t=(tt+(tt1-120)./(15-12)).*15;
beta1=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha1.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha1.*pi/180)
).*cos(t*pi/180)); ...
```

```
l1=h.*cot(beta1); l2=h.*cot(beta2); ...
```

```
subplot(2,4,1); plot(tt,l1); ..., subplot(2,4,8); plot(tt,l8);
```

影长与日期、测量时间的变化关系，如图 4.1.4-3 所示。

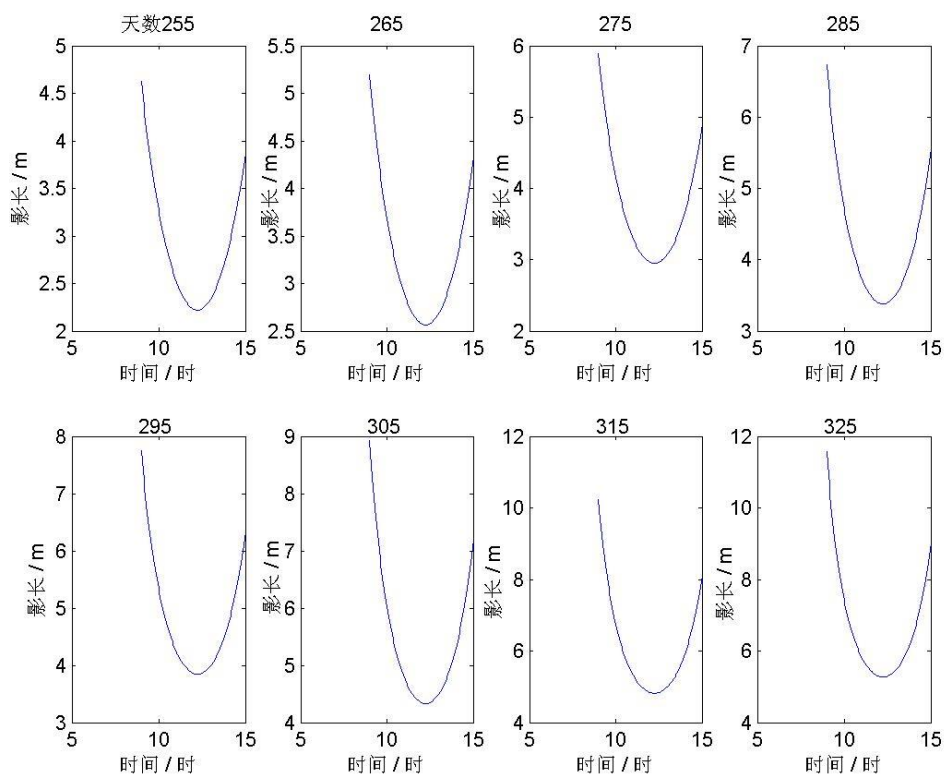


图 4.1.4-3 影长与日期、测量时间变化关系

4.2 由附件 1 数据估计测量地的经度和纬度

由附件 1 的数据，计算出影长为 1.1496, 1.1822, 1.2153, 1.2491, 1.2832, 1.318, 1.3534, 1.3894, 1.4262, 1.4634, 1.5015, 1.5402, 1.5799, 1.6201, 1.6613, 1.7033, 1.7462, 1.7901, 1.835, 1.8809, 1.9279m。从 14.7 时到 15.7 时影长增长率为 $(1.9279 - 1.1496) / 1.1496 = 0.6770$ 。画出影长与时间的变化曲线如图 4.2-1 所示。

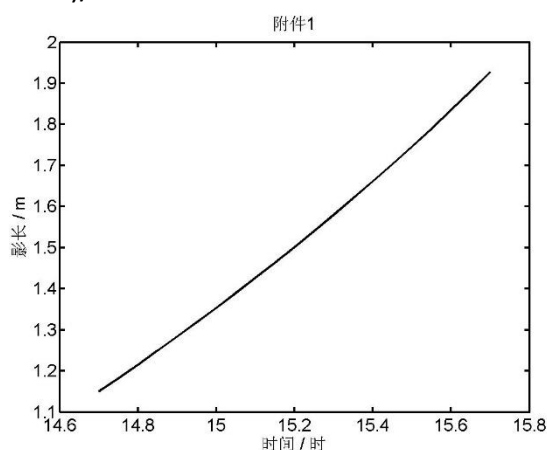


图 4.2-1 附件 1 影长与时间的变化曲线

分析附件 1 的数据，给出了测量日期与时间。相对来说估计测量地的经度与纬度，可以采用将 10 度为步长，计算经度为 75 度、85 度、95 度、105 度、115 度、125 度、135 度、145 度影长随着经度变化；采用将 10 度为步长，计算纬度为 0

度、10 度、20 度、30 度、40 度、50 度、60 度、70 度影长随着经度变化，如表 4.2-1 所示。

表 4.2-1 一些经度、纬度位置在于 14.7 时至 15.7 时影长增长率

经\纬度	0	10	20	30	40	50	60	70
75	0.3089	1.3415	0.3410	0.1031	0.0478	0.0276	0.0180	0.0123
85	1.0168	2.8611	1.0943	0.4053	0.2019	0.1200	0.0791	0.0542
95	0.8577	1.1168	0.8731	0.5211	0.3145	0.2038	0.1399	0.0975
105	0.7102	0.7811	0.7020	0.5361	0.3847	0.2755	0.1996	0.1425
115	0.6662	0.6856	0.6414	0.5475	0.4396	0.3423	0.2611	0.1907
125	0.7187	0.7091	0.6677	0.5970	0.5098	0.4192	0.3317	0.2452
135	0.9298	0.8762	0.8099	0.7282	0.6341	0.5323	0.4258	0.3123
145	1.7152	1.4637	1.2619	1.0818	0.9110	0.7437	0.5761	0.4038

由不难发现，经度为 125 度，纬度为 20 的“菲律宾北部”的中国海域某岛屿上，其直杆在 2015 年 4 月 18 日，14.7 时至 15.7 时，影长增长率为 0.6677 与测量数据得到的 0.6770，十分接近。可认为是首选地点。精确计算对于经度 120 度，纬度 12.8 度，得到实际的测量曲线与模型计算曲线，如图 5.2-2 所示，完全相符，绘制程序如[附录 6]所示。

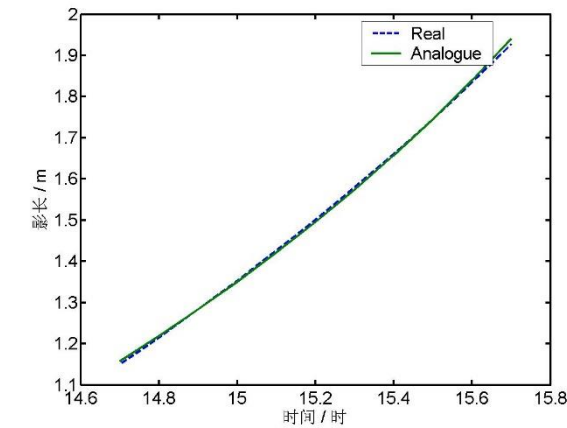


图 4.2-2 附件 1 实际的测量曲线与模型计算曲线，经度 120 度，纬度 12.8 度

4.3

(1) 对于附件 2 的测量数据，绘制曲线如图 4.3-1 所示，程序如附录 7 所示。

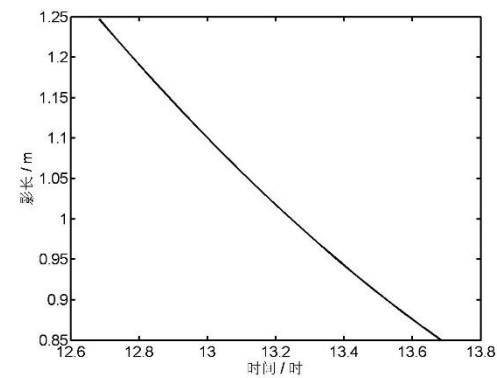


图 4.3-1 附件 2

由附件 2 测量数据计算得到在 13:00 影子方位角为-13.8566 度，而且最长影长与最短影长之差再与最短影长之比为 0.4665，由影子方位角-13.8566 度，初步确定纬度与测量日期的信息，如表 4.3-1 所示。

表 4.3-1 附件 2 测量数据推出的太阳高度角与纬度关系

n	278	288	298	308	318	328	338	348	358
α	-5.7927	-9.5994	-	-	-	-	-	-	-
			13.1224	16.2574	18.9120	21.0074	22.4819	23.2919	23.4133
φ	61.6914	57.8847	54.3617	51.2267	48.5721	46.4767	45.0022	44.1922	44.0708
n	3	13	23	33	43	53	63	73	83
α	-	-	-	-	-	-	-7.1504	-3.2192	0.8072
	22.8427	21.5968	19.7125	17.2455	14.2688	10.8703			
φ	44.6414	45.8873	47.7716	50.2386	53.2153	56.6138	60.3337	64.2649	68.2913

计算不同纬度时，最长影子与最短影子之差与最短影子的比率，得到 $n=13$ 和 $n=23$ 时纬度为 70 度时，最长影子与最短影子之差与最短影子的比率分别为 0.4820 和 0.4639。进一步得到如表 4.3-2 所示的结果。

表 4.3-2 精确计算结果

n	15	16	17	18	19	20	21	22
α	-	-	-	-	-	-	-	-
	21.269	21.096	20.917	20.731	20.539	20.341	20.138	19.928
	5	3	0	4	7	9	0	2
φ	46.214	46.387	46.567	46.752	46.944	47.142	47.346	47.555
	6	8	1	7	4	2	1	9

得到 $n=21, n=22, n=23$ ，最长影子与最短影子之差与最短影子的比率分别为 0.4682, 0.4661, 0.4639。可见，1 月 22 日，纬度为 47.5559 度，经度为东经 70 度。

(2) 根据附件 3 的数据，绘制曲线如图 4.3-2 所示，其绘制曲线程序如附录 8 所示。

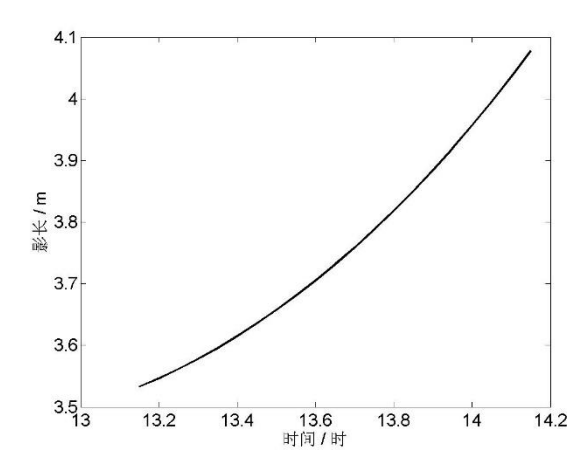


图 4.3-2 附件 3

从图 4.3-2 得知，1 小时内方位角变化 17.19444 度，而在东经 120 做的实验在 13:00 至 14:00 间变化 20 度，可见附件 3 数据测量地的东经度数小于 120，由图 4.1.4-1 可知，其经度度数大于 105 度，于是确定经度范围在 110 度左右；最长影子与最短影子之差与最短影子的比率为 0.15。

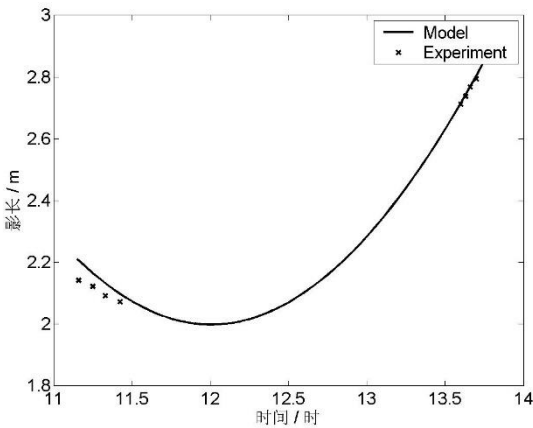
于是得到结论： $n=0$ ，即测量 a 【---时间为 2014 年 12 月 31 日，纬度为 50.94 度，经度为 108 度。

5.4

针对 1 小时录像，截取第 2 分钟图像，发现 9 时 6 分 6 秒、9 时 8 分 6 秒、9 时 10 分 6 秒和 9 时 12 分 6 秒，直杆杆端影子位置不变，说明录像法测量的几个缺点，第一存在透视，需要修正，第二图像清晰图不够难以分辨，第三、存在录像不真实画面，会影响到利用录像截图判断。最好还是需要认真细致地做实验，才能真正测量到真实的实验数据。该问题初步结果是拍摄日期为 2015 年 7 月 13 日，地理位置东经 114 度，北纬 14 度。

六. 模型的检验

为了验证题解中的模型，在 2015 年 9 月 11 日和 13 日，在东经 120 附近进行了直杆影长变化的实验。由于 2015 年 9 月 11 日阴天，太阳时现时遮，故只有 8 组有效数据，得到如图 6-1 所示的结果，大于 12:00 的实验数据与理论值相吻合，小于 12:00 时有差异，说明该路灯杆有点向东南方向倾斜。



七. 优缺点分析

5.1 模型优点

我们所建立的太阳影子定位模型运用了多个坐标系的转换，将复杂的整体运动分作了三个部分的运动，最后再用方程将三个运动联立，解得整体运动方程，我们运用太阳年的方法很好地规避了闰年带来的非周期性问题。

5.2 模型缺点

我们建立的模型理想范围较大，有把地球公转轨道看成圆轨道，空气折射率不计，地球形状看作球等，导致后面的数据精确位无实际意义。

参考文献

参考文献：

[1] Bernard Bourges. Improvement in Solar declination computation [J]. Solar Energy. 1985, 35(4): 367-369
[2] 江兴方, 郭小建, 高惠滨, 吴志贤. 物理演示实验[M]. 南京: 南京大学出版社. 2011

附录

【附录 1】影长与经度的关系程序

```
n=295;
alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
fei=39.93;
tt=9:0.05:15;
h=3;
tt1=95;
tt2=105;
tt3=115;
tt4=125;
tt5=135;
tt6=145;
t1=(tt+(tt1-120)./15-12).*15;
t2=(tt+(tt2-120)./15-12).*15;
t3=(tt+(tt3-120)./15-12).*15;
t4=(tt+(tt4-120)./15-12).*15;
t5=(tt+(tt5-120)./15-12).*15;
t6=(tt+(tt6-120)./15-12).*15;
beta1=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t1*pi/180));
beta2=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t2*pi/180));
beta3=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t3*pi/180));
beta4=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t4*pi/180));
beta5=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t5*pi/180));
beta6=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t6*pi/180));
l1=h.*cot(beta1);
l2=h.*cot(beta2);
l3=h.*cot(beta3);
l4=h.*cot(beta4);
l5=h.*cot(beta5);
l6=h.*cot(beta6);
subplot(2,3,1);
title('95');
plot(tt,l1);
subplot(2,3,2);
title('105');
plot(tt,l2);
```

```

subplot(2,3,3);
title('115');
plot(tt,l3);
subplot(2,3,4);
title('125');
plot(tt,l4);
subplot(2,3,5);
title('135');
plot(tt,l5);
subplot(2,3,6);
title('145');
plot(tt,l6);

```

【附录 2】影长与经度的关系程序

```

n=295;
alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
tt=9:0.05:15;
h=3;
ttl=116.37;
fe1=0;
fe2=10;
fe3=20;
fe4=30;
fe5=40;
fe6=50;
fe7=60;
fe8=70;

t=(tt+(ttl-120)./15-12).*15;

beta1=asin(sin(fe1*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe1*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta2=asin(sin(fe2*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe2*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta3=asin(sin(fe3*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe3*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta4=asin(sin(fe4*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe4*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta5=asin(sin(fe5*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe5*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta6=asin(sin(fe6*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe6*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta7=asin(sin(fe7*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fe7*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));

```

```

beta8=asin(sin(fei8*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei8*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
l1=h.*cot(beta1);
l2=h.*cot(beta2);
l3=h.*cot(beta3);
l4=h.*cot(beta4);
l5=h.*cot(beta5);
l6=h.*cot(beta6);
l7=h.*cot(beta7);
l8=h.*cot(beta8);

```

```

subplot(2,4,1);
plot(tt,l1);
subplot(2,4,2);
plot(tt,l2);
subplot(2,4,3);
plot(tt,l3);
subplot(2,4,4);
plot(tt,l4);
subplot(2,4,5);
plot(tt,l5);
subplot(2,4,6);
plot(tt,l6);
subplot(2,4,7);
plot(tt,l7);
subplot(2,4,8);
plot(tt,l8);

```

【附录 3】影长与日期的关系程序

```

tt=9:0.05:15;
h=3;
ttl=116.37;
fei=39.93;
n1=255;
n2=265;
n3=275;
n4=285;
n5=295;
n6=305;
n7=315;
n8=325;
alpha1=23.45*sin(2*pi*(284+n1)/365);
alpha2=23.45*sin(2*pi*(284+n2)/365);

```

```

alpha3=23.45*sin(2*pi*(284+n3)/365);
alpha4=23.45*sin(2*pi*(284+n4)/365);
alpha5=23.45*sin(2*pi*(284+n5)/365);
alpha6=23.45*sin(2*pi*(284+n6)/365);
alpha7=23.45*sin(2*pi*(284+n7)/365);
alpha8=23.45*sin(2*pi*(284+n8)/365);
t=(tt+(tt1-120)./15-12).*15;
beta1=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha1.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha1.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta2=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha2.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha2.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta3=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha3.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha3.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta4=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha4.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha4.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta5=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha5.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha5.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta6=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha6.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha6.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta7=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha7.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha7.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta8=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha8.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(
alpha8.*pi/180).*cos(t*pi/180));
l1=h.*cot(beta1);
l2=h.*cot(beta2);
l3=h.*cot(beta3);
l4=h.*cot(beta4);
l5=h.*cot(beta5);
l6=h.*cot(beta6);
l7=h.*cot(beta7);
l8=h.*cot(beta8);
subplot(2,4,1);
plot(tt,l1);
subplot(2,4,2);
plot(tt,l2);
subplot(2,4,3);
plot(tt,l3);
subplot(2,4,4);
plot(tt,l4);
subplot(2,4,5);
plot(tt,l5);
subplot(2,4,6);
plot(tt,l6);
subplot(2,4,7);

```

```
plot(tt,17);  
subplot(2,4,8);  
plot(tt,18);
```

【附录 4】 附件 1 程序

```
tt=[14+42/60  
14+45/60  
14+48/60  
14+51/60  
14+54/60  
14+57/60  
15  
15+3/60  
15+6/60  
15+9/60  
15+12/60  
15+15/60  
15+18/60  
15+21/60  
15+24/60  
15+27/60  
15+30/60  
15+33/60  
15+36/60  
15+39/60  
15+42/60  
];
```

```
l=[1.149625826  
1.182198976  
1.215296955  
1.249051052  
1.28319534  
1.317993149  
1.353364049  
1.389387091  
1.426152856  
1.463399853  
1.501481622  
1.540231817  
1.579853316  
1.620144515  
1.661270613  
1.703290633
```



```

1.74620591
1.790050915
1.835014272
1.880875001
1.927918447
];
n=108;
alpha1=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
plot(tt,l);

```

【附录 5】估计附件 1 数据测量地经纬度程序

```

%20150912lx8_1.m fujian1_95
tt=14.7:0.1:15.7;
h=1;
ttl=145;
feil=0;
fei2=10;
fei3=20;
fei4=30;
fei5=40;
fei6=50;
fei7=60;
fei8=70;

n=108;
alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
t=(tt+(ttl-120)./15-12).*15;

beta1=asin(sin(feil*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(feil*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta2=asin(sin(fei2*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei2*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta3=asin(sin(fei3*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei3*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta4=asin(sin(fei4*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei4*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta5=asin(sin(fei5*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei5*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta6=asin(sin(fei6*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei6*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta7=asin(sin(fei7*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei7*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
beta8=asin(sin(fei8*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei8*pi/180).*cos
(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));

```

```

l1=h.*cot(beta1);s1=(l1(11)-l1(1))/l1(1)
l2=h.*cot(beta2);s2=(l2(11)-l2(1))/l2(1)
l3=h.*cot(beta3);s3=(l3(11)-l3(1))/l3(1)
l4=h.*cot(beta4);s4=(l4(11)-l4(1))/l4(1)
l5=h.*cot(beta5);s5=(l5(11)-l5(1))/l5(1)
l6=h.*cot(beta6);s6=(l6(11)-l6(1))/l6(1)
l7=h.*cot(beta7);s7=(l7(11)-l7(1))/l7(1)
l8=h.*cot(beta8);s8=(l8(11)-l8(1))/l8(1)
subplot(2,4,1);
plot(tt,l1);
subplot(2,4,2);
plot(tt,l2);
subplot(2,4,3);
plot(tt,l3);
subplot(2,4,4);
plot(tt,l4);
subplot(2,4,5);
plot(tt,l5);
subplot(2,4,6);
plot(tt,l6);
subplot(2,4,7);
plot(tt,l7);
subplot(2,4,8);
plot(tt,l8);

```

【附录 6】 附件 1 实际的测量曲线与模型计算曲线绘制程序

```

%20150913lx5_55.m
%20150912lx8.m fujian1

```

```

tt=[14+42/60
14+45/60
14+48/60
14+51/60
14+54/60
14+57/60
15
15+3/60
15+6/60
15+9/60
15+12/60
15+15/60
15+18/60
15+21/60

```

```

15+24/60
15+27/60
15+30/60
15+33/60
15+36/60
15+39/60
15+42/60
];

l=[1.149625826
1.182198976
1.215296955
1.249051052
1.28319534
1.317993149
1.353364049
1.389387091
1.426152856
1.463399853
1.501481622
1.540231817
1.579853316
1.620144515
1.661270613
1.703290633
1.74620591
1.790050915
1.835014272
1.880875001
1.927918447
];
n=108; delta1=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
tt11=14.7:0.1:15.7;
h=1.3945;
ttl=120;
feil=12.8;

t=(tt11+(ttl-120)./(15-12)).*15;

beta1=asin(sin(feil*pi/180).*sin(delta1.*pi/180)+cos(feil*pi/180).*cos(delta1.*pi/180)).*cos(t*pi/180));

l1=h.*cot(beta1);

```

```
plot(tt,l,tt11,11);
```

【附录 7】附件 2 测数据绘制曲线程序

```
tt=[12+41/60  
12+44/60  
12+47/60  
12+50/60  
12+53/60  
12+56/60  
12+59/60  
13+02/60  
13+05/60  
13+08/60  
13+11/60  
13+14/60  
13+17/60  
13+20/60  
13+23/60  
13+26/60  
13+29/60  
13+32/60  
13+35/60  
13+38/60  
13+41/60]  
l=[1.247256205  
1.22279459  
1.198921486  
1.175428964  
1.152439573  
1.12991747  
1.10783548  
1.086254206  
1.065081072  
1.044446265  
1.024264126  
1.004640314  
0.985490908  
0.966790494  
0.948584735  
0.930927881  
0.91375175  
0.897109051  
0.880973762  
0.865492259
```

```
0.850504468  
];  
plot(tt, l)
```

【附录 8】 附件 3 测数据绘制曲线程序

```
tt=[13+09/60  
13+12/60  
13+15/60  
13+18/60  
13+21/60  
13+24/60  
13+27/60  
13+30/60  
13+33/60  
13+36/60  
13+39/60  
13+42/60  
13+45/60  
13+48/60  
13+51/60  
13+54/60  
13+57/60  
14+00/60  
14+03/60  
14+06/60  
14+09/60  
];  
l=[3.533142184  
3.546768029  
3.561797643  
3.578100715  
3.595750783  
3.61493428  
3.635425983  
3.657218272  
3.680541115  
3.705167836  
3.731278025  
3.758917911  
3.788087888  
3.818701015  
3.850809619  
3.88458522  
3.919911828
```

```

3.956875992
3.99553479
4.035750835
4.077863059
];
plot(tt,l);

```

【附录 9】实测与模型比较 1

```

n=255;
alpha=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
fei=31.6;
tt=11.15:0.05:13.8;
t=(tt+(119.917-120)/(15-12)).*15;
beta=asin(sin(fei*pi/180).*sin(alpha.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(alpha.*pi/180).*cos(t*pi/180));
h=3.73;
l=h.*cot(beta);
tx=[11.16 11.25 11.33 11.425 13.6 13.63 13.66 13.7];
lx=[2.142 2.122 2.092 2.072 2.712 2.738 2.768 2.794];
plot(tt,l,tx,lx,'kx')

```

【附录 10】实测与模型比较 2

```

tt1=[9
9+3/60
9+6/60
9+9/60
9+12/60
9+15/60
9+18/60
9+21/60
9+24/60
9+27/60
9+30/60
9+33/60
9+36/60
9+39/60
9+42/60
9+45/60
9+48/60
9+54/60
9+57/60
10
10+3/60

```

10+6/60
10+9/60
10+12/60
10+15/60
10+18/60
10+21/60
10+24/60
10+27/60
10+30/60
10+33/60
10+36/60
10+39/60
10+42/60
10+45/60
10+48/60
10+51/60
10+54/60
10+57/60
11
11+3/60
11+6/60
11+9/60
11+12/60
11+15/60
11+21/60
11+27/60
11+33/60
11+39/60
11+42/60
11+48/60
11+51/60
11+54/60
12
12+3/60
12+18/60
12+21/60
12+27/60
12+30/60
12+33/60
12+36/60
12+39/60
12+42/60
12+45/60
12+48/60

12+54/60
12+57/60
13
13+3/60
13+6/60
13+9/60
13+12/60
13+15/60
13+18/60
13+21/60
13+24/60
13+30/60
13+39/60
13+42/60
13+45/60
13+48/60
13+51/60
13+54/60
14
14+3/60
14+6/60
14+9/60
14+12/60
14+15/60
14+18/60
14+21/60
14+24/60
14+30/60
14+33/60
14+36/60
14+39/60
14+42/60
14+45/60
14+48/60
14+51/60
14+54/60
];
11=[1. 915
1. 878
1. 861
1. 813
1. 763
1. 74
1. 714

1.687
1.61
1.581
1.572
1.522
1.502
1.488
1.465
1.438
1.406
1.373
1.348
1.326
1.295
1.259
1.246
1.228
1.222
1.195
1.163
1.157
1.148
1.129
1.104
1.079
1.07
1.061
1.053
1.036
1.028
1.009
0.998
0.981
0.977
0.965
0.955
0.941
0.931
0.922
0.915
0.897
0.912
0.893
0.872

0.883
0.895
0.896
0.894
0.895
0.907
0.931
0.931
0.918
0.929
0.945
0.952
0.955
0.971
0.986
0.993
1.012
1.043
1.043
1.074
1.085
1.105
1.114
1.124
1.145
1.184
1.242
1.255
1.275
1.297
1.323
1.336
1.411
1.426
1.438
1.473
1.508
1.534
1.558
1.584
1.61
1.673
1.714
1.732

```

1.746
1.781
1.836
1.877
1.906
1.954
];
n=255;
delta=23.45*sin(2*pi*(284+n)/365);
fei=31.6;
tt=9:0.05:15;
t=(tt+(119.917-120)/15-12).*15;
beta=asin(sin(fei*pi/180).*sin(delta.*pi/180)+cos(fei*pi/180).*cos(delta.*pi/180).*cos(t*pi/180));
h=1.656;
l=h.*cot(beta);

plot(tt,l,tt1,l1,'kx')

```