Rok akademicki 2012/2013

Politechnika Warszawska

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych

Instytut Informatyki



praca dyplomowa magisterska

inż. Bartłomiej Jańczak

Gęstościowe grupowanie danych i wyszukiwanie najbliższych sąsiadów z użyciem nierówności trójkąta

Opiekun pracy

prof. dr hab. inż. Marzena Kryszkiewicz

Ocena:

Podpis Przewodniczącego

Komisji Egzaminu Dyplomowego

Kierunek: Informatyka

Specjalność: Inżynieria Systemów Informatycznych

Data urodzenia: 1988.03.06

Data rozpoczęcia studiów: 2007.10.01

Życiorys

Urodziłem się 6 marca 1988 r. w Pszczynie. Naukę rozpocząłem w Śląskiej Prywatnej Szkole Podstawowej im. Janusza Korczaka w Pszczynie. Od czwartej klasy uczęszczałem do Szkoły Podstawowej nr 18 w Pszczynie. Kolejnym etapem mojej edukacji była nauka w Publicznym Gimnazjum nr 1 w Pszczynie. Swoje zainteresowania mogłem rozwijać w klasie matematyczno-informatycznej w Liceum Ogólnokształcącym nr 1 im. Bolesława Chrobrego w Pszczynie. W latach 2006-2007 angażowałem się w pracę Grupy Twórczej Quark Pałacu Młodzieży w Katowicach. Maturę zdałem w 2007 r., co pozwoliło mi na rozpoczęcie studiów na Wydziale Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej na kierunku Informatyka. Po dwóch latach studiów wybrałem specjalność Inżynieria Systemów Informacyjnych. Po zdobyciu tytułu inżyniera, we wrześniu 2011 roku kontynuowałem naukę na studiach magisterskich, na tej samej specjalności. W trakcie studiów zdobywałem doświadczenie pracując jako programista hurtowni danych w firmach Accenture i   
Infovide-Matrix, jako programista aplikacji mobilnych w firmie Samsung SPRC, oraz jako programista aplikacji JEE w firmie e-point S.A..

Podpis studenta

EGZAMIN DYPLOMOWY

Złożył egzamin dyplomowy w dniu 20\_\_ r

z wynikiem

Ogólny wynik studiów:

Dodatkowe wnioski i uwagi Komisji:

STRESZCZENIE

Niniejsza praca rozpoczyna się od wprowadzenia w temat gęstościowego grupowania danych, w tym przedstawienia algorytmu DBSCAN i wyszukiwania k sąsiedztwa. Następnie opisano teoretyczne podstawy wykorzystania nierówności trójkąta w gęstościowym grupowaniu danych i wyszukiwaniu k sąsiedztwa. Zdefiniowano miarę kosinusową oraz przedstawiono metodę wyznaczania kosinusowego sąsiedztwa za pomocą sąsiedztwa opartego na odległości Euklidesowej. W dalszej części przedstawiono algorytmy TI-DBSCAN i TI-k-Neighborhood-Index wykorzystujące nierówność trójkąta. W ich opisie skupiono się na możliwych metodach doboru punktu referencyjnego pozwalającego na efektywne grupowanie danych z zastosowaniem nierówności trójkąta.

Następnie znajduje się najistotniejsza część pracy, czyli prezentacja i omówienie wyników badań eksperymentalnych. Z wykorzystaniem testowych zbiorów danych o różnej liczbie wymiarów i charakterystyce zbadano wpływ wyboru punktów referencyjnych oraz zastosowania odległości kosinusowej na wydajność algorytmów wyszukiwania k sąsiedztwa i epsilonowego sąsiedztwa.

W ramach pracy zaimplementowano wszystkie badane algorytmy oraz indeksy, zaimplementowano wyszukiwanie k sąsiedztwa w drzewie metrycznym VP-Tree, a także zaproponowano i zaimplementowano usprawnienie wyszukiwania k sąsiedztwa w drzewie metrycznym VP-Tree.

W podsumowaniu zawarto wnioski obejmujące porównanie ze sobą badanych algorytmów oraz indeksów, a także porównanie wpływu zastosowania odległości kosinusowej jako miary podobieństwa na wydajność badanych algorytmów wyznaczania k sąsiedztwa z zastosowaniem odległości euklidesowej.

**Słowa kluczowe**: gęstościowe grupowanie danych, wyszukiwanie najbliższych sąsiadów, nierówność trójkąta, VP-Tree, DBSCAN, TI-DBSCAN

DENSITY-BASED CLUSTERING AND NEAREST NEIGHBOURS SEARCHING BY MEANS OF THE TRIANGLE INEQUALITY

The thesis begins with a brief introduction to a density-based clustering domain, including the description of the DBSCAN algorithm and k neighborhood search. Next, density-based clustering algorithms and k neighborhood search by means of the triangle inequality were explained. Moreover, the cosine measure was introduced and the determination of cosine neighborhood by means of the Euclidean distance was described. Then TI-DBSCAN and TI-k-Neighborhood-Index algorithms were presented. The description of these algorithms mainly focused on methods of selecting reference points used for efficient clustering by means of the triangle inequality.

The main part of the dissertation are the results of the research and drawn conclusions. The influence of different ways of selecting reference points on clustering efficiency was examined on diverse datasets.

In the research work, all examined algorithms and indexes were implemented, searching k neighborhood in Vp-Tree was implemented, as well as improvement of searching k neighborhood in Vp-Tree was proposed and implemented.

In the concluding part of the thesis, examined algorithms and indexes were compared with each other, as well as using the cosine measure was compared with the Euclidean distance in algorithms for k neighborhood search.

**Keywords**: density-based clustering, k neighborhood searching, triangle inequality, VP-Tree, DBSCAN, TI-DBSCAN

Spis treści

[1. Wprowadzenie 1](#_Toc357465725)

[1.1. Przegląd literatury 2](#_Toc357465726)

[1.2. Motywacja i cel pracy 3](#_Toc357465727)

[1.3. Układ pracy 3](#_Toc357465728)

[2. Miary odległości i podobieństwa 5](#_Toc357465729)

[2.1. Metryki odległości 5](#_Toc357465730)

[2.2. Miara odległości kosinusowej 6](#_Toc357465731)

[2.3. Wyznaczanie kosinusowego sąsiedztwa za pomocą sąsiedztwa opartego na odległości Euklidesowej 8](#_Toc357465732)

[3. Grupowanie gęstościowe 11](#_Toc357465733)

[3.1. Algorytm DBSCAN 12](#_Toc357465734)

[3.2. Wyszukiwanie k-najbliższych sąsiadów 17](#_Toc357465735)

[4. Szacowanie odległości 19](#_Toc357465736)

[4.1. Wykorzystanie nierówności trójkąta 19](#_Toc357465737)

[4.2. Wykorzystanie indeksu metrycznego 23](#_Toc357465738)

[5. Algorytmy gęstościowego grupowania danych i wyszukiwania k sąsiedztwa z użyciem nierówności trójkąta 27](#_Toc357465739)

[5.1. Zastosowanie nierówności trójkąta w ujęciu podstawowym 27](#_Toc357465740)

[5.1.1. Algorytm TI-DBSCAN 27](#_Toc357465741)

[5.1.2. Algorytm TI-DBSCAN-REF 30](#_Toc357465742)

[5.1.3. Algorytm TI-k-Neighborhood-Index 32](#_Toc357465743)

[5.1.4. Algorytm TI-k-Neighborhood-Index-Ref 35](#_Toc357465744)

[5.2. Zastosowanie rzutowania 37](#_Toc357465745)

[5.2.1. Algorytm DBSCAN-PROJECTION 37](#_Toc357465746)

[5.2.2. Algorytm k-Neighborhood-Index-Projection 38](#_Toc357465747)

[5.3. Zastosowanie indeksu metrycznego w algorytmie wyszukiwania k sąsiadów 38](#_Toc357465748)

[6. Szczegóły implementacji 43](#_Toc357465749)

[7. Badania eksperymentalne 46](#_Toc357465750)

[7.1. Dane testowe 47](#_Toc357465751)

[7.2. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index 49](#_Toc357465752)

[7.2.1. Badania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index 49](#_Toc357465753)

[7.2.2. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection 58](#_Toc357465754)

[7.2.3. Porównanie algorytmów k-Neighborhood-Index-Projection z TI-k-Neighborhood-Index 61](#_Toc357465755)

[7.2.4. Badania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref – wybór dwóch punktów referencyjnych 62](#_Toc357465756)

[7.2.5. Porównanie implementacji odmian algorytmu k-Neighborhood-Index 66](#_Toc357465757)

[7.3. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree 71](#_Toc357465758)

[7.3.1. Implementacja algorytmu 71](#_Toc357465759)

[7.3.2. Implementacja struktury punktu 75](#_Toc357465760)

[7.4. Porównanie algorytmów TI-k-Neighborhood-Index z k-Neighborhood-Index-Vp-Tree 77](#_Toc357465761)

[7.5. Badania algorytmu DBSCAN 80](#_Toc357465762)

[7.5.1. Badania algorytmu TI-DBSCAN 80](#_Toc357465763)

[7.5.2. Badania algorytmu DBSCAN-PROJECTION 92](#_Toc357465764)

[7.5.3. Porównanie algorytmów DBSCAN-PROJECTION i TI-DBSCAN 94](#_Toc357465765)

[7.5.4. Badania algorytmu TI-DBSCAN-REF – wybór dwóch punktów referencyjnych 95](#_Toc357465766)

[7.5.5. Porównanie implementacji odmian algorytmu DBSCAN 99](#_Toc357465767)

[7.6. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index – odległość kosinusowa 103](#_Toc357465768)

[7.6.1. Badania algorytmu TI- k-Nighborhood-Index 103](#_Toc357465769)

[7.6.2. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection – odległość kosinusowa 112](#_Toc357465770)

[7.6.3. Porównanie algorytmów k-Neighborhood-Index-Projection z TI-k-Neighborhood-Index – odległość kosinusowa 115](#_Toc357465771)

[7.6.4. Badania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref – wybór dwóch punktów referencyjnych – odległość kosinusowa 116](#_Toc357465772)

[7.6.5. Porównanie implementacji odmian algorytmu k-Neighborhood-Index – odległość kosinusowa 121](#_Toc357465773)

[7.7. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree – odległość kosinusowa 125](#_Toc357465774)

[7.7.1. Implementacja algorytmu 125](#_Toc357465775)

[7.7.2. Implementacja struktury punktu 128](#_Toc357465776)

[7.8. Porównanie algorytmóe TI-k-Neighborhood-Index z k-Neighborhood-Index-Vp-Tree – odległość kosinusowa 130](#_Toc357465777)

[8. Podsumowanie 133](#_Toc357465778)

[Bibliografia 136](#_Toc357465779)

# 

# 1. Wprowadzenie

Współczesne systemy komputerowe agregują i generują ogromną ilość danych zawierających cenną dla biznesu trudno odkrywalną wiedzę. Jej znajdowaniem zajmuje się dziedzina informatyki zwana odkrywaniem wiedzy. Mimo, że jest ona stosunkowo młoda, to stworzyła wiele technik eksploracji danych, które dzięki swojej skuteczności oraz wydajności znalazły szerokie praktyczne zastosowanie w rozwiązywaniu problemów związanych z analizą danych.

Zasadniczą przyczyną rychłego rozwoju odkrywania wiedzy jest spopularyzowanie wydajnych metod pozyskiwania i gromadzenia informacji. Zjawisko to nie byłoby możliwe bez postępu technologicznego w dziedzinie urządzeń agregujących dane i systemów bazodanowych oraz dzięki upowszechnieniu urządzeń umożliwiających automatyczną rejestrację sposobu ich wykorzystania. Z punktu widzenia konsumenta można tu wyszczególnić kody kreskowe, karty płatnicze oraz szeroko pojęte urządzenia mobilne. Kolejnym wartym uwagi źródłem danych jest sieć Internet, w której możliwa jest rejestracja wielu czynności korzystających z niej użytkowników, którzy ponadto dobrowolnie umieszczają w niej wiele informacji o sobie, przykładowo na portalach społecznościowych.

Wyżej wymienione zjawiska mają wpływ na osiąganie ogromnych rozmiarów przez współczesne zbiory danych. Tempo ich wzrostu jest szybsze niż przewidywano jeszcze kilka lat temu. Ich gromadzenie i przechowywanie na nośnikach pamięci masowej nie stanowi problemów dla współczesnych systemów, natomiast działanie na takiej ilości danych, pomimo stale wzrastającej mocy obliczeniowej komputerów, wciąż jest wyzwaniem dla dzisiejszej informatyki. Zbiory danych same w sobie nie stanowią wielkiej wartości, jednakże rozsądnie wykorzystane mogą stać się cennym źródłem szczególnej wiedzy. Nierzadko użyteczna wiedza ukryta jest między pewnymi składowymi danych, więc do jej odkrycia konieczne są właściwe algorytmy. Zagadnieniom tym poświęcona jest dziedzina informatyki zwana eksploracją danych, której ideą jest wykorzystanie komputera do znajdowania ukrytych dla człowieka wartościowych prawidłowości w danych zgromadzonych w dużych repozytoriach.

Odkrywanie wiedzy jest procesem złożonym, na który najczęściej składają się następujące etapy:

* analiza danych – poznanie charakteru danych i określenie celu eksploracji,
* selekcja danych – czyszczenie, weryfikacja poprawności i wybór danych, które zostaną poddane dalszej analizie,
* transformacja danych – przekształcenie danych do odpowiedniej postaci, określenie strategii wobec danych niepełnych,
* eksploracja danych – ekstrakcja wiedzy z danych,
* interpretacja wyników – logiczna i graficzna wizualizacja wyników, wybór najbardziej interesującej wiedzy, wnioskowanie.

Kluczową fazą procesu odkrywania wiedzy jest eksploracja danych. Do zasadniczych metod eksploracji danych należą:

* grupowanie,
* klasyfikacja,
* odkrywanie asocjacji,
* regresja.

Każda z metod ujawnia różnego rodzaju korelacje pomiędzy danymi, z czego wynika ich odmienne zastosowanie.

W tej pracy skoncentrowałem się na zagadnieniu grupowania danych, które określane jest jako wyznaczanie zbiorów obiektów podobnych przy zachowaniu właściwości maksymalizacji podobieństwa obiektów należących do tych samych grup i minimalizacji podobieństwa obiektów należących do innych grup.

## 1.1. Przegląd literatury

Grupowanie danych jest popularną metodą o wielu zastosowaniach, dlatego nie trudno o jej opis w literaturze. W przypadku algorytmów, na których skupiłem się w niniejszej pracy wyjątkowo przydatne okazały się artykuły naukowe.

Jednym z najpopularniejszych algorytmów gęstościowego grupowania danych jest DBSCAN [[1](#MEs66)] stanowiący często punkt odniesienia dla porównań z innymi algorytmami gęstościowych grupowań. [TODO]

Nową koncepcją zwiększenia wydajności wyżej wymienionych algorytmów jest wykorzystanie nierówności trójkąta do redukcji liczby kosztownych operacji wyznaczania podobieństwa obiektów. Na przykładzie algorytmu k-środków [[2](#CEl03)] przedstawiane już były próby wykorzystania nierówności trójkąta w algorytmach grupowania danych. Natomiast po raz pierwszy została ona użyta w celu porządkowania dostępu do danych w algorytmach gęstościowego grupowania TI-DBSCAN [[3](#Kry10)] i TI-k-Neighborhoo-Index [[4](#MKr11_2)]. Dokonano również badania wpływu liczby punktów referencyjnych i strategii ich wyboru na efektywność tych algorytmów [Wawer??].

## 1.2. Motywacja i cel pracy

Grupowanie danych to proces powszechnie stosowany w porządkowaniu produktów, segmentacji klientów, organizacji obiektów czy rozpoznawaniu i analizie obrazów. Procesy te wymieniane są pośród kluczowych elementów, na których bazuje szeroko rozumiana sztuczna inteligencja. We współczesnym świecie algorytmy grupowania danych znajdują coraz szersze zastosowanie. Ich popularność rozpala zainteresowanie naukowców, którzy opracowują coraz sprawniejsze algorytmy lub modyfikują istniejące, które dotychczas wydawały się optymalne. Nierzadko zdarza się, że usprawnienia po wielokroć zwiększają wydajność dotychczasowych rozwiązań, co z kolei umożliwia przetwarzanie zbiorów danych z większą liczbą obiektów bądź atrybutów. Niekiedy może to oznaczać sposobność użycia tych algorytmów w nieosiągalnych dotychczas obszarach.

Jednym z najnowszych pomysłów na zwiększenie wydajności algorytmów grupowania danych jest zastosowanie nierówności trójkąta. [TODO]

Celem pracy jest … [TODO]

## 1.3. Układ pracy

W rozdziale drugim dokonałem opisu metryk odległości, wprowadziłem pojęcie miary kosinusowej oraz wyjaśniłem metodę wyznaczania kosinusowego sąsiedztwa za pomocą sąsiedztwa opartego na odległości euklidesowej. W rozdziale 3 dokonałem wprowadzenia w tematykę algorytmów grupowania danych, a następnie przedstawiłem algorytm DBSCAN oraz wyszukiwanie k najbliższych sąsiadów. Opisy charakterystycznych dla wprowadzonych algorytmów cech oraz taksonomii uzupełniłem o pseudokody. Rozdział 4 przedstawia wykorzystane w pracy metody szacowania odległości. Opisy zostały wzbogacone o przykłady oraz ilustracje pozwalające na łatwiejsze zrozumienie danego podejścia. W rozdziale 5 przedstawiłem badane algorytmy, będące modyfikacjami algorytmów opisanych w rozdziale 3, korzystające z wcześniej opisanych metod szacowania odległości. W rozdziale tym w precyzyjnym wyjaśnieniu modyfikacji wprowadzonych w algorytmach gęstościowego grupowania danych w związku z wykorzystaniem danej metody szacowania odległości pomogły mi pseudokody zamieszczone w rozdziale 3.

W rozdziale 7 skupiłem się na praktycznej stronie pracy – przedstawieniu badań eksperymentalnych i uzyskanych wyników. W pierwszej kolejności opisałem wykorzystane w testach zbiory danych. Następnie przedstawiłem wyniki badań wszystkich zaimplementowanych algorytmów, a zwłaszcza skupiłem się na algorytmach TI-DBSCAN, TI-k-Neighborhood-Index oraz indeksie metrycznym VP-Tree. Pracę kończy podsumowanie, w którym zawarłem ostateczne konkluzje.

Praca była finansowana przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Programu Strategicznego "Interdyscyplinarny system interaktywnej informacji naukowej i naukowo technicznej", Umowa SP/I/1/77065/10 .

# 2. Miary odległości i podobieństwa

Podobieństwo jest pojęciem fundamentalnym w niemal każdej dziedzinie naukowej. Przykładowo, w matematyce, geometryczne metody oceny podobieństwa wykorzystywane są do określania przystawania jak również w dziedzinach pokrewnych takich jak trygonometria. W biologii molekularnej ważnym problemem jest mierzenie podobieństwa par białek. Zbiory rozmyte wykształciły własne miary podobieństwa znajdujące zastosowanie na polach zarządzania, medycyny czy meteorologii. Przegląd wszystkich zastosowań podobieństwa jest samym w sobie wdzięcznym tematem na pracę dyplomową. W niniejszym rozdziale skupię się na wybranych miarach podobieństwa wektorów, tj. metrykach odległości oraz metryce podobieństwa kosinusowego.

## 2.1. Metryki odległości

Metryką odległości (lub krócej odległością) w zbiorze wektorów jest miara podobieństwa , która spełnia następujące warunki dla dowolnych wektorów , oraz w :

1. ;
2. ;
3. ;

Warto zauważyć, że istnieje wiele miar odległości. W zależności od zastosowania, w danym przypadku, jedne miary mogą być stosowniejsze niż inne. Najpopularniejszą miarą odległości jest *odległość Euklidesowa*. Odległość Euklidesowa między punktami i oznaczana jest jako , i definiowana jako:

Gdy stosowana jest odległość Euklidesowa to otoczenie punktu przyjmuje sferyczny kształt.

Innym przykładem popularnej miary odległości jest *odległość Manhattan*. Odległość Manhattan między punktami i oznaczana jest jako , i definiowana w następujący sposób:

Gdy stosowana jest odległość Manhattan to otoczenie punktu przyjmuje prostokątny kształt.

Zarówno odległość Manhattan jak i odległość Euklidesowa są szczególnymi przypadkami *odległości Minkowskiego*. Odległość Minkowskiego rzędu między punktami i oznaczana jest jako , i definiowana jako:

Dla uproszczenia, bez straty ogólności, w swoich rozważaniach będę posługiwał się odległością euklidesową jako metryką odległości.

W dalszych podrozdziałach, na podstawie [[5](#MKr12)], przedstawiono miarę odległości kosinusowej oraz wyznaczanie kosinusowego sąsiedztwa za pomocą sąsiedztwa opartego na odległości Euklidesowej.

## 2.2. Miara odległości kosinusowej

W wielu aplikacjach, w szczególności odkrywających wiedzę w danych tekstowych, chemii ,czy inżynierii biomedycznej, *miara podobieństwa kosinusowego* stosowana jest w celu znajdowania obiektów podobnych danemu.

W dalszej części pracy zakładam, że obiekty reprezentowane są przez wektory przestrzeni wymiarowej. Każdy wektor rozumiany jest jako sekwencja komponentów , gdzie komponent jest wartością -tego wymiaru , gdzie . Wektor o wszystkich wymiarach równych 0 będzie nazywany *wektorem zerowym*, w inny przypadku będzie nazywany *wektorem niezerowym*.

Miara podobieństwa kosinusowego między wektorami i oznaczana jest jako i definiowana w następujący sposób:

**Przykład 1**. Na rys. 1 przedstawiono trzy wektory , i . Należy zwrócić uwagę, że odległość między i jest większa niż odległość Euklidesowa między i . Z drugiej strony, w sensie podobieństwa kosinusowego, jest bardziej podobne do niż , ponieważ kosinus kąta między i () jest większy niż kosinus kąta między i ().

W tab. 1 zamieszczono wartości podobieństwa kosinusowego między wektorami , i . Można zauważyć, że dla podobieństwa kosinusowego warunki oraz i nie są spełnione.



Rys. 1. Odległość euklidesowa i podobieństwo kosinusowe

Tab. 1. Podobieństwo kosinusowe wektorów z rys. 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **(u,v)** | **cosSim(u,v)** |
| (p,q) | 0,965 |
| (p,r) | 0,196 |
| (q,r) | 0,447 |

Z powyższego przykładu płyną następujące wnioski:

1. Nierówność trójkąta nie jest spełniona dla dla dowolnego zbioru wektorów.
2. Nierówność trójkąta nie jest spełniona dla dla dowolnego zbioru wektorów.
3. Nierówność trójkąta nie jest spełniona dla dla dowolnego zbioru wektorów.

Ponieważ podobieństwo kosinusowe między niezerowymi wektorami i opiera się wyłącznie na kącie zawartym między nimi i nie zależy od ich długości, stąd obliczanie może być wyznaczone w oparciu o znormalizowane wektory i , tj. i . Z powyższego spostrzeżenia wynikają poniższe własności:

1. ;
2. ;
3. .

## 2.3. Wyznaczanie kosinusowego sąsiedztwa za pomocą sąsiedztwa opartego na odległości Euklidesowej

Artykuł [[5](#MKr12)] dowodzi, że kosinusowe sąsiedztwo[[1]](#footnote-2) w zbiorze wektorów może zostać wyznaczone za pomocą odpowiedniego sąsiedztwa opartego na odległości Euklidesowej w zbiorze wektorów składającym się z α-znormalizowanych[[2]](#footnote-3) wektorów z . Stąd, autorka artykułu proponuje następujące podejście do wyznaczania sąsiedztwa opartego na podobieństwie kosinusowym.

W pierwszej kolejności początkowy zbiór wektorów transformowany jest do - zbioru α-znormalizowanych wektorów z . Następnie kosinusowe -sąsiedztwo (lub kosinusowe k-sąsiedztwo) w zbiorze ustanawiane jest jako oparte na odległości Euklidesowej -sąsiedztwo (lub alternatywnie k-sąsiedztwo) w zbiorze , gdzie . Warto zwrócić uwagę, że w przeciwieństwie do kosinusowego -sąsiedztwa, -sąsiedztwo spełnia własność nierówności trójkąta.

**Przykład 2.** W tab. 2 zdefiniowano a na rys. 2 przedstawiono przykładowy zbiór . Na rys. 3 zamieszczono zbiór α-znormalizowanych wektorów z , gdzie . Warto zauważyć, że znormalizowany wektory zbioru mają długość równa , a punkty opisywane wektorami zbioru układają się na okręgu o środku w punkcie i promieniu .



Rys. 2. Przykładowy zbiór wektorów

Tab. 2. Przykładowy zbiór wektorów

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Wektor** |  |  |
|  | 4.20 | 4.00 |
|  | 5.90 | 3.90 |
|  | 2.80 | 3.50 |
|  | 1.10 | 3.00 |
|  | 0.00 | 2.40 |
|  | 2.40 | 2.00 |
|  | 1.50 | 0.50 |
|  | 1.00 | 1.50 |



Rys. 3. Zbiór wektorów α-znormalizowanych

Załóżmy, że chcemy znaleźć wektory najbardziej podobne do wektora względem kosinusowego podobieństwa. Z rys. 2 widać, że są nimi wektory i . Analogicznie przedstawia się relacja między α-znormalizowanymi wektorami , i , tj. , i . Najbardziej podobnymi wektorami do , względem kosinusowego podobieństwa, są wektory i . Co więcej, wektory i są również najbardziej podobne do względem podobieństwa opartego na odległości euklidesowej, co zaznaczono na rys. 3 błękitną przerywaną linią.

# 3. Grupowanie gęstościowe

Istnieje wiele rozwiązań problemu grupowania danych, czyli wyznaczania zbiorów obiektów podobnych przy zachowaniu właściwości maksymalizacji podobieństwa obiektów należących do tych samych grup i minimalizacji podobieństwa obiektów z różnych grup. Popularnym przykładem miary podobieństwa jest odległość Euklidesowa klasyfikująca obiekty leżące blisko siebie jako podobne, jednak większość algorytmów jest niezależna od przyjętej miary podobieństwa. Mnogość zastosowań grupowania, częstokroć o odmiennych wymaganiach co do rezultatu oraz specyficznych danych wejściowych (np. o różnej liczności, rozkładzie bądź liczbie atrybutów), prowadzi do dużej liczby wyspecjalizowanych algorytmów. W każdym z nich można doszukać się wad oraz zalet, jednakże nie znaleziono dotychczas uniwersalnego algorytmu. Często trudno porównywać algorytmy grupowania danych, ponieważ, ze względu na charakterystyczne podejście do rozwiązywanego problemu, różnią się one nie tylko sposobem grupowania, ale także definicją grupy.

Najpopularniejsza klasyfikacja algorytmów grupowania dzieli je na algorytmy oparte na podziale i algorytmy hierarchiczne. W przypadku pierwszej klasy kluczowym elementem jest znalezienie najlepszego podziału zbioru na z góry zadaną liczbę możliwie najbardziej jednorodnych grup. Początkowy podział odpowiednio ze zdeterminowaną strategią optymalizowany jest w kolejnych iteracjach zgodnie z przyjętą funkcją celu. Przykładami metod podziału są algorytmy k-średnich i k-medoidów. Wynikiem drugiej klasy algorytmów grupowania jest dendrogram[[3]](#footnote-4) - drzewo, które iteracyjnie dzieli zbiór danych na coraz to mniejsze podzbiory dopóki każdy podzbiór składa się z jednego obiektu. W takiej hierarchii każdy węzeł drzewa reprezentuje klaster zbioru danych. W dendrogramie, relacja między węzłami a ich przodkami odpowiada relacji między podgrupami a grupami. Dendrogramy mogą być tworzone od liści w górę do korzenia (*podejście aglomeracyjne*) lub od korzenia w dół do liści (*podejście podziału*) poprzez scalanie lub podział klastrów z każdym krokiem algorytmu. Obie wymienione klasy algorytmów grupowania posiadają pewne wady. W przeciwieństwie do algorytmów opartych na podziale algorytmy hierarchiczne nie oczekują arbitralnie zadanej liczby klastrów, jednakże wymagają zdefiniowania *warunku zakończenia* wskazującego kiedy proces podziału lub scalania powinien się zakończyć.

Wyniki wyżej wymienionych metod rzadko odpowiadają oczekiwaniom. Taki stan rzeczy można tłumaczyć nienaturalnym dla człowieka mechanizmem grupowania. Gdyby zlecić człowiekowi zadanie pogrupowania punktów dwuwymiarowej przestrzeni, to okazałoby się, że nie dzieliłby on zbioru hierarchicznie na kolejne podzbiory czy też nie próbowałby podzielić go na z góry określoną liczbę podzbiorów. Ludzie z łatwością rozpoznają klastry o dowolnych kształtach oraz szum. Głównym powodem, dla którego rozpoznajemy klastry jest fakt, iż wewnątrz każdego z nich można wyszczególnić pewną gęstość punktów znacznie wyższą niż gęstość punktów poza klastrem. Zatem, do grupy należą punkty leżące w obszarze o gęstości wyraźnie większej niż punkty leżące w obszarze otaczającym ją. Tak zdefiniowanemu pojęciu metody grupowania najbliżej jest algorytmom gęstościowym.

W podrozdziałach przedstawiono opis algorytmu DBSCAN na podstawie [[1](#MEs66)] oraz opis wyszukiwania k-najbliższych sąsiadów.

## 3.1. Algorytm DBSCAN

DBSCAN, czyli Density Based Spatial Clustering of Applications with Noise jest jednym z najpopularniejszych algorytmów gęstościowego grupowania danych. Zaproponowany w 1996 roku wciąż jest sztandarowym algorytmem gęstościowym będącym punktem odniesienia w wielu pracach naukowych dotyczących tematyki grupowania oraz prezentujących nowe rozwiązania lub algorytmy.

Oprócz grup, czyli zbioru punktów o dużej gęstości punktów, DBSCAN rozpoznaje również szum, do którego należą punkty leżące w obszarze o małej gęstości. Algorytm ten wymaga podania jedynie dwóch parametrów wejściowych, które opisują najmniejszy klaster będący obiektem zainteresowania. Jest to promień wokół danego punktu, wewnątrz którego to promienia znajduje się minimalna liczba punktów. Para parametrów i stanowi intuicyjną definicję najmniejszej gęstości, tym samym definiując minimalną liczność wykrywanych grup.

Podstawowym pojęciem używanym w kontekście algorytmu DBSCAN jest *otoczenie epsilonowe* oznaczane przez i definiowane jako zbiór takich punktów zbioru , które są różne od i nie bardziej odległe od niż , czyli:

W DBSCAN wyróżnia się dwa rodzaje punktów wchodzące w skład klastra: punkty wewnątrz grupy zwane *punktami rdzeniowymi* oraz punkty leżące na obrzeżach klastra, *punkty brzegowe*.

*Punktem rdzeniowym* nazywamy taki punkt , którego otoczenie epsilonowe zawiera wymaganą liczbę punktów, czyli:

Mówimy, że punkt jest *bezpośrednio gęstościowo osiągalny* z punktu względem i , jeżeli należy do otoczenia epsilonowego oraz jest punktem rdzeniowym:

Relacja *bezpośredniej gęstościowej osiągalności* jest symetryczna tylko dla punktów rdzeniowych. Na rys. 4 przedstawiono klaster, w którym zaznaczono pewien punkt brzegowy , punkt rdzeniowy . Okręgami zaznaczono otoczenie epsilonowe równe , a wynosi 5. Rysunek prezentuje asymetryczny przypadek, w którym jest bezpośrednio gęstościowo osiągalny z , natomiast nie jest bezpośrednio gęstościowo osiągalny z .



Rys. 4. Przykład ilustrujący punkty rdzeniowe i brzegowe

Mówimy, że punkt jest *gęstościowo osiągalny* z punktu względem i , jeżeli istnieje sekwencja punktów takich, że jest *bezpośrednio gęstościowo osiągalny* z . Relacja ta to kanoniczne rozszerzenie relacji bezpośredniej gęstościowej osiągalności, jest tranzytywna lecz nie jest symetryczna. Z tego powodu została wprowadzona symetryczna relacja gęstościowego połączenia.

Mówimy, że punkt jest *gęstościowo połączony* z punktem względem i , jeżeli istnieje punkt taki, że i są gęstościowo osiągalne z względem i .

Na rys. 5 przedstawiono klaster, w którym zaznaczono pewien punkt brzegowy , punkt rdzeniowy , okręgami zaznaczono otoczenia epsilonowe Eps pewnych punktów, a wynosi 5. Analiza rysunku pozwala zauważyć, że punkt jest gęstościowo osiągalny z , natomiast jest gęstościowo osiągalny z .



Rys. 5. Przykład ilustrujący relację gęstościowej osiągalności

Na rys. 6 przedstawiono klaster, w którym zaznaczono punkty brzegowe i oraz punkt . Okręgami wyznaczono otoczenia epsilonowe punktów, a wynosi 5. Studium rysunku pozwala spostrzec, że punkty i są gęstościowo osiągalne z , czli punkty i są gęstościowo połączone.



Rys. 6. Przykład ilustrujący relację gęstościowej łączności

Wszystkie terminy niezbędne do przedstawienia gęstościowego pojęcia grupy zostały już wprowadzone. Niech jest zbiorem punktów. Grupą względem i nazywamy niepusty zbiór spełniający następujące warunki:

1. : jeśli i jest gęstościowo osiągalne z względem i , wtedy .
2. : jest gęstościowo połączone z względem i .

Niech będą grupami zbioru punków względem i , . *Szumem* nazywamy podzbiór punktów zbioru nie należących do żadnej z grup czyli:

Algorytm DBSCAN iteruje wejściowy zbiór punktów i uruchamia procedurę wyznaczania nowej grupy *ExpandCluster* dla każdego punktu, który nie został jeszcze przypisany do którejś z grup lub zidentyfikowany jako szum. *ExpandCluster* w pierwszej kolejności wyznacza otoczenie epsilonowe danego punktu i buduje nową grupę, jeśli ów punkt jest punktem rdzeniowym, w przeciwnym przypadku oznacza go jako szum. Proces tworzenia nowej grupy rozpoczyna się od dodania do niej punktów należących do otoczenia epsilonowego danego punktu. Następnie wszystkie punkty epsilonowego sąsiedztwa[[4]](#footnote-5) dodawane są do zbioru *seeds* zawierającego punkty, które potencjalnie mogą rozszerzyć budowaną grupę. Algorytm iteruje zbiór *seeds* wyznaczając epsilonowe otoczenie dla każdego jego punktu. Jeżeli dany punkt jest punktem rdzeniowym, to wszystkie punkty należące do jego otoczenia epsilonowego, nie mające przypisanej żadnej grupy również dodawane są do nowoutworzonej grupy. Te z nich, które nie są oznaczone jako szum dodawane są do zbioru *seeds*. Na wydruk 1 wyżej opisany algorytm został zapisany w formie pseudokodu.

Analiza kodu pozwala zauważyć, że algorytm DBSCAN jest deterministyczny z dokładnością do punktów brzegowych. Nie uwzględnia on, że punkty brzegowe znajdujące się między leżącymi blisko siebie grupami mogą należeć do kilku z grup. Taka sytuacja została przedstawiona na rys. 7.



Rys. 7. Ilustracja sytuacji, w której przynależność do jednej z grup (czerwonej bądź zielonej) punktu brzegowego zależy od kolejności w jakiej DBSCAN będzie badał punkty

**DBSCAN** (SetOfPoints, Eps, MinPts)

// SetOfPoints is UNCLASSIFIED

ClusterId := nextId(NOISE);

**for** i from 1 TO SetOfPoints.size **do**

Point := SetOfPoints.get(i);

**if** Point.ClId = UNCLASSIFIED **then**

**if** ExpandCluster(SetOfPoints, Point, ClusterId, Eps, MinPts) **then**

ClusterId := nextId(ClusterId);

**endif**;

**endif**;

**endfor**;

**end**; //DBSCAN

**ExpandCluster** (SetOfPoints, Point, ClId, Eps, MinPts) : Boolean

seeds := SetOfPoints.regionQuery(Point, Eps);

**if** seeds.size < MinPts THEN // no core point

SetOfPoints.changeClId(Point, NOISE);

**return** false;

**else** // all points in seeds are density reachable from Point

SetOfPoints.changeClId(seeds, ClId);

seeds.delete(Point);

**while** seeds <> Empty **do**

currentP := seeds.first();

result := SetOfPoints.regionQuery(currentP, Eps);

**if** result.size >= MinPts **then**

**for** I from 1 to result.size **do**

resultP := result.get(i);

**if** resultP.ClId IN (UNCLASSIFIED, NOISE) **then**

**if** resultP.ClId = UNCLASSIFIED **then**

seeds.append(resultP);

**endif**;

SetOfPoints.changeClId(resultP, ClId);

**endif**;

**endfor**;

**endif**;

seeds.delete(currentP);

**endwhile**;

**return** true;

**endif**;

**end**; //ExpandCluster

Wydruk 1. Zapis algorytmu DBSCAN w formie pseudokodu

Wynik wykonania algorytmu DBSCAN zależy od kolejności przeglądania punktów, ponieważ punkt brzegowy zakwalifikowany do pewnej grupy, w rezultacie rozbudowy kolejnych grup, może zostać przypisany do innych grup. Problem ten może zostać rozwiązany poprzez przechowywanie w każdym punkcie zamiast jednego identyfikatora *clusteId* zbioru identyfikatorów. Jednakże podobnie do autorów algorytmu, problem ten uznaję za pomijalny.

## 3.2. Wyszukiwanie k-najbliższych sąsiadów

Kolejnym podejściem do zagadnienia gęstościowego grupowania jest poszukiwanie k najbliższych sąsiadów. Wyznaczanie k najbliższych sąsiadów jest zagadnieniem optymalizacyjnym znajdowania najbliższych punktów w przestrzeni metrycznej. Problem ten definiowany jest w następujący sposób.

Niech będzie punktem zbioru , a odległość między punktami i będzie wyrażana jako . Zbiór wszystkich punktów w , które są różne od i bliższe niż będzie oznaczany przez ; czyli:

K-sąsiedztwo punktu , oznaczane przez , jest definiowane jako zbiór wszystkich punktów w D, gdzie , takich, że liczba punktów różnych od i bliższych niż jest mniejsza niż ; czyli:

W większości przypadków k-sąsiedztwo wyznaczane jest w n wymiarowej przestrzeni Euklidesowej a odległość mierzona jest odległością Euklidesową lub odległością Manhattan. Problem wyszukiwania najbliższych sąsiadów pojawia się na wielu polach, wśród których znajdują się: rozpoznawanie wzorców, sekwencjonowanie DNA, systemy rekomendacji, oraz analiza skupień.

Istnieje niemało metod rozwiązań problemu k najbliższych sąsiadów. Użyteczność oraz jakość tych algorytmów determinowana jest przez złożoność czasową zapytań jak również koszt utrzymania potrzebnych struktur danych. Najprostszym z nich jest obliczanie odległości punktu zapytania do wszystkich punktów zbioru , śledząc dotychczasowo najlepszych punktów.

# 4. Szacowanie odległości

Szacowanie odległości jest przybliżonym określaniem jej wartości. Działanie to pozwala uniknąć wielokrotnego jej obliczania między pewnym wektorem a wszystkimi wektorami danego zbioru wektorów . W następujących podrozdziałach opisałem użyte przeze mnie metody szacowania odległości między wektorami. Indeks metryczny został opisany na podstawie artykułów [[6](#PYa)] i [[7](#TBo)].

## 4.1. Wykorzystanie nierówności trójkąta

Na początek warto przypomnieć nierówność trójkąta.

**Twierdzenie 1.** Dla dowolnych wektorów , i :

Stąd, odległości i do arbitralnie wybranego wektora (czyli różnica ) zapewniają pesymistyczne oszacowanie odległości między i . Owa pesymistyczna odległość między wektorami i w odniesieniu do wektora będzie oznaczana jako , czyli:

Wektor niezbędny do wyznaczania pesymistycznego oszacowania będzie nazywany *wektorem referencyjnym*. Oczywiście, wartość pesymistycznego oszacowania zależy od wyboru wektora referencyjnego.

Załóżmy, że dla każdego rozważanego wektora odległość do punktu referencyjnego została już obliczona. W takiej sytuacji określenie pesymistycznego oszacowania odległości między wektorami i jest niezwykle szybkie, jako że wymaga jedynie odjęcia uprzednio obliczonych wartości od . Jeżeli szukane są wektory nie dalsze od danego wektora niż , to gdy pesymistyczne oszacowanie jest większe niż , wtedy odległość wektora od jest również większa niż , czyli:

W takim przypadku nie jest konieczne obliczanie odległości między wektorami i , którego złożoność zależy liniowo od liczby wymiarów, aby upewnić się, że jest większa od .

Rozważmy wektory , i takie, że . Wtedy, pesymistyczne oszacowanie odległości między wektorami i : . Stąd, implikuje . Zatem, jeśli , to bez żadnych dodatkowych obliczeń wiadomo, że , z czego wynika, że odległość między i jest większa od .

Analogicznie, rozważmy wektory , i takie, że . Wtedy, . Stąd, implikuje . Czyli, jeżeli , wtedy beż żadnych dodatkowych obliczeń wiadomo, że ., z czego wynika, że odległość między i jest większa od .

Powyższe obserwacje prowadzą do następującego wniosku.

**Wniosek 1.** Niech będzie dowolnym wektorem, a zbiorem wektorów posortowanych niemalejąco względem ich odległości do . Niech będzie dowolnym wektorem z , będzie wektorem następującym po w takim, że , a będzie wektorem poprzedzającym w takim, że . Wtedy:

1. i wszystkie wektory następujące po w nie należą do otoczenia epsilonowego w ;
2. i wszystkie wektory poprzedzające w nie należą do otoczenia epsilonowego w .

Zatem, warto jest uporządkować wektory zbioru względem odległości do punktu referencyjnego , ponieważ umożliwia to prostą eliminację potencjalnie licznego podzbioru wektorów nie należących do otoczenia epsilonowego rozpatrywanego wektora.

**Przykład 3.** Niech będzie wektorem referencyjnym o współrzędnych (0,0). Na rys. 8 przedstawiono zbiór wektorów przestrzeni dwuwymiarowej. Tabela tab. 3 przedstawia zbiór wektorów uporządkowany niemalejąco względem odległości jego wektorów do wektora referencyjnego . Rozważmy wyznaczenie sąsiedztwa wektora o . Odległość do wektora referencyjnego jest równa 7,07 (). Pierwszym wektorem następującym po wektorze w takim, że jest wektor . Natomiast pierwszym wektorem poprzedzającym wektor w takim, że jest wektor . Przez Wniosek 1, tylko wektory następujące po i poprzedzające w (czyli wektory , , , , ) mogą należeć do . Zatem, , , oraz są jedynymi wektorami, dla których należy obliczyć odległość do wektora w celu właściwego wyznaczenia otoczenia . Przestrzeń potencjalnych sąsiadów wektora wyznaczona w oparciu o wektor referencyjny została oznaczona na rys. 8 jako pole ograniczone przez okręgi o środkach w . Otoczenie zostało oznaczone na rys. 8 jako koło o środku w , pokryte szachownicą.

Tab. 3. Zbiór wektorów , wraz z odległościami do wektora i wektora referencyjnego

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nazwa punktu** | **X** | **Y** | **odl. do R** | **odl. do P** |
| A | 3 | 1 | 3,16 | 4,47 |
| B | 3 | 4 | 5,00 | 0,24 |
| C | 5 | 4 | 6,40 | 1,00 |
| P | 5 | 5 | 7,07 | 0,00 |
| D | 2 | 7 | 7,28 | 3,61 |
| E | 8 | 1 | 8,06 | 5,00 |
| F | 6 | 6 | 8,48 | 1,41 |
| G | 6 | 8 | 10,00 | 3,16 |
| H | 9 | 5 | 10,30 | 4,00 |
| I | 9 | 9 | 12,73 | 5,66 |



Rys. 8. Zbiór wektorów

Nierówność trójkąta można również zastosować w określaniu sąsiedztwa dowolnego wektora w zbiorze wektorów ponieważ problem ten można sprowadzić do wyznaczania otoczenia epsilonowego. Dla każdego wektora , można określić wartość w taki sposób, że . Najmniejsza wartość taka, że , będzie nazywana *promieniem* .

**Twierdzenie 2.** Niech . Wtedy i jest promieniem .

**Twierdzenie 3.** Jeżeli , to .

W praktyce odległość , w zasięgu której gwarantowane jest znalezienie sąsiadów wektora , jest zmniejszana w trakcie obliczania odległości między a kolejnymi wektorami z , różnymi od .

## 4.2. Wykorzystanie indeksu metrycznego

Dany jest skończony podzbiór przestrzeni zwany *zbiorem wektorów*, zadaniem jest zlokalizowanie dla dowolnego *zapytania* należącego do przestrzeni elementu zbioru wektorów najbliższego zapytaniu.

Przykładowym narzędziem pozwalającym na rozwiązanie postawionego problemu jest drzewo kd. Drzewo kd jest drzewem BSP[[5]](#footnote-6) tworzonym poprzez rekurencyjną bisekcję zbioru wektorów na podstawie ich położenia względem hiperpłaszczyzny tnącej. W każdym przebiegu rekurencji zbiór wektorów dzielony jest na podzbiory względem mediany rozkładu tworzonego przez rzutowanie zbioru wektorów na k-ty wymiar. Numer wymiaru, na który dokonywane jest rzutowanie, zmienia się cyklicznie i ma tą samą wartość na danym poziomie drzewa kd. Niestety struktura ta podatna jest na przekleństwo wymiaru - gdy liczba wymiarów wzrasta, to wyszukiwanie w drzewie kd szybko zaczyna odwiedzać wszystkie węzły drzewa.

Podobnie jak drzewo kd, indeks metryczny VP tree (ang. vantage point) jest drzewem BSP. Każdy węzeł tego indeksu dzieli przestrzeń na dwie podprzestrzenie. W procesie podziału zamiast korzystać ze współrzędnych, indeks metryczny VP tree posługuje się odległością do wybranego *wektora obserwacyjnego*. Wektory bliskie wektorowi obserwacyjnemu tworzą *lewą/wewnętrzną* podprzestrzeń, podczas gdy *prawa/zewnętrzna* podprzestrzeń składa się z dalszych wektorów. Rekurencyjne stosowanie wyżej opisanego podziału prowadzi do utworzenia drzewa binarnego. Każdy węzeł tego indeksu zawiera punkt obserwacyjny danej przestrzeni a także odległość progową, na podstawie której dokonano podziału na podprzestrzenie oraz wskazania na punkty obserwacyjne podprzestrzeni – swoich potomków. W dalszej części pracy będę posługiwał się terminem indeks metryczny w odniesieniu do indeksu metrycznego VP tree z wyłączeniem rozdziału 8, który stanowi podsumowanie pracy

W procesie budowy indeksu metrycznego przestrzeń metryczna dekomponowana jest przy użyciu sferycznych cięć o środkach w punktach obserwacyjnych. Rozwiązanie to kontrastuje z wykorzystaniem podziału hiperpłaszczyznami w drzewie kd. Obie metody dekompozycji zostały zilustrowane na przykładzie pewnego zbioru punktów przestrzeni dwuwymiarowej na rysunkach rys. 9 i rys. 10.



Rys. 9. Dekompozycja przykładowego zbioru punktów za pomocą drzewa kd



Rys. 10. Dekompozycja przykładowego zbioru punktów za pomocą indeksu metrycznego

Dana jest pewna przestrzeń metryczna oraz skończony podzbiór reprezentujący zbiór wektorów, wśród których wyszukiwane jest najbliższe sąsiedztwo. Dla wektora problem najbliższego sąsiedztwa sprowadza się do znalezienia wektora najmniej odległego od i należącego do . Operacja ta będzie dalej oznaczana jako . Ponieważ wektor najbliższy wektorowi może być od niego dość odległy, warto wprowadzić odległość progową , poza którą nie jesteśmy zainteresowani istnieniem sąsiadów . Należy zwrócić uwagę, że w czasie obliczania wartość może być redukowana z każdym kolejnym napotkanym bliższym sąsiadem . Wyszukiwanie sąsiedztwa ograniczane w wyżej wymieniony sposób będzie oznaczane przez .

W dalszej części rozważań załóżmy, że zasięg funkcji odległości przestrzeni jest równy przedziałowi . Ponieważ każdy metryczny zasięg może być sprowadzony do przedziału bez wpływu na relację sąsiedztwa[[6]](#footnote-7), obostrzenie to może zostać wprowadzone bez straty ogólności.

Niech będzie ograniczoną przestrzenią metryczną . Dla danego wektora oraz :

Funkcja jest symetryczna oraz spełnia nierówność trójkąta, stąd , a konsekwencją tej relacji jest implikacja . Czyli, jeśli w procesie poszukiwania napotkano już wektor w odległości od , to w dalszej części poszukiwań nie należy brać pod uwagę elementów, dla których .

Dla pewnego wektora rozważmy przeciwdziedzinę dziedziny w . Przez oznaczymy medianę dzielącą na i . Pierwszy z tych przedziałów leży wewnątrz sfery , natomiast drugi z nich składa się z punktów leżący na powierzchni oraz poza sferą. Dziedziny pierwszego i drugiego przedziału oznaczymy odpowiednio przez i . Innymi słowy wektor obserwacyjny dzieli zbiór wektorów na podzbiory (lewy/wewnętrzny) i (prawy/zewnętrzny).

Niech oznacza liczność podzbioru a liczność podzbioru . W ogólności niewiele można powiedzieć o relacji między i nie czyniąc żadnych założeń co do natury przestrzeni metrycznej. Wiadomo jednak, że podział wektorów z jest najlepszy gdy , czyli gdy nie więcej niż jeden z wektorów leży na sferze .

Na tym etapie rozważań powinno już być zrozumiałe, że jedne wektory obserwacyjne mogą być lepsze od innych. Jako przykład rozważmy dwuwymiarową przestrzeń unormowaną, w której znajduje się równomiernie rozłożony zbiór wektorów. W zadanej sytuacji należy wybrać w taki sposób aby fragment powstałego wycinka koła zajmował połowę powierzchni przestrzeni. Rozważmy trzy przykładowe wektory obserwacyjne , i . Rozmieszczenie wektorów obserwacyjnych wraz z przynależnymi im liniami podziału zilustrowano na rys. 11. W tab. 4znajdują się własności wektorów obserwacyjnych.



Rys. 11. Przykład rozmieszczenia wektorów obserwacyjnych

Tab. 4. Własności przykładowych wektorów obserwacyjnych

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wektor obserwacyjny | Promień linii podziału | Długość linii podziału |
|  | 0,7979 | 1,2533 |
|  | 0,5225 | 1,338 |
|  | 0,3989 | 2,5066 |

Wiemy już, że najlepszy wektor obserwacyjny , to taki, dla którego co najwyżej jeden z wektorów leży na sferze . Oczywistym jest, że prawdopodobieństwo położenia wektora na powierzchni jest proporcjonalne do powierzchni , a dla rozpatrywanego przypadku proporcjonalne do długości linii podziału. Stąd, najlepszym z przykładowych wektorów obserwacyjnych jest wektor , dla którego linia podziału jest najkrótsza. Z powyższego przykładu płynie intuicyjny wniosek, że wektory znajdujące się blisko rogów przestrzeni są najlepszymi wektorami obserwacyjnymi.

# 5. Algorytmy gęstościowego grupowania danych i wyszukiwania k sąsiedztwa z użyciem nierówności trójkąta

Analiza złożoności algorytmów przedstawionych w rozdziale 3 prowadzi do wniosku, że największy wpływ na wydajność procesu grupowania ma obliczanie odległości między wektorami. W celu poprawienia wydajności grupowania, czyli ograniczenia liczby obliczanych odległości, można posłużyć się metodami szacowania odległości opisanymi w rozdziale 4. W niniejszym rozdziale opisałem badane przeze mnie odmiany algorytmów grupowania gęstościowego. Odmiany te zostały oparte na uprzednio opisanych algorytmach i metodach szacowania odległości.

## 5.1. Zastosowanie nierówności trójkąta w ujęciu podstawowym

Użycie nierówności trójkąta jako metody szacowania odległości poprawia wydajność algorytmów gęstościowego grupowania danych. W kolejnych podrozdziałach opisałem jej zastosowanie w algorytmie DBSCAN oraz w wyszukiwaniu k-najbliższych sąsiadów.

### 5.1.1. Algorytm TI-DBSCAN

W artykule [[3](#Kry10)] po raz pierwszy przedstawiono wykorzystanie nierówności trójkąta jako sposobu zwiększenia wydajności algorytmu DBSCAN. Opublikowaną wersję algorytmu autorzy nazwali TI-DBSCAN. Jego pseudokod został zamieszczony na wydruk 2 i wydruk 3. W algorytmie tym, po znanej z DBSCAN inicjalizacji punktów i oznaczeniem ich jako nieprzypisane do żadnej z grup, obliczana jest odległość każdego z punktów do uprzednio wybranego punktu referencyjnego. Następnie w oparciu o te wartości punkty grupowanego zbioru sortowane są niemalejąco.

**algorithm TI-DBSCAN**(D, Eps, MinPts)

D’ := empty set of points;

TI-Init(D);

ClusterId := nextId(NOISE);

**for** each point p in the ordered set D starting from the first point until last point in D **do**

**if** TI-ExpandCluster(D, D’, p, ClusterId, Eps, MinPts) **then**

ClusterId := nextId(ClusterId);

**endif**;

**endfor;**

**return** D’; //D’ is clustered set of points

**end;** //TI-DBSCAN

**function TI-ExpandCluster**(D, D’, p, ClusterId, Eps, MinPts)

seeds := TI-Neighborhood(D, p, Eps);

p.neighborsNr := p. neighborsNr + |seeds|;

**if** p.neighborsNr < MinPts **then**

p.clusterId := NOISE;

**for** each point q in seeds **do**

add p to q.border; q.neighborsNr := q.neighborsNr + 1;

**endfor;**

p.border := ; move p from D to D’; **return** false;

**else**

assign ClusterId to all b in p.border;

assign ClusterId to p; assign ClusterId to all q in seeds;

**for** each point q in seeds **do**

q.neighborsNr := q.neighborsNr + 1;

**endfor;**

p.border := ; move p from D to D’;

**while** |seeds| > 0 **do**

curP := first point in seeds;

curSeeds := TI-Neighborhood(D, curP, Eps);

curP.neighborsNr := curP.neighborsNr + |curSeeds|;

**if** curP.neighborsNr < MinPts **then**

**for** each point q in curSeeds **do**

q.neighborsNr := q.neighborsNr + 1;

**endfor;**

**else**

**for** each point q in curSeeds **do**

q.neighborsNr := q.neighborsNr + 1;

**if** q.clusterId = UNCLASSIFIED **then**

assign ClusterId to q; move q from curSeeds to seeds;

**else**

delete q from curSeeds;

**endif;**

**endfor;**

assign ClusterId to all b in curP.border;

**endif;**

curP.border := ; move curP from D to D’;

delete curP from seeds;

**endwhile;**

**return** true;

**endif;**

**end;** //TI-ExpandCluster

Wydruk 2. Pseudokod algorytmu TI-DBSCAN

**function TI-Init**(D)

rPoint := selectReferencePoint();

**for** each point p in D **do**

p.clusterId := UNCLASSIFIED; p.neighborsNr := 1; p.border := ;

p.dist := distance(p, rPoint);

**end for**

sort D non-decreasingly w.r.t. p.dist;

**end;** //TI-Init

**function TI-Neighborhood**(D, p, Eps)

**return** TI-Backward-Neighborhood(D, p, Eps) TI-Forward-Neighborhood(D, p, Eps);

**end;** //TI-Neighborhood

**function TI-Backward-Neighborhood**(D, p, Eps)

seeds := {};

backwardThreshold := Eps - p.dist;

**for** each point q in the ordered set D starting from the point immediately preceding point p until first point in D **do**

**if** q.dist < backwardThreshold **then**

**break;**

**endif**;

**if** distance(q,p) Eps **then**

append q to seeds;

**endif;**

**endfor**;

**return** seeds;

**end;** // TI-Backward-Neighborhood

**function TI-Forward-Neighborhood**(D, p, Eps)

Seeds := {};

forwardThreshold := Eps + p.dist;

**for** each point q in the ordered set D starting from the point immediately following point p until the last point in D **do**

**if** q.dist > forwardThreshold **then**

**break**;

**endif;**

**if** distance(p,q) Eps **then**

append q to seeds;

**endif;**

**endfor;**

**return** seeds;

**end**; // TI-Forward-Neighborhood

Wydruk 3. Pseudokod algorytmu TI-DBSCAN

Istotną różnica między algorytmem TI-DBSCAN a DBSCAN jest zastosowanie i rozszerzenie opisanej w [[8](#MKr05)] koncepcji usuwania ze zbioru D przeanalizowanych punktów. Podejście to zakłada, że każdy punkt dodatkowo przechowuje liczbę dotychczas znalezionych sąsiadów oraz zbiór punktów brzegowych. Informacje te pozwalają usuwać z analizowanego zbioru danych D wszystkie zbadane punkty.

Dzięki zastosowanemu rozwiązaniu funkcja TI-ExpandCluster iteruje jedynie po zbiorze dotychczas niezbadanych punktów. Największą korzyścią płynącą z działania na ograniczanym zbiorze punktów występuje w procesie wyznaczania sąsiedztwa punktu, ponieważ możliwe jest uniknięcie wielu obliczeń rzeczywistych odległości między punktami. Algorytm zapewnia, że operacja wyznaczania odległości między dwoma punktami zostanie wykonana najwyżej raz. Jednakże takie zapewnienie nie przychodzi bez ceny, którą jest wzrost zapotrzebowania na pamięć oraz skomplikowania algorytmu.

Kluczową modyfikacją algorytmu TI-DBSCAN względem DBSCAN jest użycie funkcji TI-Neighborhood, która dla zadanego punktu zwraca jego epsilonowe sąsiedztwo. Wynik tej funkcji stanowi sumę teoriomnogościową zbiorów będących rezultatami wywołań funkcji TI-Backward-Neighborhood i TI-Forward-Neighborhood wyszukujących punkty należące do epsilonowego sąsiedztwa danego punktu znajdujące się w indeksie odpowiednio przed i po danym punkcie. Obie funkcje przeglądają indeks odpowiednio w tył i przód, do momentu napotkania punktu, którego odległość do punktu referencyjnego różni się od odległości badanego punktu do punktu referencyjnego o więcej niż wartość Eps. Dalsze przeglądanie punktów indeksu w danym kierunku jest zbędne, ponieważ, zgodnie z teorią przedstawioną w rozdziale 4.1., nie należą one do epsilonowego sąsiedztwa weryfikowanego punktu. Pseudokod dotyczący omówionych funkcji zamieściłem na wydruku 3.

### 5.1.2. Algorytm TI-DBSCAN-REF

TI-DBSCAN-REF jest odmianą algorytmu TI-DBSCAN opisaną w artykule [[3](#Kry10)] wykorzystującą wiele punktów referencyjnych do estymacji odległości między dwoma punktami. Dodatkowe punkty referencyjne używane są tylko wtedy gdy podstawowy punkt referencyjny, względem którego posortowany jest indeks, nie wystarcza do oszacowania czy dany punkt należy do epsilonowego otoczenia badanego punktu. Rzeczywista odległość między dwoma punktami obliczana jest tylko wtedy gdy żaden z punktów referencyjnych nie pozwala na oszacowanie przynależności do otoczenia epsilonowego. Dodatkowym kosztem wynikającym z posłużenia się wieloma punktami referencyjnymi jest wyznaczanie odległości między nimi a punktami badanego zbioru.

Na wydruk 4 zamieściłem pseudokod funkcji składających się na algorytm TI-DBSCAN-REF różnych od funkcji algorytmu TI-DBSCAN. Szarym zaznaczeniem wyróżniłem fragmenty pseudokodu, różne od odpowiedniego pseudokodu algorytmu TI-DBSCAN.

**function TI-REF-Init**(D)

rPoints := selectReferencePoints();

**for** each point p in D **do**

p.clusterId := UNCLASSIFIED; p.neighborsNr := 1; p.border := ;

**for** each i := 1..rPoints.size() **do**

p.dists[i] := distance(p,rPoints[i]);

**endfor**;

**end for**

sort D non-decreasingly w.r.t. p.dists[0];

**end;** //TI-REF-Init

**function TI-REF-Neighborhood**(D, p, Eps)

**return** TI-REF-Backward-Neighborhood(D, p, Eps) TI-REF-Forward-Neighborhood(D, p, Eps);

**end;** //TI-REF-Neighborhood

**function TI-REF-Backward-Neighborhood**(D, p, Eps)

backwardThreshold := Eps - p.dists[0]; seeds := {};

**for** each point q in the ordered set D starting from the point immediately preceding point p until first point in D **do**

**if** q.dists[0] < backwardThreshold **then**

**break;**

**endif**;

candidateNeighbor := **true**; i := 1;

**while** candidateNeighbor and (i |p.dists|) **do**

**if** |q.dists[i] – p.dists[i]| > Eps **then**

candidateNeighbor := **false**;

**else**

i := i + 1;

**endif**;

**endwhile;**

**if** candidateNeighbor && (distance(q,p) Eps) **then**

append q to seeds;

**endif;**

**endfor**;

**return** seeds;

**end;** // TI-REF-Backward-Neighborhood

**function TI-Forward-Neighborhood**(D, p, Eps)

forwardThreshold := Eps + p.dists[0]; seeds := {};

**for** each point q in the ordered set D starting from the point immediately following point p until the last point in D **do**

**if** q.dists[0] > forwardThreshold **then**

**break**;

**endif;**

candidateNeighbor := **true**; i := 1;

**while** candidateNeighbor and (i |p.dists|) **do**

**if** |q.dists[i] – p.dists[i]| > Eps **then**

candidateNeighbor := **false**;

**else**

i := i + 1;

**endif**;

**endwhile;**

**if** candidateNeighbor && (distance(p,q) Eps) **then**

append q to seeds;

**endif;**

**endfor;**

**return** seeds;

**end**; // TI-Forward-Neighborhood

Wydruk 4. Pseudokod funkcji algorytmu TI-DBSCAN-REF rożnych od funkcji algorytmu TI-DBSCAN

### 5.1.3. Algorytm TI-k-Neighborhood-Index

W artykule [[4](#MKr11_2)] zaproponowano wykorzystanie nierówności trójkąta w wyszukiwaniu k-sąsiedztwa. Opisanemu algorytmowi twórcy nadali nazwę TI-k-Neighborhood-Index. Dla k-sąsiedztwa zastosowanie nierówności trójkąta jest bardziej zawiłe niż w przypadku DBSCAN. Skomplikowanie to wynika z faktu, że na początku wykonania algorytmu promień Eps sąsiedztwa nie jest znany, w dodatku należy wyznaczyć go niezależnie dla każdego punktu w oparciu o dystans do k-tego najbliższego sąsiada.

Pierwszym krokiem algorytmu jest wyznaczenie odległości do punktu referencyjnego dla wszystkich punktów zbioru, po czym wykonywane jest jego sortowanie w porządku niemalejącym względem obliczonych odległości. Następnie główna pętla algorytmu tworzy indeks, poprzez wyznaczenie wszystkim punktom ich k-sąsiedztwa za pomocą funkcji TI-k-Neighborhood. Pierwszym etapem wyznaczania k-sąsiedztwa jest szacowanie minimalnej wartości Eps gwarantującej znalezienie k sąsiadów. Punkty znajdujące się w promieniu o oszacowanej wartości tworzą zbiór kandydatów. Faktyczny promień k-sąsiedztwa jest mniejszy bądź równy oszacowanej wartości Eps. Aby wyznaczyć rzeczywiste k-sąsiedztwo, w kolejnym etapie dokonuje się weryfikacji zbioru kandydatów. Zaczynając od badanego punktu posortowany zbiór danych iterowany jest zarówno w przód jak i w tył, do momentu napotkania punktów, których odległość od punktu referencyjnego różni się od odległości badanego punktu do punktu referencyjnego o wartość większą niż Eps. Wartość Eps aktualizowana jest za każdym razem gdy znajdowany jest nowy sąsiad, który wstawiany jest do zbioru kandydatów. Pseudokod TI-k-Neighborhood-Index zamieściłem na wydruk 5, wydruk 6, wydruk 7.

**algorithm TI-k-Neighborhood-Index**(D, k)

TI-Init(D);

**for** each point p in ordered set D starting from the first point until last point in D **do**

insert(position od point p, TI-k-Neighborhood(D, p, k))

into k-Neighborhood-Index)

**endfor**;

**end**; //TI-k-Neighborhood-Index

**function TI-Init**(D)

rPoint := selectReferencePoint();

**for** each point p in D **do**

p.dist := distance(p, rPoint);

**endfor;**

sort D non-decreasingly w.r.t. p.dist;

**end;** //TI-Init

Wydruk 5. Pseudokod algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

**function TI-k-Neighborhood**(D, p, k)

b := p;

f := p;

backwardSearch := PrecedingPoint(D, b);

forwardSearch := FollowingPoint(D, b);

k-Neighborhood := {};

i := 0;

Find-k-Candidate-Neighbours(D, p, k, i, b, f, k-Neighborhood,

backwardSearch, forwardSearch);

p.Eps := max({e.dist | e k-Neighborhood});

Verify-k-Candidate-Neighbours-Backward(D, p, b, backwardSearch, k,

k-Neighborhood);

Verify-k-Candidate-Neighbours-Forward(D, p, f, forwardSearch, k,

k-Neighborhood);

**return** k-Neighborhood;

**end**; //TI-k-Neighborhood

**function Find-k-Candidate-Neighbours**(D, p, k, i, b, f, k-Neighborhood,

backwardSearch, forwardSearch)

**while** (backwardSearch **and** forwardSearch **and** i < k) **do**

**if** p.dis – b.dist < f.dist – p.dist **then**

dist := distance(b, p);

i := i + 1;

e := (b, dist);

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

backwardSearch := PrecedingPoint(D, b);

**else**

dist := distance(f, p);

i := i + 1;

e := (f, dist);

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

forwardSearch := FollowingPoint(D, b);

**endif**;

**endwhile**;

**while** backwardSearch **and** i < k) **do**

dist := distance(b, p);

i := i + 1;

e := (b, dist);

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

backwardSearch := PrecedingPoint(D, b);

**endwhile**;

**while** forwardSearch **and** i < k) **do**

dist := distance(f, p);

i := i + 1;

e := (f, dist);

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

forwardSearch := FollowingPoint(D, b);

**endwhile**;

**end**; //Find-k-Candidate-Neighbours

**function PrecedingPoint**(D, p)

**if** there is a point in D preceding p **then**

p := point immediately preceding p in D;

**return** **true**;

**endif**;

**return false;**

**end**; //PrecedingPoint

Wydruk 6. Pseudokod algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

**function FollowingPoint**(D, p)

**if** there is a point in D following p **then**

p := point immediately following p in D;

**return** **true**;

**end if**;

**return false;**

**end**; //FollowingPoint

**function Verify-k-Candidate-Neighbours-Backward**(D, p, b, backwardSearch, k, k-Neighborhood)

**while** backwardSearch **and** ((p.dist – b.dist) p.Eps) **do**

dist := distance(b, p);

e := (b, dist);

**if** dist < p.Eps **then**

i := |{e k-Neighborhood | e.dist = p.Eps}|;

**if** |k-Neighborhood| - i k – 1 **then**

delete each element e with e.dist = p.Eps from k-Neighborhood;

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

p.Eps := max({e.dist | e k-Neighborhood});

**else**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif**;

**else**

**if** dist = p.Eps **then**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif;**

**endif;**

backwardSearch := PrecedingPoint(D, b);

**endwhile;**

**end;** //Verify-k-Candidate-Neighbours-Backward

**function Verify-k-Candidate-Neighbours-Forward**(D, p, f, forwardSearch, k, k-Neighborhood)

**while** forwardSearch **and** ((f.dist – p.dist) p.Eps) **do**

dist := distance(f, p);

e := (f, dist);

**if** dist < p.Eps **then**

i := |{e k-Neighborhood | e.dist = p.Eps}|;

**if** |k-Neighborhood| - i k – 1 **then**

delete each element e with e.dist = p.Eps from k-Neighborhood;

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

p.Eps := max({e.dist | e k-Neighborhood});

**else**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif**;

**else**

**if** dist = p.Eps **then**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif;**

**endif;**

forwardSearch := FollowingPoint(D, b);

**endwhile;**

**end;** //Verify-k-Candidate-Neighbours-Forward

Wydruk 7. Pseudokod algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

### 5.1.4. Algorytm TI-k-Neighborhood-Index-Ref

Oprócz TI-k-Neighborhood-Index artykuł [[4](#MKr11_2)] proponuje jego odmianę stosującą wiele punktów referencyjnych. Odmiana ta będzie dalej nazywana TI-k-Neighborhood-Index-Ref. Zastosowanie wielu punktów referencyjnych pozwala na przyspieszenie weryfikacji zbioru kandydatów do k-sąsiedztwa. Usprawnienie tą metodą wcześniejszych kroków algorytmu nie jest możliwe, ponieważ bez szacunkowej znajomości Eps nie można zaostrzyć warunku wykluczania elementów ze zbioru kandydatów. Dodatkowy warunek spełnienia nierówności trójkąta został dodany w funkcjach Verify-k-Candidate-Neighbours-Backward i Verify-k-Candidate-Neighbours-Forward. Pseudokod algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref zamieściłem na wydrukach. Szarym kolorem wyróżniłem fragmenty różne od odpowiedniego pseudokodu algorytmu TI-k-Neighborhood-Index.

**function TI-REF-Init**(D)

rPoints := selectReferencePoints();

**for** each point p in D **do**

**for** each i := 1..rPoints.size() **do**

p.dists[i] := distance(p,rPoints[i]);

**endfor**;

**endfor;**

sort D non-decreasingly w.r.t. p.dists[1];

**end;** //TI-REF-Init

**function Is-Candidate-Neighbor-By-Additional-Reference-Points**(p, q,

Eps)

candidateNeighbor := **true**;

i := 2;

**while** candidateNeighbor **and** (i |p.dists|) **do**

**if** |q.dists[i] – p.dists[i]| > Eps **then**

candidateNeighbor := **false**;

**else**

i := i + 1;

**endif**;

**endwhile**;

**return** candidateNeighbor;

**end**; //Is-Candidate-Neighbor-By-Additional-Reference-Points

Wydruk 8. Pseudokod funkcji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref różnych od funkcji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

**function Verify-k-Candidate-Neighbours-Forward**(D, p, f, forwardSearch, k, k-Neighborhood)

**while** forwardSearch **and** ((f.dists[1] – p.dists[1]) p.Eps) **do**

**if** Is-Candidate-Neighbor-By-Additional-Reference-Points(p, b, p.Eps)

**then**

dist := distance(f, p);

e := (f, dist);

**if** dist < p.Eps **then**

i := |{e k-Neighborhood | e.dist = p.Eps}|;

**if** |k-Neighborhood| - i k – 1 **then**

delete each element e with e.dist = p.Eps from k-Neighborhood;

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

p.Eps := max({e.dist | e k-Neighborhood});

**else**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif**;

**else**

**if** dist = p.Eps **then**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif;**

**endif;**

**endif;**

forwardSearch := FollowingPoint(D, b);

**endwhile;**

**end;** //Verify-k-Candidate-Neighbours-Forward

**function Verify-k-Candidate-Neighbours-Backward**(D, p, b, backwardSearch, k, k-Neighborhood)

**while** backwardSearch **and** ((p.dists[1] – b.dists[1]) p.Eps) **do**

**if** Is-Candidate-Neighbor-By-Additional-Reference-Points(p, b, p.Eps)

**then**

dist := distance(b, p);

e := (b, dist);

**if** dist < p.Eps **then**

i := |{e k-Neighborhood | e.dist = p.Eps}|;

**if** |k-Neighborhood| - i k – 1 **then**

delete each element e with e.dist = p.Eps from k-Neighborhood;

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

p.Eps := max({e.dist | e k-Neighborhood});

**else**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif**;

**else**

**if** dist = p.Eps **then**

insert e into k-Neighborhood holding it sorted wrt. e.dist;

**endif;**

**endif;**

**endif;**

backwardSearch := PrecedingPoint(D, b);

**endwhile;**

**end;** //Verify-k-Candidate-Neighbours-Backward

Wydruk 9. Pseudokod funkcji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref różnych od funkcji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

## 5.2. Zastosowanie rzutowania

Alternatywnym sposobem usprawnienia algorytmów gęstościowego grupowania jest zastosowanie rzutowania na wymiar. Łatwo zauważyć, że dla każdego wymiaru , i każdych dwóch wektorów i prawdziwe jest, że:

Stąd, jeśli , wtedy ; czyli .

Obserwacja ta prowadzi następującego twierdzenia.

**Twierdzenie 5.** Niech będzie indeksem wymiaru , gdzie , i jest zbiorem wektorów posortowanych niemalejąco względem wartości -tego wymiaru. Niech , będzie takim wektorem następującym po w , że i będzie takim wektorem poprzedzającym w , że . Wtedy:

* i wszystkie wektory następujące po w nie należą do ,
* i wszystkie wektory poprzedzające w nie należą do .

Zgodnie z twierdzeniem 2 opisanym w rozdziale 4.1 twierdzenie 5 można zastosować również do wyszukiwania k-sąsiedztwa.

### 5.2.1. Algorytm DBSCAN-PROJECTION

Modyfikacja przedstawionego uprzednio algorytmu TI-DBSCAN stosująca rzutowanie na wymiar będzie w dalszej części pracy nazywana DBSCAN-PROJECTION. W stosunku do bazowego algorytmu zmianie ulega jedynie funkcja inicjalizująca dane, której pseudokod przedstawiłem na wydruk 9 i wydruk 10. Kolorem szarym wyróżniłem fragmenty różne od odpowiedniego kodu algorytmu TI-DBSCAN.

**function Init**(D)

pDimension := selectProjectionDimension();

**for** each point p in D **do**

p.clusterId := UNCLASSIFIED; p.neighborsNr := 1; p.border := ;

p.dist := p[pDimension];

**end for**

sort D non-decreasingly w.r.t. p.dist;

**end;** //TI-Init

Wydruk 10. Pseudokod funkcji algorytmu DBSCAN-PROJECTION różnych od funkcji algorytmu TI-DBSCAN

### 5.2.2. Algorytm k-Neighborhood-Index-Projection

W dalszej części pracy modyfikacja przedstawionego uprzednio algorytmu TI-k-Neighborhood-Index stosująca rzutowanie na wymiar będzie nazywana k-Neighborhood-Index-Projection. Podobnie jak w przypadku DBSCAN-PROJECTION zmianie uległa jedynie funkcja inicjalizująca dane, której pseudokod przedstawiłem na wydruk 11. Kolorem szarym wyróżniłem fragmenty różne od odpowiedniego kodu algorytmu TI-k-Neighborhood-Index.

**function Init**(D)

pDimension := selectProjectionDimension();

**for** each point p in D **do**

p.dist := p[pDimension];

**end for**

sort D non-decreasingly w.r.t. p.dist;

**end;** //TI-Init

Wydruk 11. Pseudokod funkcji algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection różnych od funkcji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

## 5.3. Zastosowanie indeksu metrycznego w algorytmie wyszukiwania k sąsiadów

Zastosowanie indeksu metrycznego pozwala na sprawne wyszukiwanie najbliższego sąsiada danego wektora w pewnym zbiorze wektorów. W oparciu o implementację zaproponowaną w artykule [[6](#PYa)] stworzyłem algorytm gęstościowego grupowania danych poszukujący k najbliższych sąsiadów, który wykorzystuje indeks metryczny. Algorytm ten nazwałem k-Neighborhood-Index-Vp-Tree a jego pseudokod zamieściłem na wydrukach wydruk 12, wydruk 13 i wydruk 14.

Pierwszym krokiem algorytmu jest budowa indeksu metrycznego w oparciu o zbiór wektorów D. Korzeń indeksu odnosi się do całej rozpatrywanej przestrzeni wektorów. Jego punkt obserwacyjny dzieli przestrzeń na lewą i prawą podprzestrzeń, które odpowiadają lewemu i prawemu potomkowi korzenia. Każdy kolejny węzeł drzewa nawiązuje do coraz to mniejszych podprzestrzeni. Niech najmniejsza wartość większą od mediany będzie nazywana prawym ograniczeniem, a największą wartość mniejszą od mediany będzie nazywana lewym ograniczeniem. W przedstawionym algorytmie w węźle indeksu metrycznego oprócz wektora obserwacyjnego przechowywana jest wartość mediany oraz lewe i prawe ograniczenie w celu opisania metrycznej relacji między punktem obserwacyjnym a lewą i prawą podprzestrzenią. Algorytm budowy indeksu metrycznego korzysta z funkcji *select\_vp*, której celem jest obieranie lepszych niż losowe wektorów obserwacyjnych. Funkcja ta w sposób stochastyczny konstruuje zbiór kandydatów do wektora obserwacyjnego. Następnie, dla każdego wektora zbioru kandydatów losowo konstruowany jest podzbiór przestrzeni, dla którego wyznaczana jest mediana oraz odchylenie standardowe. Spośród zbioru kandydatów , wybierany jest ten o największym odchyleniu standardowym.

Kolejnym krokiem algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree jest wyszukanie k sąsiadów, przy użyciu uprzednio zbudowanego indeksu, dla każdego wektora zbioru zapytań Q. K-sąsiedztwo przechowywane jest w formie kolekcji par: (odległość między wektorem p a zapytaniem q; wektor p). Dla każdego wektora zbioru zapytań Q kolekcja k-sąsiedztwa   
*k-Neighborhood* inicjalizowana jest k parami (maksymalna wartość odległości; null), a następnie przekazywana jest wraz zapytaniem i korzeniem indeksu metrycznego do funkcji *search-k-Neighborhood*. Funkcja ta przegląda w głąb indeks metryczny w poszukiwaniu dla zapytania k-sąsiedztwa, które zapisywane jest w kolekcji *k-Neighborhood*.

W stworzonym algorytmie proponuję dwie metody przeszukiwania indeksu metrycznego w poszukiwaniu k-sąsiedztwa. Pierwszą, która korzysta z mediany jako z kryterium przeszukiwania poddrzew indeksu. Jej pseudokod przedstawiłem na wydruk 13. Oraz drugą, która wykorzystuje ograniczenie górne i dolne w celu wyboru poddrzewa do przeszukania. Jej pseudokod zamieściłem na wydruk 14.

**algorithm k-Neighborhood-Index-Vp-Tree** (D, Q, k)

vp\_tree := make-Vp-Tree(D);

**for** each point q in Q **do**

k-Neighborhood := ;

**for** i := 1..k **do**

insert(MAX\_DOUBLE, null) into k-Neighborhood;

**endfor**;

search-k-Neighborhood(vp\_tree, q, k-Neighborhood)

insert(position of point q, k-Neighborhood) into k-Neighborhood-Index)

**endfor**;

**end**; //k-Neighborhood-Index-Vp-Tree

**function make-Vp-Tree**(D)

**if** **then**

**return** ;

**endif**;

vantage\_potint := select-Vp(D);

new(node);

node.p := vantage\_potint;

node.μ :=;

node.leftLimit := ;

node.rightLimit := ’

:= {dD - vantage\_point | distance(vantage\_point,d) };

:= {dD - vantage\_point | distance(vantage\_point,d) };

node.left := make-Vp-Tree();

node.right := make-Vp-Tree();

**return** node;

**end;** //mave-Vp-Tree

**function select-Vp**(D)

P := random sample of D;

best\_spread := 0;

best\_vp := null;

**for** each point p in P **do**

S := random sample of D;

μ := ;

spread := ;

**if** spread > best\_spread **then**

best\_spread := spread;

best\_p := p;

**endif;**

**endfor;**

**return** best\_p;

**end; /**/select-Vp

Wydruk 12. Pseudokod funkcji algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree

**function search-k-Neighborhood**(vp\_tree\_p, p, k-Neighborhood)

**if** p is null **then**

**return**;

**endif**;

tau := get distance to the most distant neighbor from k-Neighborhood;

dist := distance(vp\_tree\_p.p, p);

leftBoundary := dis – tau;

rightBoundary := dist + tau;

**if** dist tau **do**

erase the most distant neighbor from k-Neighborhood;

insert(dist, vp\_tree\_p.p) into k-Neighborhood;

**endif**;

**if** rightBoundary vp\_tree\_p.μ **then**

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.right, p, k-Neighborhood);

**endif**;

**if** leftBoundary vp\_tree\_p.μ **then**

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.left, p, k-Neighborhood);

**endif**;

**end**; //search-k-Neighborhood

Wydruk 13. Pseudokod funkcji wyszukującej k-sąsiadów danego punktu w indeksie metrycznym z wykorzystaniem mediany

**function search-k-Neighborhood**(vp\_tree\_p, p, k-Neighborhood)

**if** p is null **then**

**return**;

**endif**;

tau := get distance to the most distant neighbor from k-Neighborhood;

dist := distance(vp\_tree\_p.p, p);

leftBoundary := dis – tau; rightBoundary := dist + tau;

**if** dist tau **do**

erase the most distant neighbor from k-Neighborhood;

insert(dist, vp\_tree\_p.p) into k-Neighborhood;

**endif**;

**if** leftBoundary vp\_tree\_p.leftLimit **then**

**if** rightBoundary vp\_tree\_p.rightLimit **then**

leftBuffer := vp\_tree\_p.leftLimit – leftBoundary;

rightBuffer := rightBoundary – tree.rightLimit;

**if** leftBuffer < rightBuffer **do**

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.left, p, k-Neighborhood);

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.right, p, k-Neighborhood);

**else**

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.right, p, k-Neighborhood);

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.left, p, k-Neighborhood);

**endif**;

**else**

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.left, p, k-Neighborhood);

**endif**;

**else**

**if** rightBoundary vp\_tree\_p.rightLimit **then**

search-k-Neighborhood(vp\_tree\_p.right, p, k-Neighborhood);

**endif**;

**endif**;

**end**; //search-k-Neighborhood

Wydruk 14. Pseudokod funkcji wyszukującej k-sąsiadów danego punktu w indeksie metrycznym z wykorzystaniem prawego i lewego ograniczenia

# 6. Szczegóły implementacji

W niniejszym rozdziale przedstawię zaprojektowane i stworzone przeze mnie oprogramowanie służące do analizy algorytmów. Oprogramowanie to jest przeznaczone dla systemu operacyjnego Microsoft Windows i implementuje wszystkie algorytmy omówione w poprzednich rozdziałach.

**Architektura**

Zasadniczym celem implementacji jest analiza oraz testy opisanych uprzednio algorytmów, ze szczególnym zwróceniem uwagi na możliwość usprawnienia ich przez zastosowanie nierówności trójkąta lub odległości kosinusowej. Mnogość odmian implementowanych algorytmów wymusiła zastosowanie rozbudowanej hierarchii dziedziczenia w architekturze silnik algorytmów. Dziedziczenie umożliwiło uniknięcie powtarzania wspólnego kodu w implementacjach modyfikacji algorytmów, co pozwoliło na ujednolicenie wspólnych funkcji i procesów, a co najistotniejsze zmniejszyło ryzyko wpływu różnic implementacyjnych na badaną wydajność algorytmu.

**Wykorzystane technologie**

Oprogramowanie zostało napisane w całości w języku C++ w środowisku Microsoft Visual Studio. Język C++ łączy zaletę obiektowości z wydajnością, nie występują w nim niekontrolowane operacje czyszczenia pamięci (ang. garbage collection) jak w Java, które w przypadku algorytmów operujących na dużych ilościach danych mogą zakłócić wyniki testów. W celu zapewnienia efektywnej realizacji operacji przetwarzania danych takich jak wczytywanie, implementacja algorytmów, funkcji pomocniczych i zapisywanie wykorzystywana jest standardowa biblioteka szablonów STL.

**Interfejs użytkownika**

Stworzona aplikacja wykonywana jest w trybie wsadowym. W pierwszej kolejności wczytuje ona zdefiniowane przez użytkownika pliki parametrów znajdujące się w folderze *properties*. Każdy z tych plików definiuje wykonanie algorytmu z danymi parametrami na danym zbiorze danych. Rezultat wykonania pojedynczego uruchomienia algorytmu oraz raport z jego uruchomienia zapisywane są do plików tekstowych w folderze *logs*. Dodatkowo aplikacja na bieżąco tworzy plik raportu o nazwie: *ultimate\_run\_report%\_data\_i\_czas\_uruchomienia%.csv*, który zawiera wartości parametrów programu oraz czasy wykonania poszczególnych etapów algorytmów, dla wszystkich uruchomień algorytmów w danym uruchomieniu programu. Format CSV pozwala na łatwą analizę wyników dzięki narzędziom takim jak arkusz kalkulacyjny. Plik parametrów aplikacji *algorithms\_engine\_properties.txt* pozwala na skonfigurowanie jej w taki sposób, aby każdy algorytm zdefiniowany plikiem parametrów w folderze *logs* był wykonywany w serii n razy. W celu poprawy wygody pracy analityka aplikacja na bieżąco tworzy plik raportu *cleaned\_ultimate\_run\_report%\_data\_i\_czas\_uruchomienia%.csv*, który zawiera wartości parametrów programu oraz średnie czasy wykonania poszczególnych etapów algorytmów, dla wszystkich serii uruchomień algorytmów. Dzięki wprowadzeniu mechanizmu uruchamiania algorytmów seriami możliwe jest zmniejszenie wpływu losowych zakłóceń na rezultaty wykonania algorytmu poprzez badanie średnich czasów z serii.

Dokładny opis plików parametrów, możliwości konfiguracji aplikacji oraz jej uruchamiania znajduje się w dodatku ??.

# 7. Badania eksperymentalne

W przeprowadzonych przeze mnie eksperymentach badałem wydajność wyszukiwania   
k-sąsiedztwa oraz epsilonowego sąsiedztwa w zależności od implementacji, przyjętej miary podobieństwa oraz zastosowanej metody szacowania odległości. Eksperymenty przeprowadziłem na środowisku Windows 7 x64 z procesorem Intel® i7™ 950 z dostępną pamięcią RAM równą 6GB. Aplikacja, którą posłużyłem się do zebrania wyników eksperymentów została skompilowana dla środowiska WIN32 z podniesioną flagą LARGEADDRESSAWARE, która umożliwia użycie do 3GB pamięci wirtualnej. Eksperymenty uruchamiałem jako proces o priorytecie ‘Wysoki’ aby uniknąć wywłaszczenia procesu z rdzenia zmniejszając tym samym ryzyko losowego zakłócenia wyników.

W trakcie pierwszych eksperymentów zauważyłem, że kolejne uruchomienia danego algorytmu z tymi samymi parametrami, nazwijmy je serią, wykonują się w różnym czasie. Ze względu na charakter wspomnianych różnic wyszczególniłem dwa przypadki odchyleń. Pierwszy, w którym różnice czasów wykonań algorytmów w danej serii są niewielkie oraz drugi, w którym owe różnice są znaczące. W pierwszym przypadku powodem odchyleń były losowe zakłócenia. W drugim przypadku zauważyłem pewną prawidłowość, według której pierwsze uruchomienie algorytmu w serii trwa najdłużej z wszystkich, kolejne trochę krócej a różnice czasów wykonania następnych uruchomień odpowiadają tym z przypadku pierwszego. Dzieje się tak ponieważ cache procesora (w moim przypadku 8MB, L3) z każdym wykonaniem algorytmu w serii działa sprawniej do chwili osiągnięcia pewnej sprawności granicznej dla danej serii. W efekcie, czas wykonania algorytmu skraca się aż do momentu gdy różnice trwania kolejnych wykonań przypominają te z przypadku pierwszego. Aby umniejszyć wpływ wyżej opisanych zjawisk na zbieranie wyników czasowych poszczególnych kroków algorytmów pomiar dokonywany jest w następujący sposób: spośród wszystkich uruchomień algorytmu w serii odrzucane są te, których czas wykonania był najdłuższy i najkrótszy, a z pozostałych wartości obliczany jest średni czas wykonania każdego z kroków algorytmu. W prezentowanych dalej wynikach eksperymentów, czas wykonania algorytmu jest sumą średnich czasów wykonań każdego z jego kroków. W każdej tabeli prezentującej czasy trwania algorytmów zamieszczono również średnie czasy kroków nań składających się.

**Słownik opisu rezultatów badań**

W celu zmniejszenia szerokości tabel zawierających rezultaty badań, opisy kolumn zostały dokonane skróconymi wyrażeniami, których rozwinięcia oraz wyjaśnienia znajdują się w poniższej tabeli:

Tab. 5. Słownik opisów rezultatów badań

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Skrócone wyrażenie** | **Pełne wyrażenie** | **Znaczenie** |
| **bud. ind.** | budowa indeksu | czas budowy indeksu [s] |
| **grup.** | grupowanie | czas wykonania grupowania [s] |
| **l. p.** | liczba punktów | liczność zbioru, na którym wykonywany jest algorytm |
| **norm.** | normalizacja | czas normalizacji wektorów zbioru danych [s] |
| **obl. odl.** | obliczanie odległości | czas obliczania odległości wektorów do punktów referencyjnych lub czas wykonania rzutowania wektorów na dany wymiar [s] |
| **sort.** | sortowanie | czas sortowania zbioru danych [s] |
| **wysz. sąsiad.** | wyszukiwanie sąsiadów | czas wyszukiwania sąsiadów [s] |
| **wyk. alg.** | wykonanie algorytmu | czas wykonania algorytmu [s] |
| **-** | brak danych | Rezultat eksploracji danych nie został osiągnięty w czasie mniejszym niż 3h lub z powodu wyczerpania pamięci operacyjnej maszyny, na której wykonywano eksperyment |

## 7.1. Dane testowe

W eksperymentach wykorzystałem zbiory danych stosowane w dziedzinowej literaturze. Ich odmienne charakterystyki pozwoliły na sprawdzenie działania algorytmów w różnych warunkach. Zamieszczone poniżej opisy dotyczą zbiorów, które wykorzystałem do przeprowadzenia badań.

Covtype [[9](#12Ma)] to zbiór udostępnianym przez US Forest Service. Jego pełna nazwa to Forest Cover Type. Baza ta zawiera informacje o gatunkach drzew w amerykańskich lasach. Zbiór posiada 581012 rekordów w formacie gęstym o 55 atrybutach. 10 pierwszych atrybutów to wartości zmiennych ilościowych, kolejne 44 atrybuty posiadają wartości 0 lub 1, z kolei ostatni determinuje jeden z siedmiu gatunków drzew. Należy zwrócić uwagę, że każdy z rekordów spośród atrybutów binarnych przyjmuje wartość 1 dokładnie dwa razy, a wartość zero 42 razy. W przypadku 10 pierwszych atrybutów zróżnicowanie wartości jest znacznie większe, z których pierwsze dwa posiadają najszerszą dziedziną (ponad 7000), a pozostałe charakteryzuje znacznie mniejsza różnorodność i zakres.

KDD-Cup98 [[10](#The12)] jest zbiorem opublikowanym podczas Drugiego Międzynarodowego Konkursu Odkrywania Wiedzy i Eksploracji Danych, który miał miejsce podczas KDD-98, Czwartej Międzynarodowej Konferencji Odkrywania Wiedzy i Eksploracji Danych w 1998 roku. Zbiór posiada 96367 rekordów w formacie gęstym o 56 atrybutach, o wartościach będącymi liczbami naturalnymi. Najszerszą dziedzinę [0; 6000] posiadają dwa atrybuty, najwęższą dziedzinę [0; 13] również tylko dwa atrybuty, natomiast aż 44 atrybuty posiadają taką samą dziedzinę [0; 99].

Karypis\_sport to zbiór danych wchodzący w skład bazy zbiorów [[11](#GKa12)] udostępnianych na stronie profesora George Karypis z Department of Computer Science & Engineering, University of Minesota. Zbiór karypis\_sport zawiera 8580 rekordów w formacie rzadkim o 126373 atrybutach przyjmujących wartości będące liczbami naturalnymi. Baza ta zawiera informacje o dokumentach dotyczących sportu. Średnia niezerowych wartości atrybutów zbioru wynosi 1,58, natomiast najwyższa wartość to 129. Mimo, że punkty posiadają 126373 atrybutów, to średnio 129 z nich jest niezerowych. Punkt o największej liczbie niezerowych atrybutów posiada ich 1174. Liczba punktów posiadających nie więcej niezerowych atrybutów niż 56 wynosi 1478.

Karypis\_review jest zbiorem danych wchodzącym w ten sam skład bazy zbiorów co karypis\_sport [[11](#GKa12)]. Zawiera on 4069 rekordów w formacie rzadkim o 126373 atrybutach przyjmujących wartości będące liczbami naturalnymi. Baza ta skupia informacje o dokumentach dotyczących recenzji. Średnia niezerowych wartości atrybutów zbioru wynosi 1,49, natomiast najwyższa wartość to 131. Mimo, że punkty posiadają 126373 atrybutów, to średnio 191 z nich jest niezerowych. Punkt o największej liczbie niezerowych atrybutów posiada ich 1385. Liczba punktów posiadających nie więcej niezerowych atrybutów niż 56 wynosi 254.

## 7.2. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index

W niniejszym rozdziale opisałem rezultaty badań algorytmów wyznaczających k-sąsiedztwo, które stosują nierówność trójkąta lub rzutowanie w celu oszacowania odległości między punktami. W każdym z kolejnych podrozdziałów testowałem jedną z odmian algorytmu lub porównywałem wcześniej zbadane. W ostatnim podrozdziale dokonałem porównania zbadanych algorytmów.

### 7.2.1. Badania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index

W kolejnych podrozdziałach w pierwszej kolejności skupiłem się na badaniu czasu wykonania *TI-k-Neighborhood-Index* w zależności od implementacji algorytmu oraz w zależności od implementacji punktu. Następnie, w oparciu o uzyskane rezultaty eksperymentów zbadałem wpływ wyboru punktu referencyjnego na wydajność algorytmu.

#### 7.2.1.1. Implementacja algorytmu

Na przykładowych zbiorach danych przetestowałem dwie wersje algorytmu   
*TI-k-Neighborhood-Index*: korzystającą ze struktury indeksu zbudowanego z iteratorów oraz opartą wyłącznie na oryginalnym zbiorze danych. W przypadku pierwszej implementacji sortowaniu zostaje poddany indeks, który następnie używany jest w celu dostępu do zbioru danych. W drugim przypadku sortowany jest zbiór danych i żaden indeks nie jest wykorzystywany w dostępie do jego elementów. W tab. 6 zamieściłem czasy wykonania obu implementacji algorytmów wraz ze składającymi się na nie operacjami. rys. 12 przedstawia porównanie wydajności badanych implementacji algorytmu *Tik-k-Neighborhood-Index*.

Analiza wyników z tab. 6 pozwala stwierdzić, że koszt budowy indeksu dla implementacji z indeksem jest pomijalnie mały. Kolejną ważną cechą jest porównywalny dla obu implementacji czas obliczania odległości do punktu referencyjnego. Jednakże, w porównaniu z implementacją bez indeksu implementacja z indeksem radzi sobie z wyznaczaniem k-sąsiedztwa tym lepiej im więcej rekordów posiada zbiór, w którym wyznaczane jest k-sąsiedztwo. Największa różnica w wydajności algorytmu wystąpiła przy 50000 punktów zbioru covtype. Dla tego przypadku implementacja z bezpośrednim dostępem do danych wykonuje się blisko 7 razy wolniej niż implementacja korzystająca z indeksu.

Tab. 6. Porównanie wydajności implementacji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od zastosowanej metody dostępu do danych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbiór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index dostęp przez indeks** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index bezpośredni dostęp** | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,204 | 0,204 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,235 | 0,206 | 0,004 | 0,025 |
| 2000 | 0,678 | 0,674 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,729 | 0,660 | 0,004 | 0,065 |
| 4000 | 2,824 | 2,813 | 0,000 | 0,010 | 0,001 | 2,932 | 2,755 | 0,010 | 0,166 |
| 6000 | 6,887 | 6,870 | 0,000 | 0,016 | 0,001 | 7,122 | 6,570 | 0,015 | 0,537 |
| 8000 | 13,228 | 13,202 | 0,000 | 0,023 | 0,002 | 13,440 | 12,736 | 0,024 | 0,680 |
| karypis\_review | 500 | 0,068 | 0,066 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,079 | 0,066 | 0,002 | 0,012 |
| 1000 | 0,249 | 0,246 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,279 | 0,247 | 0,003 | 0,029 |
| 2000 | 1,105 | 1,099 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 1,208 | 1,106 | 0,006 | 0,096 |
| 3000 | 2,394 | 2,385 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 2,598 | 2,380 | 0,008 | 0,210 |
| 4000 | 4,346 | 4,334 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 4,637 | 4,303 | 0,012 | 0,322 |
| covtype | 10000 | 0,547 | 0,391 | 0,000 | 0,153 | 0,003 | 1,364 | 0,184 | 0,058 | 1,122 |
| 50000 | 7,750 | 5,400 | 0,001 | 2,333 | 0,015 | 78,517 | 4,147 | 2,089 | 72,281 |
| 100000 | 19,989 | 15,052 | 0,002 | 4,900 | 0,035 | 79,311 | 11,357 | 4,636 | 63,318 |
| 300000 | 99,592 | 83,380 | 0,004 | 16,079 | 0,130 | 619,451 | 50,367 | 15,277 | 553,806 |
| 500000 | 261,458 | 234,340 | 0,005 | 26,861 | 0,252 | 1860,230 | 120,760 | 25,600 | 1 713,870 |
| cup98 | 10000 | 0,392 | 0,272 | 0,000 | 0,117 | 0,003 | 2,241 | 0,140 | 0,062 | 2,039 |
| 30000 | 3,073 | 2,197 | 0,000 | 0,865 | 0,010 | 3,224 | 1,191 | 0,530 | 1,503 |
| 50000 | 7,291 | 5,371 | 0,001 | 1,900 | 0,019 | 60,378 | 3,198 | 1,555 | 55,625 |
| 70000 | 12,886 | 9,563 | 0,001 | 3,293 | 0,029 | 100,792 | 5,673 | 2,772 | 92,347 |
| 90000 | 19,547 | 15,316 | 0,002 | 4,185 | 0,044 | 83,934 | 9,064 | 4,649 | 70,221 |

Kluczowym krokiem mającym wpływ na powstałą różnicę jest sortowanie punktów. Obie implementacje do sortowania obiektów wykorzystują standardową dla języka C++ funkcję sortowania wektorów, tj. *std::sort*, która oparta jest o algorytm quicksort. Funkcja sortowania biblioteki standardowej korzysta z operacji *swap* zamieniającej miejscami elementy w wektorze, która wywołuje konstruktor kopiujący obiektu będącego elementem sortowanego wektora. W przypadku gdy głęboko kopiowany jest obiekt klasy *Punkt*, to uruchamiane są konstruktory kopiujące wszystkich obiektów będących jego polami, w szczególności kolekcji przechowujących wartości wymiarów. Dlatego, wykonanie konstruktora kopiującego iteratora jest szybsze niż wykonanie konstruktora kopiującego obiektu punktu. Im większy zbiór jest sortowany tym częściej funkcja *swap* jest wywoływana, tym samym częściej wykonywany jest konstruktor kopiujący. W skutek tego, czas sortowania zbioru obiektów punktu jest dłuższy niż czas sortowania zbioru iteratorów. Zatem, mimo, że dostęp do nieposortowanych danych przez posortowany zbiór iteratorów jest wolniejszy niż bezpośredni dostęp do posortowanego zbioru, to czas bezpośredniego sortowania zbioru danych jest na tyle duży, że różnice czasowe wynikające ze sposobu dostępu do danych stają się pomijalne. W kolejnych rozważaniach będę się odnosił do algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* jako do implementacji korzystającej z indeksu iteratorów.

Rys. 12. Porównanie wydajności implementacji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index Index w zależności od zastosowanej metody dostępu do danych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

#### 7.2.1.2. Implementacja struktury punktu

Początkowo naturalnym podejściem do implementacji struktury punktu wydawało mi się przechowywanie wartości wymiarów w postaci tablicy lub wektora o liczbie elementów równej liczbie wymiarów przestrzeni danych. Pierwsze eksperymenty z danymi tekstowymi pokazały, że przy zastosowaniu wspomnianego sposobu postępowania implementacja zbioru punktów szybko wyczerpywała pamięć RAM maszyny, na której dokonywano eksperymentów. Zachowanie to wynikało z dużej liczby wymiarów przestrzeni danych. Jeden punkt przestrzeni danych tekstowych (105 wymiarowej) zajmował tyle pamięci co 5\*104 punktów przestrzeni dwuwymiarowej.

Na szczęście, przechowywanie punktów przestrzeni danych tekstowych można ulepszyć w oparciu o ich cechy charakterystyczne. Kluczową własnością danych tekstowych jest duża liczba wymiarów punktu, których wartość jest równa 0. Wartość ta nie wnosi żadnej informacji w procesie wyznaczania odległości między dwoma punktami, dlatego postanowiłem jej nie przechowywać. W tym celu zaimplementowałem rzadką reprezentację punktu w postaci listy par <*numer wymiaru*, *wartość wymiaru*> posortowanej względem numeru wymiaru.

W tab. 7 oraz na rys. 13 zmieściłem wyniki uruchomień algorytmu   
*TI-k-Neighborhood-Index* z użyciem implementacji zarówno gęstego jak i rzadkiego punktu. Rezultaty obserwacji znajdujące się w tab. 7 pozwalają stwierdzić, że dla zbiorów cup98 i covtype, uruchomienia korzystające z implementacji punktu gęstego wykonują się szybciej niż uruchomienia posługujące się implementacją punktu rzadkiego. Odwrotne zjawisko można zauważyć dla danych tekstowych, tj. zbiorów karypis sport i karypis review, w których przypadku uruchomienia korzystające z implementacji punktu rzadkiego wykonują się o dwa rzędy wielkości szybciej niż uruchomienia korzystające z implementacji punktu gęstego. Niestety, z powodu wyczerpania pamięci RAM nie można było uzyskać rezultatów badań dla implementacji gęstego punktu na zbiorach danych tekstowych gdy liczba punktów przewyższała 1000.

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów skonstruowałem następujące wnioski:

* w porównaniu z implementacją gęstego punktu, stosowanie implementacji rzadkiego punktu w uruchomieniach algorytmu pracującego na danych tekstowych przyspiesza jego wykonanie oraz zmniejsza wielkość zajętej pamięci operacyjnej;
* w porównaniu z implementacją rzadkiego punktu, stosowanie implementacji gęstego punktu w uruchomieniach algorytmu działającego na danych gęstych o niewielkim wymiarze przyspiesza jego wykonanie.

W dalszej części pracy badania algorytmów *TI-k-Neighborhood-Index* pracujących na danych tekstowych będą wykonywane z użyciem implementacji punktu rzadkiego, a działające z danymi gęstymi o niewielkim wymiarze będą wykonywane z zastosowaniem implementacji punktu gęstego.

Tab. 7. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index gęsta reprezentacja punktu** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index rzadka reprezentacja punktu** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 22,208 | 21,959 | 0,000 | 0,249 | 0,000 | 0,204 | 0,204 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | - | - | - | - | - | 0,678 | 0,674 | 0,000 | 0,004 | 0,000 |
| 4000 | - | - | - | - | - | 2,824 | 2,813 | 0,000 | 0,010 | 0,001 |
| 6000 | - | - | - | - | - | 6,887 | 6,870 | 0,000 | 0,016 | 0,001 |
| 8000 | - | - | - | - | - | 13,228 | 13,202 | 0,000 | 0,023 | 0,002 |
| karypis\_review | 500 | 5,710 | 5,585 | 0,000 | 0,125 | 0,000 | 0,068 | 0,066 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 1000 | 22,677 | 22,428 | 0,000 | 0,249 | 0,000 | 0,249 | 0,246 | 0,000 | 0,003 | 0,000 |
| 2000 | - | - | - | - | - | 1,105 | 1,099 | 0,000 | 0,006 | 0,000 |
| 3000 | - | - | - | - | - | 2,394 | 2,385 | 0,000 | 0,008 | 0,001 |
| 4000 | - | - | - | - | - | 4,346 | 4,334 | 0,000 | 0,011 | 0,001 |
| covtype | 10000 | 0,547 | 0,391 | 0,000 | 0,153 | 0,003 | 0,348 | 0,286 | 0,000 | 0,062 | 0,000 |
| 50000 | 7,750 | 5,400 | 0,001 | 2,333 | 0,015 | 4,394 | 3,417 | 0,000 | 0,962 | 0,016 |
| 100000 | 19,989 | 15,052 | 0,002 | 4,900 | 0,035 | 16,406 | 12,995 | 0,000 | 3,380 | 0,031 |
| 300000 | 99,592 | 83,380 | 0,004 | 16,079 | 0,130 | 125,538 | 115,939 | 0,005 | 9,453 | 0,141 |
| 500000 | 261,458 | 234,340 | 0,005 | 26,861 | 0,252 | 252,783 | 235,820 | 0,016 | 16,682 | 0,265 |
| cup98 | 10000 | 0,392 | 0,272 | 0,000 | 0,117 | 0,003 | 0,670 | 0,608 | 0,000 | 0,062 | 0,000 |
| 30000 | 3,073 | 2,197 | 0,000 | 0,865 | 0,010 | 5,403 | 4,763 | 0,000 | 0,629 | 0,010 |
| 50000 | 7,291 | 5,371 | 0,001 | 1,900 | 0,019 | 13,442 | 12,054 | 0,000 | 1,367 | 0,021 |
| 70000 | 12,886 | 9,563 | 0,001 | 3,293 | 0,029 | 22,068 | 21,028 | 0,000 | 1,009 | 0,031 |
| 90000 | 19,547 | 15,316 | 0,002 | 4,185 | 0,044 | 68,218 | 65,275 | 0,000 | 2,891 | 0,052 |

Rys. 13. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

#### 7.2.1.3. Wybór punktu referencyjnego

W poszukiwaniu właściwego punktu referencyjnego dla algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* przeprowadziłem badania z różnymi ich przykładami. W swoich eksperymentach skupiłem się na punktach skrajnych takich jak:

* punkt maksymalny, którego każdy z wymiarów przyjmuje maksymalną wartość z dziedziny danego wymiaru - oznaczany dalej jako *[max]*;
* punkt minimalny, którego każdy z wymiarów przyjmuje minimalną wartość z dziedziny danego wymiaru - oznaczany dalej jako *[max]*;
* punkt, którego każdy parzysty wymiar przyjmuje minimalną wartość z dziedziny danego wymiaru, a każdy nieparzysty wymiar przyjmuje maksymalną wartość z dziedziny danego wymiaru - oznaczany dalej jako *[max\_min]*;

W rozważaniach uwzględniłem również punkt losowy, którego każdy z wymiarów przyjmuje losową wartość z dziedziny danego wymiaru - oznaczany dale jako *[rand]*.

W tab. 8 i tab. 9 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index.* Na rys. 14 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Tab. 8. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index w zależności od punktu referencyjnego [min] lub [max\_min] przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 10% losowo wybranych punktów zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index [min]** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index [max\_min]** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,171 | 0,169 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,208 | 0,203 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 2000 | 0,636 | 0,632 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,634 | 0,634 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 4000 | 2,684 | 2,675 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 2,719 | 2,709 | 0,000 | 0,010 | 0,000 |
| 6000 | 6,470 | 6,455 | 0,000 | 0,013 | 0,002 | 6,537 | 6,526 | 0,000 | 0,011 | 0,000 |
| 8000 | 11,770 | 11,751 | 0,000 | 0,017 | 0,002 | 12,455 | 12,439 | 0,000 | 0,016 | 0,000 |
| karypis\_review | 500 | 0,062 | 0,061 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,062 | 0,062 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 0,241 | 0,239 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,250 | 0,250 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 1,084 | 1,079 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 1,097 | 1,092 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 3000 | 2,356 | 2,348 | 0,000 | 0,007 | 0,001 | 2,371 | 2,366 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 4000 | 4,209 | 4,198 | 0,000 | 0,010 | 0,001 | 4,253 | 4,243 | 0,000 | 0,010 | 0,000 |
| covtype | 10000 | 0,551 | 0,370 | 0,000 | 0,179 | 0,002 | 0,416 | 0,333 | 0,000 | 0,083 | 0,000 |
| 50000 | 7,804 | 5,526 | 0,001 | 2,262 | 0,015 | 6,775 | 5,086 | 0,000 | 1,674 | 0,015 |
| 100000 | 19,962 | 15,025 | 0,001 | 4,901 | 0,035 | 19,568 | 15,262 | 0,000 | 4,274 | 0,031 |
| 300000 | 93,868 | 78,047 | 0,003 | 15,686 | 0,132 | 107,443 | 91,785 | 0,000 | 15,527 | 0,130 |
| 500000 | 246,482 | 219,916 | 0,005 | 26,312 | 0,249 | 277,321 | 250,843 | 0,000 | 26,229 | 0,249 |
| cup98 | 10000 | 0,388 | 0,259 | 0,000 | 0,126 | 0,003 | 0,389 | 0,296 | 0,000 | 0,093 | 0,000 |
| 30000 | 2,785 | 2,105 | 0,001 | 0,669 | 0,010 | 3,697 | 3,011 | 0,000 | 0,671 | 0,016 |
| 50000 | 6,942 | 5,287 | 0,001 | 1,635 | 0,019 | 9,486 | 7,972 | 0,000 | 1,498 | 0,016 |
| 70000 | 13,095 | 9,933 | 0,001 | 3,132 | 0,029 | 17,643 | 14,809 | 0,000 | 2,803 | 0,031 |
| 90000 | 19,041 | 14,683 | 0,001 | 4,316 | 0,041 | 27,622 | 23,228 | 0,005 | 4,347 | 0,042 |

Tab. 9. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od wybranego punktu referencyjnego [rand] lub [max] przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index [rand]** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index [max]** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,199 | 0,195 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,204 | 0,204 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 0,664 | 0,660 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,678 | 0,674 | 0,000 | 0,004 | 0,000 |
| 4000 | 2,753 | 2,743 | 0,000 | 0,009 | 0,001 | 2,824 | 2,813 | 0,000 | 0,010 | 0,001 |
| 6000 | 6,576 | 6,560 | 0,000 | 0,014 | 0,002 | 6,887 | 6,870 | 0,000 | 0,016 | 0,001 |
| 8000 | 12,612 | 12,587 | 0,000 | 0,023 | 0,002 | 13,228 | 13,202 | 0,000 | 0,023 | 0,002 |
| karypis\_review | 500 | 0,066 | 0,064 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,068 | 0,066 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 1000 | 0,247 | 0,244 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,249 | 0,246 | 0,000 | 0,003 | 0,000 |
| 2000 | 1,098 | 1,092 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 1,105 | 1,099 | 0,000 | 0,006 | 0,000 |
| 3000 | 2,394 | 2,385 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 2,394 | 2,385 | 0,000 | 0,008 | 0,001 |
| 4000 | 4,340 | 4,328 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 4,346 | 4,334 | 0,000 | 0,011 | 0,001 |
| covtype | 10000 | 0,545 | 0,433 | 0,000 | 0,109 | 0,003 | 0,547 | 0,391 | 0,000 | 0,153 | 0,003 |
| 50000 | 8,104 | 6,078 | 0,001 | 2,009 | 0,016 | 7,750 | 5,400 | 0,001 | 2,333 | 0,015 |
| 100000 | 23,603 | 18,911 | 0,001 | 4,654 | 0,036 | 19,989 | 15,052 | 0,002 | 4,900 | 0,035 |
| 300000 | 143,614 | 127,733 | 0,000 | 15,746 | 0,135 | 99,592 | 83,380 | 0,004 | 16,079 | 0,130 |
| 500000 | 402,611 | 376,226 | 0,005 | 26,114 | 0,265 | 261,458 | 234,340 | 0,005 | 26,861 | 0,252 |
| cup98 | 10000 | 0,317 | 0,224 | 0,000 | 0,093 | 0,000 | 0,392 | 0,272 | 0,000 | 0,117 | 0,003 |
| 30000 | 3,000 | 2,335 | 0,000 | 0,650 | 0,015 | 3,073 | 2,197 | 0,000 | 0,865 | 0,010 |
| 50000 | 7,555 | 5,881 | 0,000 | 1,653 | 0,021 | 7,291 | 5,371 | 0,001 | 1,900 | 0,019 |
| 70000 | 12,672 | 9,672 | 0,000 | 2,969 | 0,031 | 12,886 | 9,563 | 0,001 | 3,293 | 0,029 |
| 90000 | 19,957 | 15,465 | 0,000 | 4,446 | 0,046 | 19,820 | 15,316 | 0,002 | 4,462 | 0,040 |

Analiza wyników pozwoliła mi zauważyć, że różnice w czasach wykonania algorytmu na danych tekstowych są zdecydowanie mniejsze niż w przypadku pozostałych zbiorów. Dla zbioru karypis\_review różnice te są na tyle małe, że nie można na jego podstawie wskazać punktu referencyjnego, który najbardziej przyspiesza wyszukiwanie k-sąsiedztwa. Badania wykonane na zbiorach cup98 i covtype pozwalają wyeliminować odpowiednio punkty [max\_min] i [rand] z listy potencjalnych kandydatów punktów najbardziej przyspieszających wykonanie algorytmu. Natomiast punkt maksymalny pozwala osiągać jedne z najlepszych rezultatów w przypadku wszystkich zbiorów poza karypis\_sport, dla którego algorytm wykonuje się najdłużej z wszystkich badanych punktów referencyjnych. Punktem, dla którego w znakomitej większości eksperymentów wyszukiwanie k-sąsiedztwa wykonuje się najszybciej jest punkt minimalny.

Rys. 14. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od wybranego punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

W dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* będą prezentowane rezultaty osiągnięte przy zastosowaniu punktu minimalnego jako punktu referencyjnego.

### 7.2.2. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection

Dla algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection* zbadałem następujące rodzaje rzutowania:

* rzutowanie na wymiar o najliczniejszej dziedzinie – oznaczany *[dmax]*;
* rzutowanie na niezerowy wymiar o najmniej licznej dziedzinie – oznaczany *[dmin]*;
* rzutowanie na losowy wymiar – oznaczany *[dmax]*;

W tab. 10 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection* wraz z trwaniem składających się na niego kroków. Na rys. 15 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Rys. 15. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection w zależności od wymiaru rzutowania . Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 10. Porównanie wydajności *k-Neighborhood-Index-Projection* w zależności od wymiaru rzutowania przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **k-Neighborhood-Index-Projection [dmax]** | | | | | **k-Neighborhood-Index-Projection [drand]** | | | | | **k-Neighborhood-Index-Projection [dmin]** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. rz.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. rz.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. rz.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,214 | 0,213 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,215 | 0,214 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,214 | 0,214 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 0,809 | 0,807 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,810 | 0,809 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,812 | 0,811 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |
| 4000 | 3,436 | 3,432 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 3,433 | 3,429 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 3,448 | 3,444 | 0,000 | 0,003 | 0,000 |
| 6000 | 7,830 | 7,823 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 7,829 | 7,822 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 7,850 | 7,844 | 0,000 | 0,006 | 0,000 |
| 8000 | 14,077 | 14,068 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 14,125 | 14,116 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 14,128 | 14,122 | 0,000 | 0,006 | 0,000 |
| karypis\_review | 500 | 0,073 | 0,073 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,073 | 0,073 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,074 | 0,074 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 0,288 | 0,287 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,289 | 0,289 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,289 | 0,289 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |
| 2000 | 1,258 | 1,257 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 1,259 | 1,258 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 1,263 | 1,261 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |
| 3000 | 2,813 | 2,811 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 2,822 | 2,820 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 2,826 | 2,824 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 4000 | 5,088 | 5,085 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 5,074 | 5,071 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 5,079 | 5,076 | 0,000 | 0,003 | 0,000 |
| covtype | 10000 | 0,440 | 0,320 | 0,000 | 0,118 | 0,002 | 1,412 | 1,311 | 0,000 | 0,101 | 0,000 | 1,473 | 1,386 | 0,000 | 0,085 | 0,002 |
| 50000 | 6,376 | 4,026 | 0,001 | 2,335 | 0,013 | 45,292 | 43,381 | 0,001 | 1,907 | 0,004 | 58,654 | 56,548 | 0,001 | 2,097 | 0,008 |
| 100000 | 14,753 | 9,833 | 0,001 | 4,891 | 0,028 | 164,137 | 159,576 | 0,002 | 4,557 | 0,002 | 243,611 | 238,447 | 0,002 | 5,145 | 0,018 |
| 300000 | 97,557 | 82,223 | 0,003 | 15,230 | 0,101 | 1318,407 | 1302,450 | 0,003 | 15,947 | 0,006 | 2032,951 | 2016,690 | 0,003 | 16,179 | 0,079 |
| 500000 | 283,132 | 256,854 | 0,005 | 26,091 | 0,182 | 3559,763 | 3532,690 | 0,005 | 27,013 | 0,055 | 5290,897 | 5263,930 | 0,005 | 26,815 | 0,147 |
| cup98 | 10000 | 0,357 | 0,239 | 0,000 | 0,116 | 0,002 | 1,648 | 1,537 | 0,000 | 0,110 | 0,001 | 1,483 | 1,379 | 0,000 | 0,103 | 0,001 |
| 30000 | 2,756 | 2,094 | 0,000 | 0,653 | 0,008 | 27,807 | 27,113 | 0,001 | 0,690 | 0,004 | 20,347 | 19,668 | 0,001 | 0,677 | 0,002 |
| 50000 | 6,906 | 5,230 | 0,001 | 1,660 | 0,015 | 76,375 | 74,429 | 0,001 | 1,940 | 0,006 | 55,897 | 54,189 | 0,001 | 1,703 | 0,003 |
| 70000 | 13,061 | 10,041 | 0,001 | 2,997 | 0,022 | 145,992 | 142,618 | 0,001 | 3,362 | 0,011 | 111,705 | 108,640 | 0,001 | 3,059 | 0,004 |
| 90000 | 19,727 | 15,146 | 0,001 | 4,549 | 0,032 | 242,929 | 238,615 | 0,001 | 4,300 | 0,012 | 184,648 | 180,108 | 0,001 | 4,533 | 0,006 |

Różnice w czasach wykonania algorytmu dla strategii rzutowania wykonanych na zbiorach tekstowych są na tyle niewielkie, że nie pozwalają na wyciągnięcie wniosków na temat użyteczności danej metody. Rezultaty eksperymentów wykonanych na gęstych zbiorach danych świadczą, że projekcja na wymiar o najszerszej dziedzinie pozwala na przyspieszenie wyznaczania k-sąsiedztwa o rząd wielkości w porównaniu do pozostałych strategii rzutowania. Liczność dziedziny wymiaru, na który wykonywana jest projekcja, ma kluczowy wpływ na sprawność algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection*. Następujące wyjaśnienie jest oparte na Eps-sąsiedztwie bez straty wartości merytorycznej dla k-sąsiedztwa, ponieważ problem  
k-sąsiedztwa można sprowadzić do problemu Eps-sąsiedztwa.

Na rys. 16 przedstawiono przykładowy zbiór dwuwymiarowej przestrzeni (, ). Przerywanymi liniami zaznaczono rzuty punktów zbioru odpowiednio na wymiary i . Zbiór punktów () będących wynikiem rzutowania zbioru na ma liczność 3, natomiast zbiór D2 () powstały w wyniku rzutowania na jest liczności 8.



Rys. 16. Zbiór punktów Z

Załóżmy, że szukamy pewnego otoczenia epsilonowego punktu (Na rys. 16 epsilonowe otoczenie zostało oznaczone fragmentem okręgu). Gdy posłużymy się projekcją na to żaden punkt zbioru nie zostanie odrzucony w procesie wyznaczania potencjalnych sąsiadów na podstawie kryterium rzutowania na dany wymiar ponieważ wszystkie punkty zbioru należą do otoczenia epsilonowego punktu powstałego po projekcji na (Krawędzie rzutów otoczenia epsilonowego punktu na wymiary i zostały oznaczone na rys. 16 odpowiednio szarymi ciągłymi liniami pionowymi i linią poziomą.). Tym samym zastosowanie rzutowania w tym szczególnym przypadku nie przyspiesza wyznaczania sąsiedztwa. Gdy posłużymy się rzutowaniem na to aż połowa punktów zbioru zostanie odrzuconych w procesie wyznaczania potencjalnych sąsiadów na podstawie kryterium rzutowania na dany wymiar co znacząco przyspieszy wyznaczanie sąsiedztwa.

W algorytmie *k-Neighborhood-Index-Projection* rzutowanie tym mocniej wspiera selektywność wyznaczania potencjalnych sąsiadów im liczniejsza jest dziedzina wymiaru, na który wykonywana jest projekcja. Dlatego, w dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection* będą prezentowane rezultaty osiągnięte przy zastosowaniu rzutowania na wymiar [dmax].

### 7.2.3. Porównanie algorytmów k-Neighborhood-Index-Projection z TI-k-Neighborhood-Index

W celu porównania podejścia korzystającego z nierówności trójkąta z podejściem stosującym rzutowanie, zamieściłem na rys. 17 wykresy czasów wykonania algorytmów *k-Neighborhood-Index-Projection* i *TI-k-Neighborhood-Index* w funkcji liczby punktów we wszystkich badanych przypadkach zastosowania punktu referencyjnego i strategii rzutowania na wymiar. Dane zamieszczone na wykresach odpowiadają tym zgromadzonym w tabelach tab. 8, tab. 9,  
 tab. 10.

Z rezultatów eksperymentów wynika, że dla danych tekstowych algorytm  
*k-neighborhood-Index-Projection* wykorzystujący rzutowanie wykonuje się nieznacznie wolniej niż *TI-k-Neighborhood-Index*. W przypadku gęstych zbiorów danych wyszukiwanie sąsiedztwa z zastosowaniem rzutowania na [drand] i [dmin] realizuje się o rząd wielkości wolniej niż w pozostałych przypadkach. Natomiast sprawność *k-neighborhood-Index-Projection* z rzutowaniem na [dmax] jest porównywalna z *TI-k-Neighborhood-Index* dla badanych punktów referencyjnych. Na niekorzyść rzutowania w porównaniu z nierównością trójkąta przemawia zależność tej metody od liczności dziedzin wymiarów.

Rys. 17. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection z TI-k-Neighborhood-Index w zależności od wybranego wymiaru rzutowania i punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

### 7.2.4. Badania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref – wybór dwóch punktów referencyjnych

W celu poznania wpływu doboru punktów referencyjnych na wydajność algorytmu  
*TI-k-Neighborhood-Index-Ref* przeprowadziłem eksperymenty testujące różne pary punktów referencyjnych. Podobnie jak w rozdziale 7.2.1.3. w swoich badaniach skupiłem się na punktach [max]. [min], [max\_min] oraz [rand]. W tabelach tab. 11 i tab. 12 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* *-Ref* wraz z trwaniem składających się na niego kroków. Na rys. 18 zaprezentowałem wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Rys. 18. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref w zależności od wybranej pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 11. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Ref w zależności od pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][min]** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][max\_min]** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][rand]** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,176 | 0,171 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,202 | 0,196 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 0,202 | 0,194 | 0,000 | 0,008 | 0,000 |
| 2000 | 0,634 | 0,629 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,647 | 0,638 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,663 | 0,655 | 0,000 | 0,008 | 0,000 |
| 4000 | 2,694 | 2,678 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 2,757 | 2,738 | 0,000 | 0,018 | 0,001 | 2,796 | 2,775 | 0,000 | 0,020 | 0,001 |
| 6000 | 6,427 | 6,396 | 0,000 | 0,031 | 0,000 | 6,646 | 6,617 | 0,000 | 0,028 | 0,002 | 6,927 | 6,911 | 0,000 | 0,015 | 0,002 |
| 8000 | 11,783 | 11,726 | 0,000 | 0,057 | 0,000 | 12,563 | 12,483 | 0,000 | 0,077 | 0,003 | 12,656 | 12,589 | 0,000 | 0,067 | 0,000 |
| karypis\_review | 500 | 0,062 | 0,062 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,067 | 0,064 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,062 | 0,062 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 0,244 | 0,239 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,249 | 0,243 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 0,260 | 0,250 | 0,000 | 0,010 | 0,000 |
| 2000 | 1,092 | 1,076 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 1,103 | 1,092 | 0,000 | 0,011 | 0,000 | 1,087 | 1,076 | 0,000 | 0,010 | 0,000 |
| 3000 | 2,381 | 2,366 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 2,418 | 2,401 | 0,000 | 0,016 | 0,001 | 2,398 | 2,377 | 0,000 | 0,016 | 0,005 |
| 4000 | 4,238 | 4,212 | 0,000 | 0,026 | 0,000 | 4,303 | 4,280 | 0,000 | 0,022 | 0,001 | 4,285 | 4,264 | 0,000 | 0,021 | 0,000 |
| covtype | 10000 | 0,515 | 0,276 | 0,000 | 0,229 | 0,010 | 0,461 | 0,294 | 0,000 | 0,164 | 0,003 | 0,484 | 0,317 | 0,000 | 0,167 | 0,000 |
| 50000 | 6,661 | 4,227 | 0,000 | 2,418 | 0,015 | 6,775 | 4,340 | 0,001 | 2,419 | 0,015 | 6,682 | 4,222 | 0,000 | 2,444 | 0,016 |
| 100000 | 16,260 | 10,956 | 0,005 | 5,268 | 0,031 | 16,161 | 10,943 | 0,002 | 5,180 | 0,035 | 15,678 | 10,380 | 0,000 | 5,262 | 0,036 |
| 300000 | 65,057 | 48,391 | 0,005 | 16,526 | 0,135 | 64,109 | 47,364 | 0,004 | 16,609 | 0,132 | 61,146 | 44,642 | 0,000 | 16,374 | 0,130 |
| 500000 | 144,289 | 115,575 | 0,005 | 28,454 | 0,255 | 142,420 | 113,920 | 0,005 | 28,234 | 0,260 | 135,617 | 107,516 | 0,005 | 27,841 | 0,255 |
| cup98 | 10000 | 0,406 | 0,271 | 0,000 | 0,135 | 0,000 | 0,411 | 0,244 | 0,000 | 0,164 | 0,003 | 0,405 | 0,265 | 0,000 | 0,140 | 0,000 |
| 30000 | 2,783 | 1,919 | 0,000 | 0,848 | 0,016 | 2,831 | 1,953 | 0,000 | 0,867 | 0,010 | 2,876 | 2,028 | 0,000 | 0,832 | 0,015 |
| 50000 | 7,057 | 5,070 | 0,000 | 1,971 | 0,016 | 6,952 | 4,885 | 0,001 | 2,047 | 0,019 | 6,905 | 4,898 | 0,000 | 1,991 | 0,016 |
| 70000 | 12,397 | 8,829 | 0,000 | 3,536 | 0,031 | 12,060 | 8,416 | 0,001 | 3,612 | 0,031 | 12,157 | 8,429 | 0,000 | 3,697 | 0,031 |
| 90000 | 16,552 | 12,210 | 0,000 | 4,300 | 0,042 | 16,250 | 11,939 | 0,001 | 4,268 | 0,041 | 16,312 | 12,074 | 0,000 | 4,196 | 0,042 |

Tab. 12. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Ref w zależności od pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10 % losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [min][max]** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max\_min][max]** | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [rand][max]** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,174 | 0,168 | 0,000 | 0,005 | 0,001 | 0,202 | 0,196 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 0,202 | 0,194 | 0,000 | 0,008 | 0,000 |
| 2000 | 0,640 | 0,632 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,648 | 0,640 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,662 | 0,654 | 0,000 | 0,008 | 0,000 |
| 4000 | 2,719 | 2,698 | 0,000 | 0,019 | 0,001 | 2,746 | 2,726 | 0,000 | 0,019 | 0,001 | 2,752 | 2,732 | 0,000 | 0,019 | 0,001 |
| 6000 | 6,439 | 6,410 | 0,000 | 0,027 | 0,002 | 6,582 | 6,552 | 0,000 | 0,029 | 0,002 | 6,623 | 6,591 | 0,000 | 0,030 | 0,002 |
| 8000 | 11,795 | 11,744 | 0,000 | 0,048 | 0,002 | 12,589 | 12,483 | 0,000 | 0,103 | 0,002 | 12,684 | 12,626 | 0,000 | 0,055 | 0,003 |
| karypis\_review | 500 | 0,064 | 0,061 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,067 | 0,064 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,068 | 0,064 | 0,000 | 0,004 | 0,000 |
| 1000 | 0,245 | 0,239 | 0,000 | 0,005 | 0,001 | 0,248 | 0,242 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 0,250 | 0,243 | 0,000 | 0,006 | 0,000 |
| 2000 | 1,088 | 1,077 | 0,000 | 0,011 | 0,000 | 1,107 | 1,095 | 0,000 | 0,012 | 0,000 | 1,105 | 1,092 | 0,000 | 0,012 | 0,001 |
| 3000 | 2,393 | 2,377 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 2,471 | 2,454 | 0,000 | 0,016 | 0,001 | 2,479 | 2,461 | 0,000 | 0,017 | 0,001 |
| 4000 | 4,254 | 4,232 | 0,000 | 0,021 | 0,001 | 4,345 | 4,322 | 0,000 | 0,022 | 0,001 | 4,347 | 4,323 | 0,000 | 0,023 | 0,001 |
| covtype | 10000 | 0,481 | 0,338 | 0,000 | 0,140 | 0,003 | 0,596 | 0,381 | 0,000 | 0,211 | 0,003 | 0,571 | 0,342 | 0,000 | 0,226 | 0,003 |
| 50000 | 6,968 | 4,470 | 0,001 | 2,481 | 0,015 | 6,922 | 4,477 | 0,001 | 2,427 | 0,016 | 7,157 | 4,594 | 0,001 | 2,546 | 0,016 |
| 100000 | 16,343 | 10,977 | 0,002 | 5,328 | 0,035 | 16,451 | 11,038 | 0,002 | 5,374 | 0,036 | 16,581 | 11,310 | 0,002 | 5,232 | 0,037 |
| 300000 | 64,407 | 47,668 | 0,003 | 16,601 | 0,135 | 65,557 | 48,845 | 0,003 | 16,571 | 0,137 | 69,293 | 52,593 | 0,003 | 16,551 | 0,145 |
| 500000 | 140,108 | 111,918 | 0,005 | 27,926 | 0,259 | 143,659 | 115,806 | 0,005 | 27,585 | 0,262 | 144,438 | 116,489 | 0,005 | 27,660 | 0,285 |
| cup98 | 10000 | 0,397 | 0,254 | 0,000 | 0,140 | 0,003 | 0,440 | 0,291 | 0,000 | 0,146 | 0,003 | 0,371 | 0,251 | 0,001 | 0,117 | 0,003 |
| 30000 | 2,749 | 1,845 | 0,001 | 0,892 | 0,011 | 3,106 | 2,205 | 0,001 | 0,890 | 0,011 | 2,935 | 2,109 | 0,000 | 0,815 | 0,011 |
| 50000 | 6,734 | 4,939 | 0,000 | 1,776 | 0,019 | 7,575 | 5,525 | 0,001 | 2,030 | 0,019 | 7,049 | 5,107 | 0,001 | 1,922 | 0,019 |
| 70000 | 11,994 | 8,572 | 0,001 | 3,392 | 0,029 | 12,877 | 9,588 | 0,001 | 3,258 | 0,030 | 12,175 | 8,987 | 0,001 | 3,157 | 0,030 |
| 90000 | 16,410 | 12,269 | 0,001 | 4,098 | 0,041 | 18,446 | 14,035 | 0,001 | 4,367 | 0,042 | 17,986 | 13,539 | 0,001 | 4,404 | 0,042 |

W oparciu o rezultaty przeprowadzonych eksperymentów trudno jednoznacznie wskazać, która para punktów referencyjnych najbardziej przyspiesza wyznaczenie k-sąsiedztwa. Wyniki świadczą, że najkorzystniej jako pierwszy punkt referencyjny wybrać [max], ponieważ w większości przypadków eksperymenty z punktem maksymalnym jako pierwszym punktem referencyjnym wykonują się szybciej niż dla punktu losowego [rand] czy innego punktu skrajnego – [min].

Różnice w czasach wykonania algorytmu dla poszczególnych zestawów punktów referencyjnych są na tyle niewielkie, że nie pozwalają jednoznacznie stwierdzić, która z badanych kombinacji punktów referencyjnych najbardziej przyspiesza wykonanie algorytmu. Tym co wyniki badań pozwalają stwierdzić jest wniosek, że jako pierwszy punkt referencyjny najlepiej jest wybrać punkt maksymalny.

Ponieważ dla algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* najlepszym punktem referencyjnym okazał się być [min], dlatego w dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu   
*TI-k-Neighborhood-Index-Ref* będą prezentowane rezultaty osiągnięte przy zastosowaniu pary punktów referencyjnych [max][min].

### 7.2.5. Porównanie implementacji odmian algorytmu k-Neighborhood-Index

W tab. 13, tab. 14 i na rys. 19 przedstawiłem rezultaty badań odmian algorytmu  
*k-Neighborhood-Index*. Wyniki algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* zostały zebrane dla punktu referencyjnego [min], *k-Neighborhood-Index-Projection* dla [dmax], natomiast rezultaty  
*TI-k-Neighborhood-Ref* dla pary punktów referencyjnych [max][min]. Algorytm  
*k-Neighborhood-Index-Brutal* jest brutalną implementacją wyszukiwania k-sąsiedztwa o złożoności kwadratowej.

Uzyskane rezultaty jednoznacznie wskazują na większą wydajnoś  
*TI-k-Neighborhood-Index*, *TI-k-Neighborhood-Index-Ref* oraz *k-Neighborhood-Index-Projection* w stosunku do algorytmu *k-Neighborhood-Index-Brutal*. Zastosowanie nierówności trójkąta pozwala uzyskiwać wyniki o dwa rzędy wielkości szybciej. Wzrost ten jest mniej widoczny dla danych tekstowych niż dla pozostałych zbiorów z uwagi na ich rzadki charakter. Zwiększenie liczby punktów referencyjnych z jednego do dwóch nie przyniosło znaczącej poprawy sprawności wyznaczania k-sąsiedztwa. Dalsze zwiększanie liczby punktów referencyjnych może spowolnić wykonanie algorytmu, ponieważ koszt obsługi wielu punktów referencyjnych może przewyższyć zysk z ich zastosowania.

Tab. 13. Porównanie wydajności algorytmów k-Neighborhood-Index-Brutal i TI-k-Neighborhood-Index przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **k-Neighborhood-Index-Brutal** | | | |  | **TI-k-Neighborhood-Index** | | | |  |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,322 | 0,320 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,171 | 0,169 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 2000 | 1,397 | 1,394 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,636 | 0,632 | 0,000 | 0,004 | 0,000 |
| 4000 | 6,014 | 6,005 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 2,684 | 2,675 | 0,000 | 0,008 | 0,001 |
| 6000 | 15,178 | 15,162 | 0,000 | 0,014 | 0,002 | 6,470 | 6,455 | 0,000 | 0,013 | 0,002 |
| 8000 | 30,516 | 30,497 | 0,000 | 0,016 | 0,002 | 11,770 | 11,751 | 0,000 | 0,017 | 0,002 |
| karypis\_review | 500 | 0,093 | 0,092 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,062 | 0,061 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |
| 1000 | 0,385 | 0,383 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,241 | 0,239 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 2000 | 2,631 | 2,626 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 1,084 | 1,079 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 3000 | 9,183 | 9,175 | 0,000 | 0,007 | 0,001 | 2,356 | 2,348 | 0,000 | 0,007 | 0,001 |
| 4000 | 9,803 | 9,793 | 0,000 | 0,009 | 0,001 | 4,209 | 4,198 | 0,000 | 0,010 | 0,001 |
| covtype | 10000 | 40,337 | 40,115 | 0,000 | 0,219 | 0,003 | 0,551 | 0,370 | 0,000 | 0,179 | 0,002 |
| 50000 | 844,863 | 842,475 | 0,001 | 2,372 | 0,015 | 7,804 | 5,526 | 0,001 | 2,262 | 0,015 |
| 100000 | 4575,759 | 4570,870 | 0,002 | 4,851 | 0,036 | 19,962 | 15,025 | 0,001 | 4,901 | 0,035 |
| 300000 | - | - | - | - | - | 93,868 | 78,047 | 0,003 | 15,686 | 0,132 |
| 500000 | - | - | - | - | - | 246,482 | 219,916 | 0,005 | 26,312 | 0,249 |
| cup98 | 10000 | 16,170 | 15,947 | 0,000 | 0,219 | 0,003 | 0,388 | 0,259 | 0,000 | 0,126 | 0,003 |
| 30000 | 164,166 | 163,038 | 0,001 | 1,116 | 0,011 | 2,785 | 2,105 | 0,001 | 0,669 | 0,010 |
| 50000 | 475,873 | 473,576 | 0,001 | 2,276 | 0,019 | 6,942 | 5,287 | 0,001 | 1,635 | 0,019 |
| 70000 | 996,087 | 992,978 | 0,001 | 3,078 | 0,030 | 13,095 | 9,933 | 0,001 | 3,132 | 0,029 |
| 90000 | 1717,090 | 1712,660 | 0,002 | 4,387 | 0,041 | 19,041 | 14,683 | 0,001 | 4,316 | 0,041 |

Tab. 14. Porównanie wydajności odmian algorytmów k-Neighborhood-Index-Projection   
i TI-k-Neighborhood-Index-Ref przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **k-Neighborhood-Index-Projection** | | | |  | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. rz.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,214 | 0,213 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,176 | 0,171 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 2000 | 0,809 | 0,807 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,634 | 0,629 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 4000 | 3,436 | 3,432 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 2,694 | 2,678 | 0,000 | 0,016 | 0,000 |
| 6000 | 7,830 | 7,823 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 6,427 | 6,396 | 0,000 | 0,031 | 0,000 |
| 8000 | 14,077 | 14,068 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 11,783 | 11,726 | 0,000 | 0,057 | 0,000 |
| karypis\_review | 500 | 0,073 | 0,073 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,062 | 0,062 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 0,288 | 0,287 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,244 | 0,239 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 2000 | 1,258 | 1,257 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 1,092 | 1,076 | 0,000 | 0,016 | 0,000 |
| 3000 | 2,813 | 2,811 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 2,381 | 2,366 | 0,000 | 0,015 | 0,000 |
| 4000 | 5,088 | 5,085 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 4,238 | 4,212 | 0,000 | 0,026 | 0,000 |
| covtype | 10000 | 0,440 | 0,320 | 0,000 | 0,118 | 0,002 | 0,515 | 0,276 | 0,000 | 0,229 | 0,010 |
| 50000 | 6,376 | 4,026 | 0,001 | 2,335 | 0,013 | 6,661 | 4,227 | 0,000 | 2,418 | 0,015 |
| 100000 | 14,753 | 9,833 | 0,001 | 4,891 | 0,028 | 16,260 | 10,956 | 0,005 | 5,268 | 0,031 |
| 300000 | 97,557 | 82,223 | 0,003 | 15,230 | 0,101 | 65,057 | 48,391 | 0,005 | 16,526 | 0,135 |
| 500000 | 283,132 | 256,854 | 0,005 | 26,091 | 0,182 | 144,289 | 115,575 | 0,005 | 28,454 | 0,255 |
| cup98 | 10000 | 0,357 | 0,239 | 0,000 | 0,116 | 0,002 | 0,406 | 0,271 | 0,000 | 0,135 | 0,000 |
| 30000 | 2,756 | 2,094 | 0,000 | 0,653 | 0,008 | 2,783 | 1,919 | 0,000 | 0,848 | 0,016 |
| 50000 | 6,906 | 5,230 | 0,001 | 1,660 | 0,015 | 7,057 | 5,070 | 0,000 | 1,971 | 0,016 |
| 70000 | 13,061 | 10,041 | 0,001 | 2,997 | 0,022 | 12,397 | 8,829 | 0,000 | 3,536 | 0,031 |
| 90000 | 19,727 | 15,146 | 0,001 | 4,549 | 0,032 | 16,552 | 12,210 | 0,000 | 4,300 | 0,042 |

Rys. 19. Porównanie wydajności odmian algorytmów k-Neighborhood-Index-Brutal,   
k-Neighborhood-Index-Projection, TI-k-Neighborhood-Index i TI-k-Neighborhood-Index-Ref przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

Na rys. 20 zaprezentowałem rezultaty przeprowadzonych eksperymentów z pominięciem algorytmu *k-Neighborhood-Index* w celu uwidocznienia różnic między pozostałymi eksperymentami. Wyniki wykazują, że zastosowanie rzutowania nie przyspiesza wyszukiwania k-sąsiedztwa bardziej niż wykorzystanie nierówności trójkąta.

Rys. 20. Porównanie wydajności odmian algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection,   
TI-k-Neighborhood-Index oraz TI-k-Neighborhood-Index-Ref przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

## 7.3. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree

W następującym rozdziale przedstawiłem rezultaty badań implementacji algorytmu   
*k-Neighborhood-Index-Vp-Tree*. W swoich eksperymentach skupiłem się na metodach przeszukiwania indeksu metrycznego w celu wyznaczenia k-sąsiedztwa danego zapytania. Badałem również wpływ implementacji punktu na wydajność algorytmu.

### 7.3.1. Implementacja algorytmu

Na przykładowych zbiorach danych przetestowałem dwie metody wyszukiwania k-sąsiedztwa w oparciu o indeks metryczny:

* pierwszą, której kryterium przeszukiwania kolejnych gałęzi indeksu metrycznego stanowi mediana odległości punktów do punktu obserwacyjnego, zwaną dalej *metodą mediany*;
* drugą, której kryterium przeszukiwania kolejnych gałęzi indeksu metrycznego stanowią lewe i prawe ograniczenie, zwaną dalej *metodą ograniczeń*.

W tab. 15 i na rys. 21 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu   
*k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* dla obu metod wyszukiwania k-sąsiedztwa. Z rezultatów badań wynika, że *metoda ograniczeń* zapewnia szybsze wyszukiwanie k-sąsiedztwa niż *metoda mediany*. Największa różnica w czasach wykonania algorytmów występuje dla wyszukiwani  
k-sąsiedztwa spośród 500000 punktów zbioru covtype. Implementacja korzystająca z *metody ograniczeń* wykonuje się blisko 1,5 razy szybciej niż implementacja stosująca *metodę mediany*.

Wartym podkreślenia jest fakt, iż mimo, że w obu rozpatrywanych przypadkach indeks metryczny budowany był w ten sam sposób oraz mimo, że prezentowane są uśrednione wyniki, to różnice w czasie budowy indeksu są znaczące. Zachowanie to wynika z heurystyki zastosowanej w procesie wyboru punktu obserwacyjnego. Pewna kombinacja punktów obserwacyjnych pozwala zbudować indeks szybciej niż inna, stąd różnice w czasie budowy indeksu.

Jednakże wariancja ta nie wpływa decydująco na różnice w czasie wykonania obu implementacji. Powodem tych różnic jest kryterium wyszukiwania. Następujące wyjaśnienie jest oparte na Eps-sąsiedztwie bez straty wartości merytorycznej dla k-sąsiedztwa ponieważ problem k-sąsiedztwa można sprowadzić do problemu Eps-sąsiedztwa o czym pisałem w rozdziale 4.1.

Tab. 15. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji metody przeszukiwania indeksu metrycznego przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **VP-Tree-Index mediana** | | | **VP-Tree-Index ograniczenia** | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,614 | 0,241 | 0,373 | 0,296 | 0,218 | 0,078 |
| 2000 | 1,562 | 0,883 | 0,678 | 0,988 | 0,822 | 0,166 |
| 4000 | 4,976 | 3,747 | 1,229 | 3,879 | 3,510 | 0,369 |
| 6000 | 10,276 | 8,483 | 1,793 | 8,684 | 8,107 | 0,577 |
| 8000 | 15,944 | 15,039 | 0,905 | 15,543 | 14,768 | 0,774 |
| karypis\_review | 500 | 0,392 | 0,084 | 0,308 | 0,270 | 0,078 | 0,192 |
| 1000 | 0,911 | 0,318 | 0,593 | 0,675 | 0,296 | 0,379 |
| 2000 | 2,530 | 1,385 | 1,145 | 1,986 | 1,326 | 0,660 |
| 3000 | 4,650 | 3,089 | 1,561 | 3,630 | 2,949 | 0,681 |
| 4000 | 7,344 | 5,462 | 1,882 | 5,840 | 5,247 | 0,593 |
| covtype | 10000 | 1,858 | 0,366 | 1,491 | 0,859 | 0,298 | 0,561 |
| 50000 | 9,037 | 3,029 | 6,008 | 5,010 | 2,241 | 2,770 |
| 100000 | 27,845 | 10,687 | 17,158 | 14,204 | 7,703 | 6,501 |
| 300000 | 126,437 | 67,943 | 58,494 | 106,525 | 70,103 | 36,422 |
| 500000 | 346,216 | 219,689 | 126,527 | 249,375 | 180,813 | 68,562 |
| cup98 | 10000 | 2,477 | 0,494 | 1,983 | 0,728 | 0,307 | 0,421 |
| 30000 | 8,068 | 4,054 | 4,014 | 4,178 | 2,812 | 1,366 |
| 50000 | 19,508 | 11,432 | 8,076 | 10,215 | 7,766 | 2,450 |
| 70000 | 29,371 | 18,886 | 10,485 | 20,500 | 16,790 | 3,710 |
| 90000 | 44,818 | 29,800 | 15,018 | 40,305 | 27,149 | 13,156 |

Rys. 22 przedstawia sytuację znajdowania Eps-sąsiedztwa punktu (obszar pokryty czarno-białą kratą) w węźle indeksu metrycznego *metodą mediany*. Fragmentem okręgu zaznaczono medianę odległości punktów od punktu obserwacyjnego. Algorytm znajdowania Eps-sąsiedztwa punktu *metodą mediany* odwiedzając węzeł indeksu metrycznego oblicza odległość punktu obserwacyjnego od a następnie:

* przeszukuje lewe poddrzewo węzła indeksu metrycznego, jeśli i ;
* przeszukuje prawe poddrzewo węzła indeksu metrycznego, jeśli i ;
* przeszukuje lewe i prawe poddrzewo węzła indeksu metrycznego, jeśli i ;

Zatem, w przypadku przedstawionym na rys. 22 *metoda mediany* przeszuka zarówno lewe jak i prawe poddrzewo mimo, że żaden z punktów prawego poddrzewa (, , , ) nie należy do Eps-sąsiedztwa punktu .

Rys. 21. Porównanie wydajności algorytmu k-neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji metody przeszukiwania indeksu metrycznego przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych



Rys. 22. Ilustracja do metody wyszukiwania k-sąsiadów w indeksie metrycznym z zastosowaniem mediany

Rys. 23 przedstawia sytuację znajdowania Eps-sąsiedztwa punktu (obszar pokryty czarno-białą kratą) w węźle indeksu metrycznego *metodą ograniczeń.* Fragmentami okręgów zostały oznaczone ograniczenie górne i ograniczenie dolne . Algorytm znajdowania Eps-sąsiedztwa punktu  *metodą ograniczeń* odwiedzając węzeł indeksu oblicza odległość a następnie:

* przeszukuje lewe poddrzewo węzła indeksu metrycznego, jeśli i ;
* przeszukuje prawe poddrzewo węzła indeksu metrycznego, jeśli i ;
* przeszukuje lewe i prawe poddrzewo węzła VP indeksu metrycznego, jeśli i ;

Zatem, w przypadku przedstawionym na rys. 23 *metoda ograniczeń* przeszuka jedynie lewe poddrzewo indeksu metrycznego.

*Metoda ograniczeń* szybciej znajduje k-sąsiedztwo niż *metoda mediany*, ponieważ znajomość i pozwala w pewnych przypadkach wcześniej zdecydować o braku konieczności eksploracji aktualnie rozpatrywanej gałęzi indeksu metrycznegoniż *metoda mediany*.



Rys. 23. Ilustracja do metody wyszukiwania k-sąsiadów w indeksie metrycznym z zastosowaniem ograniczeń

### 7.3.2. Implementacja struktury punktu

Podobnie jak w przypadku algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* przetestowałem wydajność  
*k-Neighborhood-Index-VP-Tree* w zależności od implementacji punktu. Tak jak poprzednio, zbadałem wpływ wykorzystania implementacji punktu gęstego oraz rzadkiego na wydajność algorytmu wyznaczania k-sąsiedztwa. W tab. 16 zamieściłem wyniki uruchomień algorytmu   
*k-Neighborhood-Index-VP-Tree* z użyciem implementacji zarówno gęstego jak i rzadkiego punktu. Na rys. 24 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmów w funkcji liczby punktów.

Wnioski płynące z wykonanych badań są analogiczne do tych uzyskanych dla  
 *TI-k-Neighborhood-Index* w rozdziale 7.2.1.2. Dlatego, w dalszej części pracy jako rezultaty eksperymentów algorytmu *k-Neighborhood-Index-VP-Tree* przeprowadzanych na danych tekstowych będą prezentowane wyniki uzyskane dla implementacji punktu rzadkiego, a dla przeprowadzonych na danych gęstych o niewielkim wymiarze będą prezentowane wyniki uzyskane przy zastosowaniu implementacji punktu gęstego.

Tab. 16. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| zbioór | **l.p.** | **VP-Tree-Index gęsta reprezentacja punktu** | | | **VP-Tree-Index rzadka reprezentacja punktu** | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 28,215 | 22,407 | 5,808 | 0,296 | 0,218 | 0,078 |
| 2000 | - | - | - | 0,988 | 0,822 | 0,166 |
| 4000 | - | - | - | 3,879 | 3,510 | 0,369 |
| 6000 | - | - | - | 8,684 | 8,107 | 0,577 |
| 8000 | - | - | - | 15,543 | 14,768 | 0,774 |
| karypis\_review | 500 | 8,408 | 5,673 | 2,735 | 0,270 | 0,078 | 0,192 |
| 1000 | 28,465 | 22,657 | 5,808 | 0,675 | 0,296 | 0,379 |
| 2000 | - | - | - | 1,986 | 1,326 | 0,660 |
| 3000 | - | - | - | 3,630 | 2,949 | 0,681 |
| 4000 | - | - | - | 5,840 | 5,247 | 0,593 |
| covtype | 10000 | 0,859 | 0,298 | 0,561 | 1,181 | 0,416 | 0,765 |
| 50000 | 5,010 | 2,241 | 2,770 | 6,973 | 3,000 | 3,973 |
| 100000 | 14,204 | 7,703 | 6,501 | 15,558 | 8,574 | 6,984 |
| 300000 | 106,525 | 70,103 | 36,422 | 93,065 | 65,031 | 28,034 |
| 500000 | 249,375 | 180,813 | 68,562 | 250,567 | 179,249 | 71,318 |
| cup98 | 10000 | 0,728 | 0,307 | 0,421 | 2,044 | 1,388 | 0,656 |
| 30000 | 4,178 | 2,812 | 1,366 | 11,690 | 9,537 | 2,153 |
| 50000 | 10,215 | 7,766 | 2,450 | 33,156 | 29,411 | 3,744 |
| 70000 | 20,500 | 16,790 | 3,710 | 46,935 | 41,204 | 5,731 |
| 90000 | 40,305 | 27,149 | 13,156 | 81,750 | 73,710 | 8,039 |

Rys. 24. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

## 7.4. Porównanie algorytmów TI-k-Neighborhood-Index z k-Neighborhood-Index-Vp-Tree

Na przykładowych zbiorach danych porównałem algorytmy *TI-k-Neighborhood-Index* oraz   
*k-Neighborhood-Index-Vp-Tree*. W tab. 17 i na rys. 25 zamieściłem czasy wyznaczania   
k-sąsiedztwa przez oba algorytmy.

Tab. 17. Porównanie wydajności algorytmów TI-k-Neighborhood-Index i k-Neighborhood-Index-Vp-Tree przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **k-Neighborhood-Index-Vp-Tree** | | | **TI-k-Neighborhood-Index** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **wyk. alg.** | **wysz. sąsiad.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,296 | 0,218 | 0,078 | 0,171 | 0,169 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 2000 | 0,988 | 0,822 | 0,166 | 0,636 | 0,632 | 0,000 | 0,004 | 0,000 |
| 4000 | 3,879 | 3,510 | 0,369 | 2,684 | 2,675 | 0,000 | 0,008 | 0,001 |
| 6000 | 8,684 | 8,107 | 0,577 | 6,470 | 6,455 | 0,000 | 0,013 | 0,002 |
| 8000 | 15,543 | 14,768 | 0,774 | 11,770 | 11,751 | 0,000 | 0,017 | 0,002 |
| karypis\_review | 500 | 0,270 | 0,078 | 0,192 | 0,062 | 0,061 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |
| 1000 | 0,675 | 0,296 | 0,379 | 0,241 | 0,239 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| 2000 | 1,986 | 1,326 | 0,660 | 1,084 | 1,079 | 0,000 | 0,005 | 0,000 |
| 3000 | 3,630 | 2,949 | 0,681 | 2,356 | 2,348 | 0,000 | 0,007 | 0,001 |
| 4000 | 5,840 | 5,247 | 0,593 | 4,209 | 4,198 | 0,000 | 0,010 | 0,001 |
| covtype | 10000 | 0,859 | 0,298 | 0,561 | 0,551 | 0,370 | 0,000 | 0,179 | 0,002 |
| 50000 | 5,010 | 2,241 | 2,770 | 7,804 | 5,526 | 0,001 | 2,262 | 0,015 |
| 100000 | 14,204 | 7,703 | 6,501 | 19,962 | 15,025 | 0,001 | 4,901 | 0,035 |
| 300000 | 106,525 | 70,103 | 36,422 | 93,868 | 78,047 | 0,003 | 15,686 | 0,132 |
| 500000 | 249,375 | 180,813 | 68,562 | 246,482 | 219,916 | 0,005 | 26,312 | 0,249 |
| cup98 | 10000 | 0,728 | 0,307 | 0,421 | 0,388 | 0,259 | 0,000 | 0,126 | 0,003 |
| 30000 | 4,178 | 2,812 | 1,366 | 2,785 | 2,105 | 0,001 | 0,669 | 0,010 |
| 50000 | 10,215 | 7,766 | 2,450 | 6,942 | 5,287 | 0,001 | 1,635 | 0,019 |
| 70000 | 20,500 | 16,790 | 3,710 | 13,095 | 9,933 | 0,001 | 3,132 | 0,029 |
| 90000 | 40,305 | 27,149 | 13,156 | 19,041 | 14,683 | 0,001 | 4,316 | 0,041 |

Z rezultatów przeprowadzonych badań wynika, że algorytm *TI-k-Neighborhood-Index* wyszukuje k-sąsiedztwo szybciej niż *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree*. Wyjątek stanowi zbiór covtype, w którego przypadku oba algorytmy wykonują się w zbliżonym czasie. Z przebiegów wykresów na rys. 25 dla zbiorów różnych od covtype można wnioskować, że   
*TI-k-Neighborhood-Index* będzie wykonywał się tym szybciej niż algorytm   
*k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* im większy będzie zbiór, w którym wyszukiwanych jest   
k-sąsiadów.

Rys. 25. Porównanie wydajności algorytmów TI-k-Neighborhood-Index i k-Neighborhood-Index-Vp-Tree przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

## 7.5. Badania algorytmu DBSCAN

W następującym rozdziale przedstawiłem rezultaty badań odmian algorytmów gęstościowego grupowania *DBSCAN* stosujących nierówność trójkąta lub rzutowanie w celu oszacowania odległości między punktami. Każdy z podrozdziałów skupia się na jednej z odmian algorytmu lub porównuje uprzednio zbadane. Ostatni podrozdział porównuje wszystkie zbadane odmiany DBSCAN.

Algorytmy *TI-DBSCAN*, *TI-DBSCAN-REF* oraz *DBSCAN-PROJECTION* zakładają, że punkty grupowanego zbioru , które zaklasyfikowano do pewnego klastra przenoszone są z  do zbioru sklasyfikowanych punktów . W swoich implementacjach zbiór punktów, na którym wykonywane jest grupowanie, przechowuję w postaci wektora, ponieważ zapewnia on szybki sekwencyjny dostęp do danych i pozwala usprawnić przerób (ang. *preprocessing*). Wadą tego podejścia, w kontekście rozpatrywanych algorytmów, jest czasochłonność procesu usuwania punktu z wektora, które wykonywane jest tyle razy ile punktów zawiera zbiór . Dlatego, na potrzeby sprawnej implementacji przenoszenia punktu z do , utrzymuję dwa indeksy odpowiadające zbiorom i będące listami iteratorów na elementy wektora punktów, na których wykonywane jest grupowanie.

### 7.5.1. Badania algorytmu TI-DBSCAN

W kolejnych podrozdziałach w pierwszej kolejności skupiłem się na badaniu czasu wykonania *TI-DBSCAN* w zależności od implementacji algorytmu oraz w zależności od implementacji punktu. Następnie, w oparciu o uzyskane rezultaty eksperymentów, testowałem wydajność algorytmu w zależności od wartości promieniu sąsiedztwa Eps. W ostatnim kroku badałem wpływ wyboru punktu referencyjnego na czas wykonania algorytmu.

#### 7.5.1.1. Implementacja algorytmu

Na przykładowych zbiorach danych przetestowałem dwie wersje implementacji algorytmu  
*TI-DBSCAN* korzystające ze struktury indeksu w celu dostępu do danych. Pierwsza implementacja najpierw sortowała bezpośrednio zbiór danych a następnie budowała na nim indeks. W dalszej części pracy wersję tą będę nazywał *implementacją z sortowaniem zbioru*. Druga implementacja w pierwszej kolejności na nieposortowanym zbiorze budowała indeks, który następnie sortowała. Wersji tej nadałem nazwę *implementacja z sortowaniem indeksu*. W tab. 18 zamieściłem czasy wykonania algorytmów wraz ze składającymi się na nie krokami. rys. 26 prezentuje wykresy czasu wykonania badanych implementacji w funkcji liczby punktów.

Rys. 26. Porównanie wydajności implementacji algorytmu TI-DBSCAN w zależności od użytej metody sortowania przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=0,05\*przekątna danego zbioru

Tab. 18. Porównanie wydajności implementacji algorytmu TI-DBSCAN w zależności od użytej metody sortowania przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN sortowanie indeksu EPS=0,05** | | | | |  | **TI-DBSCAN sortowanie zbioru EPS=0,05** | | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | | **grup.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
| karypis\_sport | 1000 | 0,842 | 0,839 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,856 | | 0,836 | 0,000 | 0,003 | 0,017 |
| 2000 | 1,625 | 1,621 | 0,000 | 0,003 | 0,001 | 1,639 | | 1,592 | 0,000 | 0,004 | 0,044 |
| 4000 | 7,963 | 7,955 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 7,643 | | 7,519 | 0,000 | 0,009 | 0,114 |
| 6000 | 20,869 | 20,855 | 0,000 | 0,011 | 0,002 | 19,960 | | 19,581 | 0,000 | 0,011 | 0,369 |
| 8000 | 61,519 | 61,497 | 0,000 | 0,019 | 0,003 | 54,679 | | 54,193 | 0,000 | 0,019 | 0,466 |
| karypis\_review | 500 | 0,105 | 0,104 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,122 | | 0,104 | 0,000 | 0,002 | 0,016 |
| 1000 | 0,690 | 0,687 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,727 | | 0,679 | 0,000 | 0,003 | 0,045 |
| 2000 | 3,845 | 3,840 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 3,877 | | 3,802 | 0,000 | 0,005 | 0,070 |
| 3000 | 8,759 | 8,750 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 8,655 | | 8,492 | 0,000 | 0,007 | 0,156 |
| 4000 | 16,494 | 16,482 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 16,326 | | 16,093 | 0,000 | 0,010 | 0,223 |
| covtype | 1000 | 0,025 | 0,019 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,229 | | 0,016 | 0,000 | 0,011 | 0,203 |
| 5000 | 0,916 | 0,837 | 0,000 | 0,078 | 0,001 | 0,916 | | 0,780 | 0,000 | 0,010 | 0,125 |
| 10000 | 3,141 | 2,695 | 0,000 | 0,442 | 0,004 | 2,579 | | 2,298 | 0,000 | 0,011 | 0,270 |
| 30000 | 19,732 | 19,700 | 0,000 | 0,023 | 0,009 | 17,368 | | 15,985 | 0,000 | 0,021 | 1,362 |
| 60000 | 63,538 | 63,473 | 0,001 | 0,044 | 0,020 | 49,256 | | 46,744 | 0,001 | 0,047 | 2,465 |
| cup98 | 1000 | 2,711 | 2,696 | 0,000 | 0,014 | 0,001 | 1,654 | | 1,475 | 0,000 | 0,003 | 0,175 |
| 5000 | 70,497 | 70,384 | 0,000 | 0,111 | 0,002 | 70,735 | | 60,992 | 0,000 | 0,115 | 9,629 |
| 10000 | 960,282 | 959,879 | 0,000 | 0,397 | 0,006 | 437,990 | | 430,565 | 0,000 | 0,419 | 7,006 |
| 30000 | 10601,534 | 10601,500 | 0,000 | 0,022 | 0,012 | 4696,271 | | 4694,960 | 0,000 | 0,023 | 1,288 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | | - | - | - | - |

Zgodnie ze szczegółowymi danymi z tab. 18 w implementacji z sortowaniem indeksu sortowanie wykonuje się do dwóch rzędów wielkości szybciej niż w implementacja z sortowaniem zbioru. Różnica w czasach sortowania między obiema implementacjami została wyjaśniona w rozdziale 7.2.1.1.

Jednakże, bezpośrednie sortowanie zbioru danych nie jest wolniejsze od sortowania indeksu bardziej niż różnica czasu wykonania grupowania wynikająca z dostępu do danych. Dostęp przez posortowany indeks jest wolniejszy niż bezpośredni dostęp do posortowanego zbioru ponieważ przeglądanie kolejnych elementów powoduje „skakanie” po pamięci. W kolejnych rozważaniach będę odnosił się do algorytmu *TI-DBSCAN* jako do implementacji z bezpośrednim dostępem do zbioru danych.

#### 7.5.1.2. Implementacja struktury punktu

Podobnie jak w przypadku algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* i *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* w niniejszym rozdziale zbadałem wydajność *TI-DBSCAN* w zależności od implementacji struktury punktu. W tab. 19 umieściłem czasy wykonania algorytmu wraz ze składającymi się na niego krokami. Na rys. 27 zaprezentowałem wykresy czasów wykonania algorytmu  
*TI-DBSCAN* z użyciem zarówno gęstej jak i rzadkiej implementacji punktu w funkcji liczby punktów.

Przyglądając się wynikom eksperymentów w tab. 19 warto zwrócić uwagę na anomalię zbioru covtype, w przypadku którego sprawniej wykonywały się uruchomienia wykorzystujące rzadką reprezentację punku. Jednakże różnica w czasie wykonania algorytmu dla tego zbioru jest na tyle mała, że w świetle pozostałych wyników w dalszych rozważaniach nie będę brał pod uwagę rezultatów zebranych dla tego zbioru. Podobnie jak w przypadku badań przeprowadzonych w rozdziałach 7.2.1.2. i 7.3.2. , z powodu wyczerpania pamięci RAM nie udało się uzyskać rezultatów badań dla implementacji gęstego punktu na tekstowych zbiorach danych gdy liczba punktów przewyższała 1000.

Wnioski z uruchomień algorytmu dla obu implementacji punktu nie odbiegają od tych uzyskanych w rozdziale 7.2.1.2. Dlatego, w dalszej części pracy badania algorytmu *TI-DBSCAN* na danych tekstowych będą wykonywane z użyciem implementacji punktu rzadkiego, a działające z danymi gęstymi o niewielkim wymiarze będą wykonywane z zastosowaniem implementacji punktu gęstego.

Tab. 19. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN gęsta reprezentacja punktu EPS=0,05** | | | | **TI-DBSCAN rzadka reprezentacja punktu EPS=0,05** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup** | **obl. odl.** | **sort** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 98,476 | 95,095 | 0,235 | 3,146 | 0,856 | 0,836 | 0,003 | 0,017 |
| 2000 | - | - | - | - | 1,639 | 1,592 | 0,004 | 0,044 |
| 4000 | - | - | - | - | 7,643 | 7,519 | 0,009 | 0,114 |
| 6000 | - | - | - | - | 19,960 | 19,581 | 0,011 | 0,369 |
| 8000 | - | - | - | - | 54,679 | 54,193 | 0,019 | 0,466 |
| karypis\_review | 500 | 19,938 | 18,494 | 0,115 | 1,329 | 0,122 | 0,104 | 0,002 | 0,016 |
| 1000 | 110,293 | 106,999 | 0,234 | 3,060 | 0,727 | 0,679 | 0,003 | 0,045 |
| 2000 | - | - | - | - | 3,877 | 3,802 | 0,005 | 0,070 |
| 3000 | - | - | - | - | 8,655 | 8,492 | 0,007 | 0,156 |
| 4000 | - | - | - | - | 16,326 | 16,093 | 0,010 | 0,223 |
| covtype | 1000 | 0,229 | 0,016 | 0,011 | 0,203 | 0,093 | 0,031 | 0,000 | 0,062 |
| 5000 | 0,916 | 0,780 | 0,010 | 0,125 | 1,345 | 1,033 | 0,119 | 0,193 |
| 10000 | 2,579 | 2,298 | 0,011 | 0,270 | 3,645 | 3,447 | 0,073 | 0,125 |
| 30000 | 17,368 | 15,985 | 0,021 | 1,362 | 22,942 | 22,490 | 0,031 | 0,422 |
| 60000 | 49,256 | 46,744 | 0,047 | 2,465 | 70,475 | 69,493 | 0,052 | 0,931 |
| cup98 | 1000 | 1,654 | 1,475 | 0,003 | 0,175 | 0,369 | 0,344 | 0,001 | 0,023 |
| 5000 | 70,735 | 60,992 | 0,115 | 9,629 | 8,310 | 8,231 | 0,007 | 0,072 |
| 10000 | 437,990 | 430,565 | 0,419 | 7,006 | 33,075 | 32,904 | 0,014 | 0,156 |
| 30000 | 4696,271 | 4694,960 | 0,023 | 1,288 | 319,363 | 318,786 | 0,047 | 0,530 |
| 60000 | - | - | - | - | 1345,572 | 1344,310 | 0,085 | 1,177 |

Rys. 27. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=0,05\*przekątna danego zbioru

#### 7.5.1.3. Wybór parametru Eps

W celu stosownego przeprowadzenia dalszych eksperymentów z udziałem algorytmu  
TI-DBSCAN i jego odmian zbadałem wpływ dobrania parametru Eps na wydajność algorytmu. W tab. 20 zamieściłem czasy wykonania uruchomień kolejnych kroków algorytmu  
*TI-DBSCAN,* o punkcie referencyjnym równym [max], dla wartości parametrów MinPts=5 i Eps równe 0, 1/20 przekątnej dziedziny i przekątnej dziedziny. Na rys. 28 zamieściłem wykresy czasów wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Tab. 20. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od wartości parametru Eps przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=[1; 0,05; 0]\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN EPS=MAX** | | | | **TI-DBSCAN EPS=0,05\*MAX** | | | | **TI-DBSCAN EPS=0** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,670 | 1,643 | 0,006 | 0,021 | 0,856 | 0,836 | 0,003 | 0,017 | 0,025 | 0,004 | 0,004 | 0,018 |
| 2000 | 6,494 | 6,447 | 0,003 | 0,044 | 1,639 | 1,592 | 0,004 | 0,044 | 0,058 | 0,009 | 0,003 | 0,046 |
| 4000 | 27,190 | 27,067 | 0,008 | 0,115 | 7,643 | 7,519 | 0,009 | 0,114 | 0,148 | 0,024 | 0,008 | 0,116 |
| 6000 | 62,667 | 62,286 | 0,011 | 0,369 | 19,960 | 19,581 | 0,011 | 0,369 | 0,439 | 0,045 | 0,011 | 0,383 |
| 8000 | 113,602 | 113,117 | 0,019 | 0,466 | 54,679 | 54,193 | 0,019 | 0,466 | 0,564 | 0,072 | 0,019 | 0,473 |
| karypis\_review | 500 | 0,532 | 0,515 | 0,001 | 0,016 | 0,122 | 0,104 | 0,002 | 0,016 | 0,021 | 0,002 | 0,002 | 0,017 |
| 1000 | 2,117 | 2,071 | 0,003 | 0,043 | 0,727 | 0,679 | 0,003 | 0,045 | 0,051 | 0,004 | 0,002 | 0,045 |
| 2000 | 8,957 | 8,881 | 0,005 | 0,071 | 3,877 | 3,802 | 0,005 | 0,070 | 0,085 | 0,009 | 0,006 | 0,070 |
| 3000 | 20,266 | 20,105 | 0,007 | 0,154 | 8,655 | 8,492 | 0,007 | 0,156 | 0,178 | 0,017 | 0,008 | 0,154 |
| 4000 | 36,297 | 36,063 | 0,010 | 0,224 | 16,326 | 16,093 | 0,010 | 0,223 | 0,266 | 0,027 | 0,010 | 0,229 |
| covtype | 1000 | 7,255 | 6,662 | 0,025 | 0,568 | 0,229 | 0,016 | 0,011 | 0,203 | 0,224 | 0,010 | 0,010 | 0,203 |
| 5000 | 748,398 | 748,234 | 0,004 | 0,160 | 0,916 | 0,780 | 0,010 | 0,125 | 0,266 | 0,125 | 0,005 | 0,135 |
| 10000 | 4611,077 | 4610,710 | 0,007 | 0,360 | 2,579 | 2,298 | 0,011 | 0,270 | 0,728 | 0,458 | 0,010 | 0,260 |
| 30000 | - | - | - | - | 17,368 | 15,985 | 0,021 | 1,362 | 3,077 | 1,695 | 0,027 | 1,355 |
| 60000 | - | - | - | - | 49,256 | 46,744 | 0,047 | 2,465 | 5,819 | 3,344 | 0,042 | 2,433 |
| cup98 | 1000 | 7,432 | 6,826 | 0,026 | 0,581 | 1,654 | 1,475 | 0,003 | 0,175 | 0,250 | 0,016 | 0,012 | 0,223 |
| 5000 | 733,815 | 733,654 | 0,004 | 0,158 | 70,735 | 60,992 | 0,115 | 9,629 | 0,225 | 0,129 | 0,008 | 0,088 |
| 10000 | 4378,321 | 4378,110 | 0,007 | 0,204 | 437,990 | 430,565 | 0,419 | 7,006 | 0,842 | 0,530 | 0,000 | 0,312 |
| 30000 | - | - | - | - | 4696,271 | 4694,960 | 0,023 | 1,288 | 3,068 | 2,044 | 0,016 | 1,009 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - | 9,214 | 6,453 | 0,046 | 2,715 |

Rys. 28. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od wartości parametru Eps przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=[1; 0,05; 0]\*przekątna danego zbioru

Na podstawie uzyskanych rezultatów zaobserwowałem, że dla Eps równego przekątnej dziedziny algorytm TI-DBSCAN wykonuje się najwolniej, ponieważ wszystkie punkty dziedziny należą do otoczenia epsilonowego dowolnego punktu. W takim przypadku nierówność trójkąta nie przyspiesza procesu wyznaczania otoczenia epsilonowego, które musi zostać obliczone dla każdego punktu. Najbardziej selektywny przypadek następuje gdy Eps jest równe 0. Z uwagi na najwyższą możliwą selektywność, nierówność trójkąta wyklucza z przestrzeni potencjalnych sąsiadów dużą liczbę punktów znakomicie przyczyniając się do zmniejszenia czasu wyznaczania otoczenia danego punktu. Dla danego MinPts i dowolnego Eps większego od Eps\_0=0 i mniejszego od przekątnej dziedziny Eps\_max czas wykonania grupowania danego zbioru będzie nie wolniejszy niż czas grupowania dla Eps\_max i nie szybszy niż czas wykonania grupowania dla Eps\_0. W zależności od charakterystyki zbioru czas ten może być bliższy rezultatom osiąganym dla Eps\_max lub Eps\_0. Przykładami takich sytuacji są eksperymenty wykonane dla Eps równego 1/20 przekątnej dziedziny. Dla większości eksperymentów czas wykonania algorytmu dla Eps = 0,05\*Eps\_max był mniejszy lecz bliższy temu dla Eps\_max. Wyjątek stanowi zbiór covtype, dla którego czasy wykonania eksperymentów z Eps = 0,05\*Eps\_max są znacznie szybsze niż dla Eps\_max. W dalszej części pracy badania algorytmu *TI-DBSCAN* będą dla Eps = 0,05\*Eps\_max.

#### 7.5.1.4. Wybór punktu referencyjnego

W celu znalezienia stosownego punktu referencyjnego dla algorytmu *TI-DBSCAN* przeprowadziłem badania z różnymi ich przykładami. Podobnie jak w przypadku wyboru odpowiedniego punktu referencyjnego dla algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* skupiłem się na punktach takich jak:

* punkt maksymalny *[max]*;
* punkt minimalny *[min]*;
* punkt *[max\_min]*;
* punkt losowy *[rand]*;

W tab. 21 i tab. 22 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu *TI-DBSCAN* wraz z trwaniem składających się na niego kroków. Na rys. 29 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów

Analiza wyników pozwala zauważyć, że dla większości przykładowych zbiorów minimalny punkt referencyjny najbardziej przyspiesza wykonanie algorytmu *TI-DBSCAN*. Wyjątek stanowi zbiór covtype, dla którego najlepiej sprawdza się punkt maksymalny. Rezultaty uzyskane dla tego zbioru z wykorzystaniem punktów referencyjnych [min] i [max\_min] odbiegają charakterem od pozostałych wyników, dla których wraz ze wzrostem liczby punktów czas wykonania algorytmu jest dłuższy. Anomalia następuje dla liczby punktów równej 30000, dla której TI-DBSCAN wykonuje się szybciej niż dla 15000 punktów. Zaburzenie to wynika z charakteru zbioru oraz wybranych punktów referencyjnych. Z uwagi na specyficzną charakterystykę zbioru covtype, w dalszych rozważaniach na temat wyboru punktu referencyjnego dla algorytmu TI-DBSCAN nie będę brał pod uwagę rezultatów uzyskanych dla tego zbioru.

Tab. 21. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od wybranego punktu referencyjnego [max] lub [min] przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN [max]** | | | | **TI-DBSCAN [min]** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,856 | 0,836 | 0,003 | 0,017 | 0,303 | 0,281 | 0,002 | 0,018 |
| 2000 | 1,639 | 1,592 | 0,004 | 0,044 | 1,224 | 1,184 | 0,003 | 0,038 |
| 4000 | 7,643 | 7,519 | 0,009 | 0,114 | 6,564 | 6,429 | 0,007 | 0,129 |
| 6000 | 19,960 | 19,581 | 0,011 | 0,369 | 15,836 | 15,489 | 0,010 | 0,317 |
| 8000 | 54,679 | 54,193 | 0,019 | 0,466 | 37,548 | 36,914 | 0,013 | 0,623 |
| karypis\_review | 500 | 0,122 | 0,104 | 0,002 | 0,016 | 0,091 | 0,075 | 0,001 | 0,015 |
| 1000 | 0,727 | 0,679 | 0,003 | 0,045 | 0,645 | 0,597 | 0,002 | 0,046 |
| 2000 | 3,877 | 3,802 | 0,005 | 0,070 | 3,531 | 3,451 | 0,004 | 0,077 |
| 3000 | 8,655 | 8,492 | 0,007 | 0,156 | 8,057 | 7,878 | 0,006 | 0,166 |
| 4000 | 16,326 | 16,093 | 0,010 | 0,223 | 14,487 | 14,243 | 0,008 | 0,240 |
| covtype | 1000 | 0,229 | 0,016 | 0,011 | 0,203 | 0,278 | 0,020 | 0,012 | 0,246 |
| 5000 | 0,916 | 0,780 | 0,010 | 0,125 | 13,703 | 8,422 | 0,165 | 5,116 |
| 10000 | 2,579 | 2,298 | 0,011 | 0,270 | 27,569 | 19,455 | 0,521 | 7,631 |
| 30000 | 17,368 | 15,985 | 0,021 | 1,362 | 19,376 | 18,491 | 0,022 | 0,863 |
| 60000 | 49,256 | 46,744 | 0,047 | 2,465 | 55,477 | 52,209 | 0,044 | 2,799 |
| cup98 | 1000 | 1,654 | 1,475 | 0,003 | 0,175 | 0,821 | 0,473 | 0,016 | 0,332 |
| 5000 | 70,735 | 60,992 | 0,115 | 9,629 | 23,716 | 23,626 | 0,004 | 0,086 |
| 10000 | 437,990 | 430,565 | 0,419 | 7,006 | 113,029 | 112,669 | 0,007 | 0,353 |
| 30000 | 4696,271 | 4694,960 | 0,023 | 1,288 | 1945,815 | 1944,790 | 0,031 | 0,994 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - |

Tab. 22. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od wybranego punktu referencyjnego [max\_min] lub [rand] przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN [max\_min]** | | | | **TI-DBSCAN [rand]** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,655 | 0,619 | 0,000 | 0,031 | 0,603 | 0,572 | 0,000 | 0,031 |
| 2000 | 1,347 | 1,263 | 0,000 | 0,083 | 1,425 | 1,352 | 0,005 | 0,068 |
| 4000 | 6,900 | 6,760 | 0,000 | 0,135 | 6,989 | 6,827 | 0,010 | 0,151 |
| 6000 | 17,379 | 16,983 | 0,011 | 0,385 | 16,947 | 16,432 | 0,016 | 0,416 |
| 8000 | 45,240 | 44,736 | 0,015 | 0,489 | 46,561 | 46,046 | 0,016 | 0,504 |
| karypis\_review | 500 | 0,109 | 0,094 | 0,000 | 0,016 | 0,094 | 0,083 | 0,000 | 0,016 |
| 1000 | 0,671 | 0,624 | 0,000 | 0,047 | 0,676 | 0,639 | 0,000 | 0,032 |
| 2000 | 3,744 | 3,635 | 0,000 | 0,109 | 3,739 | 3,609 | 0,000 | 0,130 |
| 3000 | 8,393 | 8,221 | 0,010 | 0,156 | 8,273 | 8,122 | 0,005 | 0,151 |
| 4000 | 14,981 | 14,742 | 0,005 | 0,234 | 15,335 | 15,039 | 0,005 | 0,234 |
| covtype | 1000 | 0,114 | 0,026 | 0,000 | 0,083 | 0,198 | 0,031 | 0,000 | 0,167 |
| 5000 | 5,829 | 5,205 | 0,089 | 0,541 | 4,150 | 0,931 | 0,067 | 3,141 |
| 10000 | 31,632 | 24,368 | 0,374 | 6,895 | 17,566 | 4,098 | 0,280 | 13,942 |
| 30000 | 20,810 | 19,952 | 0,026 | 0,910 | 21,746 | 20,920 | 0,016 | 0,842 |
| 60000 | 55,671 | 53,071 | 0,047 | 2,345 | 67,590 | 64,610 | 0,047 | 2,174 |
| cup98 | 1000 | 2,152 | 2,017 | 0,000 | 0,130 | 1,113 | 0,962 | 0,016 | 0,135 |
| 5000 | 72,805 | 71,063 | 0,078 | 1,674 | 57,747 | 54,283 | 0,078 | 3,271 |
| 10000 | 440,898 | 430,020 | 0,343 | 10,514 | 791,618 | 783,194 | 0,265 | 8,008 |
| 30000 | 6006,420 | 6005,800 | 0,026 | 0,889 | 6504,790 | 6500,170 | 0,026 | 1,305 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - |

Rys. 29. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN w zależności od wybranego punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

Biorąc pod uwagę uzyskane rezultaty, w dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu *TI-DBSCAN* będą prezentowane wartości otrzymane przy zastosowaniu punktu minimalnego jako punktu referencyjnego.

### 7.5.2. Badania algorytmu DBSCAN-PROJECTION

Podobnie jak w przypadku algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection,* opisanego w rozdziale 7.2.2., badania algorytmu *DBSCAN-PROJECTION* przeprowadziłem w kontekście rzutowania na *[dmax], [dmin] oraz [drand]*;

Czasy uruchomień algorytmu *DBSCAN-PROJECTION* wraz z trwaniem składających się na niego kroków zamieściłem w tab. 23. Na rys. 30 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Rys. 30. Porównanie wydajności algorytmu DBSCAN-PROJECTION w zależności od wybranego wymiaru rzutowania przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

Tab. 23. Porównanie wydajności algorytmu DBSCAN-PROJECTION w zależności od wybranego wymiaru rzutowania przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **DBSCAN-PROJECTION [dmax]** | | | | **DBSCAN-PROJECTION [drand]** | | | | **DBSCAN-PROJECTION [dmin]** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. rz.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. rz.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. rz.** | **sort.** |
| karypis\_sport | 1000 | 1,040 | 1,039 | 0,001 | 0,000 | 1,038 | 1,038 | 0,000 | 0,000 | 1,040 | 1,040 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 3,981 | 3,980 | 0,001 | 0,000 | 3,982 | 3,981 | 0,001 | 0,000 | 3,978 | 3,978 | 0,000 | 0,000 |
| 4000 | 16,925 | 16,922 | 0,002 | 0,000 | 16,897 | 16,894 | 0,002 | 0,000 | 22,916 | 22,916 | 0,000 | 0,000 |
| 6000 | 38,521 | 38,517 | 0,004 | 0,000 | 38,664 | 38,661 | 0,004 | 0,000 | 38,449 | 38,449 | 0,000 | 0,000 |
| 8000 | 72,745 | 72,739 | 0,005 | 0,000 | 73,079 | 73,074 | 0,005 | 0,000 | 72,681 | 72,675 | 0,000 | 0,000 |
| karypis\_review | 500 | 0,366 | 0,365 | 0,000 | 0,000 | 0,365 | 0,365 | 0,000 | 0,000 | 0,364 | 0,364 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 1,466 | 1,465 | 0,000 | 0,000 | 1,466 | 1,466 | 0,001 | 0,000 | 1,466 | 1,466 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 6,272 | 6,271 | 0,001 | 0,000 | 6,270 | 6,267 | 0,002 | 0,000 | 6,261 | 6,261 | 0,000 | 0,000 |
| 3000 | 14,155 | 14,153 | 0,002 | 0,000 | 14,116 | 14,112 | 0,003 | 0,000 | 14,373 | 14,373 | 0,000 | 0,000 |
| 4000 | 25,314 | 25,311 | 0,002 | 0,000 | 25,219 | 25,217 | 0,002 | 0,000 | 25,184 | 25,184 | 0,000 | 0,000 |
| covtype | 1000 | 0,188 | 0,030 | 0,007 | 0,151 | 0,073 | 0,070 | 0,005 | 0,000 | 0,156 | 0,062 | 0,000 | 0,089 |
| 5000 | 11,375 | 5,568 | 0,086 | 5,721 | 2,911 | 2,526 | 0,065 | 0,271 | 3,811 | 3,593 | 0,036 | 0,192 |
| 10000 | 22,420 | 9,860 | 0,366 | 12,194 | 7,747 | 6,724 | 0,224 | 0,800 | 26,213 | 18,881 | 0,166 | 7,165 |
| 30000 | 17,144 | 16,294 | 0,020 | 0,981 | 68,816 | 68,671 | 0,020 | 0,097 | 78,474 | 78,011 | 0,021 | 0,468 |
| 60000 | 50,843 | 48,323 | 0,039 | 2,195 | 278,390 | 273,248 | 0,039 | 0,501 | 310,243 | 309,162 | 0,036 | 1,050 |
| cup98 | 1000 | 0,897 | 0,824 | 0,006 | 0,067 | 0,857 | 0,797 | 0,005 | 0,052 | 0,572 | 0,525 | 0,000 | 0,047 |
| 5000 | 109,947 | 106,240 | 0,120 | 5,125 | 71,474 | 70,102 | 0,074 | 1,343 | 32,053 | 31,674 | 0,042 | 0,333 |
| 10000 | 708,618 | 708,037 | 0,306 | 3,543 | 381,858 | 378,088 | 0,243 | 2,577 | 268,757 | 265,715 | 0,203 | 2,834 |
| 30000 | 2072,830 | 2071,820 | 0,020 | 0,988 | 4010,440 | 4010,220 | 0,019 | 0,268 | 5006,550 | 5006,350 | 0,026 | 0,203 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Różnice w czasach wykonania algorytmu uruchamianego dla różnych strategii rzutowania na zbiorach tekstowych są na tyle niewielkie, że nie pozwalają na wyciągnięcie wniosków na temat użyteczności danej metody. Rezultaty eksperymentów wykonanych na gęstych zbiorach danych świadczą, że rzutowanie na wymiar o najszerszej dziedzinie pozwala na kilkukrotne przyspieszenie grupowania w porównaniu do pozostałych strategii. Liczność dziedziny wymiaru ma kluczowy wpływ na sprawność algorytmu *DBSCAN-PROJECTION*. Wpływ ten wyjaśniałem już w rozdziale 7.2.2.

Ponieważ w algorytmie *DBSCAN-PROJECTION* rzutowanie tym mocniej wspiera selektywność wyznaczania potencjalnych sąsiadów im liczniejsza jest dziedzina danego wymiaru, dlatego w dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu   
*DBSCAN-PROJECTION* będą prezentowane rezultaty osiągnięte przy zastosowaniu rzutu na wymiar o najszerszej dziedzinie.

### 7.5.3. Porównanie algorytmów DBSCAN-PROJECTION i TI-DBSCAN

W celu porównania podejścia korzystającego z nierówności trójkąta z podejściem stosującym rzutowanie na wymiar, na rys. 31 zamieściłem wykresy czasów wykonania algorytmów   
*TI-DBSCAN* i *DBSCAN-PROJECTION* w funkcji liczby punktów we wszystkich badanych przypadkach zastosowania punktu referencyjnego i strategii rzutowania na wymiar. Dane zamieszczone na wykresach odpowiadają tym zgromadzonym w tabelach tab. 21, tab. 22 i tab. 23.

Z rezultatów eksperymentów wynika, że dla danych tekstowych algorytm wykorzystujący rzutowanie wykonuje się blisko dwukrotnie wolniej niż *TI-DBSCAN*. W przypadku gęstych zbiorów sytuacja nie jest już taka oczywista. Dla covtype rzutowanie na losowy wymiar i [dmin] sprawia, że grupowanie wykonuje się sześciokrotnie wolniej niż w pozostałych przypadkach. Co ciekawe, te same metody rzutowania zastosowane dla grupowania zbioru cup98 dają nie gorsze rezultaty niż TI-DBSCAN. Spośród wszystkich metod rzutowania, [dmax] najlepiej przyspiesza grupowanie, które w przypadku największych liczności zbiorów gęstych uzyskuje rezultaty porównywalne z najlepszymi rezultatami algorytmu TI-DBSCAN. Jednakże, należy zwrócić uwagę, że na niekorzyść rzutowania w porównaniu z zastosowaniem nierówności trójkąta przemawia zależność tej metody od liczności dziedzin wymiarów.

Rys. 31. Porównanie wydajności algorytmu DBSCAN-PROJECTION i TI-DBSCAN zależności od wybranego wymiaru rzutowania i punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps=0,05\*przekątna danego zbioru

### 7.5.4. Badania algorytmu TI-DBSCAN-REF – wybór dwóch punktów referencyjnych

W celu wyznaczenia odpowiednich punktów referencyjnych dla algorytmu *TI-DBSCAN-REF* przeprowadziłem eksperymenty testując różne ich pary. W tabelach tab. 24 i tab. 25 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu *TI-DBSCAN-REF* wraz z trwaniem składających się na niego kroków. Na rys. 32 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Tab. 24. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN-REF w zależności od wybranej pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN-REF [min][max]** | | | | **TI-DBSCAN-REF [min][min\_max]** | | | | **TI-DBSCAN-REF [min][rand]** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,284 | 0,266 | 0,002 | 0,017 | 0,301 | 0,275 | 0,005 | 0,021 | 0,312 | 0,276 | 0,005 | 0,031 |
| 2000 | 1,201 | 1,154 | 0,000 | 0,047 | 1,279 | 1,180 | 0,026 | 0,073 | 1,268 | 1,149 | 0,026 | 0,094 |
| 4000 | 6,546 | 6,401 | 0,015 | 0,130 | 6,641 | 6,428 | 0,052 | 0,161 | 6,594 | 6,448 | 0,015 | 0,130 |
| 6000 | 15,788 | 15,335 | 0,021 | 0,432 | 15,787 | 15,366 | 0,015 | 0,405 | 15,882 | 15,432 | 0,019 | 0,431 |
| 8000 | 37,217 | 36,681 | 0,031 | 0,505 | 37,330 | 36,764 | 0,031 | 0,535 | 37,409 | 36,821 | 0,031 | 0,556 |
| karypis\_review | 500 | 0,094 | 0,078 | 0,000 | 0,016 | 0,078 | 0,067 | 0,000 | 0,011 | 0,089 | 0,078 | 0,000 | 0,011 |
| 1000 | 0,639 | 0,592 | 0,000 | 0,047 | 0,640 | 0,598 | 0,005 | 0,036 | 0,629 | 0,598 | 0,000 | 0,031 |
| 2000 | 3,520 | 3,432 | 0,010 | 0,078 | 3,557 | 3,432 | 0,011 | 0,114 | 3,587 | 3,442 | 0,010 | 0,135 |
| 3000 | 7,992 | 7,836 | 0,016 | 0,140 | 8,039 | 7,842 | 0,015 | 0,182 | 8,019 | 7,847 | 0,016 | 0,156 |
| 4000 | 14,493 | 14,217 | 0,016 | 0,260 | 14,524 | 14,233 | 0,016 | 0,276 | 14,498 | 14,227 | 0,016 | 0,255 |
| covtype | 1000 | 0,161 | 0,031 | 0,005 | 0,124 | 0,031 | 0,015 | 0,000 | 0,016 | 0,063 | 0,016 | 0,000 | 0,047 |
| 5000 | 9,734 | 1,815 | 0,130 | 7,790 | 5,049 | 1,487 | 0,047 | 3,515 | 10,815 | 5,366 | 0,078 | 5,371 |
| 10000 | 70,980 | 42,703 | 0,390 | 27,888 | 23,254 | 14,128 | 0,192 | 8,934 | 43,664 | 22,240 | 0,281 | 21,143 |
| 30000 | 15,980 | 15,096 | 0,037 | 0,847 | 19,021 | 18,085 | 0,047 | 0,889 | 17,113 | 16,208 | 0,041 | 0,863 |
| 60000 | 41,865 | 40,024 | 0,078 | 1,763 | 54,507 | 51,797 | 0,078 | 2,631 | 36,473 | 34,492 | 0,078 | 1,903 |
| cup98 | 1000 | 1,175 | 0,832 | 0,005 | 0,338 | 1,175 | 0,978 | 0,000 | 0,197 | 1,347 | 1,232 | 0,000 | 0,114 |
| 5000 | 235,192 | 228,983 | 0,192 | 6,016 | 52,858 | 49,988 | 0,047 | 2,823 | 136,173 | 134,758 | 0,094 | 1,321 |
| 10000 | 350,860 | 324,517 | 0,437 | 25,906 | 544,623 | 535,767 | 0,249 | 8,606 | 242,543 | 240,011 | 0,291 | 2,241 |
| 30000 | 2239,345 | 2238,310 | 0,042 | 0,993 | 2067,506 | 2066,040 | 0,036 | 1,430 | 1779,078 | 1778,210 | 0,042 | 0,827 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Tab. 25. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN-REF w zależności od wybranej pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| zbioór | **l. p.** | **TI-DBSCAN-REF [max][min]** | | | | **TI-DBSCAN-REF [min\_max][min]** | | | | **TI-DBSCAN-REF [rand][min]** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,302 | 0,276 | 0,000 | 0,026 | 0,301 | 0,281 | 0,000 | 0,021 | 0,302 | 0,281 | 0,000 | 0,021 |
| 2000 | 1,238 | 1,155 | 0,015 | 0,068 | 1,238 | 1,170 | 0,015 | 0,052 | 1,253 | 1,186 | 0,011 | 0,057 |
| 4000 | 6,666 | 6,422 | 0,031 | 0,213 | 6,656 | 6,422 | 0,037 | 0,197 | 6,635 | 6,438 | 0,021 | 0,176 |
| 6000 | 15,787 | 15,402 | 0,052 | 0,332 | 15,834 | 15,387 | 0,073 | 0,374 | 15,923 | 15,429 | 0,115 | 0,379 |
| 8000 | 37,580 | 36,977 | 0,031 | 0,572 | 37,471 | 36,889 | 0,031 | 0,552 | 37,404 | 36,899 | 0,031 | 0,473 |
| karypis\_review | 500 | 0,078 | 0,068 | 0,000 | 0,010 | 0,093 | 0,078 | 0,005 | 0,010 | 0,088 | 0,073 | 0,000 | 0,015 |
| 1000 | 0,629 | 0,593 | 0,005 | 0,031 | 0,629 | 0,598 | 0,000 | 0,031 | 0,629 | 0,598 | 0,005 | 0,026 |
| 2000 | 3,567 | 3,443 | 0,015 | 0,109 | 3,552 | 3,432 | 0,005 | 0,115 | 3,552 | 3,442 | 0,010 | 0,099 |
| 3000 | 8,060 | 7,841 | 0,016 | 0,203 | 8,097 | 7,847 | 0,016 | 0,234 | 8,091 | 7,842 | 0,015 | 0,234 |
| 4000 | 14,519 | 14,243 | 0,016 | 0,260 | 14,513 | 14,227 | 0,021 | 0,265 | 14,535 | 14,233 | 0,016 | 0,286 |
| covtype | 1000 | 0,037 | 0,016 | 0,005 | 0,016 | 0,130 | 0,021 | 0,000 | 0,109 | 0,042 | 0,021 | 0,000 | 0,021 |
| 5000 | 1,950 | 0,733 | 0,041 | 1,175 | 1,519 | 0,785 | 0,037 | 0,696 | 3,577 | 2,226 | 0,031 | 1,320 |
| 10000 | 7,036 | 2,106 | 0,182 | 4,748 | 6,692 | 2,881 | 0,156 | 3,655 | 8,700 | 5,658 | 0,125 | 2,917 |
| 30000 | 15,480 | 14,331 | 0,042 | 1,108 | 19,162 | 17,852 | 0,042 | 1,269 | 53,341 | 17,861 | 1,357 | 34,123 |
| 60000 | 39,967 | 37,726 | 0,078 | 2,163 | 44,023 | 42,416 | 0,078 | 1,529 | 54,683 | 52,354 | 0,078 | 2,251 |
| cup98 | 1000 | 1,258 | 1,097 | 0,005 | 0,156 | 0,842 | 0,723 | 0,000 | 0,120 | 0,692 | 0,676 | 0,000 | 0,016 |
| 5000 | 44,741 | 43,082 | 0,047 | 1,612 | 43,899 | 43,389 | 0,031 | 0,479 | 49,868 | 48,064 | 0,031 | 1,773 |
| 10000 | 475,359 | 462,401 | 0,192 | 12,766 | 305,474 | 298,319 | 0,161 | 6,994 | 384,427 | 378,800 | 0,141 | 5,486 |
| 30000 | 3827,157 | 3825,930 | 0,047 | 1,180 | 5291,611 | 5290,800 | 0,047 | 0,764 | 5706,921 | 5706,250 | 0,047 | 0,624 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Rys. 32. Porównanie wydajności algorytmu TI-DBSCAN-REF w zależności od wybranej pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

Na podstawie rezultatów uzyskanych dla danych tekstowych niemożliwym jest wskazanie kombinacji punktów referencyjnych najbardziej przyspieszającej grupowanie. W przypadku zbioru covtype dla pierwszego punktu referencyjnego [min] występują anomalie analogiczne do zauważonych podczas badań doboru jednego punktu referencyjnego dla algorytmu TI-DBSCAN. Z tych samych powodów co opisane w rozdziale 7.5.1.4., czyli z uwagi na specyficzną charakterystykę zbioru covtype, w dalszych rozważaniach na temat wyboru punktu referencyjnego dla algorytmu TI-DBSCAN nie będę brał pod uwagę rezultatów uzyskanych dla tego zbioru.

Wynikami pozwalającymi na ocenę przyspieszenia grupowania przez pary punktów referencyjnych są rezultaty uzyskane dla zbioru cup98. Spośród nich wykonanie grupowania najbardziej przyspieszają te pary punktów referencyjnych, w których pierwszym punktem jest punkt minimalny co spójne jest z wnioskami uzyskanymi w rozdziale 7.5.1.4. Wśród trzech najszybszych par grupowanie najbardziej usprawniane jest przez parę [min][rand].

Z uwagi na uzyskane rezultaty w dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu   
*TI-DBSCAN-REF* będą prezentowane wyniki osiągnięte przy zastosowaniu pary punktów referencyjnych [min][rand].

### 7.5.5. Porównanie implementacji odmian algorytmu DBSCAN

W tabelach tab. 26 i tab. 27 zamieściłem rezultaty badań odmian algorytmu *DBSCAN*. Wyniki   
*TI-DBSCAN* zostały zebrane dla punktu referencyjnego [min], *DBSCAN-PORJECTION* dla [dmax], natomiast rezultaty *TI-DBSCAN-REF* dla punktów referencyjnych [max][rand]. Algorytm DBSCAN-POINTS\_ELIMINATION stanowi modyfikację algorytmu DBSCAN stosującą eliminację sklasyfikowanych punktów. Podejście to zostało zaproponowane w artykule [[8](#MKr05)].

Rezultaty badań jednoznacznie potwierdzają wzrost wydajności *TI-DBSCAN*,  
*TI-DBSCAN-*REF oraz *DBSCAN-PROJECTION* w stosunku do algorytmów nie korzystających z nierówności trójkąta, tj. *DBSCAN* oraz *DBSCAN-POINTS\_ELIMINATION*. Zastosowanie nierówności trójkąta pozwala uzyskiwać wyniki w o dwa rzędy krótszym czasie. Z uwagi na rzadki charakter, wzrost ten jest mniej widoczny dla danych tekstowych niż dla pozostałych zbiorów. Z otrzymanych rezultatów eksperymentów wynika, że zwiększenie liczby punktów referencyjnych z jednego do dwóch nie przynosi znaczącej poprawy sprawności grupowania. Biorąc pod uwagę tą obserwację wnioskuję, że dalsze zwiększanie liczby punktów referencyjnych może spowolnić wykonanie algorytmu, ponieważ koszt obsługi wielu punktów referencyjnych może przewyższyć zysk z ich zastosowania. Pozyskane wyniki wskazują, że zastosowanie rzutowania nie przyspiesza wykonania algorytmu bardziej niż wykorzystanie nierówności trójkąta.

Rezultaty badań wskazują również na krótszy czas grupowania zbioru algorytmem *DBSCAN-POINTS\_ELIMINATION* niż *DBSCAN*. Użycie eliminacji punktów w algorytmie DBSCAN pozwala na co najmniej dwukrotnie szybsze uzyskanie rezultatów.

Tab. 26. Porównanie wydajności algorytmów TI-DBSCAN, TI-DBSCAN-REF i DBSCAN-PROJECTION przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-DBSCAN [min]** | | | | **TI-DBSCAN-REF [min][rand]** | | | | **DBSCAN-PROJECTION [dmax]** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
| karypis\_sport | 1000 | 0,301 | 0,281 | 0,002 | 0,018 | 0,312 | 0,276 | 0,005 | 0,031 | 1,040 | 1,039 | 0,001 | 0,000 |
| 2000 | 1,225 | 1,184 | 0,003 | 0,038 | 1,268 | 1,149 | 0,026 | 0,094 | 3,981 | 3,980 | 0,001 | 0,000 |
| 4000 | 6,564 | 6,429 | 0,007 | 0,129 | 6,594 | 6,448 | 0,015 | 0,130 | 16,925 | 16,922 | 0,002 | 0,000 |
| 6000 | 15,816 | 15,489 | 0,010 | 0,317 | 15,882 | 15,432 | 0,019 | 0,431 | 38,521 | 38,517 | 0,004 | 0,000 |
| 8000 | 37,550 | 36,914 | 0,013 | 0,623 | 37,409 | 36,821 | 0,031 | 0,556 | 72,745 | 72,739 | 0,005 | 0,000 |
| karypis\_review | 500 | 0,091 | 0,075 | 0,001 | 0,015 | 0,089 | 0,078 | 0,000 | 0,011 | 0,366 | 0,365 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 0,645 | 0,597 | 0,002 | 0,046 | 0,629 | 0,598 | 0,000 | 0,031 | 1,466 | 1,465 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 3,531 | 3,451 | 0,004 | 0,077 | 3,587 | 3,442 | 0,010 | 0,135 | 6,272 | 6,271 | 0,001 | 0,000 |
| 3000 | 8,050 | 7,878 | 0,006 | 0,166 | 8,019 | 7,847 | 0,016 | 0,156 | 14,155 | 14,153 | 0,002 | 0,000 |
| 4000 | 14,491 | 14,243 | 0,008 | 0,240 | 14,498 | 14,227 | 0,016 | 0,255 | 25,314 | 25,311 | 0,002 | 0,000 |
| covtype | 1000 | 0,278 | 0,020 | 0,012 | 0,246 | 0,063 | 0,016 | 0,000 | 0,047 | 0,188 | 0,030 | 0,007 | 0,151 |
| 5000 | 13,703 | 8,422 | 0,165 | 5,116 | 10,815 | 5,366 | 0,078 | 5,371 | 11,375 | 5,568 | 0,086 | 5,721 |
| 10000 | 27,607 | 19,455 | 0,521 | 7,631 | 43,664 | 22,240 | 0,281 | 21,143 | 22,420 | 9,860 | 0,366 | 12,194 |
| 30000 | 19,376 | 18,491 | 0,022 | 0,863 | 17,113 | 16,208 | 0,041 | 0,863 | 17,144 | 16,294 | 0,020 | 0,981 |
| 60000 | 55,053 | 52,209 | 0,044 | 2,799 | 36,473 | 34,492 | 0,078 | 1,903 | 50,843 | 48,323 | 0,039 | 2,195 |
| cup98 | 1000 | 0,821 | 0,473 | 0,016 | 0,332 | 1,347 | 1,232 | 0,000 | 0,114 | 0,897 | 0,824 | 0,006 | 0,067 |
| 5000 | 23,716 | 23,626 | 0,004 | 0,086 | 136,173 | 134,758 | 0,094 | 1,321 | 109,947 | 106,240 | 0,120 | 5,125 |
| 10000 | 113,029 | 112,669 | 0,007 | 0,353 | 242,543 | 240,011 | 0,291 | 2,241 | 708,618 | 708,037 | 0,306 | 3,543 |
| 30000 | 1945,815 | 1944,790 | 0,031 | 0,994 | 1779,078 | 1778,210 | 0,042 | 0,827 | 2072,830 | 2071,820 | 0,020 | 0,988 |
| 60000 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Tab. 27. Porównanie wydajności odmian algorytmów DBSCAN i DBSCAN-POINTS\_ELIMINATION przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **DBSCAN** | | | | **DBSCAN-POINTS\_ELIMINATION** | | | |
| **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** | **wyk. alg.** | **grup.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 2,059 | 2,059 | N/A | N/A | 1,045 | 1,030 | 0,000 | 0,015 |
| 2000 | 7,899 | 7,899 | N/A | N/A | 3,973 | 3,931 | 0,000 | 0,042 |
| 4000 | 33,207 | 33,207 | N/A | N/A | 16,952 | 16,817 | 0,000 | 0,136 |
| 6000 | 76,035 | 76,035 | N/A | N/A | 39,057 | 38,719 | 0,016 | 0,322 |
| 8000 | 137,519 | 137,519 | N/A | N/A | 71,131 | 70,481 | 0,016 | 0,634 |
| karypis\_review | 500 | 0,728 | 0,728 | N/A | N/A | 0,374 | 0,359 | 0,000 | 0,015 |
| 1000 | 2,917 | 2,917 | N/A | N/A | 1,498 | 1,456 | 0,000 | 0,042 |
| 2000 | 12,548 | 12,548 | N/A | N/A | 6,375 | 6,297 | 0,000 | 0,078 |
| 3000 | 28,163 | 28,163 | N/A | N/A | 14,362 | 14,186 | 0,010 | 0,166 |
| 4000 | 50,294 | 50,294 | N/A | N/A | 25,683 | 25,439 | 0,005 | 0,239 |
| covtype | 1000 | 0,140 | 0,140 | N/A | N/A | 0,229 | 0,083 | 0,005 | 0,140 |
| 5000 | 3,906 | 3,906 | N/A | N/A | 3,614 | 2,382 | 0,104 | 1,128 |
| 10000 | 17,290 | 17,290 | N/A | N/A | 41,138 | 23,104 | 0,312 | 17,722 |
| 30000 | 114,681 | 114,681 | N/A | N/A | 62,743 | 61,568 | 0,026 | 1,149 |
| 60000 | 439,157 | 439,157 | N/A | N/A | 233,766 | 231,889 | 0,047 | 1,830 |
| cup98 | 1000 | 0,894 | 0,894 | N/A | N/A | 2,751 | 2,533 | 0,015 | 0,203 |
| 5000 | 59,233 | 59,233 | N/A | N/A | 166,395 | 165,548 | 0,093 | 0,754 |
| 10000 | 188,048 | 188,048 | N/A | N/A | 279,630 | 253,838 | 0,401 | 25,391 |
| 30000 | 4064,900 | 4064,900 | N/A | N/A | 2471,351 | 2470,290 | 0,026 | 1,035 |
| 60000 | - | - | N/A | N/A | - | - | - | - |

Rys. 33. Porównanie wydajności algorytmów DBSCAN, DBSCAN-POINTS\_ELIMINATION, DBSCAN-PROJECTION, TI-DBSCAN, TI-DBSCAN-REF przy zastosowaniu odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania grupowań z parametrami MinPts=5 oraz Eps= 0,05\*przekątna danego zbioru

## 7.6. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index – odległość kosinusowa

W celu porównania wyszukiwania k-sąsiedztwa w zależności od przyjętej miary podobieństwa, w niniejszym rozdziale powtórzyłem badania z rozdziału 7.2. dla odległości kosinusowej jako miary podobieństwa.

### 7.6.1. Badania algorytmu TI- k-Nighborhood-Index

W kolejnych podrozdziałach wykonałem testy algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* korzystającego z odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Podobnie jak w rozdziale 7.2.1. najpierw skupiłem się na badaniu czasu wykonania algorytmu w zależności od sposobu jego implementacji oraz w zależności od implementacji punktu. Następnie, w oparciu o uzyskane rezultaty eksperymentów zbadałem wpływ wyboru punktu referencyjnego na wydajność *TI-k-Neighborhood-Index*.

#### 7.6.1.1. Implementacja algorytmu

Na przykładowych zbiorach danych przeprowadziłem badania dwóch implementacji algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* analogicznych do tych opisanych w rozdziale 7.2.1.1. Czasy wykonania eksperymentów wraz z trwaniem kroków, które się na nie składają zamieściłem w tab. 28. Na rys. 34 zaprezentowałem wykresy czasów trwania badanych implementacji algorytmu w funkcji liczby punktów.

Uzyskane wyniki , w swoim charakterze, podobne są do tych otrzymanych w rozdziale 7.2.1.1. Implementacja korzystająca z dostępu do danych przez indeks wykonuje się szybciej niż implementacja z bezpośrednim dostępem do danych ze względu na różnice w czasie sortowania wykorzystanej w danej implementacji struktury. Największa różnica w wydajności algorytmu wystąpiła przy 50000 punktów zbioru covtype. Dla tego przypadku implementacja z bezpośrednim dostępem do danych wykonuje się blisko 3 razy wolniej niż implementacja korzystająca z indeksu. Przyczyna tego zjawiska została przeze mnie opisana w rozdziale 7.2.1.1. Z uwagi na otrzymane rezultaty, w dalszych rozważaniach będę się odnosił do algorytmu *Ti-k-Neighborhood-Index* wykorzystującego odległość kosinusową w charakterze miary podobieństwa jako do implementacji korzystającej z indeksu iteratorów.

Tab. 28. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index w zależności od metody dostępu do danych przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index dostęp przez indeks** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index bezpośredni dostęp** | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 0,218 | 0,213 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 | 0,249 | 0,218 | 0,000 | 0,031 | 0,000 |
| 2000 | 0,842 | 0,826 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,010 | 0,905 | 0,811 | 0,000 | 0,078 | 0,016 |
| 4000 | 3,484 | 3,453 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,015 | 3,827 | 3,443 | 0,015 | 0,354 | 0,015 |
| 6000 | 8,117 | 8,086 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,016 | 8,549 | 7,836 | 0,016 | 0,681 | 0,016 |
| 8000 | 14,654 | 14,617 | 0,000 | 0,021 | 0,000 | 0,016 | 15,428 | 14,134 | 0,026 | 1,253 | 0,015 |
| karypis\_review | 500 | 0,078 | 0,078 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,104 | 0,078 | 0,000 | 0,016 | 0,010 |
| 1000 | 0,296 | 0,291 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,328 | 0,291 | 0,000 | 0,031 | 0,005 |
| 2000 | 1,269 | 1,253 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,016 | 1,414 | 1,264 | 0,010 | 0,130 | 0,010 |
| 3000 | 2,855 | 2,829 | 0,000 | 0,010 | 0,000 | 0,016 | 3,088 | 2,823 | 0,010 | 0,239 | 0,016 |
| 4000 | 5,158 | 5,127 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,015 | 5,559 | 5,086 | 0,011 | 0,447 | 0,015 |
| covtype | 10000 | 0,764 | 0,489 | 0,000 | 0,270 | 0,000 | 0,005 | 4,607 | 0,421 | 0,078 | 4,092 | 0,015 |
| 50000 | 13,135 | 10,930 | 0,000 | 2,168 | 0,015 | 0,021 | 108,992 | 7,498 | 2,543 | 98,925 | 0,026 |
| 100000 | 39,854 | 34,980 | 0,000 | 4,795 | 0,032 | 0,047 | 87,729 | 20,343 | 4,820 | 62,520 | 0,047 |
| 300000 | 255,592 | 239,279 | 0,000 | 16,021 | 0,141 | 0,151 | 653,350 | 110,719 | 15,397 | 527,078 | 0,156 |
| 500000 | 669,564 | 641,848 | 0,005 | 27,196 | 0,265 | 0,250 | 2000,451 | 271,123 | 25,058 | 1704,020 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 0,733 | 0,562 | 0,000 | 0,171 | 0,000 | 0,000 | 2,683 | 0,395 | 0,109 | 2,179 | 0,000 |
| 30000 | 7,738 | 6,682 | 0,000 | 1,029 | 0,011 | 0,016 | 30,279 | 3,177 | 0,712 | 26,374 | 0,015 |
| 50000 | 20,161 | 17,706 | 0,000 | 2,418 | 0,016 | 0,021 | 54,382 | 8,388 | 1,680 | 44,288 | 0,026 |
| 70000 | 35,350 | 32,464 | 0,000 | 2,824 | 0,031 | 0,031 | 185,776 | 14,680 | 3,084 | 167,981 | 0,031 |
| 90000 | 54,470 | 50,144 | 0,000 | 4,238 | 0,042 | 0,046 | 60,414 | 22,651 | 4,504 | 33,212 | 0,047 |

Rys. 34. Porównanie wydajności implementacji algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od zastosowanej metody dostępu do danych przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

#### 7.6.1.2. Implementacja struktury punktów

Dla odległości kosinusowej jako miary podobieństwa powtórzyłem również badania z rozdziału 7.2.1.2. Uzyskane wyniki czasowe uruchomienia algorytmów wraz ze składającymi się na nie krokami zamieściłem w tab. 29 Na rys. 35 zaprezentowałem wykresy czasu wykonania algorytmów w funkcji liczby punktów.

Rys. 35. Porównanie wydajności algorytmu TI-kNeighborhood-Index w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru danych

Otrzymane rezultaty są analogiczne do tych uzyskanych w rozdziale 7.2.1.2. Stąd, w dalszej części pracy badania algorytmów *TI-k-Neighborhood-Index* działających na danych tekstowych i korzystających z odległości kosinusowej w charakterze miary podobieństwa będą wykonywane z użyciem implementacji punktu rzadkiego.

Tab. 29. Porównanie wydajności TI-kNeighborhood-Index w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 10% losowo wybranych punktów zbioru

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l. p.** | **TI-k-Neighborhood-Index gęsta reprezentacja punktu** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index rzadka reprezentacja punktu** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 23,832 | 22,449 | 0,000 | 0,255 | 0,000 | 1,128 | 0,218 | 0,213 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | - | - | - | - | - | - | 0,842 | 0,826 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,010 |
| 4000 | - | - | - | - | - | - | 3,484 | 3,453 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,015 |
| 6000 | - | - | - | - | - | - | 8,117 | 8,086 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,016 |
| 8000 | - | - | - | - | - | - | 14,654 | 14,617 | 0,000 | 0,021 | 0,000 | 0,016 |
| karypis\_review | 500 | 6,393 | 5,693 | 0,000 | 0,129 | 0,000 | 0,570 | 0,078 | 0,078 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 24,015 | 22,623 | 0,000 | 0,253 | 0,000 | 1,138 | 0,296 | 0,291 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 |
| 2000 | - | - | - | - | - | - | 1,269 | 1,253 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,016 |
| 3000 | - | - | - | - | - | - | 2,855 | 2,829 | 0,000 | 0,010 | 0,000 | 0,016 |
| 4000 | - | - | - | - | - | - | 5,158 | 5,127 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,015 |
| covtype | 10000 | 0,764 | 0,489 | 0,000 | 0,270 | 0,000 | 0,005 | 0,613 | 0,535 | 0,000 | 0,073 | 0,003 | 0,002 |
| 50000 | 13,135 | 10,930 | 0,000 | 2,168 | 0,015 | 0,021 | 11,080 | 9,742 | 0,001 | 1,309 | 0,016 | 0,012 |
| 100000 | 39,854 | 34,980 | 0,000 | 4,795 | 0,032 | 0,047 | 32,876 | 29,815 | 0,001 | 3,000 | 0,037 | 0,023 |
| 300000 | 255,592 | 239,279 | 0,000 | 16,021 | 0,141 | 0,151 | 206,123 | 195,487 | 0,003 | 10,417 | 0,146 | 0,070 |
| 500000 | 669,564 | 641,848 | 0,005 | 27,196 | 0,265 | 0,250 | 655,649 | 638,020 | 0,005 | 17,229 | 0,278 | 0,117 |
| cup98 | 10000 | 0,733 | 0,562 | 0,000 | 0,171 | 0,000 | 0,000 | 2,097 | 1,984 | 0,000 | 0,101 | 0,003 | 0,009 |
| 30000 | 7,738 | 6,682 | 0,000 | 1,029 | 0,011 | 0,016 | 16,001 | 15,314 | 0,000 | 0,649 | 0,011 | 0,026 |
| 50000 | 20,161 | 17,706 | 0,000 | 2,418 | 0,016 | 0,021 | 59,108 | 57,789 | 0,001 | 1,253 | 0,022 | 0,043 |
| 70000 | 35,350 | 32,464 | 0,000 | 2,824 | 0,031 | 0,031 | 77,367 | 75,760 | 0,001 | 1,512 | 0,033 | 0,061 |
| 90000 | 54,470 | 50,144 | 0,000 | 4,238 | 0,042 | 0,046 | 124,205 | 121,071 | 0,001 | 3,009 | 0,046 | 0,078 |

#### 7.6.1.3. Wybór punktu referencyjnego

W poszukiwaniu właściwego punktu referencyjnego dla algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* przy użyciu odległości kosinusowej powtórzyłem badania z rozdziału 7.2.1.3. Podobnie jak poprzednio eksperymenty przeprowadziłem z wykorzystaniem punktów [max], [min], [rand] oraz [max\_min]. Czasy uruchomień algorytmów wraz z trwaniem składających się nań krokami zamieściłem w tab. 30 i tab. 31. Na rys. 36 zaprezentowałem wykresy czasów wykonania algorytmów w funkcji liczby punktów.

Uzyskane rezultaty mają odmienny charakter od tych otrzymanych w rozdziale 7.2.1.3., w przypadku których badałem wpływ doboru punktu referencyjnego na algorytm   
*TI-k-Neighborhood-Index* korzystający z odległości Euklidesowej jako miary podobieństwa. Zasadniczą i cenną różnicą jest możliwość jednoznacznego wskazania najskuteczniejszego punktu referencyjnego zarówno dla danych tekstowych jak i pozostałych zbiorów.

Analiza otrzymanych wyników pozwala wskazać [max] jako punkt najbardziej przyspieszający wyszukanie k-sąsiadów dla większości zbiorów danych. W przypadku cup98 dla punktu [max] rezultaty osiągane są o rząd wielkości szybciej niż dla punktu [min]. Wyjątek stanowi zbór covtype, dla którego [max] okazał się jednym z najsłabiej przyspieszających wyszukanie k-sąsiadów punktem referencyjnym. Podobnie jak w poprzednich rozdziałach, ze względu na niereprezentatywny charakter zbioru covtype rezultaty uzyskane dla tego zbioru zostaną pominięte w dalszych rozważaniach.

Wyniki otrzymane dla wszystkich przykładowych zbiorów danych jednoznacznie potwierdzają, że punktem referencyjnym najgorzej wpływającym na wydajność algorytmu jest punkt [min]. Obserwacja ta wynika stąd, że punkt ten leży blisko środka hipersfery, na powierzchni której leżą punkty zbioru po normalizacji, dlatego [min] w bardzo małym stopniu redukuje liczbę potencjalnych sąsiadów danego zapytania.

W porównaniu do wyników otrzymanych w rozdziale 7.2.1.3. punkt referencyjny [max] sprawdza się najlepiej na tle innych badanych punktów gdy odległość kosinusowa stosowana jest jako miara podobieństwa. W dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* z zastosowaniem odległości kosinusowej jako miary podobieństwa będą prezentowane rezultaty osiągnięte przy zastosowaniu punktu maksymalnego jako punktu referencyjnego.

Rys. 36. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index w zależności od wybranego punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 30. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index w zależności od punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index [max]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index [rand]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,034 | 1,027 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,002 | 1,077 | 1,070 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 3,519 | 3,510 | 0,000 | 0,005 | 0,001 | 0,004 | 4,247 | 4,237 | 0,000 | 0,005 | 0,001 | 0,004 |
| 4000 | 14,359 | 14,337 | 0,000 | 0,012 | 0,001 | 0,009 | 17,819 | 17,797 | 0,000 | 0,012 | 0,001 | 0,009 |
| 6000 | 34,451 | 34,418 | 0,000 | 0,018 | 0,001 | 0,013 | 41,372 | 41,339 | 0,000 | 0,018 | 0,002 | 0,013 |
| 8000 | 66,656 | 66,607 | 0,000 | 0,029 | 0,003 | 0,017 | 74,430 | 74,381 | 0,000 | 0,029 | 0,003 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,337 | 0,333 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,002 | 0,374 | 0,370 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,002 |
| 1000 | 1,293 | 1,286 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,003 | 1,493 | 1,486 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 5,894 | 5,878 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 0,007 | 6,513 | 6,498 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,007 |
| 3000 | 12,591 | 12,569 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,010 | 14,758 | 14,736 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,010 |
| 4000 | 21,877 | 21,847 | 0,000 | 0,016 | 0,001 | 0,013 | 26,117 | 26,088 | 0,000 | 0,015 | 0,001 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 2,913 | 2,553 | 0,000 | 0,322 | 0,003 | 0,005 | 2,752 | 2,539 | 0,000 | 0,205 | 0,003 | 0,005 |
| 50000 | 37,549 | 34,851 | 0,001 | 2,934 | 0,016 | 0,025 | 44,024 | 41,471 | 0,001 | 2,511 | 0,016 | 0,025 |
| 100000 | 141,164 | 134,889 | 0,001 | 6,105 | 0,038 | 0,050 | 88,524 | 82,892 | 0,001 | 5,545 | 0,036 | 0,050 |
| 300000 | 1128,400 | 1106,590 | 0,003 | 21,494 | 0,147 | 0,150 | 599,154 | 578,544 | 0,003 | 20,319 | 0,138 | 0,150 |
| 500000 | 3034,090 | 2997,940 | 0,003 | 35,633 | 0,275 | 0,250 | 1700,227 | 1664,180 | 0,005 | 35,520 | 0,271 | 0,251 |
| cup98 | 10000 | 2,868 | 2,414 | 0,000 | 0,447 | 0,003 | 0,005 | 3,723 | 3,496 | 0,000 | 0,220 | 0,003 | 0,005 |
| 30000 | 9,568 | 8,799 | 0,000 | 0,744 | 0,010 | 0,015 | 36,900 | 35,574 | 0,001 | 1,299 | 0,011 | 0,015 |
| 50000 | 20,456 | 18,402 | 0,001 | 2,009 | 0,019 | 0,025 | 119,318 | 117,493 | 0,001 | 1,780 | 0,019 | 0,025 |
| 70000 | 39,183 | 35,322 | 0,001 | 3,796 | 0,029 | 0,035 | 266,641 | 264,152 | 0,001 | 2,425 | 0,029 | 0,035 |
| 90000 | 63,047 | 58,520 | 0,001 | 4,440 | 0,039 | 0,046 | 386,949 | 382,602 | 0,001 | 4,260 | 0,040 | 0,046 |

Tab. 31. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index w zależności od punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p**. | **TI-k-Neighborhood-Index [max\_min]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index [min]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,065 | 1,059 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,002 | 1,053 | 1,050 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 4,164 | 4,155 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,004 | 4,071 | 4,067 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,004 |
| 4000 | 17,606 | 17,586 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,008 | 17,608 | 17,598 | 0,000 | 0,011 | 0,000 | 0,008 |
| 6000 | 41,030 | 41,000 | 0,000 | 0,017 | 0,001 | 0,012 | 40,575 | 40,558 | 0,000 | 0,017 | 0,001 | 0,013 |
| 8000 | 74,523 | 74,479 | 0,000 | 0,024 | 0,003 | 0,018 | 74,051 | 74,029 | 0,000 | 0,020 | 0,001 | 0,018 |
| karypis\_review | 500 | 0,372 | 0,369 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,001 | 0,372 | 0,370 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,002 |
| 1000 | 1,493 | 1,486 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,003 | 1,494 | 1,491 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 6,469 | 6,455 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 0,007 | 6,422 | 6,415 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 0,006 |
| 3000 | 14,541 | 14,520 | 0,000 | 0,010 | 0,001 | 0,010 | 14,428 | 14,418 | 0,000 | 0,010 | 0,000 | 0,010 |
| 4000 | 26,044 | 26,016 | 0,000 | 0,014 | 0,001 | 0,013 | 26,047 | 26,034 | 0,000 | 0,013 | 0,000 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 3,770 | 3,400 | 0,000 | 0,362 | 0,003 | 0,005 | 6,024 | 5,695 | 0,000 | 0,326 | 0,003 | 0,005 |
| 50000 | 26,748 | 23,722 | 0,001 | 2,985 | 0,015 | 0,025 | 59,520 | 56,663 | 0,001 | 2,832 | 0,015 | 0,025 |
| 100000 | 75,949 | 70,091 | 0,001 | 5,772 | 0,035 | 0,050 | 206,582 | 200,670 | 0,001 | 6,186 | 0,036 | 0,050 |
| 300000 | 441,928 | 421,168 | 0,002 | 20,476 | 0,131 | 0,151 | 1484,120 | 1462,950 | 0,002 | 21,028 | 0,134 | 0,149 |
| 500000 | 1219,184 | 1182,240 | 0,005 | 36,434 | 0,254 | 0,250 | 4360,080 | 4323,260 | 0,005 | 36,495 | 0,251 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 3,569 | 3,401 | 0,000 | 0,160 | 0,003 | 0,005 | 6,776 | 6,534 | 0,000 | 0,268 | 0,001 | 0,005 |
| 30000 | 40,471 | 39,387 | 0,001 | 1,059 | 0,010 | 0,015 | 96,608 | 94,900 | 0,001 | 1,766 | 0,001 | 0,015 |
| 50000 | 101,757 | 98,766 | 0,001 | 2,946 | 0,019 | 0,025 | 276,935 | 273,325 | 0,001 | 3,477 | 0,002 | 0,025 |
| 70000 | 182,582 | 180,763 | 0,001 | 1,754 | 0,028 | 0,035 | 542,703 | 538,977 | 0,001 | 3,751 | 0,004 | 0,035 |
| 90000 | 294,857 | 291,390 | 0,001 | 3,380 | 0,040 | 0,046 | 888,676 | 883,159 | 0,001 | 5,560 | 0,004 | 0,046 |

### 7.6.2. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection – odległość kosinusowa

W badaniach algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection* tak jak w rozdziale 7.2.2. skupiłem się na trzech rodzajach rzutowania [dmax] [dmin] oraz [drand]. W tab. 32 i tab. 33 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection* wraz z trwaniem składających się na niego kroków. Na rys. 37 znajdują się wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Rys. 37. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Projection w zależności od wybranej metody rzutowania przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 32. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Projection w zależności od metody rzutowania przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Projection [dmax]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Projection [drand]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,047 | 1,044 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,002 | 1,051 | 1,048 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 4,038 | 4,032 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,004 | 4,029 | 4,023 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,004 |
| 4000 | 17,224 | 17,211 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,008 | 17,277 | 17,265 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,008 |
| 6000 | 39,275 | 39,254 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,013 | 39,356 | 39,336 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 0,013 |
| 8000 | 70,763 | 70,736 | 0,001 | 0,008 | 0,000 | 0,017 | 70,928 | 70,903 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,371 | 0,369 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 | 0,372 | 0,370 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 |
| 1000 | 1,482 | 1,478 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,003 | 1,484 | 1,480 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 6,357 | 6,349 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,006 | 6,334 | 6,325 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,006 |
| 3000 | 14,186 | 14,173 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,010 | 14,201 | 14,189 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,009 |
| 4000 | 25,388 | 25,371 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,013 | 25,424 | 25,407 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 4,032 | 3,698 | 0,000 | 0,326 | 0,003 | 0,005 | 7,255 | 7,088 | 0,000 | 0,162 | 0,000 | 0,005 |
| 50000 | 18,396 | 15,797 | 0,001 | 2,558 | 0,015 | 0,025 | 210,542 | 207,572 | 0,001 | 2,938 | 0,006 | 0,025 |
| 100000 | 57,044 | 50,757 | 0,002 | 6,201 | 0,034 | 0,050 | 802,338 | 796,325 | 0,001 | 5,959 | 0,003 | 0,050 |
| 300000 | 517,584 | 496,146 | 0,004 | 21,144 | 0,141 | 0,150 | 6717,360 | 6696,000 | 0,002 | 21,203 | 0,009 | 0,146 |
| 500000 | 1506,937 | 1470,180 | 0,004 | 36,233 | 0,270 | 0,250 |  |  |  |  |  |  |
| cup98 | 10000 | 4,819 | 4,571 | 0,000 | 0,239 | 0,003 | 0,005 | 7,545 | 7,196 | 0,000 | 0,342 | 0,003 | 0,005 |
| 30000 | 52,023 | 50,588 | 0,001 | 1,409 | 0,010 | 0,015 | 121,720 | 120,225 | 0,001 | 1,470 | 0,010 | 0,015 |
| 50000 | 133,558 | 130,449 | 0,001 | 3,064 | 0,019 | 0,025 | 276,007 | 273,229 | 0,001 | 2,732 | 0,019 | 0,026 |
| 70000 | 235,906 | 232,374 | 0,001 | 3,468 | 0,029 | 0,035 | 598,666 | 594,648 | 0,001 | 3,954 | 0,029 | 0,035 |
| 90000 | 375,325 | 370,919 | 0,001 | 4,320 | 0,040 | 0,045 | 993,199 | 988,330 | 0,001 | 4,783 | 0,040 | 0,046 |

Tab. 33. Wyniki czasowe wykonania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Projection dla metody rzutowania [dmin] przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p**. | **TI-k-Neighborhood-Index-Projection [dmin]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,054 | 1,051 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 4,059 | 4,054 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,004 |
| 4000 | 17,436 | 17,424 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,009 |
| 6000 | 39,509 | 39,490 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 0,013 |
| 8000 | 71,359 | 71,335 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,371 | 0,370 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 |
| 1000 | 1,490 | 1,486 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 6,350 | 6,342 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,006 |
| 3000 | 14,210 | 14,198 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,009 |
| 4000 | 25,409 | 25,392 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 9,005 | 8,745 | 0,000 | 0,253 | 0,002 | 0,005 |
| 50000 | 276,036 | 273,289 | 0,001 | 2,706 | 0,015 | 0,025 |
| 100000 | 1154,916 | 1148,930 | 0,002 | 5,897 | 0,037 | 0,050 |
| 300000 | 9440,579 | 9420,160 | 0,003 | 20,120 | 0,147 | 0,150 |
| 500000 |  |  |  |  |  |  |
| cup98 | 10000 | 8,084 | 7,826 | 0,000 | 0,252 | 0,001 | 0,005 |
| 30000 | 103,714 | 102,178 | 0,001 | 1,516 | 0,004 | 0,015 |
| 50000 | 279,633 | 276,193 | 0,001 | 3,408 | 0,007 | 0,025 |
| 70000 | 548,499 | 545,526 | 0,001 | 2,927 | 0,010 | 0,035 |
| 90000 | 889,131 | 884,535 | 0,001 | 4,537 | 0,013 | 0,045 |

Uzyskane rezultaty mają podobny charakter do otrzymanych w rozdziale 7.2.2. Ich analiza prowadzi do wniosku, że liczność dziedziny wymiaru ma kluczowy wpływ na sprawność algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection*. Wyjaśnienie genezy tego wpływu zostało zamieszczone we wspomnianym wyżej rozdziale 7.2.2. W dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu *k-Neighborhood-Index-Projection* z zastosowaniem odległości kosinusowej jako miary podobieństwa będą prezentowane rezultaty osiągnięte przy zastosowaniu rzutu na wymiar [dmax].

### 7.6.3. Porównanie algorytmów k-Neighborhood-Index-Projection z TI-k-Neighborhood-Index – odległość kosinusowa

Na rys. 38 zamieściłem wykresy czasów wykonania algorytmów *k-Neighborhood-Index-Projection* i *TI-k-Neighborhood-Index*, wykorzystujące odległość kosinusową jako miarę podobieństwa, w funkcji liczby punktów we wszystkich badanych przypadkach zastosowania punktu referencyjnego i strategii rzutowania na wymiar. Dane zamieszczone na wykresach odpowiadają tym zgromadzonym w tabelach tab. 30, tab. 31, tab. 32 i tab. 33.

Rys. 38. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Projection i TI-k-Neighborhood-Index w zależności od wybranego wymiaru rzutowania i punktu referencyjnego przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Z otrzymanych rezultatów eksperymentów wynika, że dla danych tekstowych algorytm wykorzystujący rzutowanie wykonuje się nieznacznie wolniej niż *TI-k-Neighborhood-Index*. W przypadku gęstych zbiorów wyszukiwanie sąsiedztwa z zastosowaniem rzutowania na losowy wymiar i [dmin] wykonuje się kilka razy wolniej niż w pozostałych rozpatrywanych przypadkach. Warto zwrócić uwagę, że dla zbioru cup98 sprawność *k-neighborhood-Index-Projection* z rzutowaniem na [dmax] jest porównywalna ze sprawnością *TI-k-Neighborhood-Index* dla punktów referencyjnych różnych od [max]. Na niekorzyść rzutowania w porównaniu do punktu referencyjnego przemawia zależność tej metody od liczności dziedzin wymiarów.

### 7.6.4. Badania algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref – wybór dwóch punktów referencyjnych – odległość kosinusowa

W celu wyznaczenia odpowiednich punktów referencyjnych dla algorytmu   
*TI-k-Neighborhood-Index* z zastosowaniem odległości kosinusowej jako miary podobieństwa przeprowadziłem eksperymenty badające następujące pary punktów referencyjnych:

* [max][min];
* [max][max\_min];
* [max][rand];
* [min][max];
* [max\_min][max];
* [rand][max].

W tabelach tab. 34, tab. 35 i tab. 36 zamieściłem czasy uruchomień algorytmu   
*TI-k-Neighborhood-Index* *-Ref* wraz z trwaniem składających się na niego kroków. Na rys. 39 zaprezentowałem wykresy czasu wykonania algorytmu w funkcji liczby punktów.

Podobnie jak dla wyników uzyskanych w rozdziale 7.2.4. z otrzymanych rezultatów przeprowadzonych eksperymentów trudno jednoznacznie wskazać, która kombinacja punktów referencyjnych najbardziej przyspiesza wyznaczenie k-sąsiedztwa. W większości przypadków eksperymenty z punktem maksymalnym jako pierwszym punktem referencyjnym wykonują się szybciej niż dla punktu losowego [rand] czy innego punktu skrajnego [min]. W przypadku zbiorów gęstych najgorsze rezultaty otrzymano gdy pierwszym punktem referencyjnym był [min], co zgodne jest z wnioskami, do których doszedłem w rozdziale 7.6.1.3.

Tab. 34. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Ref dla par punktów [max][min] i [max][max\_min] przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][min]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][max\_min]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,071 | 1,055 | 0,000 | 0,010 | 0,000 | 0,005 | 1,077 | 1,061 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 4,227 | 4,212 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 0,000 | 4,280 | 4,274 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 4000 | 17,868 | 17,836 | 0,000 | 0,021 | 0,000 | 0,010 | 17,670 | 17,628 | 0,000 | 0,026 | 0,000 | 0,016 |
| 6000 | 41,220 | 41,168 | 0,000 | 0,031 | 0,005 | 0,015 | 41,252 | 41,205 | 0,000 | 0,042 | 0,000 | 0,005 |
| 8000 | 74,251 | 74,189 | 0,000 | 0,046 | 0,000 | 0,016 | 74,902 | 74,823 | 0,000 | 0,063 | 0,000 | 0,016 |
| karypis\_review | 500 | 0,375 | 0,375 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,375 | 0,375 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 1,487 | 1,482 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 | 1,503 | 1,498 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 6,568 | 6,542 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,010 | 6,510 | 6,489 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 0,005 |
| 3000 | 14,570 | 14,545 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 0,010 | 14,571 | 14,544 | 0,000 | 0,021 | 0,000 | 0,005 |
| 4000 | 26,010 | 25,964 | 0,000 | 0,031 | 0,000 | 0,015 | 26,058 | 26,011 | 0,000 | 0,031 | 0,000 | 0,016 |
| covtype | 10000 | 4,233 | 3,889 | 0,000 | 0,344 | 0,000 | 0,000 | 2,147 | 1,955 | 0,000 | 0,187 | 0,000 | 0,005 |
| 50000 | 19,865 | 16,796 | 0,000 | 3,032 | 0,016 | 0,021 | 22,812 | 19,438 | 0,000 | 3,339 | 0,015 | 0,021 |
| 100000 | 62,702 | 55,739 | 0,000 | 6,885 | 0,031 | 0,047 | 50,820 | 44,398 | 0,000 | 6,323 | 0,047 | 0,052 |
| 300000 | 419,734 | 397,234 | 0,005 | 22,194 | 0,146 | 0,156 | 279,969 | 257,452 | 0,000 | 22,220 | 0,151 | 0,146 |
| 500000 | 1196,521 | 1157,760 | 0,005 | 38,225 | 0,281 | 0,250 | 697,057 | 658,212 | 0,000 | 38,314 | 0,281 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 4,103 | 3,833 | 0,000 | 0,270 | 0,000 | 0,000 | 3,192 | 2,984 | 0,000 | 0,197 | 0,005 | 0,005 |
| 30000 | 36,248 | 34,476 | 0,000 | 1,747 | 0,010 | 0,015 | 32,480 | 31,013 | 0,000 | 1,435 | 0,016 | 0,016 |
| 50000 | 91,239 | 87,532 | 0,000 | 3,666 | 0,021 | 0,020 | 82,982 | 79,456 | 0,000 | 3,489 | 0,016 | 0,021 |
| 70000 | 159,714 | 155,975 | 0,000 | 3,671 | 0,031 | 0,037 | 147,280 | 142,470 | 0,000 | 4,742 | 0,031 | 0,036 |
| 90000 | 253,990 | 248,628 | 0,000 | 5,268 | 0,047 | 0,047 | 226,575 | 222,165 | 0,000 | 4,321 | 0,042 | 0,047 |

Tab. 35. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Ref dla par punktów [max][rand] i [min][max] przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][rand]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [min][max]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
| karypis\_sport | 1000 | 1,077 | 1,061 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,000 | 1,070 | 1,060 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 4,228 | 4,207 | 0,000 | 0,011 | 0,005 | 0,005 | 4,094 | 4,079 | 0,000 | 0,010 | 0,001 | 0,004 |
| 4000 | 17,685 | 17,654 | 0,000 | 0,031 | 0,000 | 0,000 | 17,550 | 17,516 | 0,000 | 0,023 | 0,002 | 0,009 |
| 6000 | 41,283 | 41,252 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,016 | 40,867 | 40,814 | 0,000 | 0,038 | 0,002 | 0,013 |
| 8000 | 75,069 | 74,989 | 0,000 | 0,061 | 0,002 | 0,017 | 74,315 | 74,242 | 0,000 | 0,054 | 0,003 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,378 | 0,372 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,002 | 0,378 | 0,372 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,001 |
| 1000 | 1,505 | 1,494 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,003 | 1,502 | 1,492 | 0,000 | 0,007 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 6,511 | 6,487 | 0,000 | 0,017 | 0,001 | 0,006 | 6,422 | 6,400 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 0,006 |
| 3000 | 14,640 | 14,607 | 0,000 | 0,023 | 0,001 | 0,009 | 14,417 | 14,383 | 0,000 | 0,023 | 0,001 | 0,010 |
| 4000 | 26,247 | 26,197 | 0,000 | 0,036 | 0,001 | 0,013 | 26,215 | 26,169 | 0,000 | 0,033 | 0,001 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 2,039 | 1,890 | 0,000 | 0,142 | 0,003 | 0,005 | 2,276 | 2,135 | 0,000 | 0,133 | 0,003 | 0,005 |
| 50000 | 29,925 | 26,694 | 0,001 | 3,189 | 0,016 | 0,025 | 34,667 | 31,438 | 0,001 | 3,187 | 0,016 | 0,025 |
| 100000 | 53,147 | 47,324 | 0,001 | 5,734 | 0,038 | 0,050 | 73,390 | 68,125 | 0,001 | 5,179 | 0,036 | 0,050 |
| 300000 | 316,281 | 293,844 | 0,002 | 22,135 | 0,150 | 0,150 | 432,313 | 410,396 | 0,003 | 21,628 | 0,136 | 0,150 |
| 500000 | 735,369 | 696,890 | 0,004 | 37,939 | 0,286 | 0,250 | 1354,993 | 1316,530 | 0,005 | 37,950 | 0,259 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 2,870 | 2,699 | 0,000 | 0,163 | 0,003 | 0,005 | 5,262 | 5,134 | 0,000 | 0,119 | 0,004 | 0,005 |
| 30000 | 31,878 | 30,631 | 0,000 | 1,222 | 0,010 | 0,015 | 67,443 | 66,429 | 0,001 | 0,986 | 0,013 | 0,015 |
| 50000 | 85,132 | 81,870 | 0,001 | 3,217 | 0,019 | 0,026 | 210,852 | 208,038 | 0,001 | 2,765 | 0,024 | 0,025 |
| 70000 | 153,402 | 148,217 | 0,001 | 5,119 | 0,030 | 0,036 | 399,570 | 394,270 | 0,001 | 5,228 | 0,036 | 0,035 |
| 90000 | 219,948 | 215,319 | 0,001 | 4,541 | 0,042 | 0,046 | 664,947 | 659,309 | 0,001 | 5,541 | 0,050 | 0,045 |

Tab. 36. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Ref dla par punktów [max\_min][max] i [rand][max] przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max\_min][max]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [rand][max]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,079 | 1,068 | 0,000 | 0,009 | 0,000 | 0,002 | 1,075 | 1,063 | 0,000 | 0,010 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 4,190 | 4,175 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,004 | 4,173 | 4,158 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,004 |
| 4000 | 17,961 | 17,925 | 0,000 | 0,026 | 0,001 | 0,008 | 17,761 | 17,726 | 0,000 | 0,026 | 0,001 | 0,008 |
| 6000 | 41,298 | 41,238 | 0,000 | 0,045 | 0,002 | 0,013 | 41,392 | 41,337 | 0,000 | 0,040 | 0,002 | 0,013 |
| 8000 | 75,206 | 75,132 | 0,000 | 0,055 | 0,002 | 0,017 | 75,321 | 75,238 | 0,000 | 0,062 | 0,003 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,380 | 0,373 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,002 | 0,378 | 0,372 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,001 |
| 1000 | 1,504 | 1,493 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,003 | 1,503 | 1,492 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 6,494 | 6,469 | 0,000 | 0,017 | 0,001 | 0,007 | 6,485 | 6,460 | 0,000 | 0,018 | 0,000 | 0,006 |
| 3000 | 14,578 | 14,546 | 0,000 | 0,022 | 0,001 | 0,009 | 14,578 | 14,544 | 0,000 | 0,024 | 0,001 | 0,009 |
| 4000 | 26,157 | 26,110 | 0,000 | 0,034 | 0,001 | 0,013 | 26,169 | 26,123 | 0,000 | 0,032 | 0,001 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 1,297 | 1,183 | 0,000 | 0,106 | 0,003 | 0,005 | 1,336 | 1,237 | 0,000 | 0,091 | 0,003 | 0,005 |
| 50000 | 28,046 | 25,405 | 0,001 | 2,600 | 0,015 | 0,025 | 29,401 | 26,667 | 0,001 | 2,692 | 0,016 | 0,025 |
| 100000 | 52,639 | 47,016 | 0,001 | 5,536 | 0,035 | 0,050 | 64,901 | 59,692 | 0,001 | 5,122 | 0,036 | 0,050 |
| 300000 | 210,182 | 188,005 | 0,003 | 21,891 | 0,133 | 0,150 | 331,224 | 308,781 | 0,003 | 22,142 | 0,148 | 0,150 |
| 500000 | 459,830 | 421,472 | 0,005 | 37,843 | 0,260 | 0,250 | 576,918 | 538,730 | 0,007 | 37,649 | 0,283 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 2,725 | 2,603 | 0,000 | 0,114 | 0,003 | 0,005 | 2,544 | 2,446 | 0,000 | 0,090 | 0,003 | 0,005 |
| 30000 | 30,845 | 29,990 | 0,000 | 0,829 | 0,011 | 0,015 | 26,685 | 25,890 | 0,000 | 0,770 | 0,010 | 0,015 |
| 50000 | 88,627 | 85,711 | 0,001 | 2,871 | 0,019 | 0,025 | 90,060 | 87,428 | 0,001 | 2,587 | 0,019 | 0,025 |
| 70000 | 158,042 | 152,886 | 0,001 | 5,090 | 0,030 | 0,036 | 153,026 | 148,148 | 0,001 | 4,812 | 0,030 | 0,035 |
| 90000 | 240,591 | 234,696 | 0,001 | 5,807 | 0,041 | 0,046 | 240,332 | 233,848 | 0,001 | 6,393 | 0,044 | 0,046 |

Różnice w czasach wykonania algorytmu dla poszczególnych zestawów punktów referencyjnych są na tyle niewielkie, że nie pozwalają jednoznacznie wskazać, która z badanych par punktów referencyjnych najbardziej przyspiesza wykonanie algorytmu. Tym co wyniki pozwalają stwierdzić jest wniosek, że jako pierwszy punkt referencyjny najlepiej wybrać [max].

Biorąc pod uwagę wniosek z rozdziału 7.6.1.3., wskazujący że najgorszym punktem referencyjnym jest [min], w dalszej części pracy jako wyniki czasowe algorytmu   
*TI-k-Neighborhood-Index-Ref* będą prezentowane rezultaty osiągnięte dla punktów referencyjnych [max][max\_min].

Rys. 39. Porównanie wydajności algorytmu TI-k-Neighborhood-Index-Ref w zależności od wybranej pary punktów referencyjnych przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

### 7.6.5. Porównanie implementacji odmian algorytmu k-Neighborhood-Index – odległość kosinusowa

W tab. 37, tab. 38 i na rys. 40 zamieściłem rezultaty badań odmian algorytmu   
*k-Neighborhood-Index* z zastosowaniem odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Zamieszczone wyniki algorytmu *TI-k-Neighborhood-Index* zostały zebrane dla punktu referencyjnego [max], *k-Neighborhood-Index-Projection* dla [dmax], natomiast rezultaty *TI-k-Neighborhood-Ref* dla punktów referencyjnych [max][rand]. Algorytm *k-Neighborhood-Index-Brutal* jest brutalną implementacją wyszukiwania k-sąsiedztwa o złożoności kwadratowej.

Rys. 40. Porównanie wydajności odmian algorytmu k-Neighborhood- przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 37. Porównanie wydajności algorytmów k-Neighborhood-Index-Brutal i TI-k-Neighborhood-Index przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **k-Neighborhood-Index-Brutal** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index [max]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,607 | 1,607 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 1,034 | 1,027 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 5,673 | 5,673 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,010 | 3,519 | 3,510 | 0,000 | 0,005 | 0,001 | 0,004 |
| 4000 | 27,675 | 27,675 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,015 | 14,359 | 14,337 | 0,000 | 0,012 | 0,001 | 0,009 |
| 6000 | 62,077 | 62,077 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,010 | 34,451 | 34,418 | 0,000 | 0,018 | 0,001 | 0,013 |
| 8000 | 109,694 | 109,694 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,016 | 66,656 | 66,607 | 0,000 | 0,029 | 0,003 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,437 | 0,437 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,337 | 0,333 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,002 |
| 1000 | 1,784 | 1,784 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 1,293 | 1,286 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 8,211 | 8,211 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 0,010 | 5,894 | 5,878 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 0,007 |
| 3000 | 18,070 | 18,070 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,015 | 12,591 | 12,569 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,010 |
| 4000 | 34,185 | 34,185 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,016 | 21,877 | 21,847 | 0,000 | 0,016 | 0,001 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 437,508 | 437,508 | 0,000 | 0,281 | 0,000 | 0,005 | 2,913 | 2,553 | 0,000 | 0,322 | 0,003 | 0,005 |
| 50000 | 32193,500 | 32193,500 | 0,000 | 1,700 | 0,000 | 0,031 | 37,549 | 34,851 | 0,001 | 2,934 | 0,016 | 0,025 |
| 100000 | - | - | - | - | - | - | 141,164 | 134,889 | 0,001 | 6,105 | 0,038 | 0,050 |
| 300000 | - | - | - | - | - | - | 1128,400 | 1106,590 | 0,003 | 21,494 | 0,147 | 0,150 |
| 500000 | - | - | - | - | - | - | 3034,090 | 2997,940 | 0,003 | 35,633 | 0,275 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 315,781 | 315,781 | 0,000 | 0,305 | 0,000 | 0,005 | 2,868 | 2,414 | 0,000 | 0,447 | 0,003 | 0,005 |
| 30000 | 5512,320 | 5512,320 | 0,001 | 1,329 | 0,001 | 0,015 | 9,568 | 8,799 | 0,000 | 0,744 | 0,010 | 0,015 |
| 50000 | 26015,500 | 26015,500 | 0,000 | 3,229 | 0,000 | 0,016 | 20,456 | 18,402 | 0,001 | 2,009 | 0,019 | 0,025 |
| 70000 | - | - | - | - | - | - | 39,183 | 35,322 | 0,001 | 3,796 | 0,029 | 0,035 |
| 90000 | - | - | - | - | - | - | 63,047 | 58,520 | 0,001 | 4,440 | 0,039 | 0,046 |

Tab. 38. Porównanie wydajności TI-k-Neighborhood-Index-Projection i TI-k-Neighborhood-Index-Ref przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **TI-k-Neighborhood-Index-Projection [dmax]** | | | | | | **TI-k-Neighborhood-Index-Ref [max][max\_min]** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,047 | 1,044 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,002 | 1,077 | 1,061 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 4,038 | 4,032 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,004 | 4,280 | 4,274 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 4000 | 17,224 | 17,211 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,008 | 17,670 | 17,628 | 0,000 | 0,026 | 0,000 | 0,016 |
| 6000 | 39,275 | 39,254 | 0,000 | 0,008 | 0,000 | 0,013 | 41,252 | 41,205 | 0,000 | 0,042 | 0,000 | 0,005 |
| 8000 | 70,763 | 70,736 | 0,001 | 0,008 | 0,000 | 0,017 | 74,902 | 74,823 | 0,000 | 0,063 | 0,000 | 0,016 |
| karypis\_review | 500 | 0,371 | 0,369 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 | 0,375 | 0,375 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1000 | 1,482 | 1,478 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,003 | 1,503 | 1,498 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 2000 | 6,357 | 6,349 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,006 | 6,510 | 6,489 | 0,000 | 0,015 | 0,000 | 0,005 |
| 3000 | 14,186 | 14,173 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,010 | 14,571 | 14,544 | 0,000 | 0,021 | 0,000 | 0,005 |
| 4000 | 25,388 | 25,371 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,013 | 26,058 | 26,011 | 0,000 | 0,031 | 0,000 | 0,016 |
| covtype | 10000 | 4,032 | 3,698 | 0,000 | 0,326 | 0,003 | 0,005 | 2,147 | 1,955 | 0,000 | 0,187 | 0,000 | 0,005 |
| 50000 | 18,396 | 15,797 | 0,001 | 2,558 | 0,015 | 0,025 | 22,812 | 19,438 | 0,000 | 3,339 | 0,015 | 0,021 |
| 100000 | 57,044 | 50,757 | 0,002 | 6,201 | 0,034 | 0,050 | 50,820 | 44,398 | 0,000 | 6,323 | 0,047 | 0,052 |
| 300000 | 517,584 | 496,146 | 0,004 | 21,144 | 0,141 | 0,150 | 279,969 | 257,452 | 0,000 | 22,220 | 0,151 | 0,146 |
| 500000 | 1506,937 | 1470,180 | 0,004 | 36,233 | 0,270 | 0,250 | 697,057 | 658,212 | 0,000 | 38,314 | 0,281 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 4,819 | 4,571 | 0,000 | 0,239 | 0,003 | 0,005 | 3,192 | 2,984 | 0,000 | 0,197 | 0,005 | 0,005 |
| 30000 | 52,023 | 50,588 | 0,001 | 1,409 | 0,010 | 0,015 | 32,480 | 31,013 | 0,000 | 1,435 | 0,016 | 0,016 |
| 50000 | 133,558 | 130,449 | 0,001 | 3,064 | 0,019 | 0,025 | 82,982 | 79,456 | 0,000 | 3,489 | 0,016 | 0,021 |
| 70000 | 235,906 | 232,374 | 0,001 | 3,468 | 0,029 | 0,035 | 147,280 | 142,470 | 0,000 | 4,742 | 0,031 | 0,036 |
| 90000 | 375,325 | 370,919 | 0,001 | 4,320 | 0,040 | 0,045 | 226,575 | 222,165 | 0,000 | 4,321 | 0,042 | 0,047 |

Na rys. 41 przedstawiłem wykresy zaprezentowane na rys. 40 z pominięcie tych, które zostały uzyskane dla algorytmu *k-Neighborhood-Index* dla uwidocznienia różnic między pozostałymi eksperymentami. Rezultaty wykazują, że zastosowanie rzutowania na wymiar nie przyspiesza wyszukiwania k-sąsiedztwa bardziej niż wykorzystanie nierówności trójkąta.

Rys. 41. Porównanie wydajności algorytmów k-Neighborhood-Index-Projection, TI-k-Neighborhood-Index i TI-k-Neighborhood-Index-Ref przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

## 7.7. Badania algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree – odległość kosinusowa

W następującym rozdziale zaprezentowałem wyniki badań implementacji algorytmu   
*k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* wykorzystującej odległość kosinusową jako miarę podobieństwa. W swoich eksperymentach skupiłem się na metodach przeszukiwania indeksu metrycznego w celu wyznaczenia k-sąsiedztwa danego zapytania. Badałem również wpływ implementacji punktu na wydajność algorytmu.

### 7.7.1. Implementacja algorytmu

Analogicznie do eksperymentów wykonanych w rozdziale 7.3.1., w którym jako miarę podobieństwa wykorzystałem odległość Euklidesową, na przykładowych zbiorach danych zbadałem metodę mediany i metodę ograniczeń wyszukujące k-sąsiedztwo w oparciu o indeks metryczny. W eksperymentach posłużyłem się odległością kosinusową jako miarą podobieństwa. Przeszukiwanie indeksu metrycznego metodą mediany i metodą ograniczeń opisałem w rozdziale 7.3.1., a w rozdziale 5.3.1. zamieściłem ich pseudokod.

W tab. 39 umieściłem czasy uruchomień implementacji algorytmu *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* dla różnych metod przeszukiwania indeksu metrycznego oraz czasy trwania kroków składających się na algorytm. Na rys. 42 zmieściłem wykresy czasów uruchomień implementacji algorytmu *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* dla obu metod wyszukiwania   
k-sąsiedztwa w funkcji liczby punktów.

Z rezultatów badań wynika, że *metoda ograniczeń* pozwala na szybsze wyznaczenie   
k-sąsiedztwa niż *metoda mediany*. Największa różnica w czasach wykonania algorytmów występuje dla wyszukiwania k-sąsiedztwa spośród 90000 punktów zbioru cup98. Dla tego szczególnego przypadku implementacja korzystająca z *metody ograniczeń* wykonuje się blisko 20% szybciej niż implementacja stosująca *metodę mediany*. Uzyskane wyniki mają podobny charakter do tych otrzymanych w rozdziale 7.3.1. Warto jednak zwrócić uwagę, że różnice w czasie wyznaczania k-sąsiedztwa obu metodami są większe da rezultatów otrzymanych gdy miarą podobieństwa jest odległość Euklidesowa.

Z uwagi na otrzymane rezultaty, w dalszej części rozważań będę się odnosił do algorytmu *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* stosującego odległość kosinusową jako miarę podobieństwa jako do implementacji wykorzystującej metodę ograniczeń.

Rys. 42. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji metody wyszukiwania w indeksie metrycznym przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 39. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji metody wyszukiwania w indeksie metrycznym przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **VP-Tree-Index mediana** | | | | **VP-Tree-Index ograniczenia** | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **norm.** |
| karypis\_sport | 1000 | 1,626 | 1,086 | 0,538 | 0,002 | 1,145 | 1,059 | 0,083 | 0,002 |
| 2000 | 5,197 | 4,216 | 0,977 | 0,004 | 4,252 | 4,084 | 0,164 | 0,004 |
| 4000 | 20,588 | 18,772 | 1,807 | 0,009 | 18,095 | 17,719 | 0,367 | 0,009 |
| 6000 | 44,894 | 42,438 | 2,443 | 0,013 | 41,553 | 40,977 | 0,563 | 0,013 |
| 8000 | 79,216 | 76,535 | 2,663 | 0,018 | 75,349 | 74,594 | 0,737 | 0,018 |
| karypis\_review | 500 | 0,789 | 0,379 | 0,409 | 0,002 | 0,599 | 0,375 | 0,223 | 0,001 |
| 1000 | 2,330 | 1,520 | 0,807 | 0,003 | 1,930 | 1,509 | 0,418 | 0,003 |
| 2000 | 8,247 | 6,672 | 1,568 | 0,006 | 7,335 | 6,598 | 0,731 | 0,007 |
| 3000 | 17,121 | 14,982 | 2,130 | 0,009 | 15,511 | 14,728 | 0,774 | 0,009 |
| 4000 | 29,455 | 26,796 | 2,646 | 0,013 | 26,991 | 26,361 | 0,616 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 2,981 | 1,815 | 1,160 | 0,006 | 2,135 | 1,682 | 0,447 | 0,006 |
| 50000 | 25,051 | 18,805 | 6,213 | 0,033 | 16,985 | 14,367 | 2,585 | 0,033 |
| 100000 | 67,692 | 50,994 | 16,631 | 0,067 | 53,101 | 33,074 | 19,969 | 0,059 |
| 300000 | 395,891 | 336,354 | 59,345 | 0,192 | 345,252 | 248,231 | 96,841 | 0,181 |
| 500000 | 1008,160 | 879,765 | 128,072 | 0,323 | 989,915 | 812,569 | 177,028 | 0,318 |
| cup98 | 10000 | 4,720 | 2,813 | 1,900 | 0,007 | 2,637 | 2,214 | 0,417 | 0,006 |
| 30000 | 29,552 | 25,197 | 4,335 | 0,020 | 25,135 | 22,861 | 2,255 | 0,019 |
| 50000 | 81,973 | 72,735 | 9,205 | 0,034 | 62,006 | 56,783 | 5,191 | 0,032 |
| 70000 | 143,418 | 131,709 | 11,661 | 0,048 | 124,572 | 117,935 | 6,592 | 0,045 |
| 90000 | 235,859 | 221,433 | 14,365 | 0,061 | 193,587 | 186,308 | 7,220 | 0,058 |

### 7.7.2. Implementacja struktury punktu

Analogicznie do badań przeprowadzonych w rozdziale 7.3.2. przetestowałem wydajność  
*k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* w zależności od implementacji punktu, gdy miarą podobieństwa jest odległość kosinusowa. W tab. 40 oraz na rys. 43 zamieszczono wyniki uruchomień algorytmu *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* z użyciem zarówno gęstej jak i rzadkiej implementacji punktu.

Tab. 40. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **VP-Tree-Index gęsta reprezentacja punktu** | | | | **VP-Tree-Index rzadka reprezentacja punktu** | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 118,578 | 112,775 | 5,779 | 1,139 | 1,626 | 1,086 | 0,538 | 0,002 |
| 2000 | - | - | - | - | 5,197 | 4,216 | 0,977 | 0,004 |
| 4000 | - | - | - | - | 20,588 | 18,772 | 1,807 | 0,009 |
| 6000 | - | - | - | - | 44,894 | 42,438 | 2,443 | 0,013 |
| 8000 | - | - | - | - | 79,216 | 76,535 | 2,663 | 0,018 |
| karypis\_review | 500 | 31,088 | 28,282 | 2,821 | 0,570 | 0,789 | 0,379 | 0,409 | 0,002 |
| 1000 | 118,821 | 113,089 | 5,797 | 1,136 | 2,330 | 1,520 | 0,807 | 0,003 |
| 2000 | - | - | - | - | 8,247 | 6,672 | 1,568 | 0,006 |
| 3000 | - | - | - | - | 17,121 | 14,982 | 2,130 | 0,009 |
| 4000 | - | - | - | - | 29,455 | 26,796 | 2,646 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 2,135 | 1,682 | 0,447 | 0,006 | 2,576 | 1,883 | 0,689 | 0,003 |
| 50000 | 16,985 | 14,367 | 2,585 | 0,033 | 19,315 | 15,803 | 3,536 | 0,014 |
| 100000 | 53,101 | 33,074 | 19,969 | 0,059 | 51,776 | 45,576 | 6,173 | 0,030 |
| 300000 | 345,252 | 248,231 | 96,841 | 0,181 | 329,558 | 293,785 | 36,307 | 0,088 |
| 500000 | 989,915 | 812,569 | 177,028 | 0,318 | 820,811 | 738,432 | 87,895 | 0,147 |
| cup98 | 10000 | 2,637 | 2,214 | 0,417 | 0,006 | 10,505 | 9,529 | 1,058 | 0,009 |
| 30000 | 25,135 | 22,861 | 2,255 | 0,019 | 76,141 | 71,666 | 4,129 | 0,027 |
| 50000 | 62,006 | 56,783 | 5,191 | 0,032 | 160,719 | 154,914 | 5,780 | 0,047 |
| 70000 | 124,572 | 117,935 | 6,592 | 0,045 | 328,221 | 322,200 | 6,286 | 0,066 |
| 90000 | 193,587 | 186,308 | 7,220 | 0,058 | 525,102 | 517,221 | 7,548 | 0,086 |

Rys. 43. Porównanie wydajności algorytmu k-Neighborhood-Index-Vp-Tree w zależności od implementacji punktu przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Wnioski płynące z wykonanych badań są takie same jak uzyskane w rozdziale [7.3.2.](#_4.6.1.2._Implementacja_struktury) Stąd w dalszej części pracy badania algorytmów, *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* stosujących odległość kosinusową jako miarę podobieństwa i działających na danych tekstowych będą wykonywane z użyciem implementacji punktu rzadkiego a dla uruchamianych na danych gęstych o niewielkim wymiarze będą prezentowane wyniki uzyskane przy zastosowaniu implementacji punktu gęstego.

## 7.8. Porównanie algorytmóe TI-k-Neighborhood-Index z k-Neighborhood-Index-Vp-Tree – odległość kosinusowa

Na przykładowych zbiorach danych zbadałem algorytmy *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* oraz *TI-k-Neighborhood-Index* z zastosowaniem odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. W tab. 41 i na rys. 44 zamieściłem czasy poszukiwań k-sąsiedztwa przez oba algorytmy.

Rys. 44. Porównanie wydajności algorytmów k-Neighborhood-Index-Vp-Tree i TI-k-Neighborhood-Index przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Wykresy zawierają czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach danych dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

Tab. 41. Porównanie wydajności algorytmów k-Neighborhood-Index-Vp-Tree i TI-k-Neighborhood-Index przy zastosowaniu odległości kosinusowej jako miary podobieństwa. Tabela zawiera czasy wykonania poszukiwań k=5 sąsiadów w przykładowych zbiorach dla 50% losowo wybranych punktów zbioru danych

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **zbioór** | **l.p.** | **VP-Tree-Index** | | | | **TI-k-Neighborhood-Index** | | | | | |
| **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **norm.** | **wyk. alg.** | **wysz.** | **bud. ind.** | **obl. odl.** | **sort.** | **norm.** |
|
| karypis\_sport | 1000 | 1,145 | 1,059 | 0,083 | 0,002 | 1,034 | 1,027 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,002 |
| 2000 | 4,252 | 4,084 | 0,164 | 0,004 | 3,519 | 3,510 | 0,000 | 0,005 | 0,001 | 0,004 |
| 4000 | 18,095 | 17,719 | 0,367 | 0,009 | 14,359 | 14,337 | 0,000 | 0,012 | 0,001 | 0,009 |
| 6000 | 41,553 | 40,977 | 0,563 | 0,013 | 34,451 | 34,418 | 0,000 | 0,018 | 0,001 | 0,013 |
| 8000 | 75,349 | 74,594 | 0,737 | 0,018 | 66,656 | 66,607 | 0,000 | 0,029 | 0,003 | 0,017 |
| karypis\_review | 500 | 0,599 | 0,375 | 0,223 | 0,001 | 0,337 | 0,333 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,002 |
| 1000 | 1,930 | 1,509 | 0,418 | 0,003 | 1,293 | 1,286 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,003 |
| 2000 | 7,335 | 6,598 | 0,731 | 0,007 | 5,894 | 5,878 | 0,000 | 0,008 | 0,001 | 0,007 |
| 3000 | 15,511 | 14,728 | 0,774 | 0,009 | 12,591 | 12,569 | 0,000 | 0,011 | 0,001 | 0,010 |
| 4000 | 26,991 | 26,361 | 0,616 | 0,013 | 21,877 | 21,847 | 0,000 | 0,016 | 0,001 | 0,013 |
| covtype | 10000 | 2,135 | 1,682 | 0,447 | 0,006 | 2,913 | 2,553 | 0,000 | 0,322 | 0,003 | 0,005 |
| 50000 | 16,985 | 14,367 | 2,585 | 0,033 | 37,549 | 34,851 | 0,001 | 2,934 | 0,016 | 0,025 |
| 100000 | 53,101 | 33,074 | 19,969 | 0,059 | 141,164 | 134,889 | 0,001 | 6,105 | 0,038 | 0,050 |
| 300000 | 345,252 | 248,231 | 96,841 | 0,181 | 1128,400 | 1106,590 | 0,003 | 21,494 | 0,147 | 0,150 |
| 500000 | 989,915 | 812,569 | 177,028 | 0,318 | 3034,090 | 2997,940 | 0,003 | 35,633 | 0,275 | 0,250 |
| cup98 | 10000 | 2,637 | 2,214 | 0,417 | 0,006 | 2,868 | 2,414 | 0,000 | 0,447 | 0,003 | 0,005 |
| 30000 | 25,135 | 22,861 | 2,255 | 0,019 | 9,568 | 8,799 | 0,000 | 0,744 | 0,010 | 0,015 |
| 50000 | 62,006 | 56,783 | 5,191 | 0,032 | 20,456 | 18,402 | 0,001 | 2,009 | 0,019 | 0,025 |
| 70000 | 124,572 | 117,935 | 6,592 | 0,045 | 39,183 | 35,322 | 0,001 | 3,796 | 0,029 | 0,035 |
| 90000 | 193,587 | 186,308 | 7,220 | 0,058 | 63,047 | 58,520 | 0,001 | 4,440 | 0,039 | 0,046 |

Z rezultatów przeprowadzonych badań wynika, że algorytm *TI-k-Neighborhood-Index* wyszukuje - sąsiedztwo szybciej niż *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree*. Wyjątek stanowi zbiór covtype, w którego przypadku *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* wykonuje się szybciej. Z przebiegów wykresów na rys. 44 dla zbiorów różnych od covtype można wnioskować, że algorytm *TI-k-Neighborhood-Index* będzie wykonywał się tym szybciej niż *k-Neighborhood-Index-Vp-Tree* im większy będzie zbiór, w którym wyszukiwanych jest k-sąsiadów.

# 8. Podsumowanie

W ramach pracy zrealizowałem oprogramowanie implementujące wszystkie przedstawione algorytmy, w tym algorytmy korzystające z nierówności trójkąta jako metody szacowania odległości, w tym stosujące indeks metryczny w celu oceny odległości. W swoich eksperymentach badałem wydajność algorytmów gęstościowego grupowania w zależności od implementacji algorytmu, zastosowanej miary podobieństwa, przyjętej metody szacowania odległości, a także doboru parametrów charakterystycznych dla danego algorytmu.

W niniejszej pracy eksperymentalnie wykazałem, że wykorzystanie nierówności trójkąta w celu szacowania odległości w procesie gęstościowego grupowania danych, pozwala istotnie ograniczyć liczbę obliczanych rzeczywistych odległości między punktami. Mimo że zastosowanie tej metody obarczone jest kosztem sortowania zbioru punktów (lub indeksu) względem odległości do punktu referencyjnego, wpływa ona na skrócenie czasu pełnego procesu grupowania. Wyniki eksperymentów potwierdzają, że wykorzystanie tej metody pozwala zmniejszyć czas wykonania algorytmu nawet o rzędy wielkości. Warto zwrócić uwagę na to, że różnica wydajności algorytmów stosujących nierówność trójkąta i nie stosujących jej jest tym większa im liczniejszy jest zbiór, na którym wykonywane jest grupowanie. Kolejną istotną własnością tej metody jest jej niezależność od liczby wymiarów przetwarzanych punktów. Duża liczba wymiarów spowalnia jedynie wyznaczanie rzeczywistych odległości do punktów, które nie zostały wyeliminowane ze zbioru potencjalnych sąsiadów przez proces szacowania odległości.

Otrzymane rezultaty świadczą o tym, że zastosowanie nierówności trójkąta w celu szacowania odległości zwiększa wydajność zarówno wyszukiwania epsilonowego sąsiedztwa, jak i wyszukiwania k sąsiedztwa. W przypadku k sąsiedztwa wartość epsilona nie jest znana przed rozpoczęciem wykonania algorytmu, co sprawia, że nierówność trójkąta nie może być zastosowana w całym procesie wyznaczania sąsiedztwa jak w TI-DBSCAN, a jedynie w procesie weryfikacji potencjalnych k sąsiadów. Stąd, osiągany wzrost wydajności jest mniejszy. Jednakże wciąż stosunkowo wysoki. Jak wykazały rezultaty eksperymentów, wykorzystanie nierówności trójkąta w procesie wyznaczania k-sąsiedztwa jest wydajniejsze niż użycie wolnego od przekleństwa wymiaru indeksu metrycznego. Warto jednak wskazać wadę badanych implementacji stosujących nierówność trójkąta w celu szacowania odległości, od której wolny jest indeks metryczny, czyli przechowywanie całego zbioru danych w pamięci. Konsekwencją tej własności jest ograniczenie liczby punktów, które mogą zostać poddane grupowaniu przez wielkość pamięci, którą dysponuje maszyna wykonująca przetwarzanie. W szczególności indeks metryczny będzie wydajniejszy niż nierówność trójkąta gdy zbiór danych nie zmieści się w pamięci. W dalszych badaniach warto rozpatrzeć i poddać analizie sposoby dostępu do zbioru danych niezależne od wielkości dostępnej pamięci na zbiorach danych tak licznych by uwzględnić czasy dostępu do pamięci masowej.

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów wskazują, że punktami referencyjnymi najbardziej poprawiającymi wydajność są brzegowe punkty zbioru danych – w szczególności punkt minimalny. Wyjątek stanowi sytuacja, w której odległość kosinusowa stosowana jest jako miara podobieństwa. Dla takiego przypadku punkt minimalny jest najgorszym z możliwych punktów referencyjnych. W swojej pracy zbadałem również użycie dwóch punktów referencyjnych. Otrzymane rezultaty pokazały, że zastosowanie dodatkowego punktu referencyjnego nieznacznie poprawia wydajność algorytmu. Warto zwrócić uwagę, że dalsze zwiększanie liczby punktów referencyjnych może negatywnie wpływać na wydajność. W swoich badaniach testowałem także zastosowanie rzutowania na wymiar jako metody szacowania odległości. Podejście to okazało się być równie wydajne co zastosowanie nierówności trójkąta. Jednakże, wadą metody z rzutowaniem jest silna zależność jej wydajności od liczności wymiaru, na który wykonywana jest projekcja.

Istotnym celem przeprowadzonych eksperymentów była analiza wydajności badanych algorytmów w kontekście zbioru danych, na którym działają. W tym celu wybrałem cztery zbiory danych testowych o odmiennych charakterystykach stosowane w badaniach algorytmów eksploracji danych: cup98, covtype, karypis\_sport i karypis\_review. Pierwsze dwa zbiory są gęste i posiadają mniej niż 60 atrybutów. Resztę zbiorów stanowią zbiory danych tekstowych, których cechami charakterystycznymi jest rzadkość oraz bardzo duża liczba atrybutów.

Dane testowe pozwoliły pokazać, że wydajność stosowanych strategii zależy od charakterystyki zbioru danych. Wyniki eksperymentów z użyciem rzadkich danych wielowymiarowych wykazały, że gdy badania przeprowadzane są na danych tekstowych to najlepiej stosować implementację punktu rzadkiego, a działając z danymi gęstymi o niewielkiej liczbie atrybutów najlepiej posłużyć się gęstą implementacja punktu. Rezultaty przeprowadzonych badań wykazały, że stosowanie nierówności trójkąta przynosi mniejsze zyski wydajności gdy grupowane są dane tekstowe niż gdy przetwarzane są gęste dane o niewielkiej liczbie argumentów. W testach wyboru punktu referencyjnego, punktów referencyjnych oraz wymiaru rzutowania różnice między otrzymanymi rezultatami eksperymentów przeprowadzonych na danych tekstowych są tak niewielkie, że na ich podstawie nie można wskazać wartości parametru, dla której algorytm działa najwydajniej. Stąd wniosek, że eksperymenty te warto powtórzyć dla danych tekstowych o większej liczności, rzędu 105 lub 106.

Kolejnym celem pracy było zbadanie wpływu zastosowania odległości kosinusowej jako miary odległości na wydajność testowanych algorytmów. Należy przypomnieć, że metoda ta dokonuje normalizacji zbioru tym samym zmieniając jego charakter. Przykładowym efektem takiej zmiany jest drastyczny spadek wydajności grupowania przy użyciu punktu minimalnego jako punktu referencyjnego gdy miara odległości zmieniana jest z Euklidesowej na kosinusową. Porównanie uzyskanych wyników eksperymentów testowanych algorytmów dla obu wykorzystanych miar odległości nie wskazuje aby zastosowanie odległości kosinusowej zwiększało wydajność algorytmu.

W trakcie wykonywania eksperymentów napotkałem problem losowych zakłóceń wyników czasowych. Przeciwność tą próbowałem zwalczać podnosząc priorytet procesu wykonującego algorytm oraz powtarzając dany przypadek testowy wiele razy a następnie kierować się średnią z uzyskanych rezultatów. Niestety żadne z wymienionych rozwiązań nie wyeliminowały problemu a jedynie umniejszyły jego wpływ na otrzymywane rezultaty. Dlatego, w dalszych badaniach proponuję rozważyć inne kryteria porównania wydajności algorytmów niż czas wykonania, np.: liczbę wykonanych obliczeń rzeczywistych odległości.

Podsumowując, otrzymane w pracy dyplomowej rezultaty badań posłużenia się nierównością trójkąta w celu usprawnienia algorytmów gęstościowego grupowania danych świadczą o istotnym zwiększeniu wydajności, w szczególności metoda ta pozostaje sprawna gdy algorytm operuje na danych tekstowych, które wciąż stanowią wyzwanie dla większości algorytmów gęstościowego grupowania danych.

# Bibliografia

x

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | Ester M., Kriegel H.P., Sander J., and Xu X., "A Density-Based Algorithm of Discovering Clusters in LargeSpatial Database with Noise," , Portland, 1966. |
| [2] | Elkan C., "Using the triangle inequality to accelerate k-Means," 2003. |
| [3] | Kryszkiewicz M. and Lasek P., "TI-DBSCAN: Clustering with DBSCAN by Means of the Triangle Inequality," 2010. |
| [4] | Kryszkiewicz M. and Lasek P., "A Neighborhood Based Clustering by Means of the Triangle Inequality and Reference Points," 2011. |
| [5] | Kryszkiewicz M., "Determining Cosine Similarity Neighborhoods by Means of the Euclidean Distance," 2012. |
| [6] | Yanilos P., "Data Struvtures and Algorithms of Nearest Neighbor Search in General Metric Spaces,". |
| [7] | Bozkaya T. and Ozsoyoglu M., "Distance based indexing for high-dimensional metric spaces,". |
| [8] | Kryszkiewicz M. and Skonieczny Ł., "Faster Clustering with DBSCAN," Gdańsk, Materiały z IIPWM'05, p. 605-614 2005. |
| [9] | US Forest Service. (2012, Marzec) The Forest CoverType dataset. [Online]. <http://ftp.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/covtype/covtype.info> |
| [10] | The Second International Knowledge Discovery and Data Mining Tools Competition. (2012, Marzec) KDD Cup 1998 Data. [Online]. <http://kdd.ics.uci.edu/databases/kddcup98/kddcup98.html> |
| [11] | Karypis G. (2012, Marzec) The various datasets used in evaluating the performance of CLUTO's clustering algorithms. [Online]. <http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/cluto/cluto/download> |

x

1. kosinusowe sąsiedztwo jest sąsiedztwem opartym na podobieństwie kosinusowym [↑](#footnote-ref-2)
2. α-znormalizowany wektor to znormalizowany wektor przemnożony przez stałą α [↑](#footnote-ref-3)
3. Dendrogram to diagram stosowany do prezentacji związków między elementami lub grupami elementów w kształcie przypominający drzewo. [↑](#footnote-ref-4)
4. Epsilonowe sąsiedztwo jest epsilonowym otoczeniem danego punktu bez niego samego. [↑](#footnote-ref-5)
5. BSP – (ang. Binary Search Partitioning) metoda dokonująca rekurencyjnego podziału przestrzeni na podprzestrzenie za pomocą hiperpłaszczyzn. Podział ten tworzy reprezentację obiektów w przestrzeni zwaną drzewem BSP. Wyszukiwanie w drzewie BSP jest wyszukiwaniem binarnym. [↑](#footnote-ref-6)
6. Ograniczone przestrzenie metryczne mogą zostać w prosty sposób przeskalowane. Nieograniczone przestrzenie metryczne mogą zostać dostosowane dzięki zastosowaniu wzoru: [↑](#footnote-ref-7)