MIDE-C-P3a

DATOS: $f(x) = e^{-2x}$

$$f(x) = e^{-2x}$$

PROBLEMA:

Obtener la serie de potencias de f(x).

 $\begin{array}{l} {\rm SOLUCI\acute{O}N:} \\ {\rm Usando~el~desarrollo~de~serie~de~potencias~para~la~funci\acute{on}~e^y:} \\ e^y = 1 + \frac{y}{1!} + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \ldots + \frac{y^n}{n!} + \ldots \end{array}$

$$e^{y} = 1 + \frac{y}{1!} + \frac{y^{2}}{2!} + \frac{y^{3}}{3!} + \dots + \frac{y^{n}}{n!} + \dots$$

Entonces, al tomar a
$$y = -2x$$
 sucede que
$$f(x) = e^{-2x} = 1 + \frac{(-2x)}{1!} + \frac{(-2x)^2}{2!} + \frac{(-2x)^3}{3!} + \frac{(-2x)^4}{4!} + \dots$$

Por lo tanto
$$f(x) = 1 + \frac{-2}{1}x + \frac{4}{2}x^2 + \frac{-8}{6}x^3 + \frac{16}{24}x^4 + \dots$$

Quedando finalmente que
$$\boxed{f(x) = 1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^4 + \dots}$$

Notese que una aproximación podría ser: $f(x)\approx 1-2x+x^2-\frac{8}{6}x^3$

$$f(x) \approx 1 - 2x + x^2 - \frac{8}{6}x^3$$