Likninger og ulikheter av tredje grad

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Tredjegradslikninger

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.
- Men den har flere steg og er vanskelig å huske.
- Om vi bruker formelen på

$$x^3 - x - 6$$

får vi

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{242}{27}}}.$$

- Dette viser seg å være $x = 2$.
- Så formelen gir heller ikke veldig nyttige svar.
- Vi skal derfor ikke bruke tid på å lære denne formelen.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har konstantledd kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

- Vi skal løse $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.
- Vi faktoriserer ut x og får $x(x^2 - 2x - 3) = 0$.
- Det betyr at $x = 0$ eller at $x^2 - 2x - 3 = 0$.
- Vi løser andregradspolynomet og får $x = -1$ og $x = 3$.
- Løsningen er derfor at $x = -1$, $x = 0$, eller $x = 3$.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan ett av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 13x^2 + 16x - 4 = 0$.
- Vi har fått oppgitt at $x = 2$ er en løsning.
- Vi regner ut $(3x^3 - 13x^2 + 16x - 4) : (x - 2) = 3x^2 - 7x + 2$.
- Vi løser $3x^2 - 7x + 2 = 0$ og får $x = 2$ og $x = \frac{1}{3}$.
- Løsningen er da $x = 2$ eller $x = \frac{1}{3}$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan gjette oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne dele konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.
- Vi gjetter på løsninger som deler 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.
- Vi ser at $x = -2$ er et nullpunkt, og polynomdividerer med $x + 2$.
- Vi får $(3x^3 - 4x^2 - 17x + 6) : (x + 2) = 3x^2 - 10x + 3$.
- Vi løser $3x^2 - 10x + 3 = 0$ og får $x = 3$ og $x = \frac{1}{3}$.
- Løsningen er derfor at $x = -2$, $x = \frac{1}{3}$ eller $x = 3$.

Tredjegradsulikheter

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

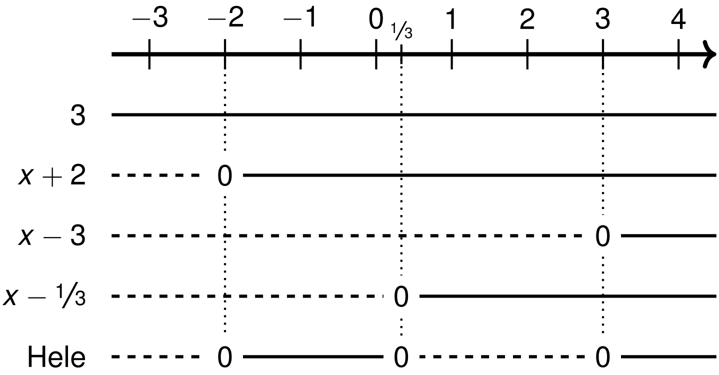
1. Vi flytter over så den ene siden blir 0.
2. Vi faktoriserer tredjegradspolynomet.
3. Vi tegner opp en fortegnslinje.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6$.
- Vi flytter over alt til venstresiden og får $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 \leq 0$.
- Dette polynomet kjenner vi igjen fra side 4. Det hadde faktoriseringen $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 3(x+2)(x-3)(x - {}^1\!/_3)$.
- Vi tegner en fortegnslinje.

Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x+2)(x-3)(x-1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:

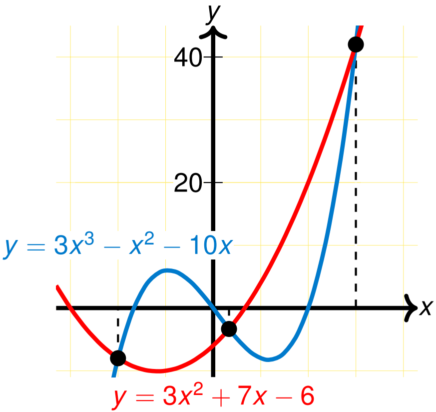


- Vi ser at svaret blir $x \leq -2$ eller $1/3 \leq x \leq 3$.

Tredjegradsulikheter, grafisk

Oppgave

Løs $3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6$.



- Vi kan også løse tredjegradsulikheter ved å tegne grafene.
- Vi vil at grafen til tredjegradsfunksjonen skal være lavere eller lik enn grafen til andregradsfunksjonen.
- Det skjer når $x \leq -2$ eller $1/3 \leq x \leq 3$.

OSLOMET

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET