

Likninger og ulikheter av tredje grad

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET



Likninger og ulikheter av tredje grad

1 Doble andregradsulikheter

2 Likninger og ulikheter av tredje grad

- Tredjegradslikninger

- Tredjegradsulikheter

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.
- Men den har flere steg og er vanskelig å huske.

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.
- Men den har flere steg og er vanskelig å huske.
- Om vi bruker formelen på

$$x^3 - x - 6$$

får vi

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{242}{27}}}.$$

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.
- Men den har flere steg og er vanskelig å huske.
- Om vi bruker formelen på

$$x^3 - x - 6$$

får vi

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{242}{27}}}.$$

- Dette viser seg å være $x = 2$.

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.
- Men den har flere steg og er vanskelig å huske.
- Om vi bruker formelen på

$$x^3 - x - 6$$

får vi

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{242}{27}}}.$$

- Dette viser seg å være $x = 2$.
- Så formelen gir heller ikke veldig nyttige svar.

Løse tredjegradslikninger

- Det finnes en formel for å løse tredjegradslikninger.
- Men den har flere steg og er vanskelig å huske.
- Om vi bruker formelen på

$$x^3 - x - 6$$

får vi

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{242}{27}}}.$$

- Dette viser seg å være $x = 2$.
- Så formelen gir heller ikke veldig nyttige svar.
- Vi skal derfor ikke bruke tid på å lære denne formelen.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har konstantledd kan vi faktorisere x ut.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

- Vi skal løse $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

- Vi skal løse $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.
- Vi faktorerer ut x og får $x(x^2 - 2x - 3) = 0$.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

- Vi skal løse $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.
- Vi faktorerer ut x og får $x(x^2 - 2x - 3) = 0$.
- Det betyr at $x = 0$ eller at $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

- Vi skal løse $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.
- Vi faktorerer ut x og får $x(x^2 - 2x - 3) = 0$.
- Det betyr at $x = 0$ eller at $x^2 - 2x - 3 = 0$.
- Vi løser andregradspolynomet og får $x = -1$ og $x = 3$.

Tredjegradspolynom uten konstantledd

- Dersom et tredjegradspolynom ikke har **konstantledd** kan vi faktorisere x ut.
- Da sitter vi igjen med et andregradspolynom inni parentesen.

Eksempel

- Vi skal løse $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.
- Vi faktorerer ut x og får $x(x^2 - 2x - 3) = 0$.
- Det betyr at $x = 0$ eller at $x^2 - 2x - 3 = 0$.
- Vi løser andregradspolynomet og får $x = -1$ og $x = 3$.
- Løsningen er derfor at $x = -1$, $x = 0$, eller $x = 3$.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 13x^2 + 16x - 4 = 0$.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 13x^2 + 16x - 4 = 0$.
- Vi har fått oppgitt at $x = 2$ er en løsning.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 13x^2 + 16x - 4 = 0$.
- Vi har fått oppgitt at $x = 2$ er en løsning.
- Vi regner ut $(3x^3 - 13x^2 + 16x - 4) : (x - 2) = 3x^2 - 7x + 2$.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 13x^2 + 16x - 4 = 0$.
- Vi har fått oppgitt at $x = 2$ er en løsning.
- Vi regner ut $(3x^3 - 13x^2 + 16x - 4) : (x - 2) = 3x^2 - 7x + 2$.
- Vi løser $3x^2 - 7x + 2 = 0$ og får $x = 2$ og $x = \frac{1}{3}$.

Tredjegradspolynom med kjent nullpunkt

- Dersom vi kan **ett** av nullpunktene til et tredjegradspolynom, kan vi finne resten.
- Om $P(x)$ har x_1 som nullpunkt, vil divisjonen $P(x) : (x - x_1)$ gå opp.
- Vi har $P(x) = (x - x_1)Q(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradspolynom.
- Vi kan løse dette andregradspolynomet for å finne resten av nullpunktene.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 13x^2 + 16x - 4 = 0$.
- Vi har fått oppgitt at $x = 2$ er en løsning.
- Vi regner ut $(3x^3 - 13x^2 + 16x - 4) : (x - 2) = 3x^2 - 7x + 2$.
- Vi løser $3x^2 - 7x + 2 = 0$ og får $x = 2$ og $x = \frac{1}{3}$.
- Løsningen er da $x = 2$ eller $x = \frac{1}{3}$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.
- Vi gjetter på løsninger som deler 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.
- Vi gjetter på løsninger som deler 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.
- Vi ser at $x = -2$ er et nullpunkt, og polynomdividerer med $x + 2$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.
- Vi gjetter på løsninger som deler 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.
- Vi ser at $x = -2$ er et nullpunkt, og polynomdividerer med $x + 2$.
- Vi får $(3x^3 - 4x^2 - 17x + 6) : (x + 2) = 3x^2 - 10x + 3$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.
- Vi gjetter på løsninger som deler 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.
- Vi ser at $x = -2$ er et nullpunkt, og polynomdividerer med $x + 2$.
- Vi får $(3x^3 - 4x^2 - 17x + 6) : (x + 2) = 3x^2 - 10x + 3$.
- Vi løser $3x^2 - 10x + 3 = 0$ og får $x = 3$ og $x = \frac{1}{3}$.

Å gjette på nullpunkt

- Vi må vite om ett nullpunkt for å kunne polynomdividere.
- Vi kan **gjette** oss frem til det første nullpunktet.
- Hvis det finnes en heltallsløsning, må denne **dele** konstantleddet.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$.
- Vi gjetter på løsninger som deler 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.
- Vi ser at $x = -2$ er et nullpunkt, og polynomdividerer med $x + 2$.
- Vi får $(3x^3 - 4x^2 - 17x + 6) : (x + 2) = 3x^2 - 10x + 3$.
- Vi løser $3x^2 - 10x + 3 = 0$ og får $x = 3$ og $x = \frac{1}{3}$.
- Løsningen er derfor at $x = -2, x = \frac{1}{3}$ eller $x = 3$.

Likninger og ulikheter av tredje grad

1 Doble andregradsulikheter

2 Likninger og ulikheter av tredje grad

- Tredjegradslikninger
- Tredjegradsulikheter

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktoreriserer tredjegradspolynomet.

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktoreriserer tredjegradspolynomet.
- 3 Vi tegner opp en fortegnslinje.

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktoreriserer tredjegradspolynomet.
- 3 Vi tegner opp en fortegnslinje.

Eksempel

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktorerer tredjegradspolynomet.
- 3 Vi tegner opp en fortegnslinje.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6$.

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktorerer tredjegradspolynomet.
- 3 Vi tegner opp en fortegnslinje.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6$.
- Vi flytter over alt til venstresiden og får $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 \leq 0$.

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktorerer tredjegradspolynomet.
- 3 Vi tegner opp en fortegnslinje.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6$.
- Vi flytter over alt til venstresiden og får $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 \leq 0$.
- Dette polynomet kjenner vi igjen fra side 4. Det hadde faktoriseringen $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3)$.

Løse tredjegradsulikheter

Vi løser tredjegradsulikheter på samme måte som andregradsulikheter.

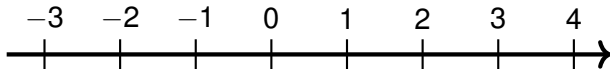
- 1 Vi flytter over så den ene siden blir 0.
- 2 Vi faktorerer tredjegradspolynomet.
- 3 Vi tegner opp en fortegnslinje.

Eksempel

- Vi skal løse $3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6$.
- Vi flytter over alt til venstresiden og får $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 \leq 0$.
- Dette polynomet kjenner vi igjen fra side 4. Det hadde faktoriseringen $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3)$.
- Vi tegner en fortegnslinje.

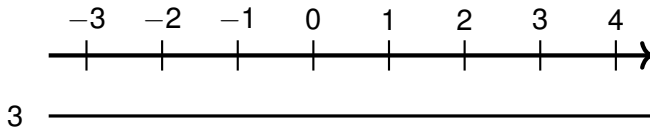
Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:



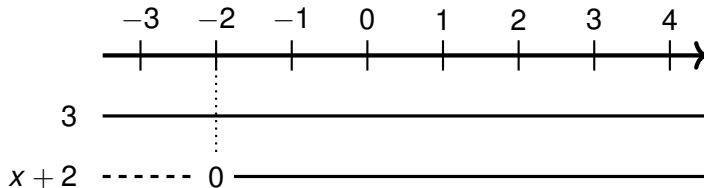
Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:



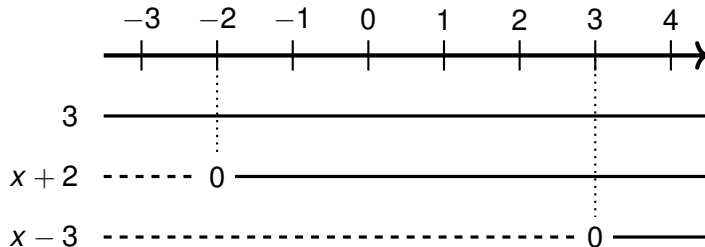
Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:



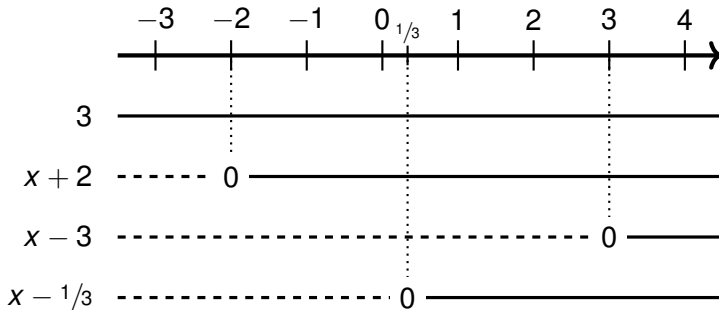
Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:



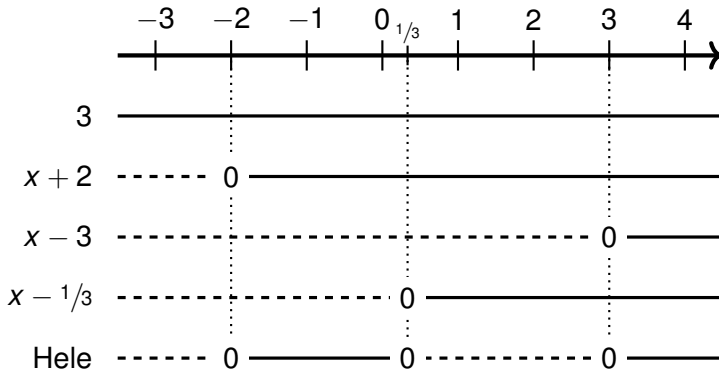
Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:



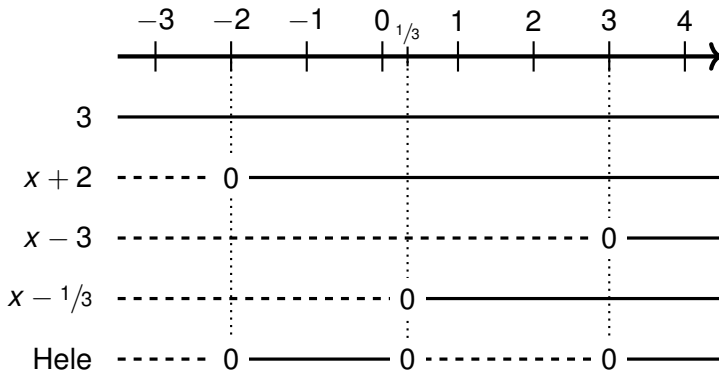
Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:



Tredjegradsulikheter, eksempel

- Vi skal løse $3(x + 2)(x - 3)(x - 1/3) \leq 0$. Vi tegner fortegnslinje:

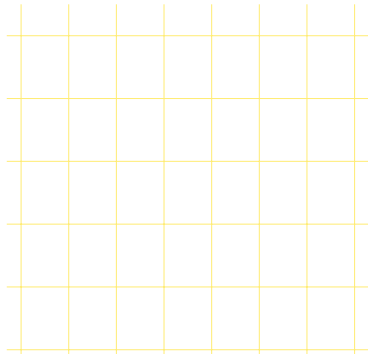


- Vi ser at svaret blir $x \leq -2$ eller $1/3 \leq x \leq 3$.

Tredjegradsulikheter, grafisk

Oppgave

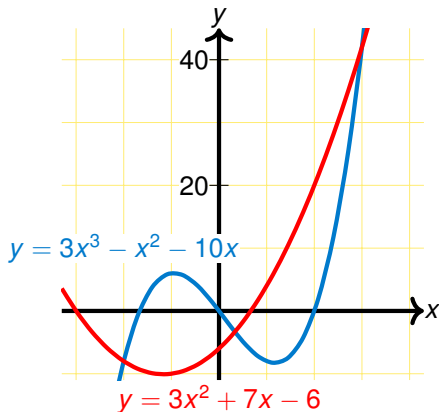
$$\text{Løs } 3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6.$$



Tredjegradsulikheter, grafisk

Oppgave

$$\text{Løs } 3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6.$$

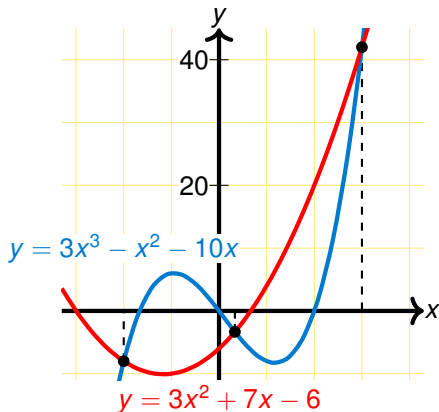


- Vi kan også løse tredjegradsulikheter ved å tegne grafene.

Tredjegradsulikheter, grafisk

Oppgave

$$\text{Løs } 3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6.$$

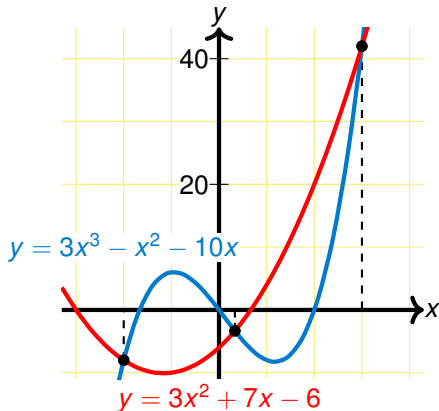


- Vi kan også løse tredjegradsulikheter ved å tegne grafene.
- Vi vil at grafen til tredjegradsfunksjonen skal være **lavere eller lik** enn grafen til andregradsfunksjonen.

Tredjegradsulikheter, grafisk

Oppgave

$$\text{Løs } 3x^3 - x^2 - 10x \leq 3x^2 + 7x - 6.$$



- Vi kan også løse tredjegradsulikheter ved å tegne grafene.
- Vi vil at grafen til tredjegradsfunksjonen skal være **lavere eller lik** enn grafen til andregradsfunksjonen.
- Det skjer når $x \leq -2$ eller $1/3 \leq x \leq 3$.



OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET