

OSLOMET

Kvadratsetningene

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET



Foto: Ronny Østnes / OsloMet

1 Kvadratsetningene

- Første kvadratsetning
- Andre kvadratsetning
- Konjugatsetningen
- Bruk av setningene

2 Faktorisering

3 Forkorting av rasjonale uttrykk

Første kvadratsetning

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a + b)^2$ får vi:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Dette uttrykket dukker opp mange nok ganger til at vi skriver det opp som en regel.

Regel (Første kvadratsetning)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Førsteårsstudentens drøm

Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a + b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2.$$

Som vi så på forrige side er dette **ikke** riktig!

Denne feilen er såpass vanlig at den har sin egen Wikipedia-side kalt **Freshman's Dream** (Førsteårsstudentens drøm).

Førsteårsstudentens mareritt

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x + 1)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 \\ &= 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - 2)^2 &= (x + (-2))^2 \\ &= x^2 + 2 \cdot x \cdot (-2) + (-2)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4\end{aligned}$$

Andre kvadratsetning

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Igjen skriver vi det opp som sin egen regel.

Regel (Andre kvadratsetning)

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x - 2)^2 &= x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 \\ &= x^2 - 4x + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2 - x)^2 &= 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2 \\ &= 4 - 4x + x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x - 3)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9\end{aligned}$$

To spesialtilfeller

- Legg merke til at $(x - 2)^2$ og $(2 - x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a - b)^2 = (b - a)^2.$$

- Dette er fordi $b - a = -(a - b)$, så vi får

$$(b - a)^2 = (-(a - b))^2 = (a - b)^2$$

- Av nesten samme grunn får vi at

$$(-a - b)^2 = (a + b)^2.$$

Konjugatsetningen

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a + b)(a + b)$ og $(a - b)(a - b)$. Men hva med $(a + b)(a - b)$?
Vi får:

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Dette blir igjen en egen regel.

Regel (Konjugatsetningen)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Noen kaller også konjugatsetningen for «Tredje kvadratsetning».

Konjugatsetningene, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x + 2)(x - 2) &= x^2 - 2^2 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x + 1)(2x - 1) &= (2x)^2 - 1^2 \\ &= 4x^2 - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - 3)(x + 3) &= x^2 - 3^2 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x + 3y)(2x - 3y) &= (2x)^2 - (3y)^2 \\ &= 4x^2 - 9y^2\end{aligned}$$

Bruk av setningene

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$\begin{aligned}29 \cdot 31 &= (30 - 1)(30 + 1) \\&= 30^2 - 1 \\&= 900 - 1 \\&= 899\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}19^2 &= (20 - 1)^2 \\&= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 \\&= 400 - 40 + 1 \\&= 361\end{aligned}$$

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x - 2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å **gå baklengs**.
- Vi får $x^2 - 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»
- Fordi vi kan andre kvadratsetning kan vi derfor se at

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2.$$

- Vi skal se mer på dette i de neste delkapitlene.



OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET