

# Andregradslikninger med to ledd

**Nikolai Bjørnestøl Hansen**

**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET



## 1 Fullstendige kvadrater

## 2 Andregradslikninger med to ledd

- Andregradslikninger
- Ingen førstegradsledd
- Ingen konstantledd

## 3 Andregradsformelen

# Andregradslikninger

# Andregradslikninger

## Definisjon

En **andregradslikning** er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget  $x$
- tall ganget  $x^2$ .

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Eksempler:

$$4x^2 = 3x + 7 \quad x^2 = 8.$$

De kan skrives om til

$$4x^2 - 3x - 7 = 0 \quad x^2 + 0x - 8 = 0.$$

**Ingen førstegradsledd**

# Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler **førstegradsleddet**  $bx$ .

## Eksempler

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 8$$

$$2x^2 = 18$$

$$3x^2 - 2 = 0$$

- Disse kan alltid skrives om så de ser ut som

$$x^2 = k.$$

- Hvis  $k$  er negativ, finnes ingen løsning.
- Hvis  $k$  er positiv, finnes to løsninger,  $\sqrt{k}$  og  $-\sqrt{k}$ .

# Når $b = 0$ , eksempler

## Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \quad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte  $-8$  over, og så dele på 2 for å få  $x^2 = 4$ .
- Vi ser at  $x = 2$  er en løsning, da  $2^2 = 4$ .
- Men  $x = -2$  er også en løsning, da  $(-2)^2 = 4$ .
- Vi skriver  $x = \pm 2$ . Symbolet  $\pm$  betyr at  $x = +2$  eller  $x = -2$
- Den andre likningen skriver vi om til  $x^2 = -3$  som ikke har noen løsninger. Vi kan ikke ta kvadratroten av et negativt tall.

**Ingen konstantledd**



# Faktorisering og 0

## Regel

Om  $a \cdot b = 0$  så *må* enten  $a = 0$  eller  $b = 0$ .

Dette er en overraskende nyttig regel med tanke på hvor simpel den er.

## Oppgave

Løs likningen  $(x - 2)(x - 3) = 0$ .

- Siden  $(x - 2)(x - 3) = 0$  må enten  $x - 2 = 0$  eller  $x - 3 = 0$ .
- Derfor må enten  $x = 2$  eller  $x = 3$ .

# Når $c = 0$

- Dersom en andregradslikning mangler konstantleddet  $c$  så kan vi skrive likningen som  $ax^2 + bx = 0$ .
- Her kan vi faktorisere  $x$  utenfor parentesen, og få

$$x(ax + b) = 0$$

- I følge regelen fra forrige side, må vi derfor ha

$$x = 0 \quad \text{eller} \quad ax + b = 0$$

- Dette gir oss da løsningene  $x = 0$  og  $x = -\frac{b}{a}$ .

# Om $c = 0$ , eksempler

## Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \quad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktorerer vi  $x$  utenfor, og skriver dem som

$$x(x - 3) = 0 \quad x(-2x + 7) = 0.$$

- Den første likningen stemmer da om  $x = 0$  eller om  $x - 3 = 0$ .
- Vi flytter  $-3$  over, og får  $x = 3$  som den andre løsningen.
- Den andre likningen stemmer om  $x = 0$  eller om  $-2x + 7 = 0$ .
- Vi flytter  $-2x$  over og deler på 2, og får  $x = \frac{7}{2}$  som den andre løsningen.

# Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

## Eksempel

- Vi skal løse likningen  $x^2 - 4x + 3 = 0$ .
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktorerer:

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 3 &= x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 1^2 \\ &= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x - 1)(x - 3)\end{aligned}$$

- Likningen blir derfor  $(x - 1)(x - 3) = 0$ .
- Vi har derfor enten  $x - 1 = 0$  eller  $x - 3 = 0$ .
- Vi får derfor  $x = 1$  eller  $x = 3$ .



**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET