Kvadratsetningene

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Kvadratsetningene

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a + b)^2$ får vi:

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$(a+b)^2$$

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$$

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 = (a+b)(a+b) &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$
\begin{aligned}
(a+b)^2 = (a+b)(a+b) &= a^2 + ab + ba + b^2 \\
&= a^2 + 2ab + b^2.
\end{aligned}
$$

Dette uttrykket dukker opp mange nok ganger til at vi skriver det opp som en regel.

Første kvadratsetning

Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 = (a+b)(a+b) &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Dette uttrykket dukker opp mange nok ganger til at vi skriver det opp som en regel.

Regel (Første kavdratsetning)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Førsteårsstudentens drøm

Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a+b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2.$$

Førsteårsstudentens drøm

Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a+b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2.$$

Som vi så på forrige side er dette ikke riktig!

Førsteårsstudentens drøm

Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a+b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2.$$

Som vi så på forrige side er dette ikke riktig!
Denne feilen er såpass vanlig at den har sin egen Wikipedia-side kalt Freshman's Dream (Førsteårsstudentens drøm).

Førsteårsstudentens drøm

Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a+b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2.$$

Som vi så på forrige side er dette ikke riktig!
Denne feilen er såpass vanlig at den har sin egen Wikipedia-side kalt Freshman's Dream (Førsteårsstudentens drøm).

Førsteårsstudentens mareritt

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$(x + 3)^2$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2\cdot x\cdot 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$(2x+1)^2$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \\
&= x^2 + 6x + 9
\end{aligned}
$$

$$
(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2
$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2\cdot x\cdot 3 + 3^2\\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)^2 &= (2x)^2 + 2\cdot(2x)\cdot 1 + 1^2\\ &= 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 \\ &= 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

$$(x-2)^2$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+3)^2 &= x^2 + 2\cdot x\cdot 3 + 3^2 \\
&= x^2 + 6x + 9
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x+1)^2 &= (2x)^2 + 2\cdot(2x)\cdot 1 + 1^2 \\
&= 4x^2 + 4x + 1
\end{aligned}
$$

$$
(x-2)^2 = (x+(-2))^2
$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \\
&= x^2 + 6x + 9
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x+1)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 \\
&= 4x^2 + 4x + 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x-2)^2 &= (x + (-2))^2 \\
&= x^2 + 2 \cdot x \cdot (-2) + (-2)^2
\end{aligned}
$$

Første kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2\cdot x\cdot 3 + 3^2\\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)^2 &= (2x)^2 + 2\cdot(2x)\cdot 1 + 1^2\\ &= 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= (x+(-2))^2\\ &= x^2 + 2\cdot x\cdot(-2) + (-2)^2\\ &= x^2 - 4x + 4\end{aligned}$$

Kvadratsetningene

1. **Kvadratsetningene**
   - Første kvadratsetning
   - Andre kvadratsetning
   - Konjugatsetningen
   - Bruk av setningene
2. **Faktorisering**
3. **Forkorting av rasjonale uttrykk**

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$(a - b)^2$$

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) \; = a^2 - ab - ba + b^2$$

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$\begin{aligned}(a-b)^2 = (a-b)(a-b) &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$\begin{aligned}(a-b)^2 = (a-b)(a-b) &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Igjen skriver vi det opp som sin egen regel.

Andre kvadratsetning

Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$\begin{aligned}(a-b)^2 = (a-b)(a-b) &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Igjen skriver vi det opp som sin egen regel.

Regel (Andre kvadratsetning)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$(x - 2)^2$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x-2)^2 &= x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2 \\
&= x^2 - 4x + 4
\end{aligned}
$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2\\ &= x^2 - 4x + 4\end{aligned}$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2\cdot 2\cdot x + x^2$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2\\ &= x^2 - 4x + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2-x)^2 &= 2^2 - 2\cdot 2\cdot x + x^2\\ &= 4 - 4x + x^2\end{aligned}$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$(x-2)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2$$
$$= x^2 - 4x + 4$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2\cdot 2\cdot x + x^2$$
$$= 4 - 4x + x^2$$

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2\cdot(2x)\cdot 3 + 3^2$$

Andre kvadratsetning, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x-2)^2 &= x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2 \\
&= x^2 - 4x + 4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2-x)^2 &= 2^2 - 2\cdot 2\cdot x + x^2 \\
&= 4 - 4x + x^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x-3)^2 &= (2x)^2 - 2\cdot(2x)\cdot 3 + 3^2 \\
&= 4x^2 - 12x + 9
\end{aligned}
$$

To spesialtilfeller

- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.

To spesialtilfeller

- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a-b)^2 = (b-a)^2.$$

To spesialtilfeller

- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a-b)^2 = (b-a)^2.$$

- Dette er fordi $b-a = -(a-b)$,så vi får

$$(b-a)^2 = (-(a-b))^2 = (a-b)^2$$

To spesialtilfeller

- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a-b)^2 = (b-a)^2.$$

- Dette er fordi $b-a = -(a-b)$,så vi får

$$(b-a)^2 = (-(a-b))^2 = (a-b)^2$$

- Av nesten samme grunn får vi at

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2.$$

Kvadratsetningene

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a+b)(a+b)$ og $(a-b)(a-b)$. Men hva med $(a+b)(a-b)$?

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a+b)(a+b)$ og $(a-b)(a-b)$. Men hva med $(a+b)(a-b)$?
Vi får:

$$(a+b)(a-b)$$

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a+b)(a+b)$ og $(a-b)(a-b)$. Men hva med $(a+b)(a-b)$?
Vi får:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a+b)(a+b)$ og $(a-b)(a-b)$. Men hva med $(a+b)(a-b)$? Vi får:

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a+b)(a+b)$ og $(a-b)(a-b)$. Men hva med $(a+b)(a-b)$? Vi får:

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Dette blir igjen en egen regel.

Noen kaller også konjugatsetningen for «Tredje kvadratsetning».

Konjugatsetningen

Vi har nå sett på $(a+b)(a+b)$ og $(a-b)(a-b)$. Men hva med $(a+b)(a-b)$? Vi får:

$$
\begin{aligned}
(a+b)(a-b) &= a^2 - ab + ab - b^2 \\
&= a^2 - b^2
\end{aligned}
$$

Dette blir igjen en egen regel.

Regel (Konjugatsetningen)

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Noen kaller også konjugatsetningen for «Tredje kvadratsetning».

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$(x+2)(x-2)$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\
&= x^2 - 4
\end{aligned}
$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

$$(2x+1)(2x-1)$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\
&= x^2 - 4
\end{aligned}
$$

$$
(2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 1^2
$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 \\ &= 4x^2 - 1\end{aligned}$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2\\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2\\ &= 4x^2 - 1\end{aligned}$$

$$(x-3)(x+3)$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 \\ &= 4x^2 - 1\end{aligned}$$

$$(x-3)(x+3) = x^2 - 3^2$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\
&= x^2 - 4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 \\
&= 4x^2 - 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x-3)(x+3) &= x^2 - 3^2 \\
&= x^2 - 9
\end{aligned}
$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\
&= x^2 - 4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 \\
&= 4x^2 - 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x-3)(x+3) &= x^2 - 3^2 \\
&= x^2 - 9
\end{aligned}
$$

$$(2x+3y)(2x-3y)$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 \\ &= 4x^2 - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-3)(x+3) &= x^2 - 3^2 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

$$(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^2 - (3y)^2$$

Konjugatsetningen, eksempler

Eksempler

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 \\
&= x^2 - 4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 \\
&= 4x^2 - 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x-3)(x+3) &= x^2 - 3^2 \\
&= x^2 - 9
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2x+3y)(2x-3y) &= (2x)^2 - (3y)^2 \\
&= 4x^2 - 9y^2
\end{aligned}
$$

Kvadratsetningene

1 **Kvadratsetningene**
- Første kvadratsetning
- Andre kvadratsetning
- Konjugatsetningen
- Bruk av setningene

2 **Faktorisering**

3 **Forkorting av rasjonale uttrykk**

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$29 \cdot 31$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$\begin{aligned} 29 \cdot 31 &= (30 - 1)(30 + 1) \\ &= 30^2 - 1 \end{aligned}$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$
\begin{aligned}
29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\
&= 30^2 - 1 \\
&= 900 - 1
\end{aligned}
$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$
\begin{aligned}
29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\
&= 30^2 - 1 \\
&= 900 - 1 \\
&= 899
\end{aligned}
$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$
\begin{aligned}
29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\
&= 30^2 - 1 \\
&= 900 - 1 \\
&= 899
\end{aligned}
$$

$$19^2$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$
\begin{aligned}
29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\
&= 30^2 - 1 \\
&= 900 - 1 \\
&= 899
\end{aligned}
$$

$$
19^2 = (20-1)^2
$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$
\begin{aligned}
29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\
&= 30^2 - 1 \\
&= 900 - 1 \\
&= 899
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
19^2 &= (20-1)^2 \\
&= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2
\end{aligned}
$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$\begin{aligned} 29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\ &= 30^2 - 1 \\ &= 900 - 1 \\ &= 899 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19^2 &= (20-1)^2 \\ &= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 \\ &= 400 - 40 + 1 \end{aligned}$$

Hoderegning

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$
\begin{aligned}
29 \cdot 31 &= (30-1)(30+1) \\
&= 30^2 - 1 \\
&= 900 - 1 \\
&= 899
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
19^2 &= (20-1)^2 \\
&= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 \\
&= 400 - 40 + 1 \\
&= 361
\end{aligned}
$$

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.
- Vi får $x^2 - 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.
- Vi får $x^2 - 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»
- Fordi vi kan andre kvadratsetning kan vi derfor se at

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2.$$

Å bruke kvadratsetningene baklengs

- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.
- Vi får $x^2 - 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»
- Fordi vi kan andre kvadratsetning kan vi derfor se at

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2.$$

- Vi skal se mer på dette i de neste delkapitlene.

OSLOMET

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET