

# Funksjonsbegrepet

**Nikolai Bjørnestøl Hansen**

**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET



# Funksjonsbegrepet

1 Å finne likningen for en linje

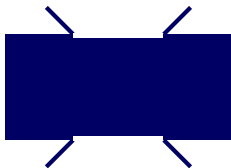
2 **Funksjonsbegrepet**

- Funksjoner

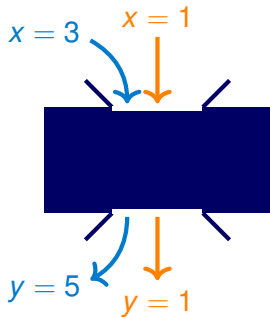
- Grafer

# Hva er en funksjon

- En unøyaktig definisjon:



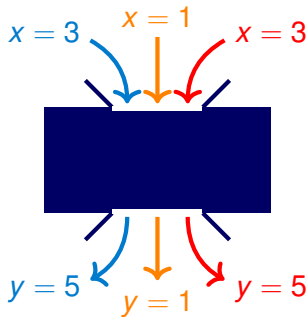
# Hva er en funksjon



- En unøyaktig definisjon:

*En funksjon er en «maskin» vi kan dytte tall inn i, for å få tall ut.*

# Hva er en funksjon

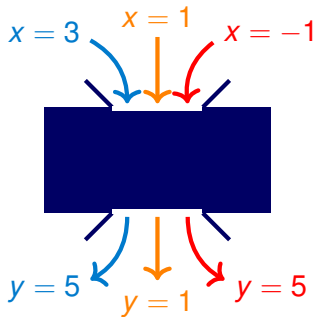


- En unøyaktig definisjon:

*En funksjon er en «maskin» vi kan dytte tall inn i, for å få tall ut.*

- Hvis du dytter inn samme tall på nytt, skal du **alltid** få samme svar ut.

# Hva er en funksjon

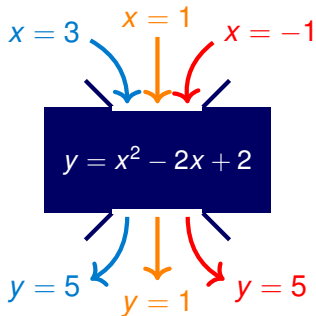


- En unøyaktig definisjon:

*En funksjon er en «maskin» vi kan dytte tall inn i, for å få tall ut.*

- Hvis du dytter inn samme tall på nytt, skal du **alltid** få samme svar ut.
- Hvis du dytter inn et forskjellig tall, **kan** du få samme svar ut.

# Hva er en funksjon



- En unøyaktig definisjon:

*En funksjon er en «maskin» vi kan dytte tall inn i, for å få tall ut.*

- Hvis du dytter inn samme tall på nytt, skal du **alltid** få samme svar ut.
- Hvis du dytter inn et forskjellig tall, **kan** du få samme svar ut.
- «Maskinen» består vanligvis av en formel.

# Funksjon

## Definisjon

En funksjon av  $x$  er en regel som til hvert valg av  $x$  gir ut en verdi.



# Funksjon

## Definisjon

En funksjon av  $x$  er en regel som til hvert valg av  $x$  gir ut en verdi.

- Om vi gir funksjonen navnet  $f$  skriver vi  $f(x)$  og uttaler det «f av x».

# Funksjon

## Definisjon

En **funksjon** av  $x$  er en regel som til hvert valg av  $x$  gir ut en **verdi**.

- Om vi gir funksjonen navnet  $f$  skriver vi  $f(x)$  og uttaler det «f av x».
- For å gi en formel til funksjonen skriver vi da at

$$f(x) = x^2 - 2x + 2.$$

# Funksjon

## Definisjon

En **funksjon** av  $x$  er en regel som til hvert valg av  $x$  gir ut en **verdi**.

- Om vi gir funksjonen navnet  $f$  skriver vi  $f(x)$  og uttaler det «f av x».
- For å gi en formel til funksjonen skriver vi da at

$$f(x) = x^2 - 2x + 2.$$

- Vi skriver  $f(3)$  for «verdien når  $x = 3$ .»

# Funksjon

## Definisjon

En **funksjon** av  $x$  er en regel som til hvert valg av  $x$  gir ut en **verdi**.

- Om vi gir funksjonen navnet  $f$  skriver vi  $f(x)$  og uttaler det «f av x».
- For å gi en formel til funksjonen skriver vi da at

$$f(x) = x^2 - 2x + 2.$$

- Vi skriver  $f(3)$  for «verdien når  $x = 3$ .»

$$f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 2 = 5$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .



# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$f(1 + 3)$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$f(1 + 3) = (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$\begin{aligned}f(1 + 3) &= (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2 \\&= 4^2 - 2 \cdot 4 + 2\end{aligned}$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$\begin{aligned}f(1 + 3) &= (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2 \\&= 4^2 - 2 \cdot 4 + 2 \\&= 10\end{aligned}$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$\begin{aligned}f(1 + 3) &= (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2 \\&= 4^2 - 2 \cdot 4 + 2 \\&= 10\end{aligned}$$

$$f(1) + f(3)$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$\begin{aligned}f(1 + 3) &= (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2 \\&= 4^2 - 2 \cdot 4 + 2 \\&= 10\end{aligned}$$

$$f(1) + f(3) = (1^2 - 2 \cdot 1 + 2) + (3^2 - 2 \cdot 3 + 2)$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$\begin{aligned}f(1 + 3) &= (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2 \\&= 4^2 - 2 \cdot 4 + 2 \\&= 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(1) + f(3) &= (1^2 - 2 \cdot 1 + 2) + (3^2 - 2 \cdot 3 + 2) \\&= 1 + 5\end{aligned}$$

# Funksjoner og parenteser

- Uttrykket « $f(1)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1$ .»
- Uttrykket « $f(1 + 3)$ » betyr «Regn ut verdien til  $f$  når  $x = 1 + 3$ .»
- Vi kan ikke bruke parentesregler på dette!
- Uttrykket  $f(1 + 3)$  er ikke det samme som  $f(1) + f(3)$ .
- Om  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ :

$$\begin{aligned}f(1 + 3) &= (1 + 3)^2 - 2(1 + 3) + 2 \\&= 4^2 - 2 \cdot 4 + 2 \\&= 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(1) + f(3) &= (1^2 - 2 \cdot 1 + 2) + (3^2 - 2 \cdot 3 + 2) \\&= 1 + 5 \\&= 6\end{aligned}$$



# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for **funksjon**.

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .
  - Høyden etter  $t$  sekunder til en ball som kastes er  $h(t) = -5t^2 + 20t$ .

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .
  - Høyden etter  $t$  sekunder til en ball som kastes er  $h(t) = -5t^2 + 20t$ .
  - Prisen på  $k$  kilo epler er  $E(k) = 30k$ .

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .
  - Høyden etter  $t$  sekunder til en ball som kastes er  $h(t) = -5t^2 + 20t$ .
  - Prisen på  $k$  kilo epler er  $E(k) = 30k$ .
  - Den siste kunne også vært  $P(k)$  for pris.

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .
  - Høyden etter  $t$  sekunder til en ball som kastes er  $h(t) = -5t^2 + 20t$ .
  - Prisen på  $k$  kilo epler er  $E(k) = 30k$ .
  - Den siste kunne også vært  $P(k)$  for pris.
- Ingen av disse er regler, bare forslag.



# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .
  - Høyden etter  $t$  sekunder til en ball som kastes er  $h(t) = -5t^2 + 20t$ .
  - Prisen på  $k$  kilo epler er  $E(k) = 30k$ .
  - Den siste kunne også vært  $P(k)$  for pris.
- Ingen av disse er regler, bare forslag.
- Ingen kan stoppe oss fra å definere funksjonen

$$\ominus(\nabla) = \nabla^2 - 2\nabla + 1.$$

# Funksjoner og navn

- «Standardnavnet» til en funksjon vi ikke vet noe mer om er  $f$  for funksjon.
- Om vi har flere funksjoner, følger vi typisk alfabetet, og får funksjonene  $g$  og  $h$ .
- Om vi vet hva funksjonen representerer, bruker vi typisk første bokstav:
  - Arealet til en sirkel med radius  $r$  er  $A(r) = \pi r^2$ .
  - Høyden etter  $t$  sekunder til en ball som kastes er  $h(t) = -5t^2 + 20t$ .
  - Prisen på  $k$  kilo epler er  $E(k) = 30k$ .
  - Den siste kunne også vært  $P(k)$  for pris.
- Ingen av disse er regler, bare forslag.
- Ingen kan stoppe oss fra å definere funksjonen

$$\ominus(\nabla) = \nabla^2 - 2\nabla + 1.$$

- Poenget med å gi navn til ting er å spare tid, så dette tjener vi lite på.

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Det er to mulige grunner til at vi ikke kan sette inn alle tall:

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Det er to mulige grunner til at vi ikke kan sette inn alle tall:
  - Fordi vi har bestemt oss for det.

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Det er to mulige grunner til at vi ikke kan sette inn alle tall:
  - Fordi vi har bestemt oss for det.
  - Fordi vi deler på 0 eller tar roten av negative tall.

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Det er to mulige grunner til at vi ikke kan sette inn alle tall:
  - Fordi vi har bestemt oss for det.
  - Fordi vi deler på 0 eller tar roten av negative tall.
- Om  $A(r)$  er arealet til en sirkel med radius  $r$ , gir det ikke mening å sette inn en negativ radius, så vi velger  $D_A = [0, \rightarrow)$ .



# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Det er to mulige grunner til at vi ikke kan sette inn alle tall:
  - Fordi vi har bestemt oss for det.
  - Fordi vi deler på 0 eller tar roten av negative tall.
- Om  $A(r)$  er arealet til en sirkel med radius  $r$ , gir det ikke mening å sette inn en negativ radius, så vi velger  $D_A = [0, \rightarrow)$ .
- Om  $g(x) = \frac{1}{x-1}$  deler vi på 0 om vi setter inn  $x = 1$ , så  $D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

# Definisjonsmengde

## Definisjon

**Definisjonsmengden** til en funksjon er mengden av alle tallene vi kan sette inn i funksjonen. Vi skriver  $D_f$  for definisjonsmengden til  $f$ .

- Om vi får lov til å sette inn alle tall skriver vi  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Det er to mulige grunner til at vi ikke kan sette inn alle tall:
  - Fordi vi har bestemt oss for det.
  - Fordi vi deler på 0 eller tar roten av negative tall.
- Om  $A(r)$  er arealet til en sirkel med radius  $r$ , gir det ikke mening å sette inn en negativ radius, så vi velger  $D_A = [0, \rightarrow)$ .
- Om  $g(x) = \frac{1}{x-1}$  deler vi på 0 om vi setter inn  $x = 1$ , så  $D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .
- Om  $f(x) = \sqrt{-x+1}$  tar vi roten av negative tall om  $x > 1$ , så  $D_f = \langle \leftarrow, 1]$ .

# Verdimengde

## Definisjon

**Verdimengden** til en funksjon er mengden av alle tall vi kan få ut av funksjonen. Vi skriver  $V_f$  for verdimengden til  $f$ .

# Verdimengde

## Definisjon

**Verdimengden** til en funksjon er mengden av alle tall vi kan få ut av funksjonen. Vi skriver  $V_f$  for verdimengden til  $f$ .

- Funksjonen  $f(x) = x^2$  kan aldri bli negativ, så verdimengden er  $V_f = [0, \rightarrow)$ .

# Verdimengde

## Definisjon

**Verdimengden** til en funksjon er mengden av alle tall vi kan få ut av funksjonen. Vi skriver  $V_f$  for verdimengden til  $f$ .

- Funksjonen  $f(x) = x^2$  kan aldri bli negativ, så verdimengden er  $V_f = [0, \rightarrow)$ .
- Om vi gjør definisjonsmengden mindre, kan verdimengden også bli mindre.

# Verdimengde

## Definisjon

**Verdimengden** til en funksjon er mengden av alle tall vi kan få ut av funksjonen. Vi skriver  $V_f$  for verdimengden til  $f$ .

- Funksjonen  $f(x) = x^2$  kan aldri bli negativ, så verdimengden er  $V_f = [0, \rightarrow)$ .
- Om vi gjør definisjonsmengden mindre, kan verdimengden også bli mindre.
- Om vi velger  $D_f = [0, 2]$  blir verdimengden  $V_f = [0, 4]$ .

# Verdimengde

## Definisjon

**Verdimengden** til en funksjon er mengden av alle tall vi kan få ut av funksjonen. Vi skriver  $V_f$  for verdimengden til  $f$ .

- Funksjonen  $f(x) = x^2$  kan aldri bli negativ, så verdimengden er  $V_f = [0, \rightarrow)$ .
- Om vi gjør definisjonsmengden mindre, kan verdimengden også bli mindre.
- Om vi velger  $D_f = [0, 2]$  blir verdimengden  $V_f = [0, 4]$ .
- Om vi velger  $D_f = [0, \rightarrow)$  er verdimengden fremdeles  $[0, \rightarrow)$ .

# Verdimengde

## Definisjon

**Verdimengden** til en funksjon er mengden av alle tall vi kan få ut av funksjonen. Vi skriver  $V_f$  for verdimengden til  $f$ .

- Funksjonen  $f(x) = x^2$  kan aldri bli negativ, så verdimengden er  $V_f = [0, \rightarrow)$ .
- Om vi gjør definisjonsmengden mindre, kan verdimengden også bli mindre.
- Om vi velger  $D_f = [0, 2]$  blir verdimengden  $V_f = [0, 4]$ .
- Om vi velger  $D_f = [0, \rightarrow)$  er verdimengden fremdeles  $[0, \rightarrow)$ .
- I mer avansert matematikk betyr verdimengde noe *litt* annet, og det vi beskriver her kalles **bildet** til funksjonen.



# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn når den treffer bakken.

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn når den treffer bakken.

- Vi må regne ut når høyden er 0. Vi får likningen

$$h(t) = 0$$

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn når den treffer bakken.

- Vi må regne ut når høyden er 0. Vi får likningen

$$h(t) = 0$$

$$-5t^2 + 10t = 0$$

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn når den treffer bakken.

- Vi må regne ut når høyden er 0. Vi får likningen

$$h(t) = 0$$

$$-5t^2 + 10t = 0$$

$$t(-5t + 10) = 0$$

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn når den treffer bakken.

- Vi må regne ut når høyden er 0. Vi får likningen

$$h(t) = 0$$

$$-5t^2 + 10t = 0$$

$$t(-5t + 10) = 0$$

- Steinen er derfor ved bakken når  $t = 0$  og når  $t = 2$ .

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn når den treffer bakken.

- Vi må regne ut når høyden er 0. Vi får likningen

$$\begin{aligned}h(t) &= 0 \\-5t^2 + 10t &= 0 \\t(-5t + 10) &= 0\end{aligned}$$

- Steinen er derfor ved bakken når  $t = 0$  og når  $t = 2$ .
- Siden  $t = 0$  er når vi kaster steinen, er det da  $t = 2$  som er interessant.

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn  $D_h$  og  $V_h$ .

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn  $D_h$  og  $V_h$ .

- Formelen over gir kun mening fra vi kaster steinen til den treffer bakken igjen.



# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn  $D_h$  og  $V_h$ .

- Formelen over gir kun mening fra vi kaster steinen til den treffer bakken igjen.
- Siden vi vet fra forrige side at den treffer bakken etter 2 s så blir  $D_h = [0, 2]$ .

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn  $D_h$  og  $V_h$ .

- Formelen over gir kun mening fra vi kaster steinen til den treffer bakken igjen.
- Siden vi vet fra forrige side at den treffer bakken etter 2 s så blir  $D_h = [0, 2]$ .
- Vi vet at det laveste steinen kan være er 0 m, så vi må finne det høyeste punktet.

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn  $D_h$  og  $V_h$ .

- Formelen over gir kun mening fra vi kaster steinen til den treffer bakken igjen.
- Siden vi vet fra forrige side at den treffer bakken etter 2 s så blir  $D_h = [0, 2]$ .
- Vi vet at det laveste steinen kan være er 0 m, så vi må finne det **høyeste punktet**.
- Fysisk burde steinen være på det høyeste midt mellom de to bakkepunktene, så når  $t = 1$ .

# Funksjon, eksempel

## Oppgave

Høyden til en stein som blir kastet er gitt ved  $h(t) = -5t^2 + 10t$ . Finn  $D_h$  og  $V_h$ .

- Formelen over gir kun mening fra vi kaster steinen til den treffer bakken igjen.
- Siden vi vet fra forrige side at den treffer bakken etter 2 s så blir  $D_h = [0, 2]$ .
- Vi vet at det laveste steinen kan være er 0 m, så vi må finne det **høyeste punktet**.
- Fysisk burde steinen være på det høyeste midt mellom de to bakkepunktene, så når  $t = 1$ .
- Vi får derfor at det høyeste punktet er på  $h(1) = -5 + 10 = 5$  meter, og verdimengden blir  $V_h = [0, 5]$ .

# Funksjonsbegrepet

1 Å finne likningen for en linje

2 **Funksjonsbegrepet**

■ Funksjoner

■ Grafer

# Grafen til en funksjon

## Definisjon

Grafen til en funksjon  $f$  er alle punkter  $(x, y)$  som er slik at  $y = f(x)$ .

# Grafen til en funksjon

## Definisjon

Grafen til en funksjon  $f$  er alle punkter  $(x, y)$  som er slik at  $y = f(x)$ .

- I de forrige delkapitlene så vi på grafen til en **lineær** funksjon, som var en rett linje.

# Grafen til en funksjon

## Definisjon

Grafen til en funksjon  $f$  er alle punkter  $(x, y)$  som er slik at  $y = f(x)$ .

- I de forrige delkapitlene så vi på grafen til en **lineær** funksjon, som var en rett linje.
- Det holdt å regne ut verdien til funksjonen i to punkter for å kunne tegne hele grafen.



# Grafen til en funksjon

## Definisjon

Grafen til en funksjon  $f$  er alle punkter  $(x, y)$  som er slik at  $y = f(x)$ .

- I de forrige delkapitlene så vi på grafen til en **lineær** funksjon, som var en rett linje.
- Det holdt å regne ut verdien til funksjonen i to punkter for å kunne tegne hele grafen.
- Vi er sjeldent så heldige, og må vanligvis tegne opp mange flere punkter.

# Grafen til en funksjon

## Definisjon

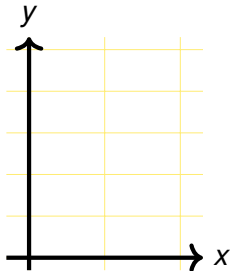
Grafen til en funksjon  $f$  er alle punkter  $(x, y)$  som er slik at  $y = f(x)$ .

- I de forrige delkapitlene så vi på grafen til en **lineær** funksjon, som var en rett linje.
- Det holdt å regne ut verdien til funksjonen i to punkter for å kunne tegne hele grafen.
- Vi er sjeldent så heldige, og må vanligvis tegne opp mange flere punkter.
- Jo flere punkter vi tegner, jo mer nøyaktig blir grafen.

# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.

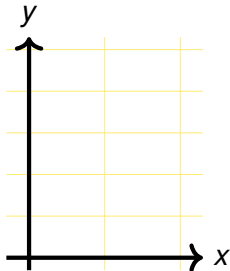
$x$	$f(x)$	$y$
0		
1		
2		



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

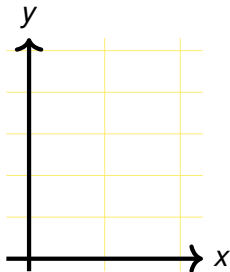
$x$	$f(x)$	$y$
0		
1		
2		



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

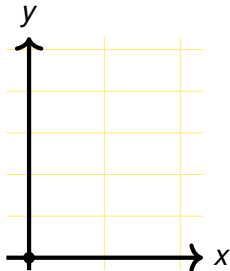
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	
1		
2		



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

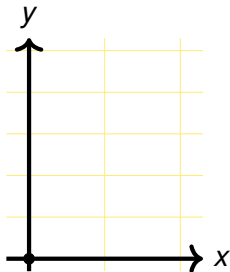
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1		
2		



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

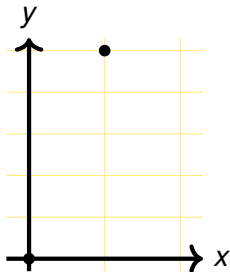
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	
2		



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2		

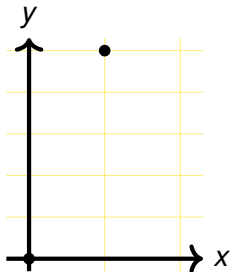




# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

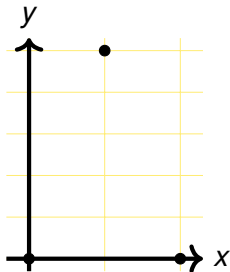
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.

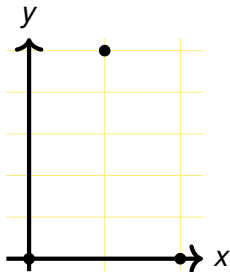
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	0



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.
- Vi gjetter hvordan grafen ser ut.

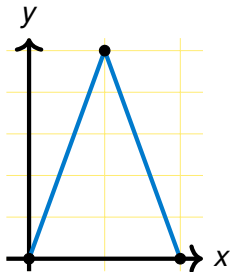
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	0



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.
- Vi gjetter hvordan grafen ser ut.

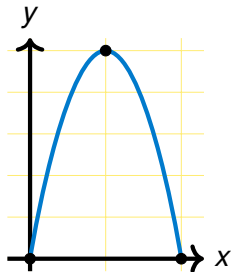
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	0



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.
- Vi gjetter hvordan grafen ser ut.

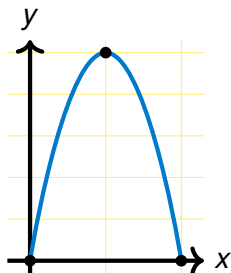
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	0



# Graf, eksempel

- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.
- Vi gjetter hvordan grafen ser ut.
- Om man vil ha mer nøyaktig graf, kan det være lurt å regne flere punkter.

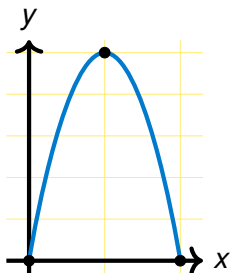
$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	0



# Graf, eksempel

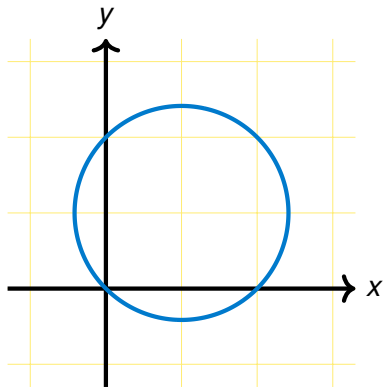
- Vi vil tegne grafen til  $f(x) = -5x^2 + 10x$  mellom 0 og 2.
- Vi velger å regne ut verdiene til funksjonen i 0, 1 og 2.
- Vi gjetter hvordan grafen ser ut.
- Om man vil ha mer nøyaktig graf, kan det være lurt å regne flere punkter.
- Datamaskiner og kalkulatorer regner ut hundrevis av punkter, og tegner rette streker mellom dem.

$x$	$f(x)$	$y$
0	$-5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0$	0
1	$-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1$	5
2	$-5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2$	0



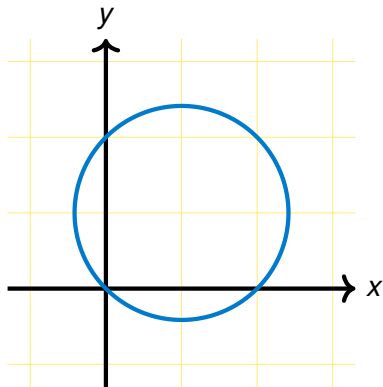
# Tegninger som ikke er grafer

- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.



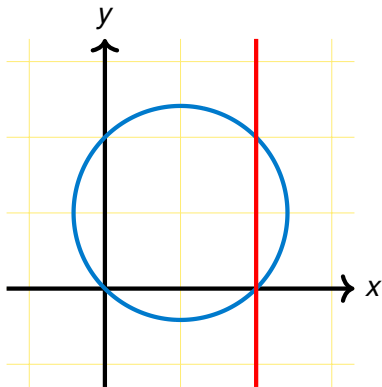


# Tegninger som ikke er grafer



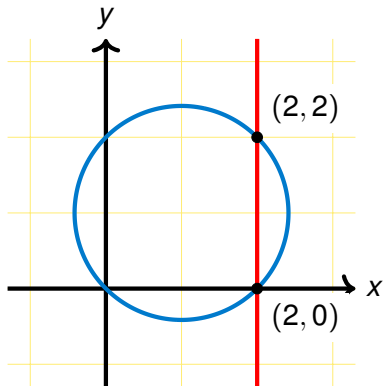
- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.
- En funksjon må ta inn ett tall, og gi ut ett tall.

# Tegninger som ikke er grafer



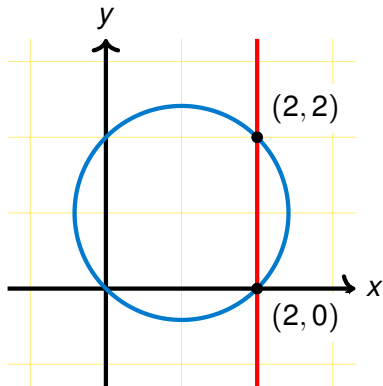
- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.
- En funksjon må ta inn ett tall, og gi ut ett tall.
- Men hva skulle  $f(2)$  vært her?

# Tegninger som ikke er grafer



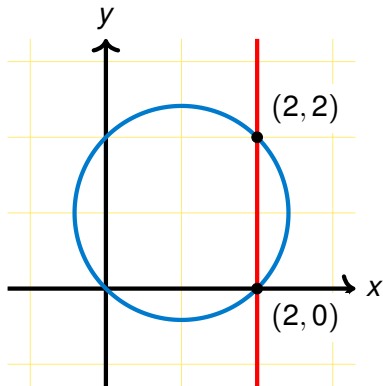
- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.
- En **funksjon** må ta inn ett tall, og gi ut **ett** tall.
- Men hva skulle  $f(2)$  vært her?
- Både  $f(2) = 0$  og  $f(2) = 2$  burde være riktig, men kun én av dem kan stemme.

# Tegninger som ikke er grafer



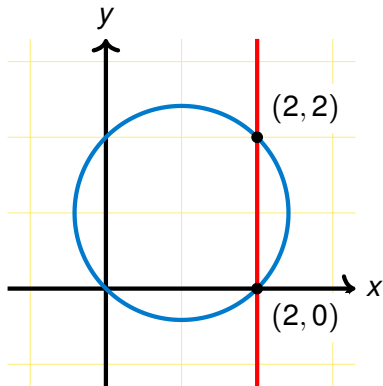
- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.
- En funksjon må ta inn ett tall, og gi ut ett tall.
- Men hva skulle  $f(2)$  vært her?
- Både  $f(2) = 0$  og  $f(2) = 2$  burde være riktig, men kun én av dem kan stemme.
- Sirkelen er derfor ikke grafen til en funksjon.

# Tegninger som ikke er grafer



- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.
- En **funksjon** må ta inn ett tall, og gi ut **ett** tall.
- Men hva skulle  $f(2)$  vært her?
- Både  $f(2) = 0$  og  $f(2) = 2$  burde være riktig, men kun én av dem kan stemme.
- Sirkelen er derfor **ikke** grafen til en funksjon.
- En tegning er kun grafen til en funksjon dersom den «ikke går baklengs».

# Tegninger som ikke er grafer



- Ikke alt vi kan tegne er grafen til en funksjon.
- En funksjon må ta inn ett tall, og gi ut ett tall.
- Men hva skulle  $f(2)$  vært her?
- Både  $f(2) = 0$  og  $f(2) = 2$  burde være riktig, men kun én av dem kan stemme.
- Sirkelen er derfor ikke grafen til en funksjon.
- En tegning er kun grafen til en funksjon dersom den «ikke går baklengs».
- Om du tegner en rett linje oppover skal du kun treffe ett punkt.



**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET