

# Polynomfunksjoner

**Nikolai Bjørnestøl Hansen**

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY  
STORBYUNIVERSITETET



# Polynomfunksjoner

## 1 Polynomfunksjoner

- Polynomer

- Polynomfunksjoner

## 2 Polynomdivisjon

## 3 Resten ved polynomdivisjon

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.
- Uttrykket  $x^3 - 3x + 2$  er enda et polynom.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.
- Uttrykket  $x^3 - 3x + 2$  er enda et polynom.
- Uttrykket  $x - \frac{1}{x}$  er **ikke** et polynom.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.
- Uttrykket  $x^3 - 3x + 2$  er enda et polynom.
- Uttrykket  $x - \frac{1}{x}$  er **ikke** et polynom.
- Uttrykket  $2 + \sqrt{x}$  er **ikke** et polynom.



# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom i  $x$**  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.
- Uttrykket  $x^3 - 3x + 2$  er enda et polynom.
- Uttrykket  $x - \frac{1}{x}$  er **ikke** et polynom.
- Uttrykket  $2 + \sqrt{x}$  er **ikke** et polynom.
- Vi sier at  $(x + 2)(x - 1)(x - 3)$  **er** et polynom.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom** i  $x$  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.
- Uttrykket  $x^3 - 3x + 2$  er enda et polynom.
- Uttrykket  $x - \frac{1}{x}$  er **ikke** et polynom.
- Uttrykket  $2 + \sqrt{x}$  er **ikke** et polynom.
- Vi sier at  $(x + 2)(x - 1)(x - 3)$  **er** et polynom.
- Vi kan gange ut parentesene og få et polynom.

# Polynomer

## Definisjon

Et **polynom** i  $x$  er et uttrykk hvor alle ledd er et tall ganget med  $x$  opphøyd i et ikke-negativt heltall.

- Vi har  $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$ , siden å opphøye i 0 gir deg 1.
- Siden  $x = x^1$  er derfor  $2x + 3$  et polynom.
- Uttrykket  $x^3 - 3x + 2$  er enda et polynom.
- Uttrykket  $x - \frac{1}{x}$  er **ikke** et polynom.
- Uttrykket  $2 + \sqrt{x}$  er **ikke** et polynom.
- Vi sier at  $(x + 2)(x - 1)(x - 3)$  **er** et polynom.
- Vi kan gange ut parentesene og få et polynom.
- Om vi plusser, minuser eller ganger polynomer, får vi et polynom.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.



# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegradskoeffisient  $-2$ .

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegrads-koeffisient  $-2$ .
  - konstantledd (nulltegradskoeffisient) 3.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegrads-koeffisient  $-2$ .
  - konstantledd (nulltegradskoeffisient) 3.
- Vi skriver leddene i synkende grad.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegrads-koeffisient  $-2$ .
  - konstantledd (nulltegradskoeffisient) 3.
- Vi skriver leddene i synkende grad.
- Vi skriver ikke  $3 - 2x + x^2$ .

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegrads-koeffisient  $-2$ .
  - konstantledd (nulltegradskoeffisient) 3.
- Vi skriver leddene i synkende grad.
- Vi skriver ikke  $3 - 2x + x^2$ .
- Det er ikke **feil** å skrive det slik.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegrads-koeffisient  $-2$ .
  - konstantledd (nulltegradskoeffisient) 3.
- Vi skriver leddene i synkende grad.
- Vi skriver ikke  $3 - 2x + x^2$ .
- Det er ikke **feil** å skrive det slik.
- Men er lettere å se at det har grad 2 når  $x^2$  kommer først.

# Grad og koeffisienter

- **Graden** til et polynom er det største tallet vi opphøyer  $x$  i.
- Polynomet  $x^2 - 2x + 3$  er av **grad 2** og vi kaller det et **andregradspolynom**.
- Tallene foran  $x$ -ene kalles **koeffisienter**.
- Polynomet over har:
  - andregradskoeffisient 1.
  - førstegrads-koeffisient  $-2$ .
  - konstantledd (nulltegradskoeffisient) 3.
- Vi skriver leddene i synkende grad.
- Vi skriver ikke  $3 - 2x + x^2$ .
- Det er ikke **feil** å skrive det slik.
- Men er lettere å se at det har grad 2 når  $x^2$  kommer først.
- Når vi bruker et polynom som en funksjon, kalles det en **polynomfunksjon**.

# Polynomfunksjoner

## 1 Polynomfunksjoner

- Polynomer

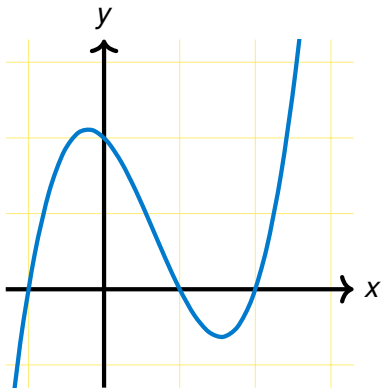
- Polynomfunksjoner

## 2 Polynomdivisjon

## 3 Resten ved polynomdivisjon

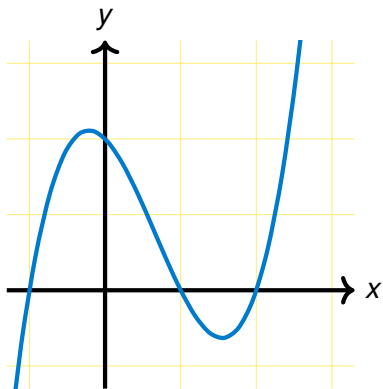


# Polynomfunksjoner av høyere grad.



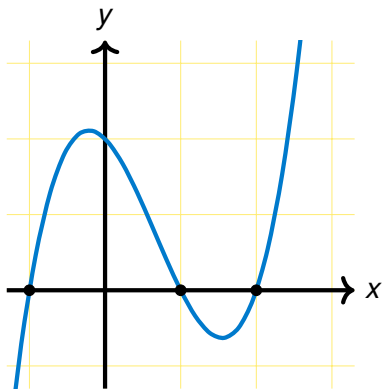
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.

# Polynomfunksjoner av høyere grad.



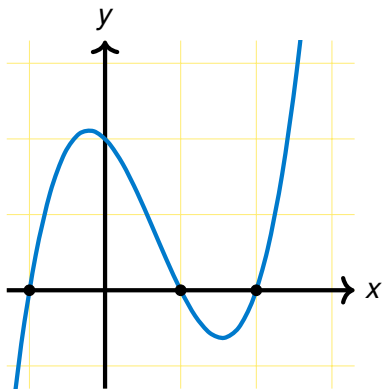
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.
- Til venstre ser vi en tredjegradsfunksjon.

# Polynomfunksjoner av høyere grad.



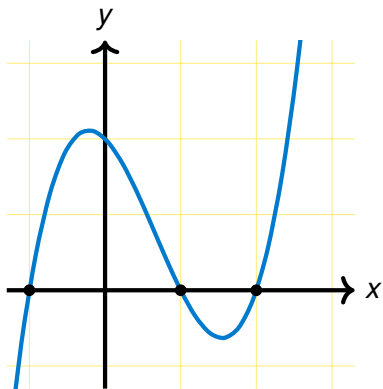
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.
- Til venstre ser vi en tredjegradsfunksjon.
- Den har tre nullpunkter.

# Polynomfunksjoner av høyere grad.



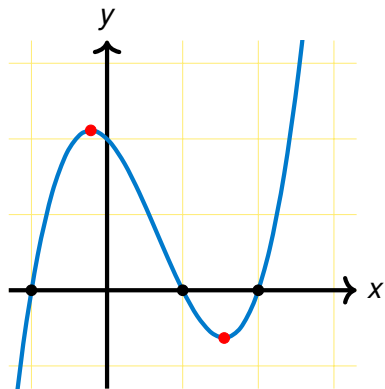
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.
- Til venstre ser vi en tredjegradsfunksjon.
- Den har tre nullpunkter.
- Et polynom har maksimalt like mange nullpunkter som graden sin.

# Polynomfunksjoner av høyere grad.



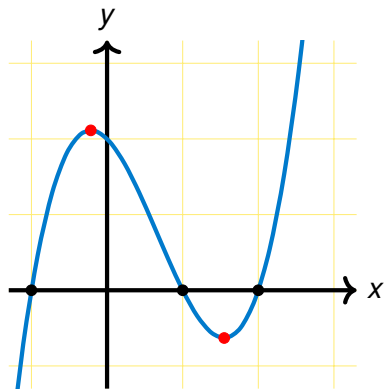
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.
- Til venstre ser vi en tredjegradsfunksjon.
- Den har tre nullpunkter.
- Et polynom har maksimalt like mange nullpunkter som graden sin.
- Men kan ha færre.

# Polynomfunksjoner av høyere grad.



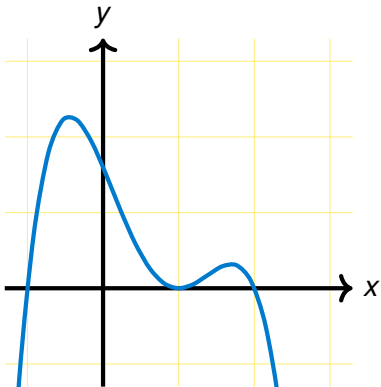
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.
- Til venstre ser vi en tredjegradsfunksjon.
- Den har tre nullpunkter.
- Et polynom har maksimalt like mange nullpunkter som graden sin.
- Men kan ha færre.
- Den har ett toppunkt og ett bunnpunkt.

# Polynomfunksjoner av høyere grad.



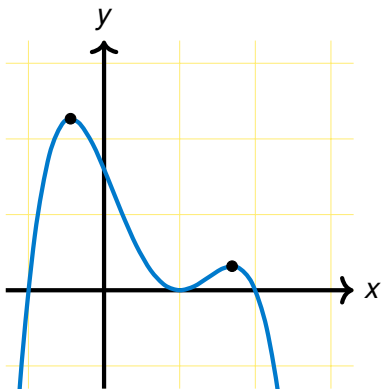
- Første- og andregradsfunksjoner er polynomfunksjoner av grad 1 og 2.
- Til venstre ser vi en tredjegradsfunksjon.
- Den har tre nullpunkter.
- Et polynom har maksimalt like mange nullpunkter som graden sin.
- Men kan ha færre.
- Den har ett toppunkt og ett bunnpunkt.
- Maksimalt antall er én mindre enn graden til polynomet.

# Topp- og bunnnpunkt



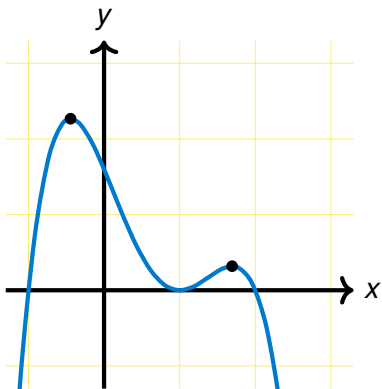


# Topp- og bunnpunkt



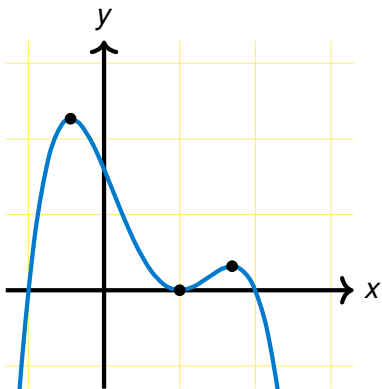
- Ett toppunkt er et punkt som er høyere enn alle punktene i nærheten.

# Topp- og bunnpunkt



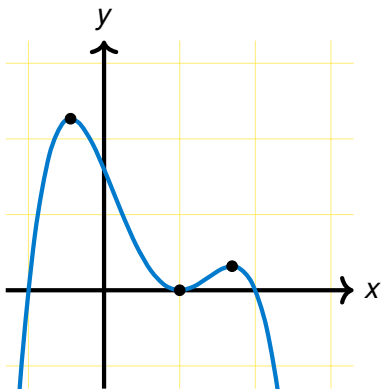
- Ett toppunkt er et punkt som er høyere enn alle punktene i nærheten.
- Det betyr at begge disse er toppunkt, selv om en av dem er høyere enn det andre.

# Topp- og bunnpunkt



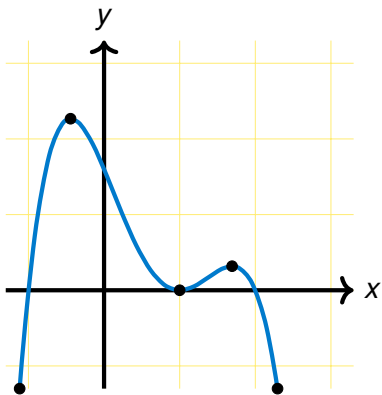
- Ett toppunkt er et punkt som er høyere enn alle punktene i nærheten.
- Det betyr at begge disse er toppunkt, selv om en av dem er høyere enn det andre.
- Et bunnpunkt er et punkt som er lavere enn alle punktene i nærheten.

# Topp- og bunnpunkt



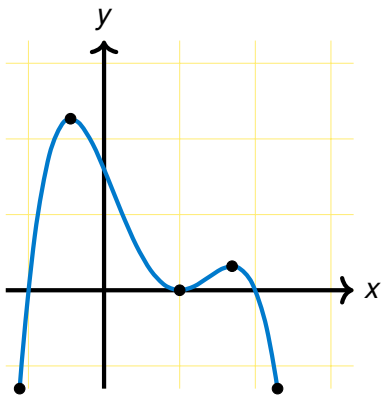
- Ett toppunkt er et punkt som er høyere enn alle punktene i nærheten.
- Det betyr at begge disse er toppunkt, selv om en av dem er høyere enn det andre.
- Et bunnpunkt er et punkt som er lavere enn alle punktene i nærheten.
- Dette punktet er heller ikke det laveste på grafen, men er likevel et bunnpunkt.

# Topp- og bunnpunkt



- Ett toppunkt er et punkt som er **høyere** enn alle punktene i nærheten.
- Det betyr at **begge** disse er toppunkt, selv om en av dem er høyere enn det andre.
- Et bunnpunkt er et punkt som er **lavere** enn alle punktene i nærheten.
- Dette punktet er heller ikke det **laveste** på grafen, men er likevel et bunnpunkt.
- Dersom grafen **stopper** her, er endepunktene også bunnpunkt.

# Topp- og bunnpunkt



- Ett toppunkt er et punkt som er **høyere** enn alle punktene i nærheten.
- Det betyr at **begge** disse er toppunkt, selv om en av dem er høyere enn det andre.
- Et bunnpunkt er et punkt som er **lavere** enn alle punktene i nærheten.
- Dette punktet er heller ikke det **laveste** på grafen, men er likevel et bunnpunkt.
- Dersom grafen **stopper** her, er endepunktene også bunnpunkt.
- Vanligvis fortsetter grafen, vi bare tegnet ikke opp mer.



**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET