Resten ved polynomdivisjon

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Resten ved polynomdivisjon

Rest og polynomverdier

$$\left(\quad x^2 - 2x \quad + 1 \right) : \left(x - 7 \right) =$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$\left(\quad x^2 - 2x \quad + 1 \right) : \left(x - 7 \right) = x$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{l}
(\quad x^2 - 2x \quad + 1) : (x - 7) = x \\
\underline{-x^2 + 7x}
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rl}
(\quad x^2 - 2x & + 1\,) : (x - 7) = x \\
-\,x^2 + 7x & \\
\hline
5x & + 1
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{l}
(\quad x^2 - 2x \quad + 1\,) : (x-7) = x+5 \\
\underline{-x^2 + 7x} \\
\qquad\quad 5x \quad + 1
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{l}
\left(\quad x^2 - 2x \quad + 1\right) : \left(x - 7\right) = x + 5 \\
\underline{-\, x^2 + 7x} \\
\qquad\quad 5x \quad + 1 \\
\qquad \underline{-\, 5x + 35}
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{l}
\left(\quad x^2 - 2x \quad + 1\right) : \left(x - 7\right) = x + 5 \\
\underline{-x^2 + 7x} \\
\qquad\qquad 5x \quad + 1 \\
\qquad\quad \underline{-5x + 35} \\
\qquad\qquad\qquad 36
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rrrl}
(\quad x^2 & -\,2x & +\,1\,) & :\ (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
-\,x^2 & +\,7x & & \\
\hline
 & 5x & +\,1 & \\
 & -\,5x & +\,35 & \\
\hline
 & & 36 &
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rl}
(\quad x^2 - 2x \quad + 1\,) : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
\underline{-\,x^2 + 7x} \qquad\quad & \\
5x \quad + 1 & \\
\underline{-\,5x + 35} & \\
36 &
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rrrl}
(\quad x^2 & -\,2x & +\,1\,) : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
-\,x^2 & +\,7x & \\
\hline
 & 5x & +\,1 \\
 & -\,5x & +\,35 \\
\cline{2-3}
 & & 36
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.
- Vi regner også ut $P(7)$ med $P(x) = x^2 - 2x + 1$.

$$P(7) = 7^2 - 2 \cdot 7 + 1$$

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rrrl}
(\quad x^2 & -\,2x & +\,1\,) & : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
-\,x^2 & +\,7x & & \\
\hline
 & 5x & +\,1 & \\
 & -\,5x & +\,35 & \\
\hline
 & & 36 &
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.
- Vi regner også ut $P(7)$ med $P(x) = x^2 - 2x + 1$.

$$
\begin{aligned}
P(7) &= 7^2 - 2 \cdot 7 + 1 \\
&= 49 - 14 + 1
\end{aligned}
$$

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rl}
(\quad x^2 - 2x \quad + 1\,) : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
\underline{-\,x^2 + 7x} \qquad\qquad & \\
5x \quad + 1 & \\
\underline{-\,5x + 35} & \\
36 &
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.
- Vi regner også ut $P(7)$ med $P(x) = x^2 - 2x + 1$.

$$
\begin{aligned}
P(7) &= 7^2 - 2 \cdot 7 + 1 \\
&= 49 - 14 + 1 \\
&= 36.
\end{aligned}
$$

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rrrl}
(\quad x^2 & -\,2x & +\,1\,) & : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
-\,x^2 & +\,7x & & \\
\hline
 & 5x & +\,1 & \\
 & -\,5x & +\,35 & \\
\hline
 & & 36 &
\end{array}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.
- Vi regner også ut $P(7)$ med $P(x) = x^2 - 2x + 1$.
- Vi får 36 som svar.

$$
\begin{aligned}
P(7) &= 7^2 - 2 \cdot 7 + 1 \\
&= 49 - 14 + 1 \\
&= 36.
\end{aligned}
$$

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{rrrl}
(& x^2 - 2x & +1) : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
 & -x^2 + 7x & & \\
\hline
 & 5x & +1 & \\
 & -5x & +35 & \\
\hline
 & & 36 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
P(7) &= 7^2 - 2 \cdot 7 + 1 \\
&= 49 - 14 + 1 \\
&= 36.
\end{aligned}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.
- Vi regner også ut $P(7)$ med $P(x) = x^2 - 2x + 1$.
- Vi får 36 som svar.
- Merk at resten vi fikk når vi delte på $x - 7$ er samme som svaret vi fikk når vi satt inn 7.

Rest og polynomverdier

$$
\begin{array}{l}
(\quad x^2 - 2x \quad + 1) : (x-7) = x + 5 + \dfrac{36}{x-7} \\
\underline{-\,x^2 + 7x} \\
\qquad\quad 5x \quad + 1 \\
\qquad\quad \underline{-\,5x + 35} \\
\qquad\qquad\quad 36
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
P(7) &= 7^2 - 2 \cdot 7 + 1 \\
&= 49 - 14 + 1 \\
&= 36.
\end{aligned}
$$

- Vi regner ut $\frac{x^2-2x+1}{x-7}$.
- Vi ser at vi får 36 som rest.
- Vi regner også ut $P(7)$ med $P(x) = x^2 - 2x + 1$.
- Vi får 36 som svar.
- Merk at resten vi fikk når vi delte på $x - 7$ er samme som svaret vi fikk når vi satt inn 7.
- Dette vil alltid stemme.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x) : (x - x_1)$ *er lik* $P(x_1)$.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x) : (x - x_1)$ *er lik* $P(x_1)$.

- Dette kan vi bruke til å finne ut hva resten blir uten å utføre divisjonen.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x) : (x - x_1)$ er lik $P(x_1)$.

- Dette kan vi bruke til å finne ut hva resten blir uten å utføre divisjonen.
- Vi kan også bruke det til å regne ut verdien til polynomet uten å sette inn.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x) : (x - x_1)$ er lik $P(x_1)$.

- Dette kan vi bruke til å finne ut hva resten blir uten å utføre divisjonen.
- Vi kan også bruke det til å regne ut verdien til polynomet uten å sette inn.
- For større potenser er det lettere å utføre divisjonen.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x):(x-x_1)$ *er lik* $P(x_1)$.

- Dette kan vi bruke til å finne ut hva resten blir uten å utføre divisjonen.
- Vi kan også bruke det til å regne ut verdien til polynomet uten å sette inn.
- For større potenser er det lettere å utføre divisjonen.

Eksempel

Vi vil regne ut $x^3 - 41x + 2$ for $x = 7$.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x) : (x - x_1)$ er lik $P(x_1)$.

- Dette kan vi bruke til å finne ut hva resten blir uten å utføre divisjonen.
- Vi kan også bruke det til å regne ut verdien til polynomet uten å sette inn.
- For større potenser er det lettere å utføre divisjonen.

Eksempel

Vi vil regne ut $x^3 - 41x + 2$ for $x = 7$. Vi må da regne ut $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$ og $41 \cdot 7 = 287$.

Rest og polynomverdier

Regel

Tallet du får som rest når du regner ut $P(x) : (x - x_1)$ er lik $P(x_1)$.

- Dette kan vi bruke til å finne ut hva resten blir uten å utføre divisjonen.
- Vi kan også bruke det til å regne ut verdien til polynomet uten å sette inn.
- For større potenser er det lettere å utføre divisjonen.

Eksempel

Vi vil regne ut $x^3 - 41x + 2$ for $x = 7$. Vi må da regne ut $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$ og $41 \cdot 7 = 287$. Det er ganske store tall vi må regne på.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$\left(\quad x^3 \qquad\qquad - 41x \quad + 2 \right) : \left(x - 7 \right) =$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$\left(\quad x^3 \qquad\qquad - 41x \quad + 2\right) : \left(x - 7\right) =$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$\left(\quad x^3 \qquad\qquad - 41x \quad + 2 \right) : (x - 7) = x^2$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{l}
(\quad x^3 \qquad\qquad -41x \quad +2) : (x-7) = x^2 \\
\underline{-x^3+7x^2}
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x-7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rl}
\big(\quad x^3 \qquad\quad - 41x \;\; + 2\big) : (x-7) = x^2 \\
\underline{- x^3 + 7x^2 \qquad\qquad} & \\
7x^2 - 41x \qquad\qquad &
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{l}
(\quad x^3 \qquad\qquad - 41x \quad + 2) : (x-7) = x^2 + 7x \\
\underline{-\,x^3 + 7x^2} \\
\qquad\qquad 7x^2 - 41x
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x-7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rrrrl}
(\quad x^3 & & -41x & +2) & : (x-7) = x^2 + 7x \\
-x^3 & +7x^2 & & & \\
\hline
 & 7x^2 & -41x & & \\
 & -7x^2 & +49x & & \\
\cline{2-3}
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rrrrl}
(& x^3 & & -\,41x & +\,2\,) : (x-7) = x^2 + 7x \\
& -\,x^3 & +\,7x^2 & & \\
\hline
& & 7x^2 & -\,41x & \\
& & -\,7x^2 & +\,49x & \\
\hline
& & & 8x & +\,2
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x-7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rl}
(\quad x^3 \qquad\quad - 41x \;\; + 2) : (x-7) = x^2 + 7x + 8 \\
\underline{-\,x^3 + 7x^2} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \\
7x^2 - 41x \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \\
\underline{-\,7x^2 + 49x} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \\
8x \;\; + 2 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x-7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rrrrl}
(\quad x^3 & & -\,41x & +\,2) : (x-7) = x^2+7x+8 \\
-\,x^3 & +\,7x^2 & & & \\
\hline
& 7x^2 & -\,41x & & \\
& -\,7x^2 & +\,49x & & \\
\hline
& & 8x & +\,2 & \\
& & -\,8x & +\,56 & \\
\hline
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{l}
(\;\; x^3 \qquad\quad - 41x \;\; + 2) : (x-7) = x^2 + 7x + 8 \\
\underline{-\,x^3 + 7x^2} \\
\qquad\quad 7x^2 - 41x \\
\qquad\;\; \underline{-\,7x^2 + 49x} \\
\qquad\qquad\qquad 8x \;\; + 2 \\
\qquad\qquad\quad \underline{-\,8x + 56} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 58
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x-7)$.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rrrrl}
(\quad x^3 & & -\,41x & +\,2) & : (x-7) = x^2 + 7x + 8 \\
-\,x^3 + 7x^2 & & & & \\
\hline
& 7x^2 & -\,41x & & \\
& -\,7x^2 & +\,49x & & \\
\hline
& & 8x & +\,2 & \\
& & -\,8x & +\,56 & \\
\hline
& & & 58 &
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.
- Selv om det var litt flere utregninger, var hver av dem mindre enn når vi satt inn direkte.

Regne polynomverdi ved å finne rest

$$
\begin{array}{rrrrl}
(& x^3 & & -41x & +2) : (x-7) = x^2 + 7x + 8 \\
& -x^3 & +7x^2 & & \\
\hline
& & 7x^2 & -41x & \\
& & -7x^2 & +49x & \\
\hline
& & & 8x & +2 \\
& & & -8x & +56 \\
\hline
& & & & 58
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $P(7)$ når $P(x) = x^3 - 41x + 2$.
- Vi regner heller ut $P(x) : (x - 7)$.
- Selv om det var litt flere utregninger, var hver av dem mindre enn når vi satt inn direkte.
- Dette er sjeldent nyttig, siden vi kan bruke kalkulator. Men litt kult.

Faktorisering og nullpunkt

- Dersom vi får 0 i rest, sier vi at divisjonen går opp.

Faktorisering og nullpunkt

- Dersom vi får 0 i rest, sier vi at divisjonen går opp.
- Vi kan da faktorisere det opprinnelige polynomet.

Faktorisering og nullpunkt

- Dersom vi får 0 i rest, sier vi at divisjonen går opp.
- Vi kan da faktorisere det opprinnelige polynomet.
- Siden $(x^2 - 2x - 3) : (x + 1) = x - 3$, er $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$.

Faktorisering og nullpunkt

- Dersom vi får 0 i rest, sier vi at divisjonen går opp.
- Vi kan da faktorisere det opprinnelige polynomet.
- Siden $(x^2 - 2x - 3) : (x + 1) = x - 3$, er $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$.
- Siden resten av $P(x) : (x - x_1)$ er det samme som $P(x_1)$ må x_1 være et nullpunkt for at divisjonen skal gå opp.

Faktorisering og nullpunkt

- Dersom vi får 0 i rest, sier vi at divisjonen går opp.
- Vi kan da faktorisere det opprinnelige polynomet.
- Siden $(x^2 - 2x - 3) : (x + 1) = x - 3$, er $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$.
- Siden resten av $P(x) : (x - x_1)$ er det samme som $P(x_1)$ må x_1 være et nullpunkt for at divisjonen skal gå opp.

Regel

Divisjonen

$$P(x) : (x - x_1)$$

går opp hvis og bare hvis $P(x_1) = 0$.

Faktorisering og nullpunkt

- Dersom vi får 0 i rest, sier vi at divisjonen går opp.
- Vi kan da faktorisere det opprinnelige polynomet.
- Siden $(x^2 - 2x - 3) : (x + 1) = x - 3$, er $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$.
- Siden resten av $P(x) : (x - x_1)$ er det samme som $P(x_1)$ må x_1 være et nullpunkt for at divisjonen skal gå opp.

Regel

Divisjonen

$$P(x) : (x - x_1)$$

går opp hvis og bare hvis $P(x_1) = 0$.
Polynomet $P(x)$ *har* $(x - x_1)$ *som faktor hvis og bare hvis* $P(x_1) = 0$.

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva *a* må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.
- Vi setter inn $x = 3$ og påstår at det skal bli 0:

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.
- Vi setter inn $x = 3$ og påstår at det skal bli 0:

$$0 = x^2 - ax + 3$$

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.
- Vi setter inn $x = 3$ og påstår at det skal bli 0:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - ax + 3 \\ &= 3^2 - 3a + 3 \end{aligned}$$

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.
- Vi setter inn $x = 3$ og påstår at det skal bli 0:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - ax + 3 \\ &= 3^2 - 3a + 3 \\ &= 12 - 3a \end{aligned}$$

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.
- Vi setter inn $x = 3$ og påstår at det skal bli 0:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - ax + 3 \\ &= 3^2 - 3a + 3 \\ &= 12 - 3a \\ 12 &= 3a \end{aligned}$$

OSLOMET

Om divisjonen går opp

Oppgave

Bestem hva a må være for at divisjonen går opp:

$$(x^2 - ax + 3) : (x - 3).$$

- For at divisjonen skal gå opp, må $x = 3$ være et nullpunkt for polynomet.
- Vi setter inn $x = 3$ og påstår at det skal bli 0:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - ax + 3 \\ &= 3^2 - 3a + 3 \\ &= 12 - 3a \\ 12 &= 3a \\ 4 &= a \end{aligned}$$

OSLOMET

Resten ved polynomdivisjon

1 Polynomfunksjoner

2 Polynomdivisjon

3 **Resten ved polynomdivisjon**
- Rest og polynomverdier
- Ruffinis regel

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.
- Den går gjennom de samme utregningene som den vanlige divisjonsalgoritmen for polynom.

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.
- Den går gjennom de samme utregningene som den vanlige divisjonsalgoritmen for polynom.
- Men bruker mindre plass, og gir mindre sjanse for regnefeil.

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.
- Den går gjennom de samme utregningene som den vanlige divisjonsalgoritmen for polynom.
- Men bruker mindre plass, og gir mindre sjanse for regnefeil.
- Regelen brukes kun om vi deler på $x - x_1$.

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.
- Den går gjennom de samme utregningene som den vanlige divisjonsalgoritmen for polynom.
- Men bruker mindre plass, og gir mindre sjanse for regnefeil.
- Regelen brukes kun om vi deler på $x - x_1$.
- Om vi vil regne ut $\frac{3x^2-2x+1}{2x-1}$ med Ruffinis regel, må vi derfor heller regne ut $3x^2 - 2x + 1$ delt på $x - \frac{1}{2}$

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.
- Den går gjennom de samme utregningene som den vanlige divisjonsalgoritmen for polynom.
- Men bruker mindre plass, og gir mindre sjanse for regnefeil.
- Regelen brukes kun om vi deler på $x - x_1$.
- Om vi vil regne ut $\frac{3x^2-2x+1}{2x-1}$ med Ruffinis regel, må vi derfor heller regne ut $3x^2 - 2x + 1$ delt på $x - \frac{1}{2}$
- Og så dele svaret på 2.

Ruffinis regel

- Mesteparten av tiden så deler vi på et førstegradspolynom.
- Det finnes en rask metode å utføre divisjonen på kalt Ruffinis regel.
- Den går gjennom de samme utregningene som den vanlige divisjonsalgoritmen for polynom.
- Men bruker mindre plass, og gir mindre sjanse for regnefeil.
- Regelen brukes kun om vi deler på $x - x_1$.
- Om vi vil regne ut $\frac{3x^2-2x+1}{2x-1}$ med Ruffinis regel, må vi derfor heller regne ut $3x^2 - 2x + 1$ delt på $x - \frac{1}{2}$
- Og så dele svaret på 2.
- Mesteparten av tiden kan vi bruke Ruffinis regel uten problemer.

Ruffinis regel

$x = 2$			

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$.
  Vi setter opp en tabell som over.

Ruffinis regel

	1	-5	3
$x = 2$			

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$.
  Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.

Ruffinis regel

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -5 & 3 \\ x = 2 & & & \\ \hline & 1 & & \end{array}$$

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$.
  Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.

Ruffinis regel

$$
\begin{array}{r|ccc}
 & 1 & -5 & 3 \\
x = 2 & & 2 & \\
\hline
 & 1 & \cdot 2 &
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$.
  Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien, og skriver svaret i neste kolonne.

Ruffinis regel

	1	-5	3
$x = 2$		2	
	1	-3	

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien, og skriver svaret i neste kolonne.
- Vi summerer tallene i midtre kolonne.

Ruffinis regel

$$
\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -5 & 3 \\
x = 2 & & 2 & -6 \\
\hline
 & 1 & -3 & \nearrow \cdot 2
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien, og skriver svaret i neste kolonne.
- Vi summerer tallene i midtre kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien.

Ruffinis regel

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -5 & 3 \\ x = 2 & & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & -3 \end{array}$$

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien, og skriver svaret i neste kolonne.
- Vi summerer tallene i midtre kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien.
- Vi summerer tallene i siste kolonne.

Ruffinis regel

	1	-5	3
$x = 2$		2	-6
	1	-3	-3

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien, og skriver svaret i neste kolonne.
- Vi summerer tallene i midtre kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien.
- Vi summerer tallene i siste kolonne.
- Vi får da at $P(x) = -3$.

Ruffinis regel

$$
\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -5 & 3 \\
x = 2 & & 2 & -6 \\
\hline
 & 1 & -3 & -3
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $x^2 - 5x + 3$ når $x = 2$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $x^2 - 5x + 3$ i øverste rad.
- Vi summerer tallene i første kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien, og skriver svaret i neste kolonne.
- Vi summerer tallene i midtre kolonne.
- Vi ganger svaret med x-verdien.
- Vi summerer tallene i siste kolonne.
- Vi får da at $P(x) = -3$.
- Og at $\frac{x^2-5x+3}{x-2} = x - 3 - \frac{3}{x-2}$.

Ruffinis regel, II

$x = 4$				

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.

Ruffinis regel, II

	2	-7	-5	4
$x = 4$				

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.

Ruffinis regel, II

$$
x = 4 \;\begin{array}{|c|c|c|c}
2 & -7 & -5 & 4 \\
\hline
 & & & \\
\hline
\end{array}
$$

$$ 2$$

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & -7 & -5 & 4 \\
\hline
x = 4 & & 8 & & \\
\hline
 & 2 \;{\cdot 4} & & &
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -7 & -5 & 4 \\ x = 4 & & 8 & & \\ \hline & 2 & 1 & & \end{array}$$

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

	2	-7	-5	4
$x = 4$		8	4	
	2	1	$\cdot 4$	

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

$$
x = 4 \;\begin{array}{|cccc}
2 & -7 & -5 & 4 \\
 & 8 & 4 & \\
\hline
2 & 1 & -1 &
\end{array}
$$

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -7 & -5 & 4 \\ x = 4 & & 8 & 4 & -4 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & \cdot 4 \end{array}$$

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -7 & -5 & 4 \\ x=4 & & 8 & 4 & -4 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.

Ruffinis regel, II

	2	−7	−5	4
$x = 4$		8	4	−4
	2	1	−1	0

- Vi vil regne ut $(2x^3 - 7x^2 - 5x + 4) : (x - 4)$. Vi setter opp en tabell som over.
- Vi fyller inn koeffisientene til $2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ i øverste rad.
- Vi følger Ruffinis regel.
- Dette gir oss at

$$\frac{2x^3 - 7x^2 - 5x + 4}{x - 4} = 2x^2 + x - 1$$

med null i rest.

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET