Potenser

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Hva er potenser?

Definisjon

En potens er et tall på formen

$$a^n.$$

Tallet a kalles grunntallet og tallet n kalles eksponenten.

Hva er potenser?

Definisjon

En potens er et tall på formen

$$a^n.$$

Tallet a kalles grunntallet og tallet n kalles eksponenten.

- Om jeg skriver 2^5 så mener jeg $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Hva er potenser?

Definisjon

En potens er et tall på formen

$$a^n.$$

Tallet a kalles grunntallet og tallet n kalles eksponenten.

- Om jeg skriver 2^5 så mener jeg $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
- Snart kommer vi til å lære hva det betyr hvis n ikke er positiv.

Hva er potenser?

Definisjon

En potens er et tall på formen

$$a^n.$$

Tallet a kalles grunntallet og tallet n kalles eksponenten.

- Om jeg skriver 2^5 så mener jeg $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
- Snart kommer vi til å lære hva det betyr hvis n ikke er positiv.
- I Kapittel 1.9 kommer vi til å lære hva det betyr hvis n er en brøk.

Potenser

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3$$

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3}$$

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} = 2^8$$

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} = 2^8 = 2^{5+3}.$$

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} = 2^8 = 2^{5+3}.$$

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} = 2^8 = 2^{5+3}.$$

Dette viser oss at dette er en rimelig regel:

Regel

Om vi har to potenser med samme grunntall, og ganger dem sammen, så får vi svaret ved å plusse sammen eksponentene. Matematisk:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3}$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Dette gir oss følgende regel:

Regel

Om vi har to potenser med samme grunntall, og skal dele den ene på den andre, så får vi svaret ved å trekke nevnerens eksponent fra tellerens. Matematisk:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

Potenser

Potenser med ikke-positiv eksponent

Delings-regelen fra forrige side stemmer kun dersom $n > m$. For hvis m er større enn n ender vi opp med negative eksponenter på høyresiden av likningen.

Potenser med ikke-positiv eksponent

Delings-regelen fra forrige side stemmer kun dersom $n > m$. For hvis m er større enn n ender vi opp med negative eksponenter på høyresiden av likningen.

Eksempel

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Potenser med ikke-positiv eksponent

Delings-regelen fra forrige side stemmer kun dersom $n > m$. For hvis m er større enn n ender vi opp med negative eksponenter på høyresiden av likningen.

Eksempel

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Å skrive 2^{-2} gir ikke mening. Hva vil det si å gange 2 med seg selv -2 ganger?

Potenser med ikke-positiv eksponent

Delings-regelen fra forrige side stemmer kun dersom $n > m$. For hvis m er større enn n ender vi opp med negative eksponenter på høyresiden av likningen.

Eksempel

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Å skrive 2^{-2} gir ikke mening. Hva vil det si å gange 2 med seg selv -2 ganger? Hva om vi ikke lar det stoppe oss? Hva om vi gir det mening ved hjelp av denne formelen?

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0$$

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1}$$

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{2}{2}$$

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}$$

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} = 1.$$

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} = 1.$$

Dette kan vi gjøre med alle tall, ikke bare 2. Den generelle regelen er:

$$a^0 = 1.$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2}$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3}$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3} = \frac{4}{4 \cdot 4 \cdot 4}$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3} = \frac{\cancel{4}}{4 \cdot 4 \cdot \cancel{4}}$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3} = \frac{\cancel{4}}{4 \cdot 4 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{4^2}.$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3} = \frac{\cancel{4}}{4 \cdot 4 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{4^2}.$$

Dette kan igjen gjøres med alle mulige tall. Den generelle regelen er:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Potensregler for ikke-positive eksponenter

Vi har nettopp fått disse to reglene:

Regel

Om du opphøyer et tall i 0 får du 1. Matematisk:

$$a^0 = 1.$$

Potensregler for ikke-positive eksponenter

Vi har nettopp fått disse to reglene:

Regel

Om du opphøyer et tall i 0 *får du 1. Matematisk:*

$$a^0 = 1.$$

Regel

Om du opphøyer et tall i et negativt tall, så bytt fortegn på eksponenten, og del 1 *på dette. Matematisk:*

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har

$$0^n = 0.$$

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har

$$0^n = 0.$$

- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har

$$a^0 = 1.$$

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har

$$0^n = 0.$$

- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har

$$a^0 = 1.$$

- Så har vi $0^0 = 0$ eller $0^0 = 1$?

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har
$$0^n = 0.$$
- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har
$$a^0 = 1.$$
- Så har vi $0^0 = 0$ eller $0^0 = 1$?
- Begge deler virker problematisk, så vi løser dette problemet ved å love å aldri regne ut 0^0.

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har

$$0^n = 0.$$

- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har

$$a^0 = 1.$$

- Så har vi $0^0 = 0$ eller $0^0 = 1$?
- Begge deler virker problematisk, så vi løser dette problemet ved å love å aldri regne ut 0^0.
  - Litt samme som at vi aldri deler på 0.

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har

$$0^n = 0.$$

- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har

$$a^0 = 1.$$

- Så har vi $0^0 = 0$ eller $0^0 = 1$?
- Begge deler virker problematisk, så vi løser dette problemet ved å love å aldri regne ut 0^0.
  - Litt samme som at vi aldri deler på 0.
  - (Jeg mener at svaret burde være 1.)

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$.

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$.
Vi får:

$$\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$$

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$.
Vi får:

$$\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}} = \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{x^3 x^{-2}}{x^{-1}} \cdot \frac{y^{-2}}{y^2}$$

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$.
Vi får:

$$\begin{aligned}\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}} &= \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{x^3 x^{-2}}{x^{-1}} \cdot \frac{y^{-2}}{y^2} \\ &= 3^{4-2} \cdot x^{3+(-2)-(-1)} \cdot y^{-2-2}\end{aligned}$$

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$.
Vi får:

$$\begin{aligned}\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}} &= \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{x^3 x^{-2}}{x^{-1}} \cdot \frac{y^{-2}}{y^2} \\ &= 3^{4-2} \cdot x^{3+(-2)-(-1)} \cdot y^{-2-2} \\ &= 3^2 \cdot x^2 \cdot y^{-4}\end{aligned}$$

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$.
Vi får:

$$
\begin{aligned}
\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}} &= \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{x^3 x^{-2}}{x^{-1}} \cdot \frac{y^{-2}}{y^2} \\
&= 3^{4-2} \cdot x^{3+(-2)-(-1)} \cdot y^{-2-2} \\
&= 3^2 \cdot x^2 \cdot y^{-4} \\
&= \frac{9x^2}{y^4}
\end{aligned}
$$

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET