Bokstavregning og parenteser

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Bokstavregning og parenteser

1 Tall og tallregning

2 Brøkregning

3 **Bokstavregning og parenteser**

- Parentesregning
- Bokstavregning

Plusse parenteser

Om vi vil plusse på en parentes, så kan vi fjerne parentesen uten at svaret endrer seg.

Plusse parenteser

Om vi vil plusse på en parentes, så kan vi fjerne parentesen uten at svaret endrer seg.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $10 + (5 - 1)$ så må vi i følge regnerekkefølgen først regne ut parentesen og få $10 + 4$, og så plusse sammen og få 14.

Plusse parenteser

Om vi vil plusse på en parentes, så kan vi fjerne parentesen uten at svaret endrer seg.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $10 + (5 - 1)$ så må vi i følge regnerekkefølgen først regne ut parentesen og få $10 + 4$, og så plusse sammen og få 14.
- Men om vi bare fjerner parentesen får vi $10 + 5 - 1 = 15 - 1 = 14$, som også er riktig svar.

Minuse parenteser

Om vi vil trekke fra en parentes, så kan vi fjerne parentesen om vi bytter fortegn på alle leddene inni parentesen.

Minuse parenteser

Om vi vil trekke fra en parentes, så kan vi fjerne parentesen om vi bytter fortegn på alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $10 - (5 - 1)$ så må vi først regne ut parentesen og få $10 - 4$, og så trekke fra 4, og få 6.

Minuse parenteser

Om vi vil trekke fra en parentes, så kan vi fjerne parentesen om vi bytter fortegn på alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $10 - (5 - 1)$ så må vi først regne ut parentesen og få $10 - 4$, og så trekke fra 4, og få 6.
- Om vi bare fjerner parentesen får vi $10 - 5 - 1 = 4$, som er feil svar.

Minuse parenteser

Om vi vil trekke fra en parentes, så kan vi fjerne parentesen om vi bytter fortegn på alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $10 - (5 - 1)$ så må vi først regne ut parentesen og få $10 - 4$, og så trekke fra 4, og få 6.
- Om vi bare fjerner parentesen får vi $10 - 5 - 1 = 4$, som er feil svar.
- Men om vi fjerner parentesen og bytter fortegn får vi $10 - 5 + 1 = 6$, som igjen er riktig svar.

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $3 \cdot (2+5)$ så må vi først regne ut parentesen og få $3 \cdot 7$, og så gange ut og få 21.

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $3 \cdot (2 + 5)$ så må vi først regne ut parentesen og få $3 \cdot 7$, og så gange ut og få 21.
- Vi kan fjerne parentesen ved å gange 3 med hvert ledd inni parentesen, og får da

$$3 \cdot (2 + 5)$$

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $3 \cdot (2 + 5)$ så må vi først regne ut parentesen og få $3 \cdot 7$, og så gange ut og få 21.
- Vi kan fjerne parentesen ved å gange 3 med hvert ledd inni parentesen, og får da

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5$$

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $3 \cdot (2 + 5)$ så må vi først regne ut parentesen og få $3 \cdot 7$, og så gange ut og få 21.
- Vi kan fjerne parentesen ved å gange 3 med hvert ledd inni parentesen, og får da

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 6 + 15$$

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $3 \cdot (2+5)$ så må vi først regne ut parentesen og få $3 \cdot 7$, og så gange ut og få 21.
- Vi kan fjerne parentesen ved å gange 3 med hvert ledd inni parentesen, og får da

$$3 \cdot (2+5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 6 + 15 = 21$$

Gange med parentes

Om vi vil gange et tall med en parentes, må vi gange tallet med alle leddene inni parentesen.

Eksempel

- Om vi vil regne ut $3 \cdot (2 + 5)$ så må vi først regne ut parentesen og få $3 \cdot 7$, og så gange ut og få 21.
- Vi kan fjerne parentesen ved å gange 3 med hvert ledd inni parentesen, og får da

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 6 + 15 = 21$$

som igjen er riktig svar.

Gange sammen to parenteser

Om vi vil gange sammen to parenteser, ender vi opp med å gange sammen alle leddene i første parentesen med andre leddene i andre parentesen.

Gange sammen to parenteser

Om vi vil gange sammen to parenteser, ender vi opp med å gange sammen alle leddene i første parentesen med andre leddene i andre parentesen.

Eksempel

Vi bruker regelen fra forrige side for å regne ut $(3+2)\cdot(4-3)$ og får

$$(3+2)\cdot(4-3)$$

Gange sammen to parenteser

Om vi vil gange sammen to parenteser, ender vi opp med å gange sammen alle leddene i første parentesen med andre leddene i andre parentesen.

Eksempel

Vi bruker regelen fra forrige side for å regne ut $(3+2)\cdot(4-3)$ og får

$$(3+2)\cdot(4-3) = (3+2)\cdot 4 - (3+2)\cdot 3$$

Gange sammen to parenteser

Om vi vil gange sammen to parenteser, ender vi opp med å gange sammen alle leddene i første parentesen med andre leddene i andre parentesen.

Eksempel

Vi bruker regelen fra forrige side for å regne ut $(3+2)\cdot(4-3)$ og får

$$\begin{aligned}(3+2)\cdot(4-3) &= (3+2)\cdot 4 - (3+2)\cdot 3\\ &= 3\cdot 4 + 2\cdot 4 - 3\cdot 3 - 2\cdot 3\end{aligned}$$

Gange sammen to parenteser

Om vi vil gange sammen to parenteser, ender vi opp med å gange sammen alle leddene i første parentesen med andre leddene i andre parentesen.

Eksempel

Vi bruker regelen fra forrige side for å regne ut $(3 + 2) \cdot (4 - 3)$ og får

$$\begin{aligned}(3 + 2) \cdot (4 - 3) &= (3 + 2) \cdot 4 - (3 + 2) \cdot 3 \\ &= 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 \\ &= 12 + 8 - 9 - 6\end{aligned}$$

Gange sammen to parenteser

Om vi vil gange sammen to parenteser, ender vi opp med å gange sammen alle leddene i første parentesen med andre leddene i andre parentesen.

Eksempel

Vi bruker regelen fra forrige side for å regne ut $(3+2)\cdot(4-3)$ og får

$$\begin{aligned}(3+2)\cdot(4-3) &= (3+2)\cdot 4-(3+2)\cdot 3\\ &= 3\cdot 4+2\cdot 4-3\cdot 3-2\cdot 3\\ &= 12+8-9-6\\ &= 5.\end{aligned}$$

Trekke ut av parentes

Vi kan også bruke regelen for tall og parentes baklengs, om alle leddene i en parentes har et tall til felles.

Trekke ut av parentes

Vi kan også bruke regelen for tall og parentes baklengs, om alle leddene i en parentes har et tall til felles.

Eksempel

Uttrykket

$$3 \cdot 5 + 3 \cdot 7$$

kan skrives om som

$$3 \cdot (5 + 7).$$

Bokstavregning og parenteser

1 Tall og tallregning

2 Brøkregning

3 **Bokstavregning og parenteser**

- Parentesregning
- Bokstavregning

Variable og ukjente

Eksempel

- I setningen «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.» er aldreren til Harald ukjent. Vi vet ikke hva den er (ennå!).

Variable og ukjente

Eksempel

- I setningen «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.» er aldreren til Harald ukjent. Vi vet ikke hva den er (ennå!).
- I setningen «Du må betale 4 kroner per eple du kjøper.» er antall epler en variabel. Vi kan velge hvor mange epler vi vil kjøpe.

Variable og ukjente

Eksempel

- I setningen «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.» er aldreren til Harald ukjent. Vi vet ikke hva den er (ennå!).
- I setningen «Du må betale 4 kroner per eple du kjøper.» er antall epler en variabel. Vi kan velge hvor mange epler vi vil kjøpe.
- Jeg vil bruke ordet ubestemt som en fellesbetegnelse på ukjente og variable.

Variable og ukjente

Eksempel

- I setningen «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.» er aldreren til Harald ukjent. Vi vet ikke hva den er (ennå!).
- I setningen «Du må betale 4 kroner per eple du kjøper.» er antall epler en variabel. Vi kan velge hvor mange epler vi vil kjøpe.
- Jeg vil bruke ordet ubestemt som en fellesbetegnelse på ukjente og variable.

Vi bruker bokstaver til å representere ukjente og variable. Typisk begynner vi på x eller a og følger alfabetet.

Ukjente, eksempel

Setningen fra forrige side, «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.», kan oversettes til likninger ved å la x representere Haralds alder, og y representere brorens alder.

Ukjente, eksempel

Setningen fra forrige side, «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.», kan oversettes til likninger ved å la x representere Haralds alder, og y representere brorens alder.

$$x = y + 5$$

Ukjente, eksempel

Setningen fra forrige side, «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.», kan oversettes til likninger ved å la x representere Haralds alder, og y representere brorens alder.

$$x = y + 5$$
$$x + 2 = 2 \cdot (y + 2)$$

Ukjente, eksempel

Setningen fra forrige side, «Harald er 5 år eldre enn sin bror. Om to år vil han være dobbelt så gammel som sin bror.», kan oversettes til likninger ved å la x representere Haralds alder, og y representere brorens alder.

$$x = y + 5$$
$$x + 2 = 2 \cdot (y + 2)$$

Disse kan vi så prøve å finne svaret på. (Harald er 8 år.)

Variabel, eksempel

- Setningen «Du må betale 4 kroner per eple du kjøper.» kan oversettes til en formel. Om du kjøper x epler, må du betale

$$4x$$

kroner.

Variabel, eksempel

- Setningen «Du må betale 4 kroner per eple du kjøper.» kan oversettes til en formel. Om du kjøper x epler, må du betale

$$4x$$

  kroner.
- Vi kan nå la bytte ut x med et hvilket som helst tall, og bruke formelen til å finne ut hvor mye vi må betale.

Variabel, eksempel

- Setningen «Du må betale 4 kroner per eple du kjøper.» kan oversettes til en formel. Om du kjøper x epler, må du betale

$$4x$$

  kroner.
- Vi kan nå la bytte ut x med et hvilket som helst tall, og bruke formelen til å finne ut hvor mye vi må betale.
- I dette eksempelet trengte vi ikke lage en formel for å finne ut hvor mye du skal betale, men det kan være nyttig i mer komplekse situasjoner.

Parentesregler og ubestemte

- Parentesreglene vi lærte i første del av forelesningen er mesteparten av tiden ganske unyttige når vi bare jobber med tall.

Parentesregler og ubestemte

- Parentesreglene vi lærte i første del av forelesningen er mesteparten av tiden ganske unyttige når vi bare jobber med tall.
- Vi kan alltid bare regne ut parentesen først, og da trenger vi ikke vite hvordan vi kan fjerne parentesen.

Parentesregler og ubestemte

- Parentesreglene vi lærte i første del av forelesningen er mesteparten av tiden ganske unyttige når vi bare jobber med tall.
- Vi kan alltid bare regne ut parentesen først, og da trenger vi ikke vite hvordan vi kan fjerne parentesen.
- Om vi har ubestemte så kan vi ikke gjøre dette, og da vil parentesreglene være nyttige.

Parentesregler og ubestemte, eksempel

Vi har to variable, x og y, og formelen

$$2(x - y) - (2x + y) + y(x + 3) - xy + 1.$$

Parentesregler og ubestemte, eksempel

Vi har to variable, x og y, og formelen

$$2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy+1.$$

Vi bruker parentesreglene og får

$$2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy+1$$

Parentesregler og ubestemte, eksempel

Vi har to variable, x og y, og formelen

$$2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy+1.$$

Vi bruker parentesreglene og får

$$\begin{aligned} 2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy&+1\\ 2x-2y-2x-y+xy+3y-xy&+1 \end{aligned}$$

Parentesregler og ubestemte, eksempel

Vi har to variable, x og y, og formelen

$$2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy+1.$$

Vi bruker parentesreglene og får

$$\begin{aligned}
2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy&+1\\
2x-2y-2x-y+xy+3y-xy&+1\\
2x-2x+3y-y-2y+xy-xy&+1
\end{aligned}$$

Parentesregler og ubestemte, eksempel

Vi har to variable, x og y, og formelen

$$2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy+1.$$

Vi bruker parentesreglene og får

$$\begin{aligned}
2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy&+1\\
2x-2y-2x-y+xy+3y-xy&+1\\
2x-2x+3y-y-2y+xy-xy&+1\\
(2-2)x+(3-1-2)y+(1-1)xy&+1
\end{aligned}$$

Parentesregler og ubestemte, eksempel

Vi har to variable, x og y, og formelen

$$2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy+1.$$

Vi bruker parentesreglene og får

$$\begin{aligned}
2(x-y)-(2x+y)+y(x+3)-xy&+1\\
2x-2y-2x-y+xy+3y-xy&+1\\
2x-2x+3y-y-2y+xy-xy&+1\\
(2-2)x+(3-1-2)y+(1-1)xy&+1\\
&1.
\end{aligned}$$

Sammentrekning av ledd

- Vi så på forrige side et eksempel på sammentrekning av like ledd.

Sammentrekning av ledd

- Vi så på forrige side et eksempel på sammentrekning av like ledd.
- Dersom to ledd er av samme type så kan vi slå dem sammen til ett ledd ved å plusse sammen tallene foran de ubestemte.

Sammentrekning av ledd

- Vi så på forrige side et eksempel på sammentrekning av like ledd.
- Dersom to ledd er av samme type så kan vi slå dem sammen til ett ledd ved å plusse sammen tallene foran de ubestemte.
- To ledd er av samme type dersom de har de samme ubestemte, og like mange av dem.

Sammentrekning av ledd

- Vi så på forrige side et eksempel på sammentrekning av like ledd.
- Dersom to ledd er av samme type så kan vi slå dem sammen til ett ledd ved å plusse sammen tallene foran de ubestemte.
- To ledd er av samme type dersom de har de samme ubestemte, og like mange av dem.
- Eksempler på forskjellige typer ledd:

$$x^2 \qquad xy \qquad x \qquad y \qquad y^3 \qquad xy^2$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x-1)(x+2).$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x-1)(x+2).$$

Vi regner ut parentesene og slår sammen ledd:

$$-3(2x-1)(x+2)$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x-1)(x+2).$$

Vi regner ut parentesene og slår sammen ledd:

$$-3(2x-1)(x+2) = -3(2x^2+4x-x-2)$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x-1)(x+2).$$

Vi regner ut parentesene og slår sammen ledd:

$$\begin{aligned} -3(2x-1)(x+2) &= -3(2x^2+4x-x-2) \\ &= -3(2x^2+3x-2) \end{aligned}$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x-1)(x+2).$$

Vi regner ut parentesene og slår sammen ledd:

$$\begin{aligned}-3(2x-1)(x+2) &= -3(2x^2+4x-x-2)\\ &= -3(2x^2+3x-2)\\ &= -6x^2-9x+6\end{aligned}$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x - 1)(x + 2).$$

Vi regner ut parentesene og slår sammen ledd:

$$\begin{aligned} -3(2x - 1)(x + 2) &= -3(2x^2 + 4x - x - 2) \\ &= -3(2x^2 + 3x - 2) \\ &= -6x^2 - 9x + 6 \end{aligned}$$

Vi har derfor at

$$-3(2x - 1)(x + 2) = -6x^2 - 9x + 6.$$

Sammentrekning av ledd, eksempel

Vi vil regne ut

$$-3(2x-1)(x+2).$$

Vi regner ut parentesene og slår sammen ledd:

$$\begin{aligned}-3(2x-1)(x+2) &= -3(2x^2+4x-x-2)\\ &= -3(2x^2+3x-2)\\ &= -6x^2-9x+6\end{aligned}$$

Vi har derfor at

$$-3(2x-1)(x+2) = -6x^2-9x+6.$$

Begge måter å skrive uttrykket på har fordeler og ulemper.

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET