Likninger

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

1 Likninger

- Likninger
- Løse likninger
- Sette prøve på svaret

2 Formler

Likninger

Hva er en likning

Definisjon

En likning består av to uttrykk og et likhetstegn mellom dem.

- To eksempel:

$$3 = 7 \qquad 2x + 3y = 5 - 3z.$$

- Et sett med tall er en løsning av en likning dersom vi kan bytte ut variablene med disse tallene, og vi får at venstresiden og høyresiden er like.
- Eksempel: Tallene $x = 1, y = 1$ og $z = 0$ løser likningen over, siden

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5 - 3 \cdot 0.$$

- Å løse en likning betyr å finne alle sett med tall som er en løsning av likningen.

Løse likninger

Å løse en likning med én variabel

- En likning med flere variable har vanligvis uendelig mange løsninger.
- Vi holder oss derfor til likninger som bare har én variabel.
- Men hvordan finner vi ut hva løsningen(e) kan være?
- Hvilke x-verdier er løsninger av likningen

$$2x - 3 = 7?$$

- Skal vi bare gjette? Om vi prøver oss frem med et par tall, så vil vi fort finne ut at $x = 5$ løser likningen.
- Dette kan da ikke være den letteste metoden. Blir mye vanskeligere med en gang svaret ikke er et heltall.

Å «gjøre det samme»

- Vi kan se på en likning som en sann setning. Venstresiden er lik høyresiden.
- Vi vet bare ikke hva x-verdien skal være for at det skal være sant.
- Men om vi «gjør» det samme på begge sidene av likhetstegnet, så vil setningen fortsatt være sann.
- Om
$$2x - 3 = 7$$
så må jo også
$$(2x - 3) + 2 = (7) + 2.$$
- Begge deler er jo bare «2 mer», men siden begge er 2 mer, må de fremdeles være like.

Å «gjøre det samme»

- Vi kan også gange med det samme på begge sider.
- Om

$$2x - 3 = 7$$

  så må jo også

$$3 \cdot (2x - 3) = 3 \cdot (7).$$

- Begge sider er nå 3 ganger større, men siden begge er det, må de fremdeles være like.
- Vi har disse to triksene:
  - Vi kan plusse/minuse med det samme på begge sider.
  - Vi kan gange/dele med det samme på begge sider.
- Til sammen så vil disse to triksene løse veldig mange likninger.

Å plusse/minuse på begge sider

- Vi vil løse likningen
$$2x - 3 = 7.$$
- Vi velger å plusse på 3 på begge sidene, og får
$$\begin{aligned}(2x - 3) + 3 &= (7) + 3 \\ 2x &= 7 + 3\end{aligned}$$
- Merk hvordan 3-tallet «byttet side» men da også byttet fortegn.

Regel

Vi kan flytte et ledd over på andre siden av likhetstegnet, men må da bytte fortegn.

Å løse en likning, eksempel

Vi skal nå fullstendig løse likningen

$$3x - 3 = 5x + 7.$$

Vi løser:

$$\begin{aligned}
3x - 3 &= 5x + 7 & \\
-3 &= 5x + 7 - 3x & \text{Flytte-Bytte} \\
-3 - 7 &= 5x - 3x & \text{Flytte-Bytte} \\
-10 &= 2x & \text{Regne ut} \\
\frac{-10}{2} &= \frac{2x}{2} & \text{Del begge sider på 2} \\
-5 &= x & \text{Regne ut}
\end{aligned}$$

Rasjonale likninger

- Om en likning har brøker, kan vi starte med å gange begge sider med nevnerene.
- Vi ender da alltid opp med en likning som ikke lenger har brøker.
- Eksempel: Vi skal løse
$$\frac{3}{x} + 5 = \frac{2x+1}{x}.$$
- Vi ganger begge sidene med x og får

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{x} + 5\right) \cdot x &= \frac{2x+1}{x} \cdot x \\ \frac{3x}{x} + 5x &= \frac{(2x+1) \cdot x}{x} \\ 3 + 5x &= 2x + 1\end{aligned}$$

Løsing av likninger

Denne rekkefølgen fører nesten alltid frem:

1. Løs opp parenteser.
2. Gang med nevner til eventuelle brøker til det ikke lenger er noen brøker.
3. Trekk sammen like ledd.
4. Flytt alle ledd med ukjente til venstresiden.
5. Flytt alle ledd uten ukjente til høyresiden.
6. Trekk sammen like ledd.
7. Del begge sider med tallet foran den ukjente.

Sette prøve på svaret

Sette prøve på svaret

- Når vi har funnet en løsning, så kan vi sette prøve på denne ved å sette den inn i den originale likningen.
- Om vi har regnet riktig så skal vi da få at venstresiden og høyresiden er like.
- Lurt å sette prøve på svaret om du er usikker på om du har regnet riktig.
- Også veldig viktig å sette prøve på svaret dersom likningen hadde ukjente under brøkstreken.
- Vi må sjekke at løsningen ikke gjør at vi deler på null!

Sette prøve på brøk, eksempel

Vi vil løse likningen

$$\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{4x-1}{6x}.$$

Vi løser:

$$\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{4x-1}{6x}$$

$$6x \cdot \left(\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x}\right) = \frac{4x-1}{6x} \cdot 6x$$

$$\frac{6x \cdot (2x-1)}{2x} + \frac{6x}{3x} = \frac{6x \cdot (4x-1)}{6x}$$

$$3 \cdot (2x-1) + 2 = 4x - 1$$

$$6x - 3 + 2 = 4x - 1$$

$$6x - 1 = 4x - 1$$

$$6x - 4x = -1 + 1$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Sette prøve på brøk, eksempel

- Det eneste svaret vi fant for likningen

$$\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{4x-1}{x}$$

  var $x = 0$.
- Men om vi prøver å sette det inn i likningen får vi

$$\frac{2 \cdot 0 - 1}{2 \cdot 0} + \frac{1}{3 \cdot 0} = \frac{4 \cdot 0 - 1}{0}.$$

- Vi deler på null! Ikke lov!
- Det betyr at $x = 0$ ikke er en løsning likevel.
- Og siden det var den eneste mulige løsningen, betyr det at denne likningen ikke har noen løsninger.

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET