

Likninger

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET



1 Likninger

- Likninger
- Løse likninger
- Sette prøve på svaret

2 Formler

Likninger

Hva er en likning

Definisjon

En likning består av to uttrykk og et likhetstegn mellom dem.

- To eksempel:

$$3 = 7 \quad 2x + 3y = 5 - 3z.$$

- Et sett med tall er en **løsning** av en likning dersom vi kan bytte ut variablene med disse tallene, og vi får at venstresiden og høyresiden er **like**.
- Eksempel: Tallene $x = 1$, $y = 1$ og $z = 0$ løser likningen over, siden

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5 - 3 \cdot 0.$$

- Å **løse** en likning betyr å finne **alle** sett med tall som er en løsning av likningen.

Løse likninger

Å løse en likning med én variabel

- En likning med flere variable har vanligvis uendelig mange løsninger.
- Vi holder oss derfor til likninger som bare har én variabel.
- Men hvordan finner vi ut hva løsningen(e) kan være?
- Hvilke x -verdier er løsninger av likningen

$$2x - 3 = 7?$$

- Skal vi bare gjette? Om vi prøver oss frem med et par tall, så vil vi fort finne ut at $x = 5$ løser likningen.
- Dette kan da ikke være den letteste metoden. Blir mye vanskeligere med en gang svaret ikke er et heltall.

Å «gjøre det samme»

- Vi kan se på en likning som en **sann** setning. Venstresiden **er** lik høyresiden.
- Vi vet bare ikke hva x -verdien skal være for at det skal være sant.
- Men om vi «gjør» det samme på begge sidene av likhetstegnet, så vil setningen **fortsatt** være sann.
- Om

$$2x - 3 = 7$$

så må jo også

$$(2x - 3) + 2 = (7) + 2.$$

- Begge deler er jo bare «2 mer», men siden **begge** er 2 mer, må de fremdeles være like.

Å «gjøre det samme»

- Vi kan også gange med det samme på begge sider.
- Om

$$2x - 3 = 7$$

så må jo også

$$3 \cdot (2x - 3) = 3 \cdot (7).$$

- Begge sider er nå 3 ganger større, men siden **begge** er det, må de fremdeles være like.
- Vi har disse to triksene:
 - Vi kan plusse/minuse med det samme på begge sider.
 - Vi kan gange/dele med det samme på begge sider.
- Til sammen så vil disse to triksene løse veldig mange likninger.

Å plusse/minuse på begge sider

- Vi vil løse likningen

$$2x - 3 = 7.$$

- Vi velger å plusse på 3 på begge sidene, og får

$$(2x - 3) + 3 = (7) + 3$$

$$2x = 7 + 3$$

- Merk hvordan 3-tallet «byttet side» men da også byttet fortegn.

Regel

Vi kan flytte et ledd over på andre siden av likhetstegnet, men må da bytte fortegn.

Å løse en likning, eksempel

Vi skal nå fullstendig løse likningen

$$3x - 3 = 5x + 7.$$

Vi løser:

$$3x - 3 = 5x + 7$$

$$- 3 = 5x + 7 - 3x$$

Flytte-Bytte

$$- 3 - 7 = 5x - 3x$$

Flytte-Bytte

$$- 10 = 2x$$

Regne ut

$$\frac{-10}{2} = \frac{2x}{2}$$

Del begge sider på 2

$$- 5 = x$$

Regne ut

Rasjonale likninger

- Om en likning har brøker, kan vi starte med å gange begge sider med nevnerene.
- Vi ender da alltid opp med en likning som ikke lenger har brøker.
- Eksempel: Vi skal løse

$$\frac{3}{x} + 5 = \frac{2x + 1}{x}.$$

- Vi ganger begge sidene med x og får

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{x} + 5\right) \cdot x &= \frac{2x + 1}{x} \cdot x \\ \frac{3x}{x} + 5x &= \frac{(2x + 1) \cdot x}{x} \\ 3 + 5x &= 2x + 1\end{aligned}$$

Løsing av likninger

Denne rekkefølgen fører nesten alltid frem:

- 1 Løs opp parenteser.
- 2 Gang med nevner til eventuelle brøker til det ikke lenger er noen brøker.
- 3 Trekk sammen like ledd.
- 4 Flytt alle ledd med ukjente til venstresiden.
- 5 Flytt alle ledd uten ukjente til høyresiden.
- 6 Trekk sammen like ledd.
- 7 Del begge sider med tallet foran den ukjente.

Sette prøve på svaret

Sette prøve på svaret

- Når vi har funnet en løsning, så kan vi **sette prøve** på denne ved å sette den inn i den originale likningen.
- Om vi har regnet riktig så skal vi da få at venstresiden og høyresiden er like.
- Lurt å sette prøve på svaret om du er usikker på om du har regnet riktig.
- Også **veldig viktig** å sette prøve på svaret dersom likningen hadde ukjente under brøkstreken.
- Vi må sjekke at løsningen ikke gjør at vi deler på null!

Sette prøve på brøk, eksempel

Vi vil løse likningen

$$\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{4x-1}{6x}.$$

Vi løser:

$$\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{4x-1}{6x}$$

$$6x \cdot \left(\frac{2x-1}{2x} + \frac{1}{3x} \right) = \frac{4x-1}{6x} \cdot 6x$$

$$\frac{6x \cdot (2x-1)}{2x} + \frac{6x}{3x} = \frac{6x \cdot (4x-1)}{6x}$$

$$3 \cdot (2x-1) + 2 = 4x-1$$

$$6x - 3 + 2 = 4x - 1$$

$$6x - 1 = 4x - 1$$

$$6x - 4x = -1 + 1$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Sette prøve på brøk, eksempel

- Det **eneste** svaret vi fant for likningen

$$\frac{2x - 1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{4x - 1}{x}$$

var $x = 0$.

- Men om vi prøver å sette det inn i likningen får vi

$$\frac{2 \cdot 0 - 1}{2 \cdot 0} + \frac{1}{3 \cdot 0} = \frac{4 \cdot 0 - 1}{0}.$$

- Vi deler på null! Ikke lov!
- Det betyr at $x = 0$ ikke er en løsning likevel.
- Og siden det var den eneste mulige løsningen, betyr det at denne likningen ikke har **noen** løsninger.



OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET