

**OSLOMET**

# Potenser

**Nikolai Bjørnestøl Hansen**

**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET



Foto: Ronny Østnes / OsloMet

## 1 Rasjonale uttrykk

## 2 Potenser

- Ganging og deling av potenser
- Potenser med ikke-positiv eksponent

## 3 Flere potensregler

# Hva er potenser?

## Definisjon

En potens er et tall på formen

$$a^n.$$

Tallet  $a$  kalles **grunntallet** og tallet  $n$  kalles **eksponenten**.

- Om jeg skriver  $2^5$  så mener jeg  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ .
- Snart kommer vi til å lære hva det betyr hvis  $n$  **ikke** er positiv.
- I Kapittel 1.9 kommer vi til å lære hva det betyr hvis  $n$  er en **brøk**.

# Ganging og deling av potenser

# Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen  $2^5$  og  $2^3$  får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} = 2^8 = 2^{5+3}.$$

Dette viser oss at dette er en rimelig regel:

## Regel

*Om vi har to potenser med samme grunntall, og ganger dem sammen, så får vi svaret ved å plusse sammen eksponentene. Matematisk:*

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

# Deling av potenser

Hvis vi skal dele  $2^5$  på  $2^3$  får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Dette gir oss følgende regel:

## Regel

*Om vi har to potenser med samme grunntall, og skal dele den ene på den andre, så får vi svaret ved å trekke nevnerens eksponent fra tellerens. Matematisk:*

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

# Potenser med ikke-positiv eksponent

# Potenser med ikke-positiv eksponent

Delings-regelen fra forrige side stemmer kun dersom  $n > m$ . For hvis  $m$  er større enn  $n$  ender vi opp med negative eksponenter på høyresiden av likningen.

## Eksempel

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Å skrive  $2^{-2}$  gir ikke mening. Hva vil det si å gange 2 med seg selv  $-2$  ganger?

Hva om vi ikke lar det stoppe oss? Hva om vi gir det mening ved hjelp av denne formelen?



# Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

## Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{2}{2} = 1.$$

Dette kan vi gjøre med alle tall, ikke bare 2. Den generelle regelen er:

$$a^0 = 1.$$

# Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva  $4^{-2}$  burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

## Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3} = \frac{\cancel{4}}{4 \cdot 4 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{4^2}.$$

Dette kan igjen gjøres med alle mulige tall. Den generelle regelen er:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

# Potensregler for ikke-positive eksponenter

Vi har nettopp fått disse to reglene:

## Regel

*Om du opphøyer et tall i 0 får du 1. Matematisk:*

$$a^0 = 1.$$

## Regel

*Om du opphøyer et tall i et negativt tall, så bytt fortegn på eksponenten, og del 1 på dette. Matematisk:*

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

# Det vanskelige tilfellet $0^0$

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har

$$0^n = 0.$$

- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har

$$a^0 = 1.$$

- Så har vi  $0^0 = 0$  eller  $0^0 = 1$ ?
- Begge deler virker problematisk, så vi løser dette problemet ved å love å aldri regne ut  $0^0$ .
  - Litt samme som at vi aldri deler på 0.
  - (Jeg mener at svaret burde være 1.)

# Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

## Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket  $\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}}$ .

Vi får:

$$\begin{aligned}\frac{3^4 x^3 y^{-2} x^{-2}}{3^2 y^2 x^{-1}} &= \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{x^3 x^{-2}}{x^{-1}} \cdot \frac{y^{-2}}{y^2} \\ &= 3^{4-2} \cdot x^{3+(-2)-(-1)} \cdot y^{-2-2} \\ &= 3^2 \cdot x^2 \cdot y^{-4} \\ &= \frac{9x^2}{y^4}\end{aligned}$$



**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY**  
STORBYUNIVERSITETET