Andregradslikninger med to ledd

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Andregradslikninger

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Eksempler:

$$4x^2 = 3x + 7 \qquad x^2 = 8.$$

De kan skrives om til

$$4x^2 - 3x - 7 = 0 \qquad x^2 + 0x - 8 = 0.$$

Ingen førstegradsledd

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0 \qquad 2x^2 = 18$$
$$x^2 = 8 \qquad 3x^2 - 2 = 0$$

- Disse kan alltid skrives om så de ser ut som
$$x^2 = k.$$
- Hvis k er negativ, finnes ingen løsning.
- Hvis k er positiv, finnes to løsninger, $\sqrt{k}$ og $-\sqrt{k}$.

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte -8 over, og så dele på 2 for å få $x^2 = 4$.
- Vi ser at $x = 2$ er en løsning, da $2^2 = 4$.
- Men $x = -2$ er også en løsning, da $(-2)^2 = 4$.
- Vi skriver $x = \pm 2$. Symbolet $\pm$ betyr at $x = +2$ eller $x = -2$
- Den andre likingen skriver vi om til $x^2 = -3$ som ikke har noen løsninger. Vi kan ikke ta kvadratroten av et negativt tall.

Ingen konstantledd

Faktorisering og 0

Regel

Om $a \cdot b = 0$ *så må enten* $a = 0$ *eller* $b = 0$.

Dette er en overraskende nyttig regel med tanke på hvor simpel den er.

Oppgave

Løs likningen $(x-2)(x-3) = 0$.

- Siden $(x-2)(x-3) = 0$ må enten $x-2 = 0$ eller $x-3 = 0$.
- Derfor må enten $x = 2$ eller $x = 3$.

Når $c = 0$

- Dersom en andregradslikning mangler konstantleddet c så kan vi skrive likningen som $ax^2 + bx = 0$.
- Her kan vi faktorisere x utenfor parentesen, og få

$$x(ax + b) = 0$$

- I følge regelen fra forrige side, må vi derfor ha

$$x = 0 \quad \text{eller} \quad ax + b = 0$$

- Dette gir oss da løsningene $x = 0$ og $x = -\frac{b}{a}$.

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktoriserer vi x utenfor, og skriver dem som

$$x(x-3) = 0 \qquad x(-2x+7) = 0.$$

- Den første likningen stemmer da om $x = 0$ eller om $x - 3 = 0$.
- Vi flytter -3 over, og får $x = 3$ som den andre løsningen.
- Den andre likningen stemmer om $x = 0$ eller om $-2x + 7 = 0$.
- Vi flytter $-2x$ over og deler på 2, og får $x = \frac{7}{2}$ som den andre løsningen.

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$
\begin{aligned}
x^2 - 4x + 3 &= x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 1^2 \\
&= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x - 1)(x - 3)
\end{aligned}
$$

- Likningen blir derfor $(x - 1)(x - 3) = 0$.
- Vi har derfor enten $x - 1 = 0$ eller $x - 3 = 0$.
- Vi får derfor $x = 1$ eller $x = 3$.

OSLOMET

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET