

Kvadratrøtter og røtter av høyere orden

Nikolai Bjørnestøl Hansen

**OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET**



1 Tall på standardform

2 **Kvadratrøtter og røtter av høyere orden**

- Kvadratrøtter
- Røtter av høyere orden

3 Potenser med en brøk som eksponent

Kvadratrøtter

Kvadratrøtter

Definisjon

Kvadratroten til et ikke-negativt tall a er definert til å være det **ikke-negative** tallet x slik at $x^2 = a$. Vi skriver dette tallet som $x = \sqrt{a}$.

- Merk at for alle positive tall a så finnes det **to** tall slik at $x^2 = a$.
- Eksempelvis er $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ **og** $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$.
- Men kun ett av dem er ikke negativt, og det velger vi å kalle **kvadratroten**.
- Eksempelvis er $\sqrt{4} = 2$.
- Eneste grunnen til at jeg skriver **ikke-negativt** i stedet for **positivt** er for å få med at $\sqrt{0} = 0$.

Kvadratrøtter og negative tall

- Om vi ganger et positivt tall med seg selv, blir svaret positivt.
- Om vi ganger et negativt tall med seg selv, blir svaret også positivt.
- Det finnes derfor ingen tall vi kan gange med seg selv, og få noe negativt.
- Det betyr for eksempel at $\sqrt{-2}$ ikke finnes i vårt tallsystem.
- Vi kan derfor kun ta kvadratroten av ikke-negative tall.

Bemerkning

Det finnes større tallsystemer hvor vi legger til røttene av negative tall. Dette kalles **komplekse tall** og dere skal lære om dem i senere kurs.

Regler for kvadratrøtter

Om a og b er positive tall, har vi:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Dette kan vi bruke til å forenkle røtter.

Eksempel

$$\begin{aligned}\sqrt{8} &= \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \\ \sqrt{675} &= \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5^2} = 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 15\sqrt{3}\end{aligned}$$

Røtter av høyere orden

Tredjerøtter

Definisjon

Tredjeroten til et tall a er definert til å være det tallet x slik at $x^3 = a$. Vi skriver dette tallet $x = \sqrt[3]{a}$.

- Definisjonen minner om definisjonen av kvadratroter. Nesten eneste forskjell er at vi opphøyer i 3.
- Eksempelvis er $2^3 = 8$, så $\sqrt[3]{8} = 2$.
- Det finnes kun **ett** alternativ for tredjerøtter.
- Vi slipper å tenke på om tall er positive eller negative.
- Eksempelvis er $(-2)^3 = -8$, så $\sqrt[3]{-8} = -2$.

Høyere røtter

- På samme måte som kvadratrøtter og tredjerøtter kan vi definere røtter av så høy grad vi vil.
- Eksempelvis er $\sqrt[4]{81} = 3$, siden $3^4 = 81$.

Definisjon

Den n -te roten til et tall a er tallet x slik at $x^n = a$. Vi skriver det som $\sqrt[n]{a}$. Merk at $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$.

- For partalls-røtter så har vi to valg, og velger alltid det positive. Vi **kan ikke** ta partalls-rot av negative tall.
- For oddetalls-rot så har vi kun ett valg. Vi **kan** ta oddetalls-rot av negative tall.



OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET