

Kvadratsetningene

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET



Kvadratsetningene

- 1 Kvadratsetningene
 - Første kvadratsetning
 - Andre kvadratsetning
 - Konjugatsetningen
 - Bruk av setningene

2 Faktorisering

3 Forkorting av rasjonale uttrykk



$$(a+b)^{2}$$



$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$



$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$$



$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$$

= $a^2 + 2ab + b^2$.



Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$$

= $a^2 + 2ab + b^2$.

Dette uttrykket dukker opp mange nok ganger til at vi skriver det opp som en regel.



Om vi skal regne ut $(a+b)^2$ får vi:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$$

= $a^2 + 2ab + b^2$.

Dette uttrykket dukker opp mange nok ganger til at vi skriver det opp som en regel.

Regel (Første kavdratsetning)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a + b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$
.



Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a + b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$
.

Som vi så på forrige side er dette ikke riktig!



Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a + b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$
.

Som vi så på forrige side er dette ikke riktig!

Denne feilen er såpass vanlig at den har sin egen Wikipedia-side kalt Freshman's Dream (Førsteårsstudentens drøm).



Det er veldig vanlig når man skal regne ut $(a + b)^2$ at man ikke tenker seg om og skriver

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$
.

Som vi så på forrige side er dette ikke riktig!

Denne feilen er såpass vanlig at den har sin egen Wikipedia-side kalt Freshman's Dream (Førsteårsstudentens drøm).

Førsteårsstudentens mareritt

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$





$$(x + 3)^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$
$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$
$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$
$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$
$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$$
$$= 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x-2)^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x-2)^2 = (x+(-2))^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x-2)^2 = (x + (-2))^2$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot (-2) + (-2)^2$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x-2)^2 = (x + (-2))^2$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot (-2) + (-2)^2$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

Kvadratsetningene

- 1 Kvadratsetningene
 - Første kvadratsetning
 - Andre kvadratsetning
 - Konjugatsetningen
 - Bruk av setningene

2 Faktorisering

3 Forkorting av rasjonale uttrykk



$$(a - b)^2$$



$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$



$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$$



$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$$

= $a^2 - 2ab + b^2$.



Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$$

= $a^2 - 2ab + b^2$.

Igjen skriver vi det opp som sin egen regel.



Det siste eksempelet, hvor en av leddene har en minus, skjer ofte nok til at det får sin egen regel. Vi har:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$$

= $a^2 - 2ab + b^2$.

Igjen skriver vi det opp som sin egen regel.

Regel (Andre kvadratsetning)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$





$$(x-2)^2$$



$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$



$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$
$$= x^2 - 4x + 4$$



$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$
$$= x^2 - 4x + 4$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2$$



$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$
$$= x^2 - 4x + 4$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2$$
$$= 4 - 4x + x^2$$



$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2$$

$$= 4 - 4x + x^2$$

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2$$



$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2$$

$$= 4 - 4x + x^2$$

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2$$

$$= 4x^2 - 12x + 9$$



Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.



- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a-b)^2 = (b-a)^2.$$



- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a-b)^2 = (b-a)^2.$$

Dette er fordi b - a = -(a - b),så vi får

$$(b-a)^2 = (-(a-b))^2 = (a-b)^2$$



- Legg merke til at $(x-2)^2$ og $(2-x)^2$ ga samme svar på forrige side.
- Dette vil alltid være sant,

$$(a-b)^2 = (b-a)^2.$$

Dette er fordi b - a = -(a - b), så vi får

$$(b-a)^2 = (-(a-b))^2 = (a-b)^2$$

Av nesten samme grunn får vi at

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2.$$



Kvadratsetningene

- 1 Kvadratsetningene
 - Første kvadratsetning
 - Andre kvadratsetning
 - Konjugatsetningen
 - Bruk av setningene

2 Faktorisering

3 Forkorting av rasjonale uttrykk

Vi har nå sett på (a+b)(a+b) og (a-b)(a-b). Men hva med (a+b)(a-b)?



Vi har nå sett på (a+b)(a+b) og (a-b)(a-b). Men hva med (a+b)(a-b)? Vi får:

$$(a+b)(a-b)$$



Vi har nå sett på (a+b)(a+b) og (a-b)(a-b). Men hva med (a+b)(a-b)? Vi får:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$



Vi har nå sett på (a+b)(a+b) og (a-b)(a-b). Men hva med (a+b)(a-b)? Vi får:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

= $a^2 - b^2$



Vi har nå sett på (a+b)(a+b) og (a-b)(a-b). Men hva med (a+b)(a-b)? Vi får:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

= $a^2 - b^2$

Dette blir igjen en egen regel.

Noen kaller også konjugatsetningen for «Tredje kvadratsetning».



Vi har nå sett på (a+b)(a+b) og (a-b)(a-b). Men hva med (a+b)(a-b)? Vi får:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

= $a^2 - b^2$

Dette blir igjen en egen regel.

Regel (Konjugatsetningen)

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Noen kaller også konjugatsetningen for «Tredje kvadratsetning».





$$(x+2)(x-2)$$

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$$

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$$

= $x^2 - 4$

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$$
$$= x^2 - 4$$
$$(2x+1)(2x-1)$$

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$$
$$= x^2 - 4$$
$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 1^2$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x-3)(x+3)$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x-3)(x+3) = x^{2} - 3^{2}$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x-3)(x+3) = x^{2} - 3^{2}$$

$$= x^{2} - 9$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x-3)(x+3) = x^{2} - 3^{2}$$

$$= x^{2} - 9$$

$$(2x+3y)(2x-3y)$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x-3)(x+3) = x^{2} - 3^{2}$$

$$= x^{2} - 9$$

$$(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^{2} - (3y)^{2}$$

$$(x+2)(x-2) = x^{2} - 2^{2}$$

$$= x^{2} - 4$$

$$(2x+1)(2x-1) = (2x)^{2} - 1^{2}$$

$$= 4x^{2} - 1$$

$$(x-3)(x+3) = x^{2} - 3^{2}$$

$$= x^{2} - 9$$

$$(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^{2} - (3y)^{2}$$

$$= 4x^{2} - 9y^{2}$$

Kvadratsetningene

- 1 Kvadratsetningene
 - Første kvadratsetning
 - Andre kvadratsetning
 - Konjugatsetningen
 - Bruk av setningene

2 Faktorisering

3 Forkorting av rasjonale uttrykk

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

29 · 31

Nikolai Bjørnestøl Hansen Kvadratsetningene 30. juni 2020 9 / 10

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$
$$= 30^2 - 1$$

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$
$$= 30^{2} - 1$$
$$= 900 - 1$$

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$
$$= 30^{2} - 1$$
$$= 900 - 1$$
$$= 899$$

9 / 10

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

Eksempler

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

$$= 30^{2} - 1$$

$$= 900 - 1$$

$$= 899$$

$$19^{2}$$

Nikolai Bjørnestøl Hansen Kvadratsetningene 30. juni 2020 9 / 10

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

$$= 30^{2} - 1$$

$$= 900 - 1$$

$$= 899$$

$$19^{2} = (20 - 1)^{2}$$

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

$$= 30^{2} - 1$$

$$= 900 - 1$$

$$= 899$$

$$19^{2} = (20 - 1)^{2}$$

$$= 20^{2} - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^{2}$$

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

$$= 30^{2} - 1$$

$$= 900 - 1$$

$$= 899$$

$$19^{2} = (20 - 1)^{2}$$

$$= 20^{2} - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^{2}$$

$$= 400 - 40 + 1$$

Vi kan bruke setningene til å forenkle visse gangestykker.

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1)$$

$$= 30^{2} - 1$$

$$= 900 - 1$$

$$= 899$$

$$19^{2} = (20 - 1)^{2}$$

$$= 20^{2} - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^{2}$$

$$= 400 - 40 + 1$$

$$= 361$$

Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.



- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.



- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.



- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.
- Vi får $x^2 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»



- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.
- Vi får $x^2 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»
- Fordi vi kan andre kvadratsetning kan vi derfor se at

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$
.



- Om vi bare skulle bruke kvadratsetningene til å regne ut uttrykk som $(x-2)^2$ hadde vi ikke trengt å skrive dem opp som regler.
- Det tar ikke så lang tid å bare gange sammen parentesene.
- Det vi ofte i stedet bruker dem til er å gå baklengs.
- Vi får $x^2 4x + 4$ fra oppgaven og tenker «Dette er jo andre kvadratsetning!»
- Fordi vi kan andre kvadratsetning kan vi derfor se at

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$
.

■ Vi skal se mer på dette i de neste delkapitlene.





OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY STORBYUNIVERSITETET