

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORRYLINIVERSITETET



1 Faktorisering av polynomer

- 2 Forkorting av rasjonale uttrykk
 - Faktorisering og forkorting

Definisjon

Et rasjonalt uttrykk er et uttrykk som kan skrives på formen

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$



Definisjon

Et rasjonalt uttrykk er et uttrykk som kan skrives på formen

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

hvor både P(x) og Q(x) er polynomer.

I kapittel 1 definerte jeg et rasjonalt uttrykk som «et uttrykk med ubestemte og brøker».



Definisjon

Et rasjonalt uttrykk er et uttrykk som kan skrives på formen

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

- I kapittel 1 definerte jeg et rasjonalt uttrykk som «et uttrykk med ubestemte og brøker».
- Vi har her gjort definisjonen litt strengere.



Definisjon

Et rasjonalt uttrykk er et uttrykk som kan skrives på formen

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

- I kapittel 1 definerte jeg et rasjonalt uttrykk som «et uttrykk med ubestemte og brøker».
- Vi har her gjort definisjonen litt strengere.
- Uttrykket $\frac{\chi^2}{2^{\chi}}$ er ikke et rasjonalt uttrykk.



Definisjon

Et rasjonalt uttrykk er et uttrykk som kan skrives på formen

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

- I kapittel 1 definerte jeg et rasjonalt uttrykk som «et uttrykk med ubestemte og brøker».
- Vi har her gjort definisjonen litt strengere.
- Uttrykket $\frac{x^2}{2^x}$ er ikke et rasjonalt uttrykk.
- Uttrykket $\frac{1}{x} 2x^2$ er et rasjonalt uttrykk.



A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».
- Enten teller eller nevner vil typisk være av grad 1 eller 2, så kan faktoriseres.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».
- Enten teller eller nevner vil typisk være av grad 1 eller 2, så kan faktoriseres.
- Vi kan da sjekke nullpunkter for å se om vi kan forkorte.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».
- Enten teller eller nevner vil typisk være av grad 1 eller 2, så kan faktoriseres.
- Vi kan da sjekke nullpunkter for å se om vi kan forkorte.

Eksempel

Vi lurer på om vi kan forkorte

$$\frac{x^3-2x^2+3}{x+1}$$
.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».
- Enten teller eller nevner vil typisk være av grad 1 eller 2, så kan faktoriseres.
- Vi kan da sjekke nullpunkter for å se om vi kan forkorte.

Eksempel

Vi lurer på om vi kan forkorte

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 3}{x + 1}$$
.

■ Vi setter inn x = -1 i $x^3 - 2x^2 + 3$ og får 0.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».
- Enten teller eller nevner vil typisk være av grad 1 eller 2, så kan faktoriseres.
- Vi kan da sjekke nullpunkter for å se om vi kan forkorte.

Eksempel

Vi lurer på om vi kan forkorte

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 3}{x + 1}$$
.

■ Vi setter inn x = -1 i $x^3 - 2x^2 + 3$ og får 0.

- A forkorte rasjonale uttrykk har ikke endret seg veldig fra kapittel 2.
- Men vi kan nå også faktorisere polynom av grad høyere enn 2.
- Ofte er oppgaven på formen «Forkort hvis det er mulig».
- Enten teller eller nevner vil typisk være av grad 1 eller 2, så kan faktoriseres.
- Vi kan da sjekke nullpunkter for å se om vi kan forkorte.

Eksempel

Vi lurer på om vi kan forkorte

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 3}{x + 1}$$
.

■ Vi setter inn x = -1 i $x^3 - 2x^2 + 3$ og får 0. Vi kan forkorte uttrykket.

Oppgave



Oppgave

Forkort $\frac{x^3-2x^2+3}{x+1}$ om mulig.

Vi så på forrige side at det er mulig.



Oppgave

$$(x^3-2x^2+3):(x+1)=$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$(x^3-2x^2+3):(x+1)=x^2$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$\begin{pmatrix} x^3 - 2x^2 \\ -x^3 - x^2 \end{pmatrix} : (x+1) = x^2$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$(\frac{x^3 - 2x^2}{-x^3 - x^2} + 3) : (x+1) = x^2$$

$$\frac{-3x^2}{-3x^2}$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$\left(\begin{array}{cc} x^3 - 2x^2 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline -3x^2 \end{array}\right) : \left(x+1\right) = x^2 - 3x$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$(x^{3}-2x^{2} + 3) : (x+1) = x^{2}-3x$$

$$\frac{-x^{3}-x^{2}}{-3x^{2}}$$

$$3x^{2}+3x$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$(x^{3}-2x^{2} +3):(x+1) = x^{2}-3x+3$$

$$-x^{3}-x^{2}$$

$$-3x^{2}$$

$$-3x^{2}+3x$$

$$3x+3$$

$$-3x-3$$

$$0$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.



Oppgave

$$(x^{3}-2x^{2} +3):(x+1) = x^{2}-3x+3$$

$$-x^{3}-x^{2}$$

$$-3x^{2}$$

$$-3x^{2}+3x$$

$$3x+3$$

$$-3x-3$$

$$0$$

- Vi så på forrige side at det er mulig.
- Vi polynomdividerer.
- Vi får at

$$\frac{x^3-2x^2+3}{x+1}=x^2-3x+3.$$



Oppgave



Oppgave

Forkort $\frac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+x-6}$ om mulig.

Nevneren er et andregradspolynom, så den kan vi faktorisere.



Oppgave

- Nevneren er et andregradspolynom, så den kan vi faktorisere.
- Vi får $x^2 + x 6 = (x 2)(x + 3)$.



Oppgave

- Nevneren er et andregradspolynom, så den kan vi faktorisere.
- Vi får $x^2 + x 6 = (x 2)(x + 3)$.
- Vi må sjekke om (x-2) eller (x+3) er faktorer for telleren.



Oppgave

- Nevneren er et andregradspolynom, så den kan vi faktorisere.
- Vi får $x^2 + x 6 = (x 2)(x + 3)$.
- Vi må sjekke om (x-2) eller (x+3) er faktorer for telleren.
- Om vi setter inn x = 2 i telleren får vi 15.



Oppgave

- Nevneren er et andregradspolynom, så den kan vi faktorisere.
- Vi får $x^2 + x 6 = (x 2)(x + 3)$.
- Vi må sjekke om (x-2) eller (x+3) er faktorer for telleren.
- Om vi setter inn x = 2 i telleren får vi 15.
- Om vi setter inn x = -3 i telleren får vi 0.



Oppgave

- Nevneren er et andregradspolynom, så den kan vi faktorisere.
- Vi får $x^2 + x 6 = (x 2)(x + 3)$.
- Vi må sjekke om (x-2) eller (x+3) er faktorer for telleren.
- Om vi setter inn x = 2 i telleren får vi 15.
- Om vi setter inn x = -3 i telleren får vi 0.
- $x^3 + 3x^2 x 3$ er derfor delelig med x + 3.



Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 - x - 3$ er delelig med x + 3.



$$(x^3+3x^2-x-3):(x+3)=$$

- Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



$$(x^3+3x^2-x-3):(x+3)=x^2$$

- Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



$$\left(\begin{array}{c} x^3 + 3x^2 - x - 3 \\ -x^3 - 3x^2 \end{array}\right) : \left(x + 3\right) = x^2$$

- Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



$$\frac{(x^3+3x^2-x-3):(x+3)=x^2}{-x^3-3x^2}-x-3$$

- Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



$$(x^3+3x^2-x-3):(x+3)=x^2-1$$

$$-x^3-3x^2$$

$$-x-3$$
Vi har funnet ut at x^3+3x^2-x-3 er delelig med $x+3$.

Vi utfører divisjonen.

- er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



$$(x^3 + 3x^2 - x - 3) : (x + 3) = x^2 - 1$$
 Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 - x - 3$ er delelig med $x + 3$. Vi utfører divisjonen.

- er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



- er delelig med x + 3.
- Vi utfører divisjonen.



$$(\underbrace{-x^3 + 3x^2 - x - 3}_{-x^3 - 3x^2}) : (x + 3) =$$

$$\underbrace{-x^3 - 3x^2}_{-x - 3}$$

$$\underbrace{-x - 3}_{0}$$

- $(x^3 + 3x^2 x 3) : (x + 3) = x^2 1$ Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
 - Vi utfører divisjonen.

Oppgave



$$\frac{(x^3 + 3x^2 - x - 3) : (x + 3)}{-x^3 - 3x^2} - x - 3 \\
-x + 3 \\
0$$

- $(x^3 + 3x^2 x 3) : (x + 3) = x^2 1$ Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
 - Vi utfører divisjonen.

Oppgave

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 + x - 6}$$



$$\frac{(x^3 + 3x^2 - x - 3) : (x - x^3 - 3x^2)}{-x - 3} - \frac{x + 3}{0}$$

- $(x^3 + 3x^2 x 3) : (x + 3) = x^2 1$ Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
 - Vi utfører divisjonen.

Oppgave

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 + x - 6} = \frac{(x^2 - 1)(x + 3)}{(x - 2)(x + 3)}$$



$$\frac{(x^3 + 3x^2 - x - 3) : (x^3 - 3x^2)}{-x^3 - 3x^2} - x - 3$$

$$\frac{x + 3}{0}$$

- $(x^3 + 3x^2 x 3) : (x + 3) = x^2 1$ Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
 - Vi utfører divisjonen.

Oppgave

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 + x - 6} = \frac{(x^2 - 1)(x + 3)}{(x - 2)(x + 3)}$$



$$\left(\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{-x^3 - 3x^2}\right) : (x - x^3 - 3x^2) = \frac{x - 3}{-x - 3}$$

- $(x^3 + 3x^2 x 3) : (x + 3) = x^2 1$ Vi har funnet ut at $x^3 + 3x^2 x 3$ er delelig med x + 3.
 - Vi utfører divisjonen.

Oppgave

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 + x - 6} = \frac{(x^2 - 1)(x + 3)}{(x - 2)(x + 3)} = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$$





OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY STORBYUNIVERSITETET