

北京工业大学 2021—2022 学年第一学期

《高等数学(工)-1》期中考试试卷

考试说明: 考试日期: 21 年 11 月 14 日, 考试时间: 95 分钟, 考试方式: 闭卷
 本人承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

.....

注:本试卷共 三 大题, 共 6 页, 满分 100 分, 考试时须使用附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表(阅卷教师填写)

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分

一、填空题: (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1+x)} =$ _____

2. 曲线 $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t - t^3 \end{cases}$ 在 $t = 1$ 处的切线方程为 _____

3. 设 $y = f(x)$ 由方程 $2y^3 - 2y^2 + 2xy - x^2 = 1$ 确定, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____

4. 设函数 $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$, 则 $dy|_{x=1} =$ _____

5. 曲线 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 的水平渐近线为 _____

6. 曲线 $y = x \sin x + 2 \cos x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}\right)$ 的拐点为 _____

资料由公众号 [工大喵] 收集整理并免费分享

7. 若 $f(u)$ 可导, 则 $y = f(\sin \sqrt{x})$ 的导数为 _____

8. 函数 $f(x) = \arctan \frac{1-x}{1+x}$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 _____

9. 设 $f(x) = x^2 \sin x$, 则 $f^{(2021)}(0) =$ _____

10. 抛物线 $y = \sqrt{8x}$ 上曲率等于 $\frac{16}{125}$ 的点为 _____

二、计算题: (本大题共 6 小题, 每小题 10 分, 共 60 分)

得 分

11. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ \frac{1 - \cos x^2}{x}, & x < 0, \end{cases}$ 求 $f'(x)$; 并讨论 $f'(x)$ 的连续性,

如果有间断点请指出其类型.



得分

12. 设 $y = \frac{x}{x^2 + 3x + 2}$, 求 y' , y'' 及 $y^{(n)}$.

得分

13. 已知点 $(1, 3)$ 为曲线 $f(x) = ax^3 + bx^2$ 的拐点. (1) 求常数 a, b ;

(2) 对确定常数 a, b 的曲线, 求它的极值点和极值.

得分

14. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - (\sin x) \cdot \sin(\sin x)}{x^4}$.

得分

15. 设 $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = t \sin t + \cos t, \end{cases}$ 求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}}$.

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

得分

16. 设 $f(x)$ 可导且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, $f''(0) = 4$, 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[1 + \frac{f(x)}{x} \right]^{\frac{1}{x}}$.

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得分

17. 当 $0 < x < 2$ 时，证明 $4x \ln x \geq x^2 + 2x - 3$.

得分

18. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导且 $f(0) = f(1)$ ，证明：至少存在一点

$\xi \in (0,1)$ ，使得 $f''(\xi) = \frac{2f'(\xi)}{1-\xi}$.

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享