

得分

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1、已知向量  $\alpha = \{1, 2, -3\}$ ,  $\beta = \{2, 1, 1\}$ ,  $\gamma = \{1, 0, -2\}$ , 则

$\alpha - 3\beta + \gamma = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\alpha \cdot \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\beta$ 与 $\gamma$ 的夹角为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ,

$\alpha \times \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $(\alpha, \beta, \gamma) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $\alpha, 2\alpha - \beta, \alpha + 3\beta - 3\gamma$ 线性  
 $\underline{\hspace{2cm}}$  (相关或无关);

2、平面  $4x + 7y - 4z - 13 = 0$  的法向量为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 以  $(1, 0, 0)$  为心且与此平面相切的球面的方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 直线  $x = y = z$  与此平面的夹角的为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

3、直线  $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ x + 2y + 2z = 2025 \end{cases}$  的方向向量为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 过点  $(1, -2, 0)$  且与此线平行的直线的参数方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

4、曲线  $\begin{cases} x^2 + xz + z^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$  绕  $x$  轴旋转得到的旋转曲面方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

5、曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 0 \end{cases}$  在  $yoz$  坐标面上的投影曲线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

6、二次曲线  $x^2 + 2xy - 3y^2 - 2x + 6y = 0$  的渐近线为  $\underline{\hspace{2cm}}$  与  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

二、解答题：(本大题共 4 小题)

得分

7、(1) 求过点  $(2, 3, 4)$  与  $(3, 5, 1)$  且与平面  $2x - y - z = 2025$  垂直的平面  $\Pi$  的方程

(2) 求点  $P(0, 1, 2)$  关于平面  $\Pi$  对称的点的坐标 (15 分)

得分

8、(1) 求过点  $P(1, 0, 0)$  与直线  $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$  相交且平行于平面  $x - 2y + 2z = 3$  平行的直线  $l$  的方程

(2) 求(1)中  $l$  与直线的  $\frac{x-4}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{2}$  的公垂线方程 (20 分)

得分

9、求准线为  $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases}$  母线方向为  $v = \{1, 0, 1\}$  的柱面方程

(10 分)

得分

10、求顶点在原点准线为  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$  的锥面方程

(10 分)

### 三、证明题

得分

11、利用向量的运算证明：空间四边形的对角线相互垂直的充要条件是对边平方和相等 (8 分)

得分

12、证明：双曲抛物面  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 2z$  的两直母线垂直相交时，

其交点必在同一平面上 (7 分)