

北京工业大学 2024——2025 学年第 1 学期

《结构力学基础》期末考试卷 A

考试说明:

考试时长: 95 分钟; 适用专业: 给排水科学与工程 23 级本科生 开卷

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反, 愿接受相应的处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

.....

注: 本试卷共 六 大题, 27 小题, 共 5 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸, 期间禁止使用手机。(需用计算器)

卷面成绩汇总表(阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	六	总成绩
满分	10	10	14	10	16	40	
得分							

得分

一、名词解释(每小题 2 分, 共 10 分)

- 1、集中荷载: 作用在结构上某一点处的荷载
- 2、两刚片组成规则: 两刚片用不全交于一点也不全平行的三根链杆相联结, 则所组成的体系几何不变
- 3、理想约束: 约束在可能位移上所作的功恒等于零的约束
- 4、拱的跨度: 两拱趾间的水平距离
- 5、固端弯矩: 单跨超静定梁仅由于荷载作用产生的杆端弯矩, 通常称为固端弯矩

得分

二、单项选择题(每小题 2 分, 共 10 分)

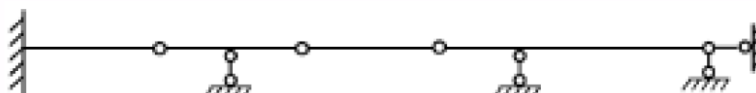
在每小题列出的 4 个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 超静定结构在几何构造上的特征是 (A)。

- A. 有多余约束的不变体系； B. 无多余约束的不变体系；
C. 常变体系； D. 瞬变体系。

2. 对图示体系进行几何构造分析，可知该体系为（ A ）。

- A. 有一个多余约束的几何不变体系； B. 无多余约束的几何不变体系；
C. 常变体系； D. 瞬变体系。

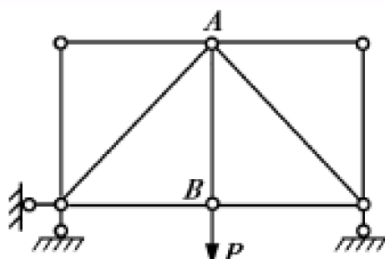


3. 对静定结构进行内力分析时，只需考虑（ B ）。

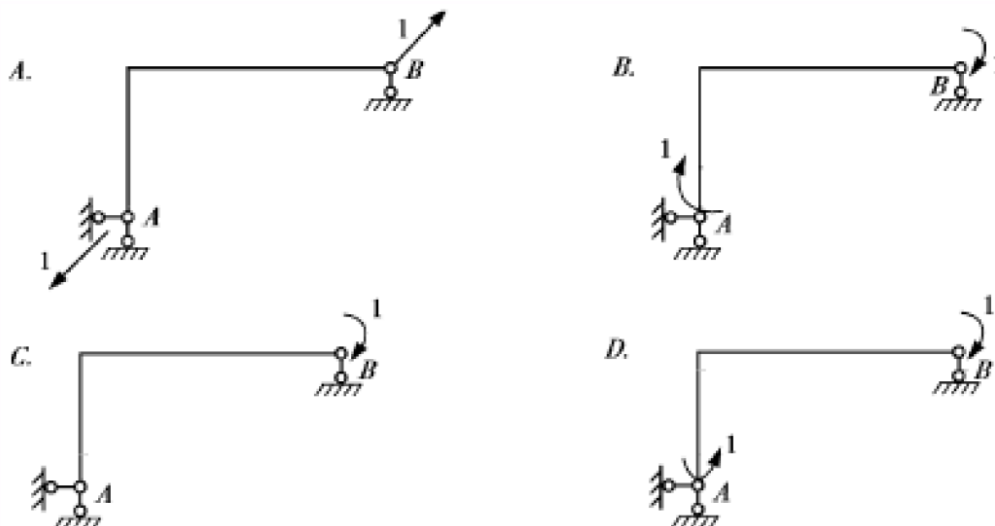
- A. 变形条件； B. 平衡条件；
C. 变形条件和平衡条件； D. 其它。

4. 图示桁架是对称的，各杆刚度均为 EA ， AB 杆的转角为（ A ）

- A. 0； B. $\frac{P}{EA}$ ；
C. $\frac{2P}{EA}$ ； D. 不能确定。



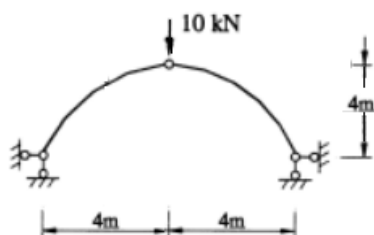
5. 图示刚架，若求 A、B 两截面相对转角时，虚拟单位力的选取应为（ D ）



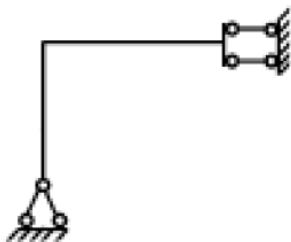
三、填空题（每小题 2 分，共 14 分）

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

- 1、一个刚片在其平面内具有 3 个自由度；一个点在其平面内具有 2 个自由度。
- 2、可变 体系与 瞬变 体系统称为可变体系, 均不能用作建筑结构。
- 3、力法方程中系数 δ_{ij} 的物理意义是 $X_j = 1$ 的单位力在 X_i 方向引起的位移。
- 4、位移法典型方程中, 刚度系数 r_{ij} 的物理意义是 当附加约束 j 发生单位位移时, 其它位移为零时在第 i 个附加约束中产生的反力或反力矩。
- 5、如题图所示抛物线三铰拱支座所产生的水平推力 $F_H =$ 5kN 。



- 6、如题图所示, 位移计算中基本未知量的数目为 1 个。

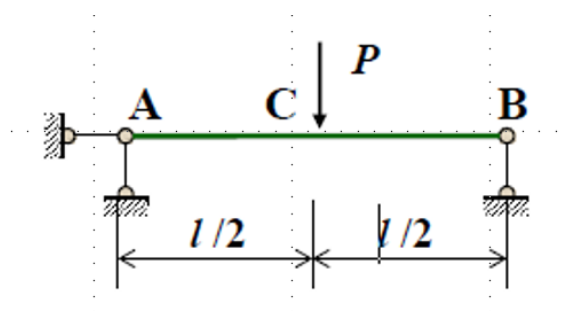


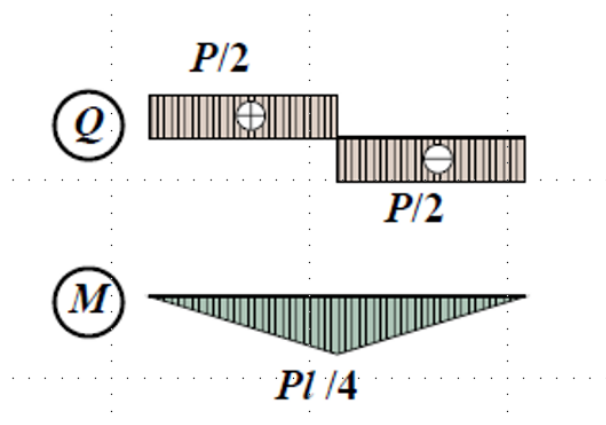
- 7、对称结构在正对称荷载作用下, 其内力和变形都是 正 对称的; 而反对称荷载作用下, 其内力和变形都是 反 对称的。

得分

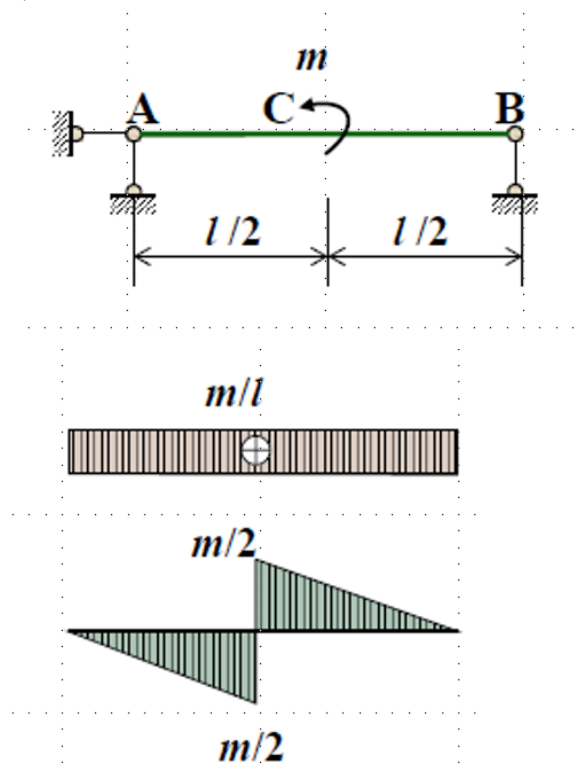
四、绘制剪力图和弯矩图 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、

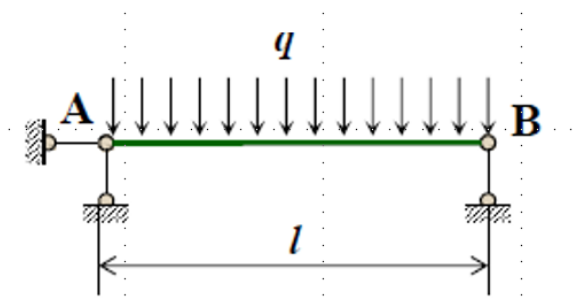


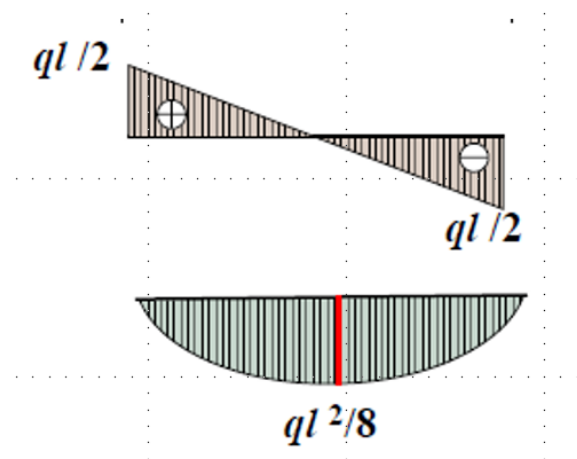


2、

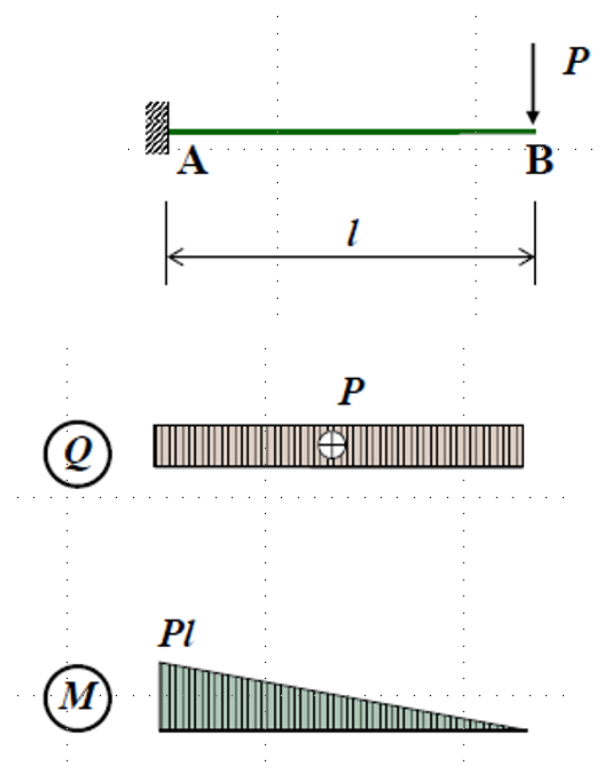


3、

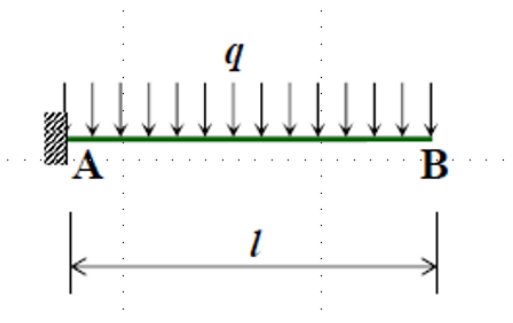


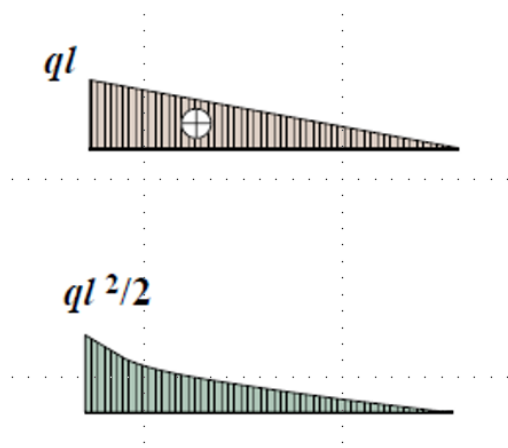


4、



5、





得分

五、简答题（共 16 分）

1、刚体体系的虚功原理。（4 分）。

设体系上作用给定的平衡力系，又设体系上发生可能位移，即符合约束条件的无限小刚体体系位移，则主动力在可能位移上所做的虚功之和 W 恒等于零

2、写出直杆荷载与内力之间的微分关系。（6 分）

$$\frac{dF_Q}{dx} = -q(x) \quad \frac{dM}{dx} = F_Q(x) \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q(x)$$

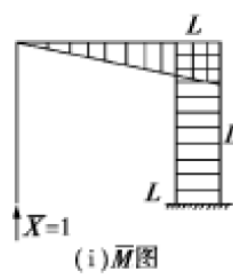
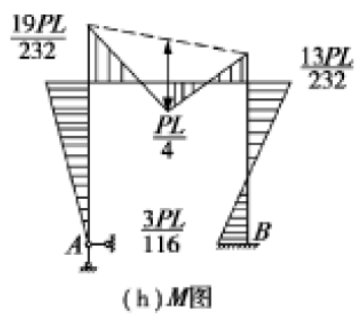
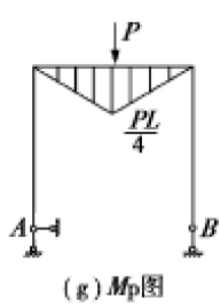
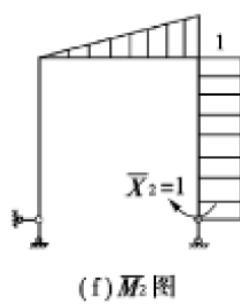
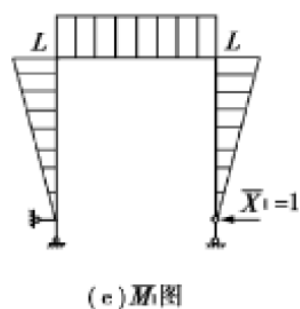
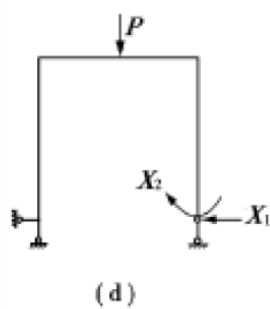
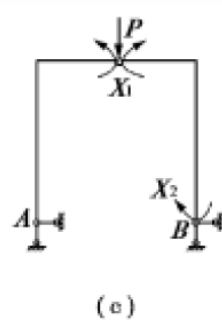
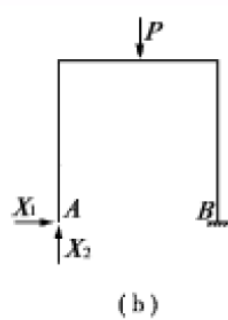
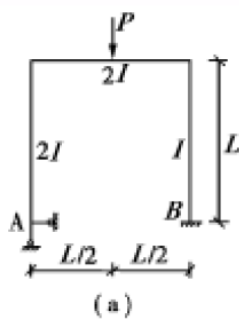
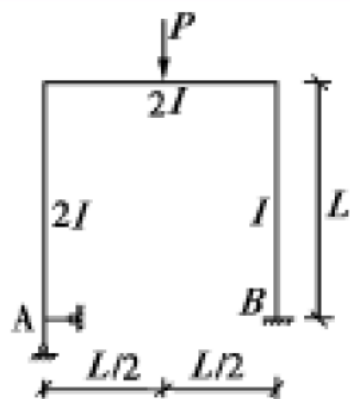
3、什么是力法，它的基本特点是什么？（6 分）

力法是结构力学中用于超静定结构的一种基本方法。力法的一般步骤是，将原来的超静定结构撤除多余约束，并代之以相应的多余约束力，将这些多余约束力作为基本未知量，根据结构的变形协调条件建立力法方程，解得多余约束力，再将其和荷载一起作用于原结构，根据静力平衡条件完成受力分析。

得分

六、计算题（共 30 分）

1、试用力法计算下图所示刚架，并作出弯矩图。（10 分）



解①图 5 - 20a 有 2 次超静定次数,基本结构可以选为悬臂式如图 5 - 20b、三铰式如图 5 - 20c 和简支式如图 5 - 20d,比较三种形式,图 b、d 基本结构比较容易计算和画弯矩图,如选图 5 - 20d 为基本结构,计算过程如下。

②绘制 $\overline{M_1}$ $\overline{M_2}$ 和 M_p 图如图 5 - 20e、f、g。

③建立力法典型方程,并计算方程系数和自由项。

$$\text{力法方程为:} \begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} = 0 \end{cases}$$

系数和自由项计算为

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{M_1}^2}{EI} dx = \frac{L \times L}{2} \times \frac{2L}{3} \times \frac{1}{2EI} + \frac{L^3}{2EI} + \frac{L \times L}{2} \times \frac{3L}{3} \times \frac{1}{EI} = \frac{L^3}{EI}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \sum \int \frac{\overline{M_1} \overline{M_2}}{EI} dx = \frac{L \times L}{2} \times \frac{1}{2EI} + \frac{L \times L}{2} \times \frac{1}{EI} = \frac{3L^2}{4EI}$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{\overline{M_2}^2}{EI} dx = \frac{1 \times L}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3EI} + \frac{1 \times L}{2} = \frac{7L}{6EI}$$

$$\Delta_{1p} = \sum \int \frac{\overline{M_1} M_p}{EI} dx = -2 \left(\frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{PL}{4} \times L \right) \frac{1}{2EI} = -\frac{PL^3}{16EI}$$

$$\Delta_{2p} = \sum \int \frac{\overline{M_2} M_p}{EI} dx = -\frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{PL}{4} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{2EI} = -\frac{PL^3}{32EI}$$

$$\text{④代入方程得:} \begin{cases} 16LX_1 + 12X_2 - pL = 0 \\ 24LX_1 + \frac{112}{3}X_2 - pL = 0 \end{cases}$$

$$X_1 = \frac{19P}{232} \quad X_2 = -\frac{3PL}{116}$$

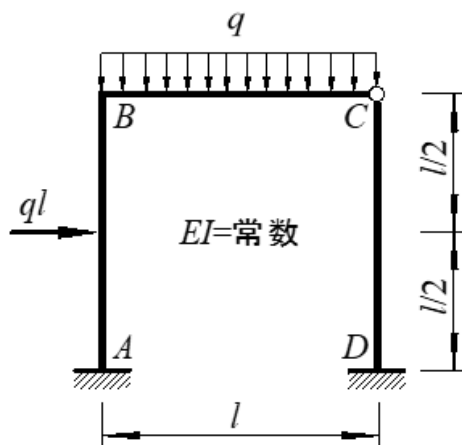
⑤由式 $M = \overline{M_1} X_1 + \overline{M_2} X_2 + M_p$ 绘制弯矩图如图 5 - 20h。

⑥校核,另取基本结构并绘制出单位 \overline{M} 图如图 5 - 20i,校核支座 A 的竖向位移。由 M 图和 \overline{M} 图相乘可得 A 点的竖向位移 Δ_A^v

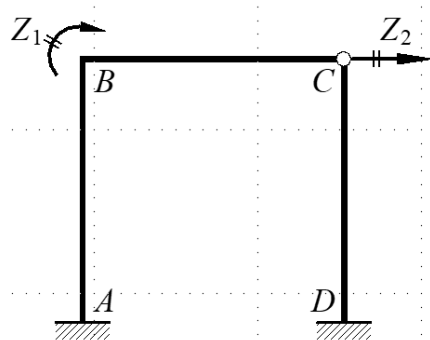
$$\Delta_A^v = \sum \int \frac{M \overline{M}}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \times \frac{1}{2} \times \frac{PL}{4} \times L \times \frac{L}{2} - \frac{1}{2EI} \times \frac{L^2}{2} \times \left(\frac{13PL}{232} + \frac{1}{3} \times \frac{6PL}{232} \right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{13PL}{232} - \frac{6PL}{232} \right) \times L \times L = 0$$

校核无误。

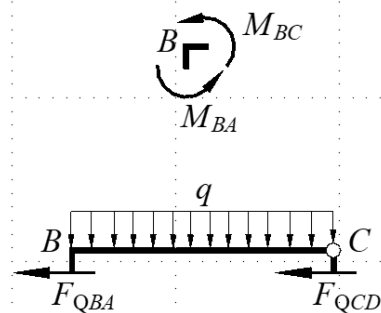
2、试用直接平衡法或位移法典型方程计算下图所示刚架,并作弯矩图。(20 分)



【解】(1) 确定基本未知量,并绘出示意图



(a) 基本未知量



(b) 结点位移处的平衡条件

(2) “拆散”，利用结点位移表示出各对应杆件的杆端位移，进行杆件分析，即根据转角位移方程，逐杆写出杆端内力：

①对于左柱BA（视为两端固定梁）

$$M_{AB} = 2iZ_1 - 6i \frac{Z_2}{l} - \frac{ql^2}{8}$$

$$M_{BA} = 4iZ_1 - 6i \frac{Z_2}{l} + \frac{ql^2}{8}$$

$$F_{QBA} = -\frac{6iZ_2}{l} + \frac{12iZ_2}{l^2} - \frac{ql}{2}$$

②对于横梁 BC (视为 B 端固定, C 端铰支)

$$M_{BC} = 3iZ_1 - \frac{ql^2}{8}$$

$$M_{CB} = 0$$

③对于右柱 CD (视为 D 端固定, C 端铰支)

$$M_{CD} = 0$$

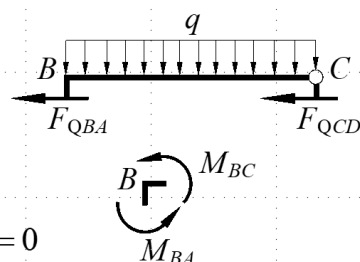
$$M_{DC} = -3i \frac{Z_2}{l}$$

$$F_{QCB} = 3i \frac{Z_2}{l^2}$$

(3)“组装”, 进行整体分析, 即根据结点平衡条件和截面平衡条件建立位移法方程

$$\textcircled{1} \sum M_B = 0 \quad M_{BC} + M_{BA} = 0 \quad (\text{a})$$

$$7iZ_1 - \frac{6i}{l} Z_2 = 0$$



②取横梁 BC 为隔离体, 由截面平衡 $\sum F_x = 0$

$$F_{QBA} + F_{QCD} = 0$$

$$-\frac{6i}{l} Z_1 + \frac{15i}{l^2} Z_2 - \frac{ql}{2} = 0 \quad (\text{b})$$

以上式 (a) 和式 (b) 即为用直接平衡法建立的位移法方程, 与 6.4 节中用典型方程法解同一例题所建立的位移法方程 (典型方程) 式 (d) 完全相同。也就是说, 两种本质上相同的解法在此殊途同归。

(4)联立求解方程 (a) 和 (b)，求基本未知量：

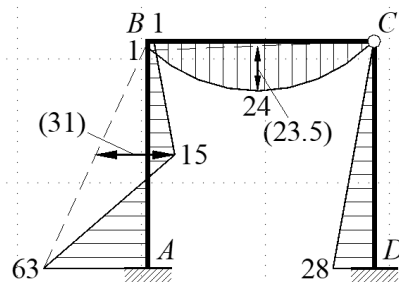
$$Z_1 = \frac{6}{138i} ql^2 \quad Z_2 = \frac{7}{138i} ql^3$$

(5)计算杆端内力

将 Z_1 和 Z_2 代回第 (2) 步所列出的各杆的杆端弯矩表达式，即可求得

$$M_{AB} = -\frac{63}{184} ql^2 \quad M_{BA} = -\frac{1}{184} ql^2$$

$$M_{BC} = \frac{1}{184} ql^2 \quad M_{DC} = -\frac{28}{184} ql^2$$



(6)作最后弯矩图

d) M 图($\times ql^2/184$)

校核略

答 题 纸

姓名：_____

学号：_____