

得分

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1、已知向量 $\alpha = \{1, 0, -4\}$ ， $\beta = \{0, 1, 1\}$ ， $\gamma = \{1, 2, -2\}$ ，则

$\alpha - \beta + 2\gamma =$ _____， $\alpha \cdot \beta =$ _____， β 与 γ 的夹角为_____，

$\alpha \times \beta =$ _____， $(\alpha, \beta, \gamma) =$ _____； α, β, γ 线性_____（相关或无关）；

2、平面 $x + 2y - 2z - 6 = 0$ 的法向量为_____，点 $(1, 1, 1)$ 此平面的距离

为_____，直线 $\begin{cases} \frac{x-3}{2} = y \\ z = 2024 \end{cases}$ 与此平面的夹角的余弦为_____；

3、直线 $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 2024 \end{cases}$ 的方向向量为_____，过点 $(3, 1, -4)$ 且与此线平

行的直线的参数方程为_____；

4、曲线 $\begin{cases} 2y = x^2 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转得到的旋转曲面方程为_____，这是一个

_____（填曲面类型）；

5、准线为曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + xz = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 母线方向平行于 x 轴柱面方程

为_____；

6、单叶双曲面的标准方程为 $\frac{x^2}{2-k} + \frac{y^2}{3-k} + \frac{z^2}{1-k} = -1$ ， k 的取值范围是_____。

得分

二、利用向量的运算证明：正四面体的任意一组对边相互垂直。

(10 分)

得分

三、 1、求过直线 $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y-z=2 \end{cases}$ 与点 $(3,-1,0)$ 的平面 Π 的方程

2、求过点 $(2,2,-2)$ 且与直线 $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{0}$ 及 $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z+2}{-1}$

都垂直的直线 l 的方程

3、求上述直线 l 在平面 Π 上的射影（正交投影）（25 分）

得分

四、求准线为 $\begin{cases} xy=1 \\ z=1 \end{cases}$ 母线方向为 $v=\{1,1,2\}$ 的柱面方程（10 分）

得分

五、求顶点在原点准线为 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+y^2+z^2-4x=0 \end{cases}$ 的锥面方程

（10 分）

得分

六、已知直线 $l_1: \frac{x-1}{-1} = y = \frac{z+1}{2}$ 与 $l_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{0}$, 求与相交且平行于直线 $l_3: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$ 的直线方程（10 分）

得分

七、证明：双叶双曲面上不存在直线（5 分）