北京XX大学 学年第一学期

《高等数学(工)—1》期中考试试卷

考试说明：考试日期:　　　　　，考试时间：95 分钟，考试方式：闭卷承诺:

承诺人：____________　　学号：_____________　　班号：___________

。。

注： 本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题 号	一	二	三	总成绩
满 分	30	60	10	
得 分				

得 分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}(1+\arctan 3x)^{\frac{1}{\sin(\sin x)}}=$ ______________

2. 曲线 $\begin{cases} x=2(t-\sin t) \\ y=2(1-\cos t) \end{cases} (0\le t\le 2\pi)$ 上斜率为 1 的切线方程为 ________________

3. 设 $y=y(x)$ 由方程 $x^y=xy$ 确定，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$ ________________

4. 函数 $y=1-x^2\sqrt{3-x^2}$ 在 $[0,\sqrt{3}]$ 上的最小值为 ___________________

5. 曲线 $y=\dfrac{x|x+1|}{x^2-1}+(x-1)\sin\dfrac{1}{x^2+1}$ 的水平渐近线和垂直渐近线共 ________ 条。

6. 设 $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)=A$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x+\pi)-f(x)]=$ ______________________

7. 已知 $\lim\limits_{h\to\infty} h\left[f\left(\sin\dfrac{2}{h}\right)-f(0)\right]=\dfrac{1}{2}$，则 $\mathrm{d}f(x)\big|_{x=0}=$ _________________

8. 设 $y=\frac{x^2+2x}{e^x}$，则 $y^{(2022)}(0)=$______

9. 已知当 $x\to 0$ 时函数 $\frac{\mathrm{e}^{\tan x}-\mathrm{e}^{\sin x}}{1-\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}$ 与 $x^{\alpha}(1+\sqrt{x})$ 为同阶无穷小，则 $\alpha=$______

10. 设 $y=f(\operatorname{arccot}x+\sec x)\mathrm{e}^{f(x)}$，其中函数 $f(x)$ 可微，则 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$______

二、计算题：（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得 分

11. 设 $y=\ln\frac{2x+1}{2-3x+x^2}\,(x>2)$，求 y',y'',y''' 以及 $y^{(n)}(x)$.

得 分

12．求函数 $y=(x-6)\sqrt[3]{(x-1)^2}$ 的单调区间、极值、凹凸区间和拐点.

得 分

13. 求函数 $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{x-1}}-1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{x-1}}+1}+\dfrac{\sin(x+1)}{x(x+1)}\cos\dfrac{1}{\pi-x}$ 的间断点，并判断其类型。

得 分

14. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上二阶可导，$g(x)=\begin{cases} ax^2+b\sin x+c, x>0 \\ f(x), \quad x\le 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处二阶可导，求常数 a,b,c.

得 分

15. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x\sin x - x(1+x)}{\tan\ln(1+3x^2)(e^{-x^2}+1)\arcsin(x+x^2)}$.

得 分

16.设参数方程$\begin{cases} x = te^{2t} \\ e^{2t} - e^{y^2} = 1 - e \end{cases}$确定了函数$y = y(x)$，求$\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}, \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}, \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{t=0}$.

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得 分

17. 设 $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$，证明：$\sin x + \tan x > 2x$.

得 分

18. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ $(a>0)$ 上可微，证明：至少存在一点 $\xi \in (a,b)$，使得

$$\frac{a^n f(b) - b^n f(a)}{a^n - b^n} = f(\xi) - \frac{1}{n}\xi f'(\xi)\ (n \geq 1).$$
