

北京工业大学 2024—2025 学年第 1 学期

《结构力学基础》期末考试卷 A

考试说明：

考试时长：95 分钟；适用专业：给排水科学与工程 23 级本科生 开卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：_____ 学号：_____ 班号：_____

注：本试卷共六 大题，27 小题，共 5 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸，期间禁止使用手机。（需用计算器）

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	总成绩
满分	10	10	14	10	16	40	
得分							

得分

一、名词解释(每小题 2 分，共 10 分)

- 1、集中荷载：作用在结构上某一点处的荷载
- 2、两刚片组成规则：两刚片用不全交于一点也不全平行的三根链杆相联结，则所组成的体系几何不变
- 3、理想约束：约束在可能位移上所作的功恒等于零的约束
- 4、拱的跨度：两拱趾间的水平距离
- 5、固端弯矩：单跨超静定梁仅由于荷载作用产生的杆端弯矩，通常称为固端弯矩

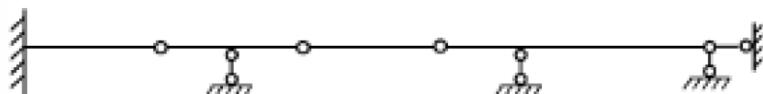
得分

二、单项选择题(每小题 2 分，共 10 分)

在每小题列出的 4 个备选项中只有一个符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 超静定结构在几何构造上的特征是(A)。

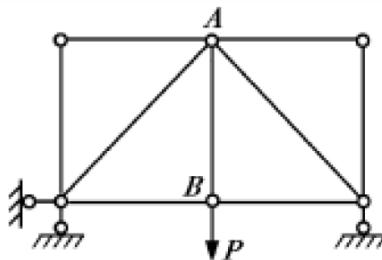
- A. 有多余约束的不变体系; B. 无多余约束的不变体系;
 C. 常变体系; D. 瞬变体系.
2. 对图示体系进行几何构造分析, 可知该体系为(A).
- A. 有一个多余约束的几何不变体系; B. 无多余约束的几何不变体系;
 C. 常变体系; D. 瞬变体系.



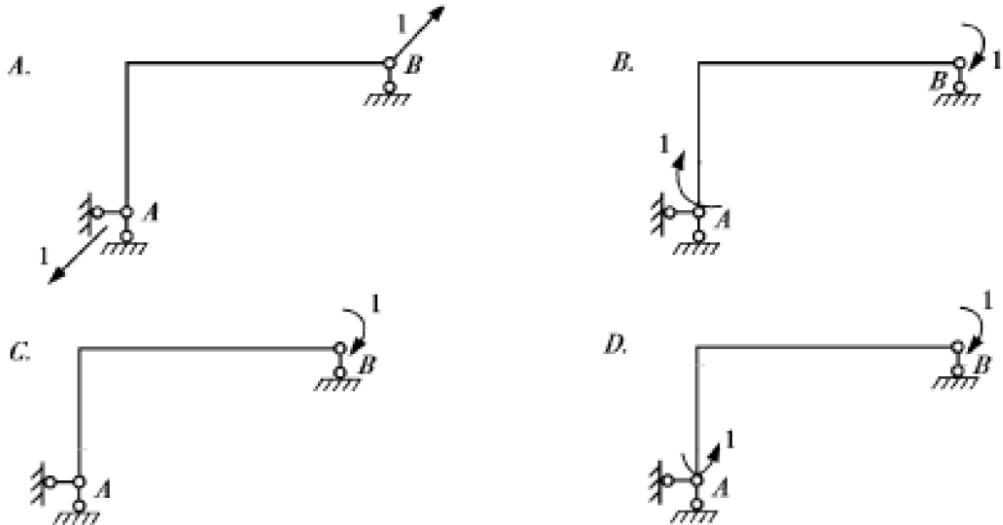
3. 对静定结构进行内力分析时, 只需考虑 (B).
- A. 变形条件; B. 平衡条件;
 C. 变形条件和平衡条件; D. 其它.

4、图示桁架是对称的, 各杆刚度均为 EA , AB 杆的转角为 (A)

- A. 0; B. $\frac{P}{EA}$;
 C. $\frac{2P}{EA}$; D. 不能确定.



5、图示刚架, 若求 A、B 两截面相对转角时, 虚拟单位力的选取应为(D)



三、填空题 (每小题 2 分, 共 14 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

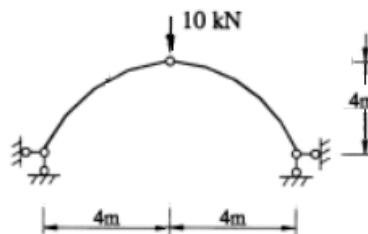
1、一个刚片在其平面内具有 3 个自由度；一个点在其平面内具有 2 个自由度。

2、可变 体系与 瞬变 体系统称为可变体系，均不能用作建筑结构。

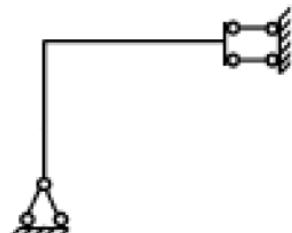
3、力法方程中系数 δ_{ij} 的物理意义是 $X_j=1$ 的单位力在 X_i 方向引起的位移。

4、位移法典型方程中，刚度系数 r_{ij} 的物理意义是 当附加约束 j 发生单位位移时，其它位移为零时在第 i 个附加约束中产生的反力或反力矩。

5、如题图所示抛物线三铰拱支座所产生的水平推力 $F_H = \underline{5kN}$ 。



6、如题图所示，位移计算中基本未知量的数目为 1 个。

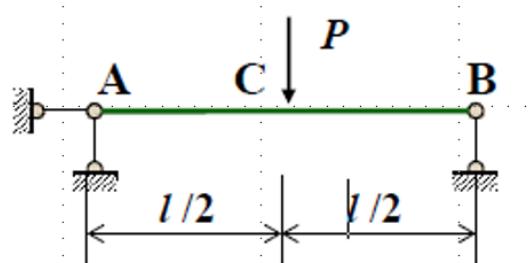


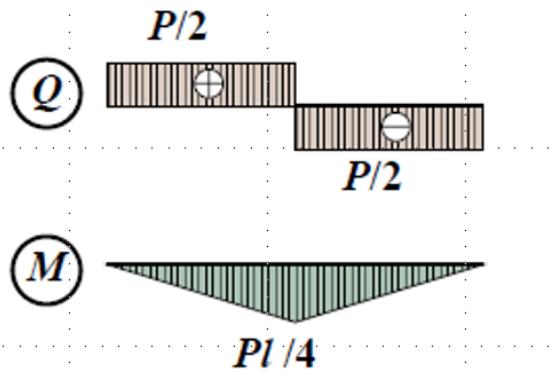
7、对称结构在正对称荷载作用下，其内力和变形都是 正 对称的；而反对称荷载作用下，其内力和变形都是 反 对称的。

得分

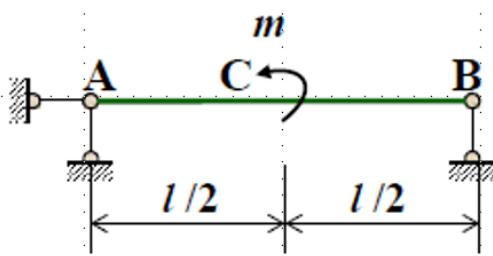
四、绘制剪力图和弯矩图（每小题 4 分，共 20 分）

1、





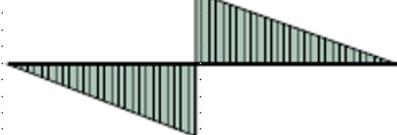
2、



$$m/l$$

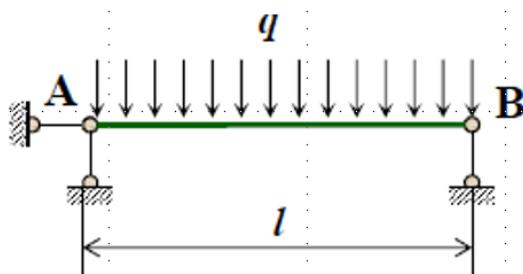


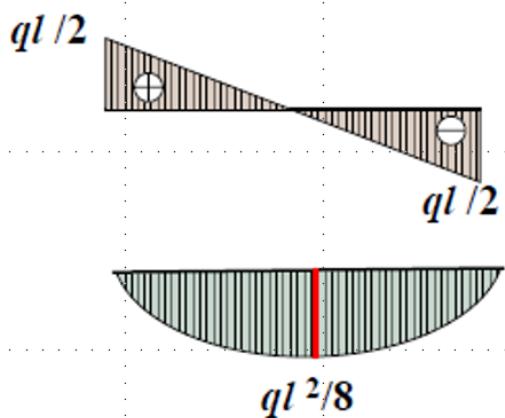
$$m/2$$



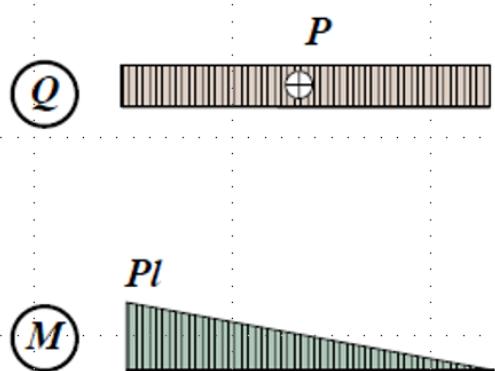
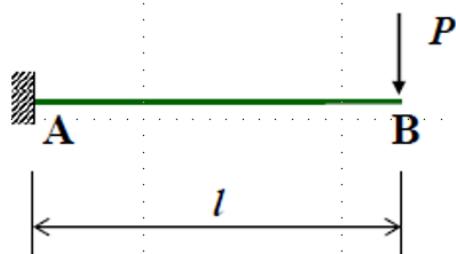
$$m/2$$

3、

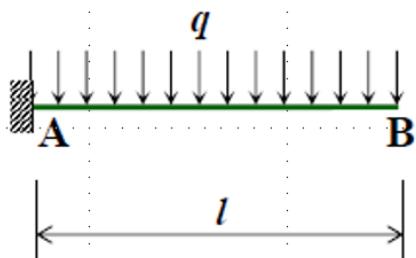




4.

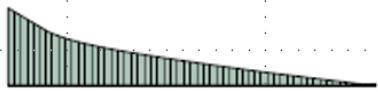


5.





$$ql^2/2$$



得分

五、简答题（共 16 分）

1、刚体体系的虚功原理。(4 分)。

设体系上作用给定的平衡力系，又设体系上发生可能位移，即符合约束条件的无限小刚体体系位移，则主动力在可能位移上所做的虚功之和 W 恒等于零

2、写出直杆荷载与内力之间的微分关系。(6 分)

$$\frac{dF_Q}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM}{dx} = F_Q(x)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x)$$

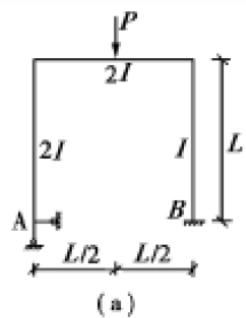
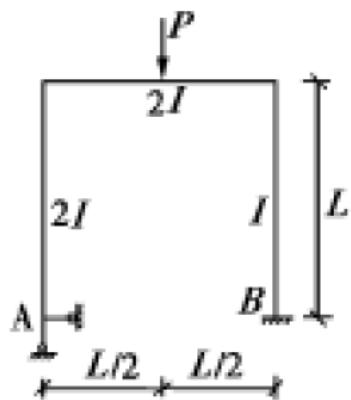
3、什么是力法，它的基本特点是什么？(6 分)

力法是结构力学中用于超静定结构的一种基本方法。力法的一般步骤是，将原来的超静定结构撤除多余约束，并代之以相应的多余约束力，将这些多余约束力作为基本未知量，根据结构的变形协调条件建立力法方程，解得多余约束力，再将其和荷载一起作用于原结构，根据静力平衡条件完成受力分析。

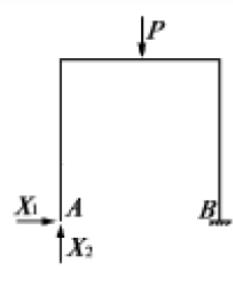
得分

六、计算题（共 30 分）

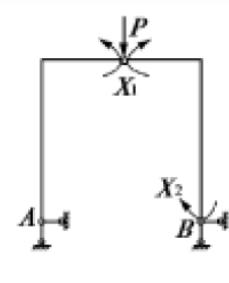
1、试用力法计算下图所示刚架，并作出弯矩图。(10 分)



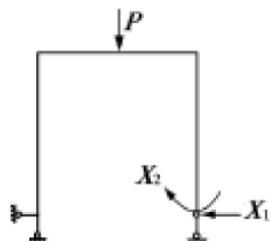
(a)



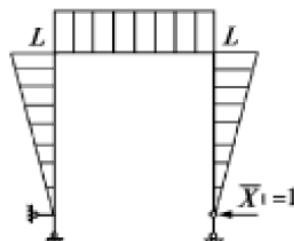
(b)



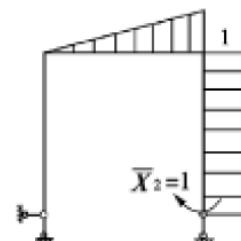
(c)



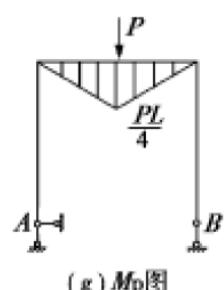
(d)



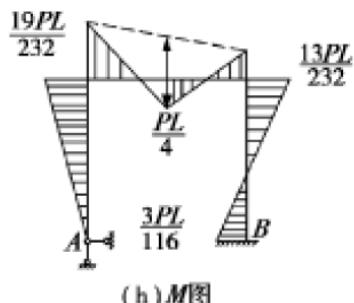
(e) M 图



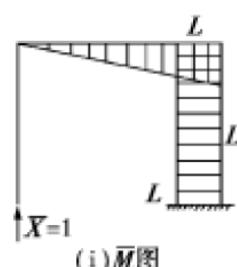
(f) \bar{M} 图



(g) M_p 图



(h) M 图



(i) \bar{M} 图

解①图 5 - 20a 有 2 次超静定次数, 基本结构可以选为悬臂式如图 5 - 20b、三铰式如图 5 - 20c 和简支式如图 5 - 20d, 比较三种形式, 图 b、d 基本结构比较容易计算和画弯矩图, 如选图 5 - 20d 为基本结构, 计算过程如下。

②绘制 \bar{M}_1 和 M_p 图如图 5 - 20e,f,g。

③建立力法典型方程, 并计算方程系数和自由项。

$$\text{力法方程为} \begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

系数和自由项计算为

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1}{EI} dx = \frac{L \times L}{2} \times \frac{2L}{3} \times \frac{1}{2EI} + \frac{L^3}{2EI} + \frac{L \times L}{2} \times \frac{3L}{3} \times \frac{1}{EI} = \frac{L^3}{EI}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2}{EI} dx = \frac{L \times L}{2} \times \frac{1}{2EI} + \frac{L \times L}{2} \times \frac{1}{EI} = \frac{3L^2}{4EI}$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{\bar{M}_2}{EI} dx = \frac{1 \times L}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3EI} + \frac{1 \times L}{2} = \frac{7L}{6EI}$$

$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{M_1 M_p}{EI} dx = -2\left(\frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{PL}{4} \times L\right) \frac{1}{2EI} = -\frac{PL^3}{16EI}$$

$$\Delta_{2P} = \sum \int \frac{M_2 M_p}{EI} dx = -\frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{PL}{4} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2EI} = -\frac{PL^3}{32EI}$$

$$\text{④代入方程得} \begin{cases} 16LX_1 + 12X_2 - PL = 0 \\ 24LX_1 + \frac{112}{3}X_2 - PL = 0 \end{cases}$$

$$X_1 = \frac{19P}{232} \quad X_2 = -\frac{3PL}{116}$$

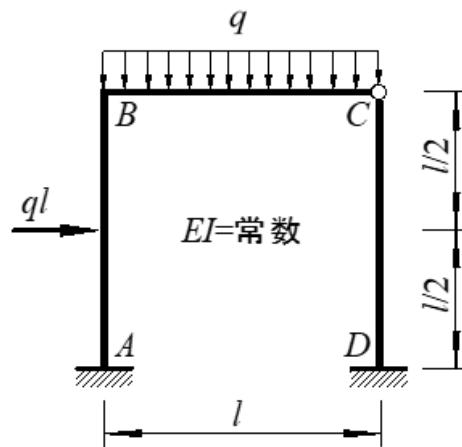
⑤由式 $M = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + M_p$ 绘制弯矩图如图 5 - 20h。

⑥校核, 另取基本结构并绘制出单位 \bar{M}_1 图如图 5 - 20i, 校核支座 A 的竖向位移。由 M 图和 \bar{M}_1 图相乘可得 A 点的竖向位移 Δ_A^V

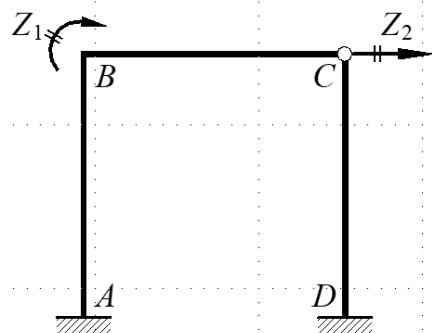
$$\Delta_A^V = \sum \int \frac{M \bar{M}_1}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \times \frac{1}{2} \times \frac{PL}{4} \times L \times \frac{L}{2} - \frac{1}{2EI} \times \frac{L^2}{2} \times \left(\frac{13PL}{232} + \frac{1}{3} \times \frac{6PL}{232}\right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{13PL}{232} - \frac{6PL}{232}\right) \times L \times L = 0$$

校核无误。

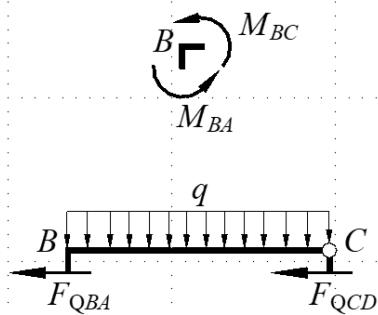
2、试用直接平衡法或位移法典型方程计算下图所示刚架, 并作弯矩图。(20 分)



【解】(1) 确定基本未知量, 并绘出示意图



(a) 基本未知量



(b) 结点位移处的平衡条件

(2) “拆散”，利用结点位移表示出各对应杆件的杆端位移，进行杆件分析，即根据转角位移方程，逐杆写出杆端内力：

①对于左柱 BA（视为两端固定梁）

$$M_{AB} = 2iZ_1 - 6i \frac{Z_2}{l} - \frac{ql^2}{8}$$

$$M_{BA} = 4iZ_1 - 6i \frac{Z_2}{l} + \frac{ql^2}{8}$$

$$F_{QBA} = -\frac{6iZ_2}{l} + \frac{12iZ_2}{l^2} - \frac{ql}{2}$$

②对于横梁 **BC**（视为 **B** 端固定，**C** 端铰支）

$$M_{BC} = 3iZ_1 - \frac{ql^2}{8}$$

$$M_{CB} = 0$$

③对于右柱 **CD**（视为 **D** 端固定，**C** 端铰支）

$$M_{CD} = 0$$

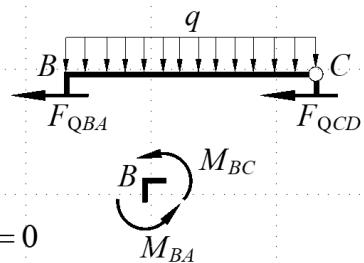
$$M_{DC} = -3i \frac{Z_2}{l}$$

$$F_{QCB} = 3i \frac{Z_2}{l^2}$$

(3)“组装”，进行整体分析，即根据结点平衡条件和截面平衡条件建立位移法方程

① $\sum M_B = 0 \quad M_{BC} + M_{BA} = 0 \quad (\text{a})$

$$7iZ_1 - \frac{6i}{l}Z_2 = 0$$



② 取横梁 **BC** 为隔离体，由截面平衡件 $\sum F_x = 0$

$$F_{QBA} + F_{QCD} = 0$$

$$-\frac{6i}{l}Z_1 + \frac{15i}{l^2}Z_2 - \frac{ql}{2} = 0 \quad (\text{b})$$

以上式 (a) 和式 (b) 即为用直接平衡法建立的位移法方程，与 6.4 节中用典型方程法解同一例题所建立的位移法方程（典型方程）式 (d) 完全相同。也就是说，两种本质上相同的解法在此殊途同归。

(4) 联立求解方程 (a) 和 (b)，求基本未知量：

$$Z_1 = \frac{6}{138i} ql^2$$

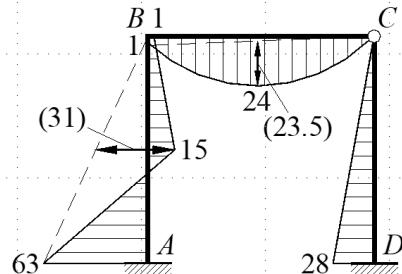
$$Z_2 = \frac{7}{138i} ql^3$$

(5) 计算杆端内力

将 Z_1 和 Z_2 代回第 (2) 步所列出的各杆的杆端弯矩表达式，即可求得

$$M_{AB} = -\frac{63}{184} ql^2 \quad M_{BA} = -\frac{1}{184} ql^2$$

$$M_{BC} = \frac{1}{184} ql^2 \quad M_{DC} = -\frac{28}{184} ql^2$$



(6) 作最后弯矩图

d) M 图 ($\times ql^2/184$)

校核略

答 题 纸

姓名：_____

学号：_____