

得分

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1、已知向量 $\alpha = \{1, 2, -3\}$ ， $\beta = \{2, 1, 1\}$ ， $\gamma = \{1, 0, -2\}$ ，则

$\alpha - 3\beta + \gamma =$ _____， $\alpha \cdot \beta =$ _____， β 与 γ 的夹角为_____，

$\alpha \times \beta =$ _____， $(\alpha, \beta, \gamma) =$ _____； $\alpha, 2\alpha - \beta, \alpha + 3\beta - 3\gamma$ 线性
_____（相关或无关）；

2、平面 $4x + 7y - 4z - 13 = 0$ 的法向量为_____，以 $(1, 0, 0)$ 为心且与此平面相切的球面的方程为_____，直线 $x = y = z$ 与此平面的夹角的为_____；

3、直线 $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ x + 2y + 2z = 2025 \end{cases}$ 的方向向量为_____，过点 $(1, -2, 0)$ 且与此线平行的直线的参数方程为_____；

4、曲线 $\begin{cases} x^2 + xz + z^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转得到的旋转曲面方程为_____；

5、曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 0 \end{cases}$ 在 yoz 坐标面上的投影曲线方程为_____；

6、二次曲线 $x^2 + 2xy - 3y^2 - 2x + 6y = 0$ 的渐近线为_____与_____。

二、解答题：（本大题共 4 小题）

得分

7、(1) 求过点 $(2, 3, 4)$ 与 $(3, 5, 1)$ 且与平面 $2x - y - z = 2025$ 垂直的平面 Π 的方程

(2) 求点 $P(0, 1, 2)$ 关于平面 Π 对称的点的坐标 (15 分)

得分

8、(1) 求过点 $P(1, 0, 0)$ 与直线 $x - 1 = \frac{y + 1}{2} = \frac{z + 2}{3}$ 相交且平行于平面 $x - 2y + 2z = 3$ 平行的直线 l 的方程

(2) 求(1)中 l 与直线的 $\frac{x - 4}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{2}$ 的公垂线方程 (20 分)

得分

9、求准线为 $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases}$ 母线方向为 $v = \{1, 0, 1\}$ 的柱面方程

(10 分)

得分

10、求顶点在原点准线为 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ 的锥面方程

(10 分)

三、证明题

得分

11、利用向量的运算证明：空间四边形的对角线相互垂直的充要条件是对边平方和相等

(8 分)

得分

12、证明：双曲抛物面 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 2z$ 的两直母线垂直相交时，

其交点必在同一平面上

(7 分)