

得分

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1、已知向量 $\alpha = \{1, 0, -4\}$, $\beta = \{0, 1, 1\}$, $\gamma = \{1, 2, -2\}$, 则

$\alpha - \beta + 2\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$, $\alpha \cdot \beta = \underline{\hspace{2cm}}$, β 与 γ 的夹角为 $\underline{\hspace{2cm}}$,

$\alpha \times \beta = \underline{\hspace{2cm}}$, $(\alpha, \beta, \gamma) = \underline{\hspace{2cm}}$; α, β, γ 线性 $\underline{\hspace{2cm}}$ (相关或无关);

2、平面 $x + 2y - 2z - 6 = 0$ 的法向量为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 点 $(1, 1, 1)$ 此平面的距离

为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 直线 $\begin{cases} \frac{x-3}{2} = y \\ z = 2024 \end{cases}$ 与此平面的夹角的余弦为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

3、直线 $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 2024 \end{cases}$ 的方向向量为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 过点 $(3, 1, -4)$ 且与此线平行的直线的参数方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

4、曲线 $\begin{cases} 2y = x^2 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转得到的旋转曲面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 这是一个 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填曲面类型);

5、准线为曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + xz = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 母线方向平行于 x 轴柱面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

6、单叶双曲面的标准方程为 $\frac{x^2}{2-k} + \frac{y^2}{3-k} + \frac{z^2}{1-k} = -1$, k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得分

二、利用向量的运算证明：正四面体的任意一组对边相互垂直.

(10 分)

得分

三、1、求过直线 $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y-z=2 \end{cases}$ 与点(3,-1,0)的平面Π的方程

2、求过点(2,2,-2)且与直线 $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{0}$ 及 $\frac{x-3}{2}=\frac{y}{0}=\frac{z+2}{-1}$

都垂直的直线l的方程

3、求上述直线l在平面Π上的射影(正交投影) (25分)

得分

四、求准线为 $\begin{cases} xy=1 \\ z=1 \end{cases}$ 母线方向为 $v=\{1,1,2\}$ 的柱面方程 (10分)

得分

五、求顶点在原点准线为 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+y^2+z^2-4x=0 \end{cases}$ 的锥面方程

(10分)

得分

六、已知直线 $l_1: \frac{x-1}{-1} = y = \frac{z+1}{2}$ 与 $l_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{0}$, 求与相交且平行于直线 $l_3: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$ 的直线方程 (10分)

得分

七、证明：双叶双曲面上不存在直线 (5分)