北京工业大学 2023—2024 学年第一学期

《高等数学(工)—1》期中考试试卷

考试说明：考试日期:2023 年 11 月 15 日、考试时间：95 分钟、考试方式：闭卷

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人：__________　　学号：__________　　班号：__________

注：本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用黑色或者蓝色中性笔或者钢笔。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题 号	一	二	三	总成绩
满 分	30	60	10	
得 分				

得 分

一、填空题:（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2+x-2}=$__________

2. 已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0)=0,\ f'(0)=2$, 则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2f\left(x^3\right)}{x^3}=$__________

3. 函数 $y=x-\sqrt{x}$ 的单调减少区间是__________

4. 若 $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sin 2x+\mathrm{e}^{2ax}-1}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，则 $a=$__________

5. 曲线 $y=2\sin x+x^2$ 上横坐标为 $x=0$ 的点处的切线方程为__________

6. 设函数 $y=\left(1+\sin x\right)^x$，则 $\mathrm{d}y\big|_{x=\pi}=$__________

7.设函数 $g(x)$ 可微, $h(x)=\mathrm{e}^{1+g(x)}, h'(1)=1, g'(1)=2$，则 $g(1)=$__________________

8.设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy=x+1$ 确定，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}=$____________________

9.曲线 $y=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$ 的垂直渐近线为____

10.设 $y=f(x)$ 具有连续的一阶导数, 且 $f(2)=1,\ f'(2)=\mathrm{e},\ f(1)=2-e,\ f'(1)=1$, 则

$\left[f^{-1}(x)\right]'\big|_{x=1}=$____________________

二、计算题:（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得 分

11.设 $y=\ln\left(1-\dfrac{4x}{1+2x+x^2}\right)$，求 y'， y'' 及 $y^{(n)}$.

得 分

12.计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{1-\cos x}\right)^{x^2}$.

得 分

13.求曲线 $y = x\mathrm{e}^x$ 的极值，凹凸区间和拐点.

得 分

14.设$\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}t^3+t+\dfrac{1}{3} \\ y=\dfrac{1}{3}t^3-t+\dfrac{1}{3} \end{cases}$确定了函数 $y=y(x)$，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

得 分

15.求函数 $f(x)=\dfrac{(x-1)^2-1}{\sqrt{x^2}\cdot(x^2-1)}$ 的间断点，并判断间断点的类型.

得 分

16.设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases} ax^2+bx, & x<0 \\ \ln\left(1+x\right), & x\geq 0 \end{cases}$，如果 $f''\left(0\right)$ 存在，求常数 a, b.

三、证明题:(本大题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分)

得 分

17.证明: $x\ln\dfrac{1+x}{1-x}+\cos x\geq 1+\dfrac{x^2}{2}$,$(-1<x<1)$.

得 分

18.已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续,在 $(0,1)$ 可导,且 $f(0)=0$, $f(1)=1$,

证明:(1) 存在 $\xi\in(0,1)$, 使得 $f(\xi)=1-\xi$;

(2) 存在两个不同的点 $\eta,\zeta\in(0,1)$ 使得 $f'(\eta)f'(\zeta)=1$.