Architecture des ordinateurs : représentation des nombres et conversions de bases

1 Convertir les nombres suivants vers la base 10 en indiquant les étapes intermédiaires

(les nombres sans indice sont en base 10)

$$\begin{aligned}
CAFFE_{16} &= C_{16} \times 16_{10}^4 + A_{16} \times 16_{10}^3 + F_{16} \times 16_{10}^2 + F_{16} \times 16_{10}^1 + E_{16} \times 16_{10}^0 \\
&= 12_{10} \times 16_{10}^4 + 10_{10} \times 16_{10}^3 + 15_{10} \times 16_{10}^2 + 15_{10} \times 16_{10}^1 + 14_{10} \times 16_{10}^0 \\
&= 12 \times 65536 + 10 \times 4096 + 15 \times 256 + 15 \times 16 + 14 \\
&= 786432 + 40960 + 3840 + 240 + 14 \\
&= 831486_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12345_6 &= 5_6 + 10_6 \times (4_6 + 10_6 \times (3_6 + 10_6 \times (2_6 + 10_6 \times (1_6)))) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (3 + 6 \times (2 + 6(1)))) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (3 + 6 \times (2 + 6) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (3 + 6 \times (8) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (3 + 48) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (51) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 306) \\
&= 5 + 6 \times (310) \\
&= 5 + 1860 \\
&= 1865_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
234_{-8} &= 4_{-8} + 10_{-8} \times (3_{-8} + 10_{-8} \times (2_{-8})) \\
&= 4 - 8 \times (3 - 8 \times (2)) \\
&= 4 - 8 \times (3 - 16) \\
&= 4 - 8 \times (-13) \\
&= 4 + 104 \\
&= 108_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1110_2 &= 1_2 \times 10_2^3 + 1_2 \times 10_2^2 + 1_2 \times 10_2^1 + 0_2 \times 10_2^0 \\
&= 2^3 + 2^2 + 2^1 \\
&= 8 + 4 + 2 \\
&= 14_{10}
\end{aligned}$$

2 Convertir les nombres suivants de la base 10 vers une autre base en indiquant les étapes intermédiaires

Si on doit faire le calcul à la main : sur le papier, poser une suite de divisions euclidiennes.

2017_{10} vers la base 8

$$\begin{aligned}
2017_{10} &= 1 + 8 \times (252) \\
&= 1 + 8 \times (4 + 8 \times (31)) \\
&= 1 + 8 \times (4 + 8 \times (7 + 8 \times (3))) \\
&= 3741
\end{aligned}$$

2003_{10} vers la base 16

$$\begin{aligned}
2003_{10} &= 3 + 16 \times (125) \\
&= 3 + 16 \times (D + 16 \times (7)) \\
&= 7D3
\end{aligned}$$

Si on doit faire le calcul à la main : calculer d'abord le résultat en base 8 (on connait mieux sa table de multiplication par 8). Pour cela on fait sur le papier une suite de divisions euclidiennes. Ensuite utiliser la conversion rapide pour trouver le résultat en base 16.

$$\begin{aligned}
2003_{10} &= 3 + 8 \times (250) \\
&= 3 + 8 \times (2 + 8 \times (31)) \\
&= 3 + 8 \times (2 + 8 \times (31)) \\
&= 3 + 8 \times (2 + 8 \times (7 + 8 \times (3)) \\
&= 3723_8 \\
&= 011\ 111\ 010\ 011_2 \\
&= 0111\ 1101\ 0011_2 \\
&= 7D3_{16}
\end{aligned}$$

2009_{10} vers la base 6

$$\begin{aligned}
2009_{10} &= 5 + 6 \times (334) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (55)) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (1 + 6 \times (9))) \\
&= 5 + 6 \times (4 + 6 \times (1 + 6 \times (3 + 6 \times (1)))) \\
&= 13145
\end{aligned}$$

2012_{10} vers la base -8

$$\begin{aligned}
2012_{10} &= 4 + -8 \times (-251) \\
&= 4 + -8 \times (5 + -8 \times (32)) \\
&= 4 + -8 \times (5 + -8 \times (0 + -8 \times (-4))) \\
&= 4 + -8 \times (5 + -8 \times (0 + -8 \times (4 + -8 \times (1)))) \\
&= 14054
\end{aligned}$$

3 Convertir les nombres suivants en indiquant les étapes intermédiaires

$BAFFE_{16}$ vers l'octal

$$\begin{aligned}
BAFFE_{16} &= 1011\ 1010\ 1111\ 1111\ 1110_2 \\
&= 10\ 111\ 010\ 111\ 111\ 111\ 110_2 \\
&= 2727776_8
\end{aligned}$$

7756_8 vers l'hexadécimal

$$\begin{aligned}
7756_8 &= 111\ 111\ 101\ 110_2 \\
&= 1111\ 1110\ 1110_2 \\
&= FEE_2
\end{aligned}$$

1100101011010000_2 en hexadécimal

$$\begin{aligned}
1100101011010000_2 &= 1100\ 1010\ 1101\ 0000_2 \\
&= CAD0_{16}
\end{aligned}$$