Soient $f = (I_n) \leq g = (J_n)$ des filtrations sur l'anneau A. Nous considrons les assertions suivantes:

$i)$ f est une rduction de g.

$ii)$ $J_n^2 = I_n J_n$ pour tout n assez grand.

$iii)$ I_n est une rduction de J_n pour tout n assez grand.

$iv)$ Il existe un entier $s \geq 1$ tel que pour tout $n \geq s$, $J_{s+n} = J_s J_n$, $I_{s+n} = I_s I_n$, $J_s^2 = I_s J_s$, $J_{s+p} I_s = I_{s+p} J_s$ pour tout $p = 1, 2, ..., s-1$

$v)$ Il existe un entier $k \geq 1$ tel que $g^{(k)}$ est $I_k - bonne$

$vi)$ Il existe un entier $r \geq 1$ tel que $f^{(r)}$ est une rduction de $g^{(r)}$.

$vii)$ Pour tout entier $m \geq 1$ tel que $f^{(m)}$ est une rduction de $g^{(m)}$.

$viii)$ g est *entière* sur f.

$ix)$ g est $fortement\ entière$ sur f.

$x)$ g est $f - fine$.

$xi)$ g est $f - bonne$.

$xii)$ g est $faiblement\ f - bonne$.

$xiii)$ Il existe un entier $N \geq 1$ tel que $t_N g \leq f \leq g$

$xiv)$ Il existe un entier $N \geq 1$ tel que $t_N g' \leq t_N f'$ où f' est la clture intgrale de f.

$xv)$ $P(f) = P(g)$, où $P(f)$ est la clture prfrien de f.

1) On a:

$(i) \iff (vii)$; $(v) \iff (vi)$; $(viii) \iff (xv)$; $(ii) \Longrightarrow (iii)$; $(iv) \Longrightarrow (i) \Longrightarrow (v)$; $(ix) \Longrightarrow (vii), (xii)$ et $(xiii)$;

$(i) \Longrightarrow (x) \Longrightarrow (xi) \Longrightarrow (xii) \Longrightarrow (xiii)$

2) Si de plus on suppose A noethrien, alors:

$(i) \iff (xiv)$; $(i) \Longrightarrow (ix) \iff (xii)$; $(i) \Longrightarrow (ii)$

3) Par ailleurs, si f est *noethérienne*, alors A est noethrien et les assertions suivantes sont quivalentes:

$(ix) \iff (x) \iff (xi) \iff (xii) \iff (xiii)$

4) Si f et g sont *noethériennes* alors nous avons:

$(iii) \Longrightarrow (viii) \iff (ix)$; $(vi) \Longrightarrow (ix)$

5) Si f est fortement *noethérienne* et g est *noethérien* alors les quinze (15) assertions sont quivalentes et dans ce cas g est fortement *noethérienne*.

$(i) \iff (ii) \iff (iii) \iff (iv) \iff (v) \iff (vi) \iff (vii) \iff (viii) \iff (ix) \iff (x) \iff (xi) \iff (xii) \iff (xiii) \iff (xiv) \iff (xv)$.