

Лабораторная работа 3.

«Преобразование аналогового сигнала в цифровой вид. Дискретное преобразование Фурье».

Задан аналоговый сигнал (параметры сигнала даны в табл.1,2).

Необходимо разработать программное обеспечение, которое будет обладать следующим функционалом:

1. Построение графика аналогового сигнала.
2. Определение граничной частоты (верхней частоты) аналогового сигнала.
3. Определение частоты дискретизации аналогового сигнала.
4. Генерирование дискретного сигнала в виде массива чисел и построение его графика.
5. Выполнение квантование дискретного сигнала с шагом, соответствующим представлению отсчетов 4-битным числом.
6. Построение графика квантованного сигнала с изображением уровней квантования в виде шестнадцатиричного кода.
7. Вычисление погрешности квантования. Построение графика погрешности.
8. Определение коэффициентов ДПФ.
9. Восстановление аналогового сигнала по значениям цифрового сигнала.
10. Построение и сравнение графиков исходного аналогового сигнала с восстановленным.

Таблица 1. Параметры сигналов.

Вариант	Номер функции, описывающей сигнал	a, (1/c)	b, В	f, Гц	φ , рад	T, мкс
1	1	1	0	-	-	0.8
2	1	1	-0.5	-	-	0.5
3	1	-2	1	-	-	0.7
4	2	1	0	-	-	0.8
5	2	1	-0.5	-	-	0.6
6	2	-2	1	-	-	0.5
7	3	1	0	-	-	0.25
8	3	1	-0.5	-	-	0.8
9	3	-2	1	-	-	0.5
10	4	1	0	-	-	0.8
11	4	1	-0.5	-	-	0.6
12	4	-2	1	-	-	0.75
13	5	-	-	1/2T	0	0.5
14	5	-	-	1/T	0	0.3
15	5	-	-	1/2T	Π	0.8
16	6	-	-	1/2T	0	0.5
17	6	-	-	1/T	0	0.8
18	6	-	-	1/2T	π	0.3
19	7	-	-	1/2T	0	0.5
20	7	-	-	1/T	0	0.8
21	7	-	-	1/2T	π	0.3
22	8	-	-	1/2T	0	0.5
23	8	-	-	1/T	0	0.8

24	8	-	-	1/2T	π	0.3
25	9	1/T	0	-	-	0.5
26	9	1/(2T)	0	-	-	0.8
27	9	1/(0.5T)	0	-	-	0.3
28	10	1/T	0	-	-	0.5
29	10	1/(2T)	0	-	-	0.8
30	10	1/(0.5T)	0	-	-	0.3
31	1	2	-1	-	-	0.6
32	2	-1	0	-	-	0.8
33	3	-2	1	-	-	0.5

Таблица 2. Функции, описывающие сигнал.

Номер функции	Описание
1.	$s(t) = at + b, 0 \leq t \leq T$
2.	$s(t) = at^2 + b, 0 \leq t \leq T$
3.	$s(t) = at^3 + b, 0 \leq t \leq T$
4.	$s(t) = at^4 + b, 0 \leq t \leq T$
5.	$s(t) = \sin^2(2\pi ft + \varphi) + b, 0 \leq t \leq T$
6.	$s(t) = \cos^2(2\pi ft + \varphi) + b, 0 \leq t \leq T$
7.	$s(t) = \sin(2\pi ft + \varphi) + b, 0 \leq t \leq T$
8.	$s(t) = \cos(2\pi ft + \varphi) + b, 0 \leq t \leq T$
9.	$s(t) = e^{-at} + b, 0 \leq t \leq T$
10.	$s(t) = (1 - e^{-at}) + b, 0 \leq t \leq T$

Методические указания:

Разработать программное обеспечение для решения поставленной задачи. В методическом указании приводится пример решения варианта 1.

График аналогового сигнала представлен на рис.1.

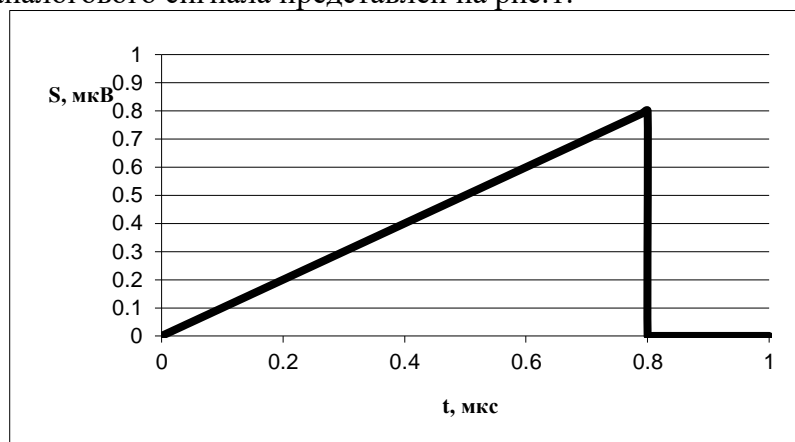


Рис.1. График аналогового сигнала.

Энергия сигнала $E_c = \int_0^T s^2(t) \cdot dt$

Спектральная плотность сигнала (преобразование Фурье) $S(j\omega) = \int_0^T s(t) \cdot e^{-j\omega \cdot t} \cdot dt$

Энергия сигнала, сосредоточенная в полосе частот $[0 \div \omega_k]$ (теорема Парсеваля)

$$E_{\Delta\omega} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\omega_k} (S(j\omega))^2 \cdot dt$$

Граничная частота сигнала (практическая ширина спектра - ω_k) $\frac{E_{\Delta\omega}}{E_c} \geq 0,98$ (потеря не более 2 % энергии).

Частота дискретизации аналогового сигнала $f_\partial = 2 \cdot f_{zp} = .153596456710^8$

Шаг дискретизации $T_\partial = 1/f_\partial = .651056685510^{-7}$

Количество отсчетных значений $N = 1 + T/T_\partial = 13,29$. Выбирается ближайшее четное целое значение – $N=14$.

Шаг дискретизации (по выбранному значению отсчетов) - $T_\partial = T/(N-1) = .615384615410^{-7}$

Дискретный сигнал в виде массива чисел:

t, c	sd, B
0,000E+00	0,000E+00
6,154E-08	6,154E-08
1,231E-07	1,231E-07
1,846E-07	1,846E-07
2,462E-07	2,462E-07
3,077E-07	3,077E-07
3,692E-07	3,692E-07
4,308E-07	4,308E-07
4,923E-07	4,923E-07
5,538E-07	5,538E-07
6,154E-07	6,154E-07

6,769E-07	6,769E-07
7,385E-07	7,385E-07
8,000E-07	8,000E-07

График дискретного сигнала представлен на рис.2.

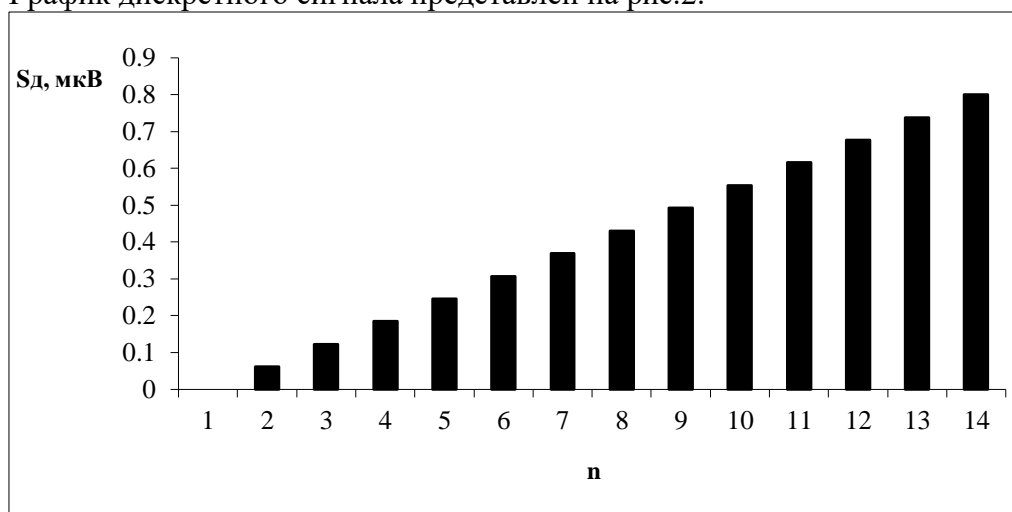


Рис.2. График дискретного сигнала.

Количество уровней квантования для 4-битного числа – $M=2^4=16$.

$$\text{Шаг квантования} - \Delta = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{M - 1} = .533333333310^{-7}.$$

График квантованного (цифрового) сигнала представлен на рис.3.

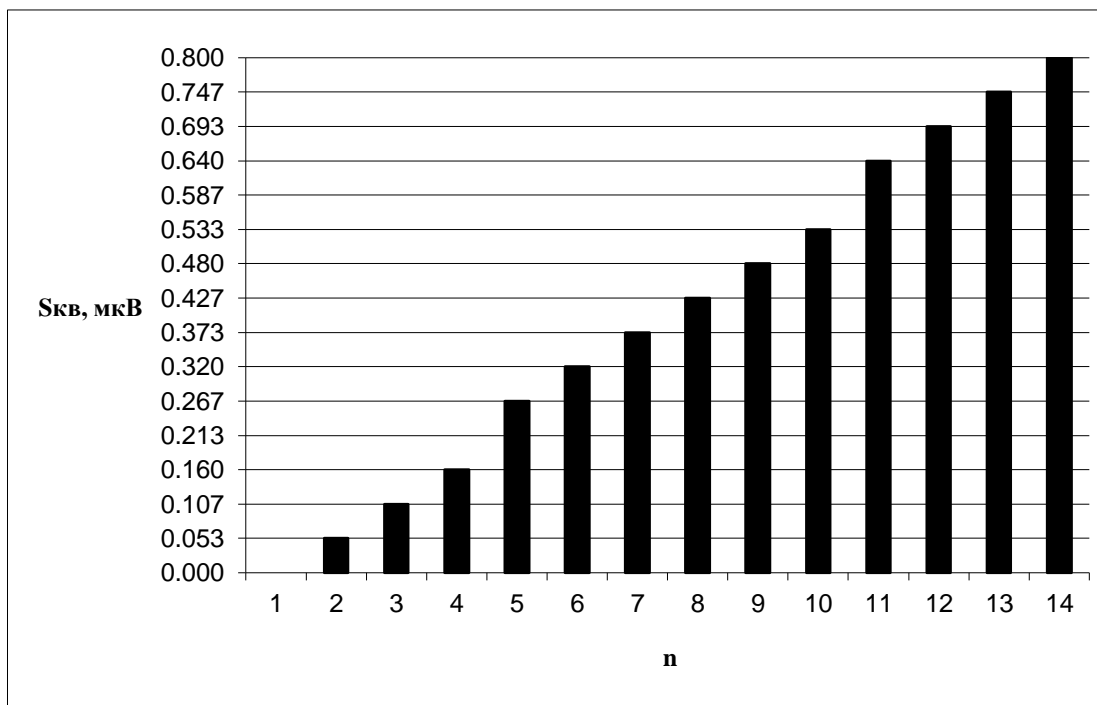


Рис.3. График цифрового сигнала.

Погрешности квантования:

среднее значение - $\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx = \frac{1}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x dx = 0$;

дисперсия и средний квадрат : $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx = \frac{1}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x^2 dx = \bar{x}^2 = \frac{\Delta^2}{3} = .94814810^{-15}$

График зависимости погрешности квантования представлен на рис.4.

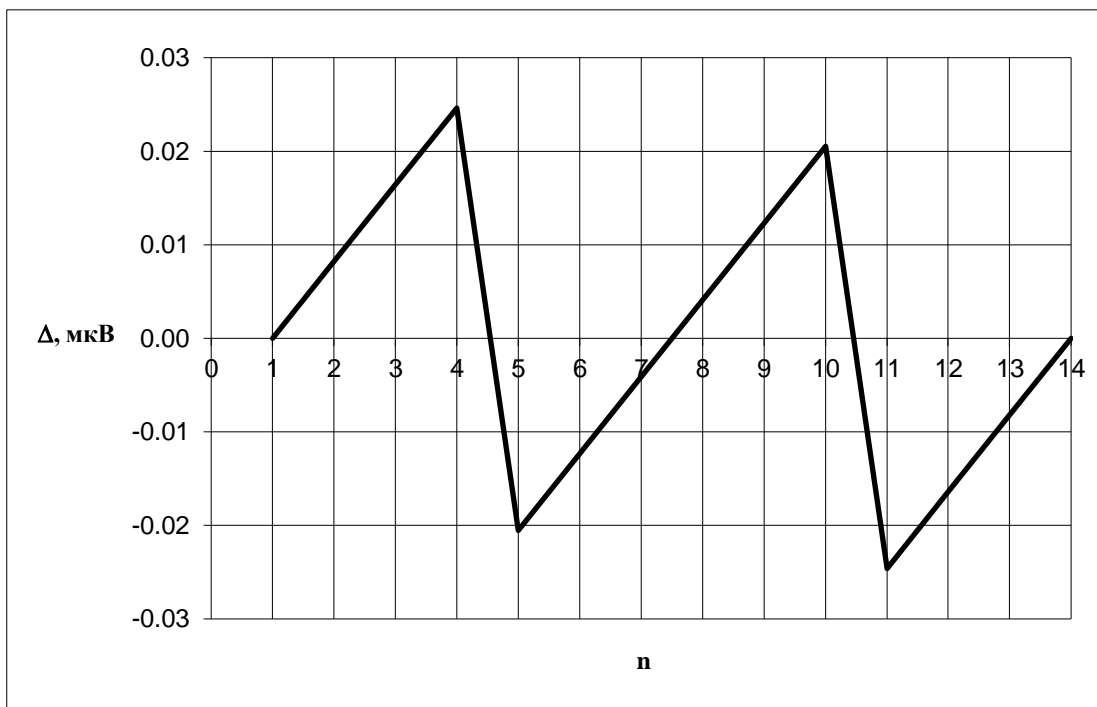


Рис.4. График погрешности квантования.

Коэффициенты дискретное преобразование Фурье дискретное преобразование Фурье (ДПФ) $C_n = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} S_{k\Delta t} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot k / N}$.

$$xf_0 := .400002142910^{-6} \quad xf_1 := -.313209458710^{-7} + .137233558210^{-6} I$$

$$xf_2 := -.339082346410^{-7} + .704122737510^{-7} I \quad xf_3 := -.281063619110^{-7} + .352427718210^{-7} I$$

$$xf_4 := -.281001726510^{-7} + .224066705110^{-7} I \quad xf_5 := -.339180496410^{-7} + .163317530210^{-7} I$$

$$xf_6 := -.313176641310^{-7} + .71466820810^{-8} I \quad xf_7 := -.266592857110^{-7}$$

$$xf_8 := -.313176641310^{-7} - .71466820810^{-8} I \quad xf_9 := -.339180496410^{-7} - .163317530210^{-7} I$$

$$xf_{10} := -.281001726510^{-7} - .224066705110^{-7} I \quad xf_{11} := -.281063619110^{-7} - .352427718210^{-7} I$$

$$xf_{12} := -.339082346410^{-7} - .704122737510^{-7} I \quad xf_{13} := -.313209458710^{-7} - .137233558210^{-6} I$$

Восстановление аналогового сигнала $S(t)$ по значениям коэффициентов ДПФ

$$x(t) = C_0 + 2 \cdot |C_1| \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t / T + \varphi_1) + 2 \cdot |C_2| \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t / T + \varphi_2) + \\ + \dots + |C_{N/2}| \cdot \cos(N \cdot \pi \cdot t / T + \varphi_{N/2})$$

где $\varphi_i = \arg C_i$ – фазовый угол коэффициента ДПФ.