

Torzijsko nihalo z visečo žico

Bor Kokovnik

November 2023

1 Uvod

Poleg tlačnih in nateznih obremenitev poznamo pri trdnih snoveh tudi strižne obremenitve. O strižni napetosti F/S govorimo takrat, ko leži sila v ravnini ploskve v kateri prijemlje. Podobno kot smo pri natezni obremenitvi žice ali palice opredelili prožnostni (elastični) modul E , vpeljemo pri strižni obremenitvi strižni modul G . a strižno napetost velja enačba (1);

$$\frac{F}{S} = G\alpha, \quad (1)$$

kjer je α nagib dveh stranskih ploskev kvadra.

Torzijski koeficient žice D je opredeljen z enačbo (2);

$$M = D\Phi, \quad (2)$$

kjer je M navor na žico in Φ zasuk enega konca žice glede na drugega. Zaradi deformacije se na osnovni ploskvi površine $2\pi r dr$ votlega valja pojavijo sile, katerih skupni navor glede na os žice izračunamo po enačbi (3);

$$dM = r dF = r\alpha G dS \quad (3)$$

Tako celotni navor, ki deluje na osnovno ploskev izračunamo po enačbi (4);

$$M = \int dM = \frac{\pi r_0^4 G \Phi}{2l} \quad (4)$$

Iz enačbe (4) lahko odčitamo torzijski koeficient D žice iz enačbe (5);

$$D = \frac{\pi r_0^4 G}{2l} \quad (5)$$

Če na spodnji konec viseče žice obesimo telo, žico spodaj nekoliko zasukamo in spustimo, začne sučno nihati. Pri majhnih zasukih je to nihanje sinusno, nihajni čas pa je odvisen od torzijskega koeficienta žice in vztrajnostnega momenta obešenega telesa z enačbo (6);

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (6)$$

2 Potrebščine

- stojalo, jeklena žica, plošča z ročajem
- uteži: votel kovinski valj, kvader z valjasto votlino
- tehnica, štoparica, kljunasto merilo, mikrometer

3 Naloga

1. Določi torzijski koeficient D žice.
2. Izračunaj strižni modul G jekla, iz katerega je žica.
3. Določi vztrajnostni moment in vztrajnostni radij danega telesa (kvadra z valjasto votlino) iz meritve nihajnega časa torzijskega nihala in primerjaj rezultat z izračunanim vztrajnostnim momentom.
4. Določi vztrajnostni moment zobnika.

4 Meritve

Datum Izvedbe eksperimenta: 16. 10. 2023

Meritve nihajnih časov:

	$20t_b$ [s]	$10t_v$ [s]	$10t_k$ [s]	$15t_z$ [s]
1	41,090	57,002	39,189	47,858
2	40,680	56,731	39,099	47,794
3	41,106	56,873	39,146	47,810

Iz teh lahko izračunamo nihajni čas t_0 za vsako telo in pripadajočo negotovost:

	Podstavek	Valj	Kvader	Zobnik
t_0 [s]	2,051	5,69	3,914	3,188
δ_{t_0} [s]	0,006	0,01	0,004	0.002

Dimenzije žice: $l_z = (18,2 \pm 0,1)$ cm, $r_z = (0,27 \pm 0.005)$ cm

Dimenzije valja: $r_{v1} = (0,720 \pm 0,005)$ cm, $r_{v2} = (4,360 \pm 0,005)$ cm, $h_v = (4,94 \pm 0,01)$ cm, $m_v = (2,4900,001)$ kg

Iz meritve nihajnega časa podstavka samega, nihajnega časa podstavka z valjem in vztrajnostnega momenta valja, ki ga lahko izračunamo iz zgornjih meritev, lahko določimo torzijski koeficient D preko enačbe (6):

$$J = J_v + J_b$$

$$D = J_v \left(\frac{2\pi}{t_v} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{t_b}{t_v} \right)^2 \right)^{-1}$$

Vztrajnostni moment valja:

$$J_v = (2,431 \pm 0,006) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Torzijski koeficient:

$$D = (3,41 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$$

Iz teh podatkov lahko izračunamo še strižni modul G in vztrajnostni moment podstavka J_b :

$$G = (7,4 \pm 0,6) \cdot 10^{10} \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$$

$$J_b = (0,364 \pm 0.003) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Sedaj imamo vse podatke, da lahko izračunamo vztrajnostni moment izdolbene kocke in ga primerjamo s teoretičnim, ki ga dobimo iz izmerjenih dimenzij: $a_1 = a_2 = (6,00 \pm 0,01)$ cm, $d_k = (6,01 \pm 0,01)$ cm, $r_k = (1,990 \pm 0,005)$ cm, $m_k = (1,193 \pm 0,001)$ kg

$$J_{k,izračunan} = (0.969 \pm 0.003) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

$$J_{k,izmerjen} = (0.961 \pm 0.006) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Iz podatka za vztrajnostni moment izračunamo vztrajnostni radij kvadra:

$$r_J = (2,838 \pm 0,008) \text{ cm}$$

Preko nihajnega časa lahko podobno izračunamo še vztrajnostni moment zobnika:

$$J_{z,izmerjen} = (0.515 \pm 0.003) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Oblika zobnika je kompleksna, saj je proti koncu zob vedno večji razmik, zato sem se odločil upoštevati poenostavitev, da je njegov vztrajnostni moment približno enak valju z radijem enakim povprečju notranjega in zunanega radija zobnika: $r_{z,n} = (2,510 \pm 0,005)$ cm, $R_{z,1} = (7,010 \pm 0,005)$ cm, $r_{z,n} = (8,000 \pm 0,005)$ cm, $m_z = (0,756 \pm 0,001)$ kg

$$J_{z,izračunan} = (0.6 \pm 0.1) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

5 Rezultati

V rezultatih ne vidimo večjih odstopanj od pričakovanj. Tam, kjer lahko primerjamo izračunano in izmerjeno vrednost, sta te blizu, odstopanja pa bi lahko pojasnili z nenatančnim merjenjem, ali pa celo zračnimi mehurčki v materialu, če je bil ta vlit. Ocena izračunanega vztrajnostnega momenta zobnika ima veliko negotovost, ker težko rečemo, kakšen valj bi bil ekvivalenten našemu zobniku. Razmiki med zobmi so proti koncu večji od debeline zob, a vztrajnostni moment raste s kvadratom radija. Zato menim, da je ocena sredine med zunanjim in notranjim premerom primerna, ker so zobje kratki.