

Toplotna prevodnost

Bor Kokovnik

October 2023

1 Uvod

V sredstvu z neenakomerno temperaturo prehaja toplota z delov na višji v dele na nižji temperaturi. Toplotni tok v vsaki točki je sorazmeren negativnemu gradientu temperature, kot je prikazano v enačbi (1);

$$\vec{j} = -\lambda \nabla T \quad (1)$$

Sorazmernosti faktor λ imenujemo koeficient toplotne prevodnosti. Kovine so dobri toplotni prevodniki, električni izolatorji pa slabi toplotni prevodniki. Toplotna λ in električna prevodnost σ je v kovinah povezana zelo enostavno preko enačbe (2), oziroma Wiedemann-Franzovega zakona;

$$\frac{\lambda}{\sigma T} = 3 \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 = 2,22 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}. \quad (2)$$

Koeficient toplotne prevodnosti običajno merimo tako, da v merjencu vzpostavimo stacionarno stanje. Prav tako je primerno, da ima merjenec enostavno geometrijsko obliko. Palica je primerna za dobre prevodnike toplote, plošča in valj pa za slabe. Za palico in ploščo se zgornja enačba lahko zapiše po enačbi (3);

$$j = -\lambda \frac{\Delta T}{l}, \quad (3)$$

kjer je ΔT razlika temperatur na dolžini palice l . Temperatura $T(\vec{r})$ znotraj telesa se spreminja v skladu z difuzijskim zakonom, opisanim z enačbo (4);

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T, \quad (4)$$

kjer je $D = \lambda/(\rho c_p)$ toplotna difuzija, ρ gostota materiala in c_p specifična toplotna kapaciteta pri konstantnem tlaku.

2 Potrebščine

- merjenec - valj iz neznane kovine
- posoda za hlajenje z vodo, dve kovinski izolirni posodi (dewar)
- ledomat in kuhalnik za vodo
- električni kuhalnik za olje, variak, električni grelec vode - bojler
- termočlen baker-konstantan (t.i. T-tip termočlena), termonapetost je $43 \mu\text{V K}^{-1}$, konstantan je zlitina 60 % Cu in 40 % Ni
- mikrovoltmeter Keithley DMM 2000
- dva digitalna termometra z deklarirano natančnostjo med 0°C do 50°C ($\pm 0.1^\circ\text{C}$), med 51°C do 70°C ($\pm 1^\circ\text{C}$) ter nad 71°C ($\pm 2^\circ\text{C}$)

3 Naloga

1. Umeri termočlen - izmeri zvezo med temperaturno razliko in napetostjo na termočlenu.
2. Izmeri koeficient toplotne prevodnosti dane kovine.

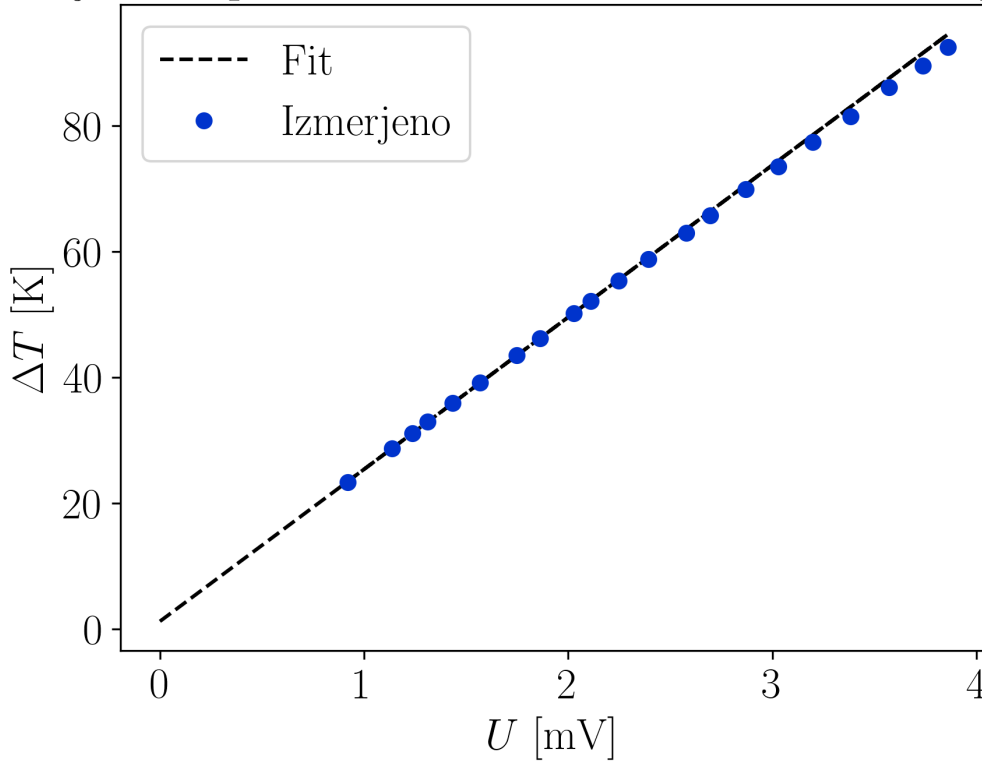
4 Meritve

Vse negotovosti so bile izračunane s pomočje *python* knjižnic *scipy* in *uncertainties*.

4.1 Umeritev termočlena

Termočlen sem umeril tako, da sem eno stran dal v ledeno vodo, drugo pa v vrelo, katero sem postopoma hladil in pri tem odčitaval napetost. Iz grafa 1 lahko iz teh podatkov in linearnega fita določimo odvisnost med razliko temperatur na termočleni in napetosti na njem.

Izmerjena napetost v odvisnosti od razlike v temperaturi



Slika 1: Graf meritev napetosti na termočleni v odvisnosti od razlike v temperaturi skupaj z linearnim fitom teh podatkov. Intervali napak so znotraj točk, ki označujejo podatke.

Iz naklona linearnega fita dobimo podatek o razmerju med temperaturno razliko in napetostjo na termočleni:

$$k_T = (23,45 \pm 0,09) \frac{\text{K}}{\text{mV}}$$

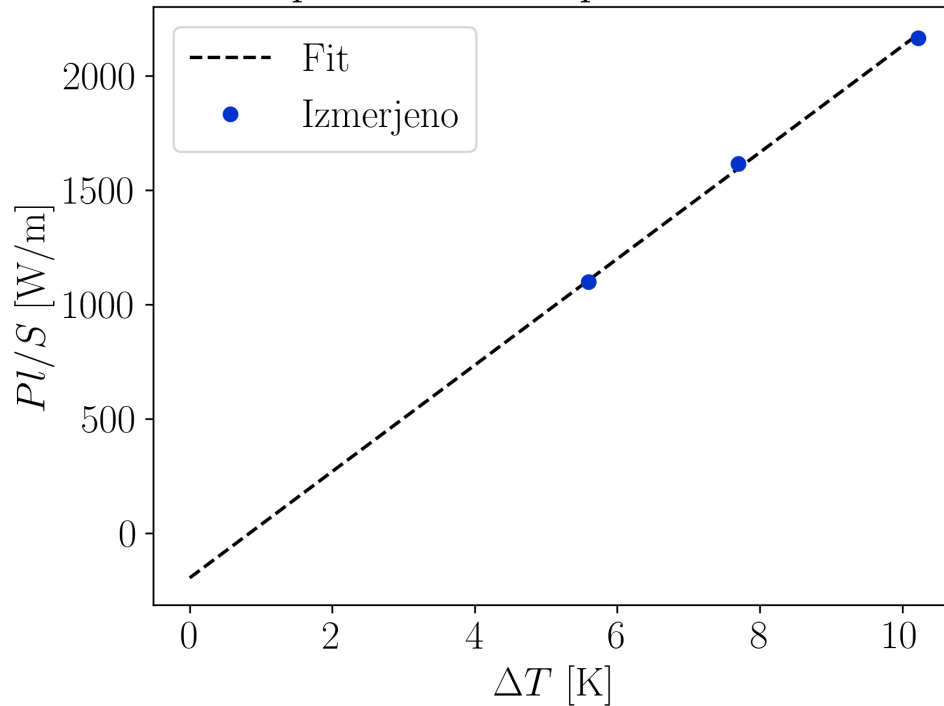
Na podlagi tega podatka lahko iz meritev napetosti dobimo temperaturno razliko med $l = (56,0 \pm 0,1)$ mm oddaljenima luknjama na valjastem merjencu premera $r_m = (22,20 \pm 0,05)$ mm. Obrnemo enačbo (3), kjer je gostota toplotnega toka $j = \frac{P}{S}$ in vidimo, da je naklon fitane premice na grafu 2 enak koeficientu toplotne prevodnosti λ ;

$$\lambda = (233 \pm 8) \frac{\text{W}}{\text{Km}}$$

Izračunati smo morali še karakteristični čas $t_D = \frac{L^2}{2D}$, kjer je $D = \frac{\lambda}{\rho c_p}$, s katerim motnja prepotuje dolžino palice. Ker dolžine nisem uspel izmeriti natančno zaradi višine vode in grelne posode z oljem, sem to ocenil na $L = (100 \pm 20)$ mm. Izmerjena vrednost λ je najbližje vrednosti za aluminij, zato sem računal, kot da bi imel merjenec lastnosti: $\rho = 2710 \text{ kg/m}^3$ in $c_p = 887 \text{ J/kgK}$:

$$t_D = (50 \pm 20) \text{ s}$$

Gostota toplotnega toka pomnožena z razdaljo med luknjama v odvisnosti od spremembe temperature med tema luknjama



Slika 2: Graf gostote toplotnega toka skaliranega z razdaljo med luknjama na merjencu v odvisnosti od temperaturne razlike med tema luknjama. Na grafu je tudi linearni fit merskih točk. Intervali napak so znotraj točk, ki označujejo podatke.

5 Rezultati

Pridobljene meritve so blizu pričakovanim, a se ne ujemajo povsem. Razlog za to bi bila lahko drugačna kompozicija merjene kovine ali pa premajhno število meritev pri drugem delu naloge. Razlog za slednje je bilo premalo časa, ker se je gradient v materialu dolgo vzpostavljaj.

Zaradi nenatančne meritve dolžine celotnega vzorca je napaka na vrednosti karakterističnega časa zelo velika.

Umeritev termočlena:

ΔT [K] (negotovost navedena v navodilih)	U [mV] ± 0.005
92.5	3.862
89.5	3.737
86.1	3.573
81.5	3.384
77.4	3.199
73.5	3.031
69.9	2.871
65.7	2.696
63.0	2.579
58.8	2.394
55.4	2.248
52.1	2.110
50.2	2.028
46.2	1.862
43.5	1.747
39.2	1.568
35.9	1.433
33.0	1.311
31.1	1.237
28.7	1.137
23.3	0.921

Meritev koeficienta toplotne prevodnosti:

P [W] $\pm 0,1$	U [mV] ± 0.005
30.4	0.2315
44.7	0.3185
59.9	0.4230