

# Uklon svetlobe

Bor Kokovnik

Marec 2024

## 1 Uvod

Sposobnosti svetlobe, da se širi v geometrijsko senco pravimo uklon. Tu si pomagamo z razumevanjem interference svetlobe in Huygensovim principom, ki pravi, da lahko vsako točko, do katere je svetloba že prišla, obravnavamo kot izvor novega krogebnega valovanja. Pri obravnavi uklona izberemo točke (izvore) znotraj odprtine v zaslonu in izračunamo svetlobno polje za zaslonom s seštevanjem (integriranjem) prispevkov vseh krogebnih valov, upoštevajoč amplitude in faze posameznih prispevkov. Pomanjkljivost tega modela je, da dobimo poleg valovanja naprej še en val nazaj, kar sta popravila Fresnel in Kirchhoff. Njuna formula za amplitudo valovanja v točki  $O$  je

$$u_0 = \frac{Ak}{4\pi i} \int_{\text{odprtina}} dS \frac{\exp(ik(r_P + r_O))}{r_P r_O} \left[ \frac{\mathbf{r}_P \hat{\mathbf{n}}}{r_P} - \frac{\mathbf{r}_O \hat{\mathbf{n}}}{r_O} \right] \quad (1)$$

kjer je  $A$  konstanta, ki meri jakost izvora,  $k$  je valovni vektor svetlobe,  $r_P$  je vektor od izvora do točke v odprtini zaslona,  $r_O$  označuje vektor od točke v zaslonu do opazovalne točke  $O$ . Ko sta  $\mathbf{r}_P$  in  $\mathbf{r}_O$  približno vzporedna z normalo na odprtini  $\hat{\mathbf{n}}$  lahko enačbo (1) poenostavimo:

$$u_O = \frac{k}{2\pi i} \int_{\text{odprtina}} dS u_A \frac{e^{ikr_O}}{r_O} \quad (2)$$

kjer je  $u_A$  amplituda valovanja na delu odprtine, ki ga določa vektor  $\mathbf{r}_O$ . V primeru točkastega izvora je amplituda enaka

$$u_A = A \frac{e^{ikr_P}}{r_P} \quad (3)$$

V primeru ravnega vala, ki vpada pravokotno na odprtino je  $u_A$  konstantna.

Za poznano amplitudo  $u_A = g(x_0, y_0)$  v ravnini  $(x_0, y_0)$  lahko zapišemo enačbo za amplitudo valovanja  $u(x_i, y_i, z_i)$  v ravnini  $(x_i, y_i)$ , ki je za  $z_i$  oddaljena od od prve ravnine:

$$u(x_i, y_i, z_i) = \frac{k}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_0, y_0) \frac{e^{ikr}}{r} dx_0 dy_0 \quad (4)$$

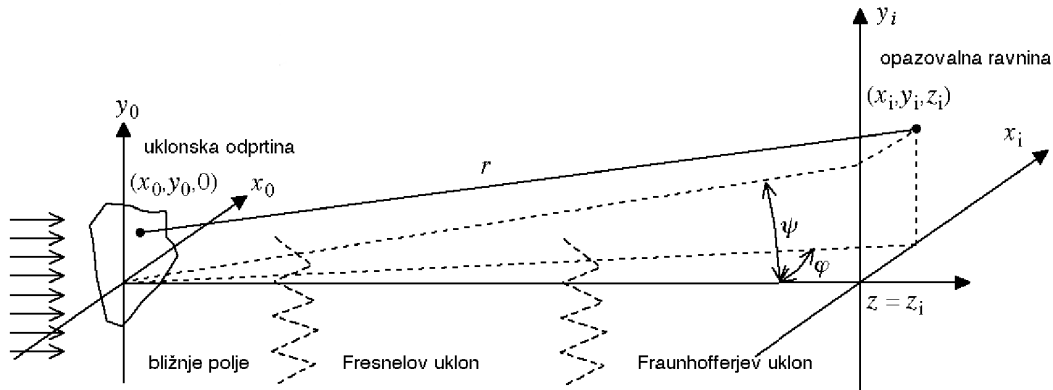
kjer je  $r$  razdalja med ustreznima točkama na zaslonu in v opazovalni ravnini in je enak

$$r = \sqrt{z_i^2 + (x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} \quad (5)$$

Ob predpostavki, da je  $z_i$  dosti večji od prečnih razsežnosti valovanja lahko enačbo (5) ravijemo v vrsto in tako dobimo

$$r = z_i + \frac{x_i^2 + y_i^2}{2z_i} - \frac{x_i x_0 + y_i y_0}{z_i} + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_i} \quad (6)$$

Kadar moramo pri računanju upoštevati vse člene v približku (6), pravimo takemu uklonu *Fresnelov uklon*. Pri še večjih oddaljenostih  $z_i$  pa lahko kvadratno odvisnost faze zanemarimo in račun nam da tako imenovani *Fraunhoferjev uklon*. Vidimo, da postane uklonska slika v področju Fraunhoferjevega uklona odvisna le še od razmerij  $\varphi = x_i/z_i$  in  $\psi = y_i/z_i$ , ki označujeta kota opazovanja glede na optično os. Ta področja so prikazana na sliki 1



Slika 1: Primerjava področij Fresnelovega in Fraunhoferjevega uklona.

Pri enodimenzionalnem Fraunhoferjemem uklonu na tanki reži širine  $D$  je uklonska slika odvisna le od kota  $\varphi$ , tako da je jakost svetlobnega toka v opazovalni ravnini enaka

$$I(\varphi) = |u(x_i, y_i)|^2 = I_O \left( \frac{\sin(k\varphi D/2)}{k\varphi D/2} \right)^2 \quad (7)$$

kjer je  $I_O$  konstanta, ki je odvisna od intenzitete laserskega žarka, od širine reže in od oddaljenosti zaslona.

Uklonska slika  $N$  enako širokih rež kot prej, katerih simetrale so razmaknjene za  $d$ , je podana z izrazom

$$I(\varphi) = |u(x_i, y_i)|^2 = I_O \left( \frac{\sin(k\varphi D/2)}{k\varphi D/2} \right)^2 \left( \frac{\sin(Nk\varphi d/2)}{\sin(k\varphi d/2)} \right)^2 \quad (8)$$

Prvi del, ovojnica uklonske slike, je enaka kot prej, drugi faktor pa hitreje modulira uklonsko sliko in tako dobimo prvi minimum pri kotu  $\varphi = \lambda/Nd$ , v svojih maksimumih pa doseže vrednosti  $N^2$ .

Poglejmo še uklon na okrogli odprtini v Fresnelovem približku. Točkast izvor usmerimo v sredino odprtine, amplitudo valovanja znotraj odprtine pa nam poda enačba (3). Ker smo v območju Fresnelovega uklona moramo v splošni enačbe (1) upoštevati vse rede razvoja (6) in dobimo izraz za amplitudo v odprtini

$$u_A(r) = \frac{\exp(ikz_P)}{z_P} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z_P}\right)$$

Razdalji izvora do odprtine  $z_P$  in ekrana do odprtine  $z_O$  razumemo kot pozitivni količini. Za izračun uklona uporabimo enačbo (4) v cilindričnih koordinatah, kjer odprtino razdelimo na tanke kolobarje in integriramo po  $r$

$$u_O = C \int_0^R \exp\left(\frac{ikr^2}{2z_P} + \frac{ikr^2}{2z_O}\right) 2\pi r dr \propto \exp\left(\frac{ikR^2}{2\zeta}\right) - 1 \propto \sin\left(\frac{kR^2}{4\zeta}\right) \quad (9)$$

kjer smo vpeljali  $\zeta^{-1} = z_P^{-1} + z_O^{-1}$ . Intenziteta uklonjenega valovanja na osi je sorazmerna s kvadratom amplitude  $I_O = |u_O|^2 \propto \sin^2(kR^2/4\zeta)$  in ta rezultat nam kaže, da intenziteta izmenično narašča in pada, če spreminjamo velikost zaslonke  $R$  ali pa njeno oddaljenost od izvora ali opazovališča. Izračunano odvisnost od  $R$  lahko razložimo z uporabo koncepta t.i. Fresnelovih con. To so kolobarji, na katere razdelimo okroglo odprtino, meje kolobarjev  $R_n$  pa so določene z maksimumi (lih  $n$ ) in minimumi intenzitete  $I_O$  (sod  $n$ ) uklonjenega valovanja na osi:

$$\frac{kR_n^2}{4\zeta} = n\frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Svetloba, ki potuje od izvora P do opazovališča O skozi eno samo Fresnelovo cono ima podobno fazo in zato konstruktivno interferira. Svetloba dveh sosednjih Fresnelovih con pa ima nasprotno fazo in zato interferira destruktivno. S povečevanjem premera zaslonke odpiramo zaporedoma nove Fresnelove cone in zato nam intenziteta na osi oscilira.

## 2 Naloga

### Meritve z zasloni z režami

1. Izmeri uklonsko sliko svetlobe za zasloni z režami. Uporabi zaslone z 1, 2, 3, 5 in 10 režami. Določi relativne intenzitete uklonskih slik. Določi širino rež  $D$  in razdalje med njimi  $d$ .
2. Opazuj uklon na okrogli odprtini. Določi premer odprtine  $2R$ .

## 3 Potrebščine

- HeNe laser z valovno dolžino 633 nm, nosilna plošča za laser in translator za zaslone,
- par prizem v nosilcu za razširitev žarka,
- zasloni z odprtinami, leča z nosilcem, ravno ogledalo z nosilcem,
- $x$  translator z montiranim fotodetektorjem in pretvornik signalov,
- prenosnik št. 2 s programom **UklSve** napisan v **LabView**.

## 4 Meritve

Na podlagi fitanih parametrov lahko ugotovimo širino rež  $D$  in razdalje med njimi za vsakega od zaslonov:

$$D_5 = (20,2 \pm 0,3) \text{ }\mu\text{m}$$

$$d_5 = (90,2 \pm 0,1) \text{ }\mu\text{m}$$

$$D_3 = (19,6 \pm 0,2) \text{ }\mu\text{m}$$

$$d_3 = (90,2 \pm 0,1) \text{ }\mu\text{m}$$

$$D_2 = (19,7 \pm 0,1) \text{ }\mu\text{m}$$

$$d_2 = (89,6 \pm 0,1) \text{ }\mu\text{m}$$

$$D_1 = (19,2 \pm 0,1) \text{ }\mu\text{m}$$

Za amplitude pričakujemo, da bodo v razmerju števila rež na kvadrat. Primerjave med grafi so prikazane na sliki 3, vrednosti pa v tabeli 1.

Tabela 1: Tabela amplitud zaslonov.

$n$	$j/n^2 \cdot 10^{-2}$
5	3,0
3	3,8
2	5,5
1	2,3

## 4.1 Uklon na okrogli odprtini

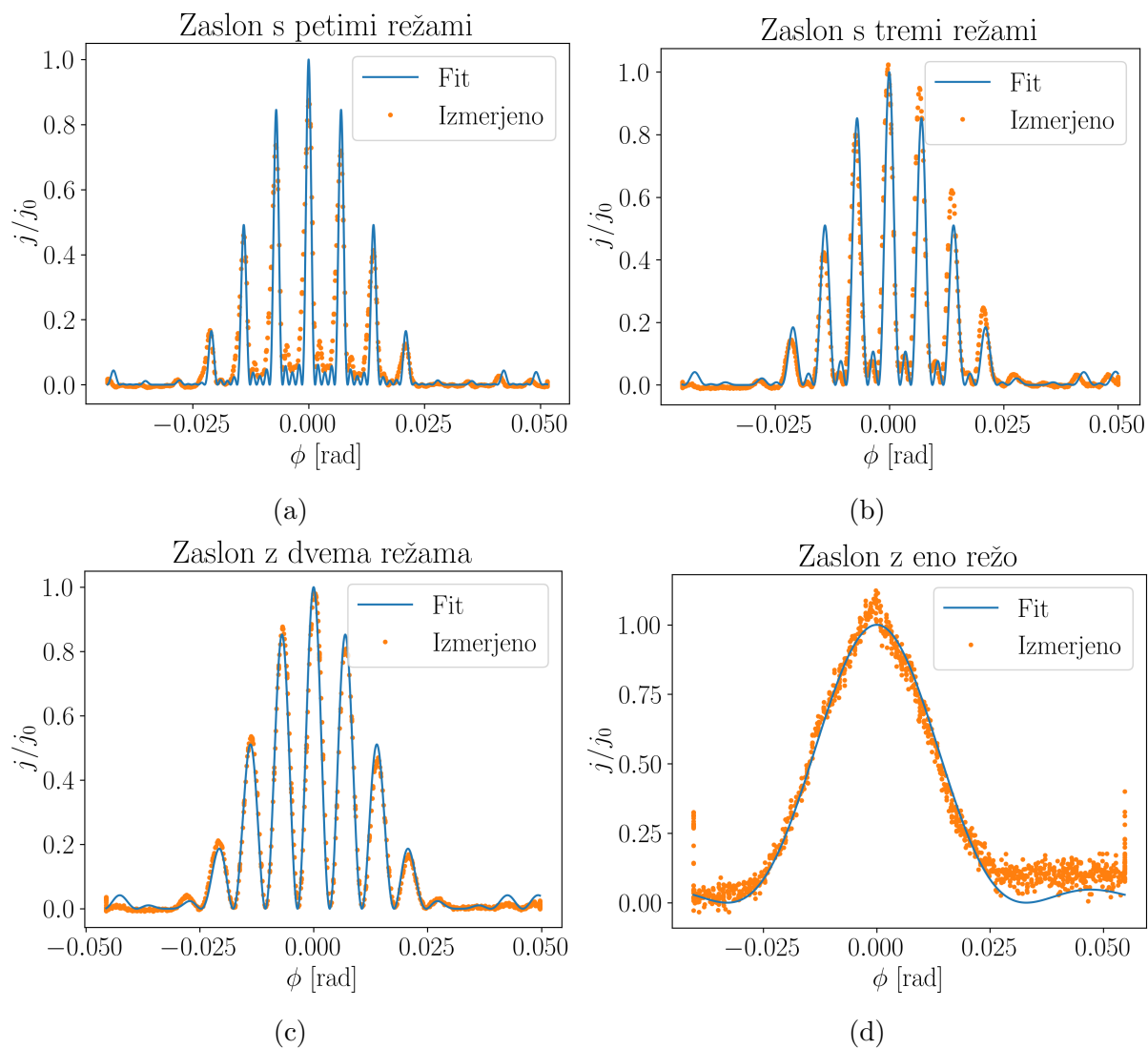
Na podlagi enačbe

$$n = \frac{R_n^2}{\lambda} \frac{1}{\zeta}$$

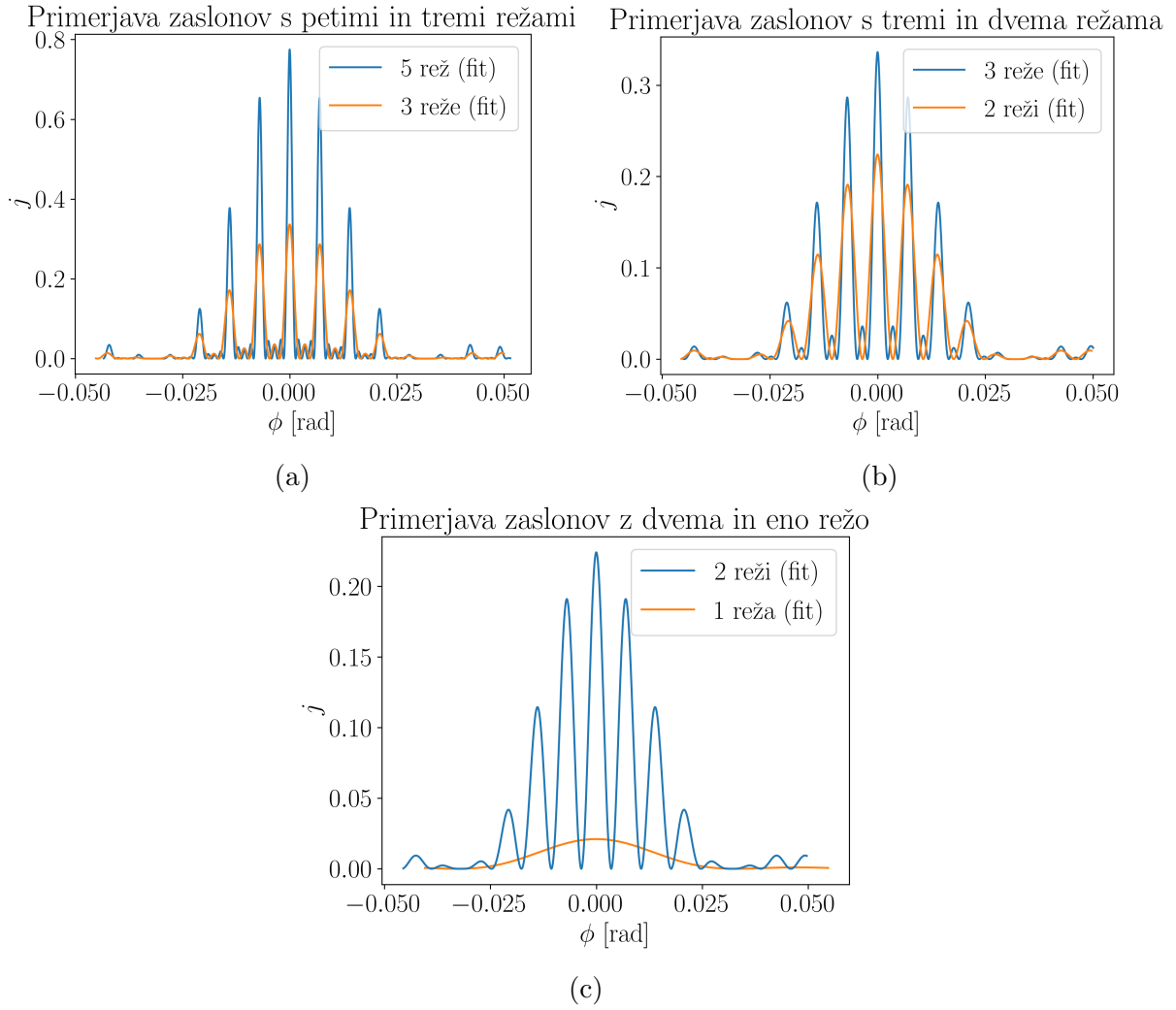
lahko izračunamo polmer odprtine, ki je enak  $n$ -ti meji Fresnelove cone. Radij je enak nasprotni vrednosti naklona fitane premice na grafu 4.  $n_0$  lahko določimo iz presečišča premice z  $x$ -osjo:

$$r = (0,84 \pm 0,02) \text{ mm}$$

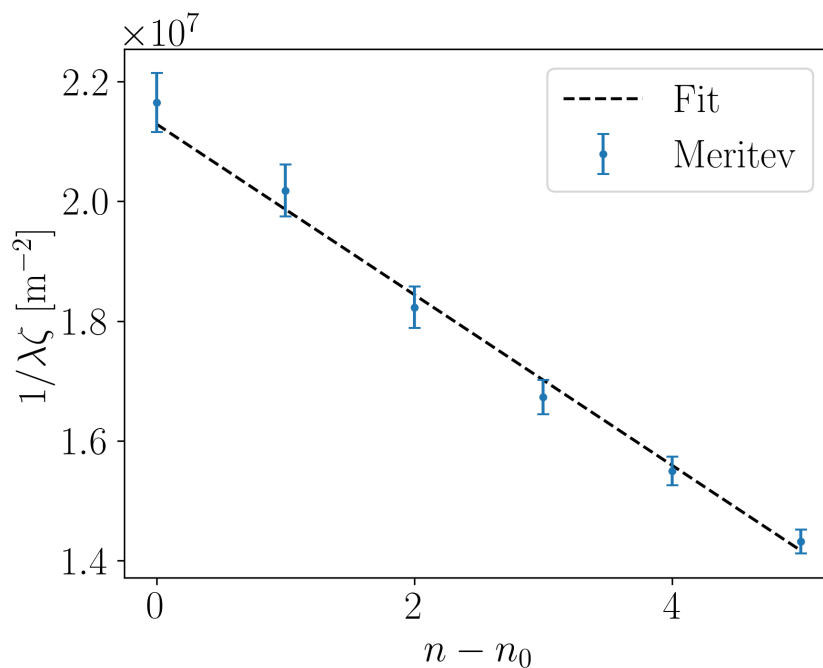
$$n_0 = (15 \pm 1)$$



Slika 2: Posamezne uklonske slike s fiti in podatki.



Slika 3: Primerjave uklonskih slik različnih zaslonov. Enote amplitude na  $y$ -osi so arbitrarne, a med vsemi grafi enake.



Slika 4: Graf  $\zeta^{-1}$  v odvisnosti od  $n - n_0$ , iz katerega določimo radij odprtine in  $n_0$ .

## 5 Analiza rezultatov

Vsi pridobljeni rezultati se ujemajo s pričakovanimi. Opazimo, da so širine rež in razdalje med njimi med vsemi zasloni zelo podobne in se znotraj negotovosti celo ujemajo, z izjemo zaslona z eno režo. Tu že iz grafa 2d vidimo, da oblika ni taka, kot bi jo pričakovali. Neujemanje vidimo tudi pri primerjavi amplitud, le da tu odstopa tudi zaslon z dvema režama. Najverjetneje je to posledica neenakomerne poravnave uklonske slike s potjo senzorja.