Parcial 1^a oportunidad de Señales y Sistemas

12 de junio de 2004

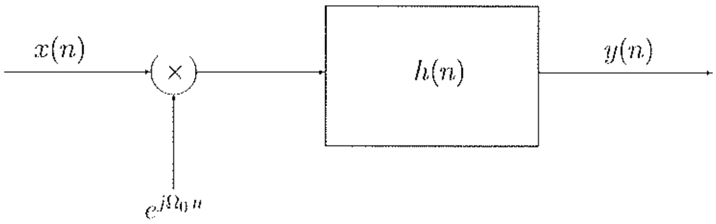
Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Para el sistema descripto por la siguiente ecuación en diferencias

$$y(n) - \frac{13}{6}y(n-1) + y(n-2) = x(n) - x(n-1)$$

encontrar todos los valores posibles de $h(0)$.

2. Sea el siguiente sistema



donde $h(n)$ es la respuesta impulsiva de un sistema LTI estable. Se pide determinar

(2.a) Es lineal el sistema?

(2.b) Es invariante ante desplazamientos?

(2.c) Es estable?

(2.d) Encontrar la respuesta del sistema cuando $x(n) = \delta(n)$.

(2.e) Suponga que $h(n)$ es distinta de cero solo si $n = 0, \ldots, N-1$. Encontrar la respuesta permanente ($y(n)$ para $n > N$) cuando la entrada es un escalón, expresándola en función de $H(\Omega)$, la transformada de Fourier de $h(n)$.

3. Sea una señal de tiempo continuo periódica y limitada en banda, cuya transformada de Fourier tiene la expresión

$$F(\omega) = \sum_{k=-3}^{3} e^{-|k|}\delta(\omega - k\omega_0)$$

Se hace un muestreo de la señal en el tiempo obteniendo una señal discreta:

$$f_1(n) = f(t)|_{t=nT_s}$$

donde $f(t)$ es la señal de tiempo continuo, y $T_s = \frac{3}{50}T_0$. Se pide

(3.a) Verificar si se cumple la condición del teorema de Nyquist de muestreo sin solapamiento (aliasing).

(3.b) Sea $x(n) = f_1(n)$ para $n = 0, \ldots, 49$, y $X(k)$ su DFT de 50 puntos. Encontrar los valores de $X(k)$ para $k = 2, 9, 38, 45$, y 47.

Parcial de Señales y Sistemas
3^a oportunidad (7 de julio de 2003)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Sea un sistema LTI cuya respuesta impulsiva $h(n)$ está definida como:

$$h(n) = (1/2)^{|n|}$$

Encuentre el sistema inverso, es decir encuentre $g(n)$ tal que cumpla

$$h(n) * g(n) = \delta(m)$$

y grafíquela.

2. Sean x_k e y_k los coeficientes de la descomposición en serie de Fourier de dos señales periódicas $f(t)$ y $g(t)$ respectivamente, ambas de frecuencia fundamental ω_0, que están relacionados de la siguiente manera:

$$x_{k-100} + x_{k+100} = k\, y_k$$

Se pide expresar $g(t)$ en términos de $f(t)$.

3. La siguiente señal

$$x(t) = \cos(50\pi t) + \cos(150\pi t)$$

es muestreada durante $0,8seg$ a una frecuencia $F_s = 200Hz$ para visualizar su espectro usando DFT. Se encuentra que a una *única* frecuencia comprendida entre los 25 y $75Hz$ $X(k) = 0$, donde $X(k)$ es la DFT de N puntos de la señal almacenada.

Determinar:

(a) La cantidad de puntos de señal L para la cual se obtiene esta DFT.

(b) El ~~mínimo~~ valor de N que se podría haber usado y cuál es el valor de k correspondiente. Son únicos?

(c) Dibujar la DFT obtenida.

4. Se sabe que la entrada

$$x(t) = e^{2t} + \delta(t-1)$$

a un sistema LTI, produce la salida

$$y(t) = 2\,e^{2t} + Ke^{-t+1}u(t-1) - Ke^{3(t-1)}u(-t+1))$$

existe alguna $H(s)$ para algún valor de K que satisfaga este par entrada-salida?. Si es así, encuentre una $H(s)$ y el correspondiente K (incluida la ROC y el análisis de causalidad y estabilidad). Es única? Si no existe explique claramente porqué.

Parcial de Señales y Sistemas
2^a oportunidad (23 de junio de 2003)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Dada la siguiente ecuación en diferencias:

$$n\,y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,y(n-k) + x(n)$$

   y sabiendo que $Y(z) = e^{z^{-1}}$, se pide

   (a) Encontrar $X(z)$ sabiendo que $x(n) = 0$ para $n < 0$

   (b) Encontrar $x(0)$

   (c) Hallar $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)$

2. Considere la cascada de dos sistemas LTI, de los cuales del primero se sabe que su respuesta en frecuencia es

$$H_1(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| < 0.5\pi \\ 0, & 0.5\pi \leq |\Omega| < \pi \end{cases}$$

   y del segundo que la relación entre su entrada y salida está dada por la siguiente ecuación en diferencias

$$y(n) = x(n) - x(n-1)$$

   Sabiendo que la entrada al sistema es $x(n) = \cos(0.6\pi\,n) + 3\delta(n-5) + 2$, determinar la salida $y(n)$ del sistema total.

3. Para el sistema LTI cuya transferencia está dada por $H(z) = 1 + z^{-1} + 2\,z^{-2}$, y entrada $x(n) = e^{j\,2\pi\,n/16}$, se pide graficar el modulo de la DFT de la salida del sistema $y(n)$ para un segmento de la señal de salida:

   (a) $Y_1(k)$, la DFT de 8 puntos de $y(n)$ desde $n = 0, \ldots, 7$

   (b) $Y_2(k)$, la DFT de 16 puntos de $y(n)$ desde $n = 0, \ldots, 15$

   (c) $Y_3(k)$, la DFT de 32 puntos de $y(n)$ desde $n = 0, \ldots, 31$

4. La señal $x(t)$ de banda limitada a ω_M es muestreada con un tren de deltas $p(t-d)$:

$$p(t-d) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t - d - r\,T)$$

   con $2\,\pi/T > 2\,\omega_M$ y $d < T$, dando como resultado una señal $x_p(t)$. Se pide diseñar un sistema que sea capaz de recuperar la señal $x(t)$ a partir de $x_p(t)$.

Parcial de Señales y Sistemas

1^a oportunidad (9 de junio de 2003)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

25

1. Para el sistema LTI descripto por la siguiente ecuación en diferencias:

$$y(n) - 2y(n-1) + \frac{8}{9}y(n-2) = x(n) - 2x(n-1) \tag{1}$$

   se sabe que la salida $y(n)$ para una dada entrada $x(n)$ es $y(n) = \left(\frac{4}{3}\right)^n u(n)$. Se pide

   (a) Encontrar $x(n)$ si $x(n) = 0$ para $n < 0$.

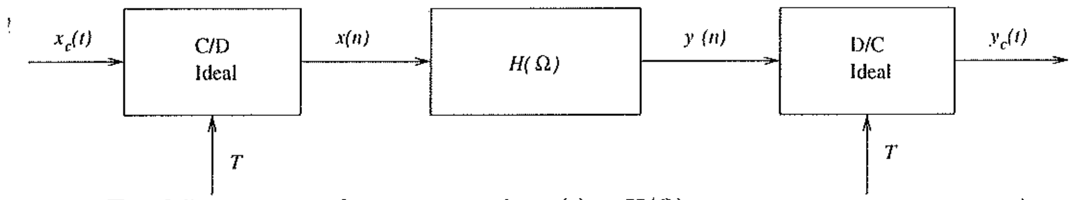
   (b) Es un sistema causal y estable?.

   (c) Para las mismas condiciones analizadas en el punto anterior explique si es posible encontrar una $x(n)$ distinta de la del punto 1a tal que la salida $y(n)$ sea acotada $\forall n$.

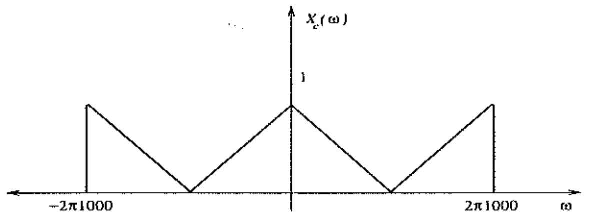
   (d) Explicar si existe otra posible entrada $x(n)$ que pueda producir la salida $y(n) = \left(\frac{4}{3}\right)^n u(n)$ para la misma ecuación (1) del sistema. Repita el punto 1b para este caso.

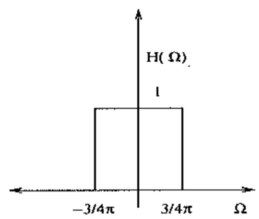
25

2. Para el sistema que se muestra a continuación



   Asuma que $T = 0.5mseg$ y que los espectros de $x_c(t)$ y $H(\Omega)$ son como se muestra a continuación





   (a) Obtener y graficar los espectros $X(\Omega)$, $Y(\Omega)$ e $Y_c(\omega)$.

   (b) Suponga que el D/C ideal se reemplaza por un hold de orden cero, usando el pulso

$$p_c(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

   Obtenga y grafique $Y_c(\omega)$ para $|\omega| \leq 8000\pi$. Encuentre la amplitud de la mayor componente indeseada de $Y_c(t)$ (fuera de la banda $|\omega| \leq \frac{\pi}{T}$) debido a la conversión D/C no ideal.

25

3. Considere una secuencia $x(n)$ de longitud 64,

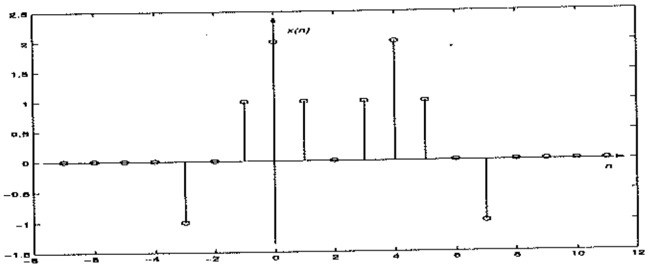
$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi n}{64}\right) + \cos\left(\frac{2\pi 8\, n}{64}\right), \quad n = 0, \ldots, N-1 \tag{2}$$

   Sea $X(k)$ la DFT de 64 puntos de $x(n)$ y $X_1(k)$ una secuencia de 32 puntos tal que

$$X_1(k) = X(2k), \quad k = 0, \ldots, 31$$

   (a) Hallar $x_1(n)$, la IDFT de $X_1(k)$.

   (b) Hallar otras dos $x(n)$ distintas de la definida en (2) que den la misma $x_1(n)$.



25 4. Sea $X(\Omega)$ la transformada de Fourier de la señal $x(n)$ que se muestra en el gráfico Realice los siguientes cálculos sin evaluar explícitamente $X(\Omega)$:

(a) Encuentre $X(\Omega)|_{\Omega=0}$.

(b) Encuentre $X(\Omega)|_{\Omega=\pi}$.

(c) Especifique $\angle X(\Omega)$

(d) Encuentre $\int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega)d\Omega$.

(e) Determine y grafique la señal cuya transformada de Fourier es $X(\pi - \Omega)$

(f) Determine y grafique la señal cuya transformada de Fourier es $\mathcal{RE}\{X(\Omega)\}$

(g) Encuentre $\int_{-\pi}^{\pi} |X(\frac{\pi}{2} - \Omega)|^2 d\Omega$.

Parcial de Señales y Sistemas

3^a oportunidad (9 de diciembre de 2002)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Para cada uno de los casos que se mencionan a continuación determinar que cantidad de puntos de FFT (N) se debería utilizar, explicando su respuesta.

   (a) Se desea analizar el contenido de frecuencia que tiene una señal de 8kHz de ancho de banda, muestreada a la frecuencia de Nyquist, si las muestras de frecuencia deberían tener una resolución de $\Delta f < 100$Hz.

   (b) Se desea determinar la respuesta en frecuencia de un sistema discreto de respuesta impulsiva finita de longitud 20 muestras.

   (c) Se quiere obtener la convolución de dos funciones, cada una de longitud 20 puntos.

   (d) Se desea distinguir el valor de las frecuencias de una señal $x(n) = \cos(2\pi 200/8000n) + \cos(2\pi 250/8000n)$.

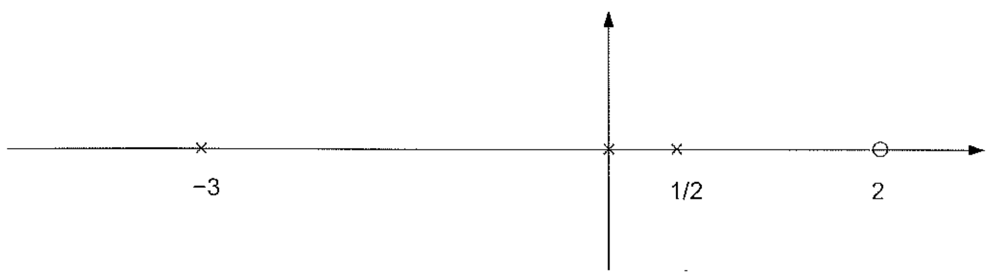
   (e) Idem anterior, pero ahora se sabe que la duración de uno de los cosenos es pequeña, es decir que la señal tiene esta expresión: $x(n) = \cos(2\pi 200/8000n)w(n) + \cos(2\pi 250/8000n)$, siendo $w(n)$ una ventana rectangular centrada en el origen y de longitud 81.

2. Sea un sistema LTI con respuesta impulsiva $h(n) = \delta(n) - \delta(n-5)$. Se pide

   (a) Hallar $H(\Omega)$, la transformada de Fourier de $h(n)$, y graficar su módulo y fase.

   (b) Cuánto vale la salida si la entrada es $x(n) = \cos(0.4\pi n)$.

3. Una señal $h(n)$ tiene una transformada Z $H(z)$, cuya distribución de polos y ceros es la siguiente



   Además se sabe que $\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)(-1)^n = -1$

   (a) Hallar $H(z)$ e indicando su ROC. Corresponde a un sistema LTI causal y estable?.

   (b) Se define $f(n) = h(n) * h(-n)$. Encontrar su transformada Z $F(z)$ indicando su región de convergencia. Es un sistema causal y estable?

Parcial de Señales y Sistemas
2^a oportunidad (25 de noviembre de 2002)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

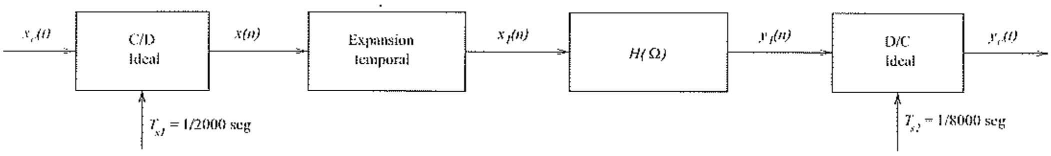
1. Sean dos señales periódicas

$$x_1(n) = \begin{cases} n+1 & \text{para } 0 \leq n \leq 31 \\ -n+63 & \text{para } 32 \leq n \leq 62 \\ 0 & \text{para } 63 \leq n \leq 127 \\ \text{periódica en } N = 128 & \text{resto} \end{cases}$$

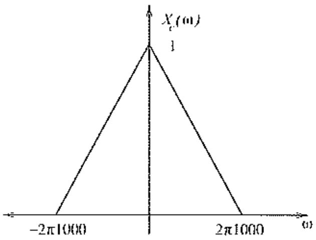
$$x_2(n) = \cos(2\pi/16n)$$

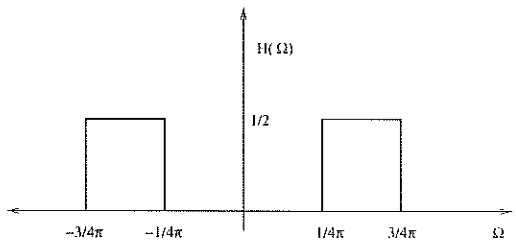
   (a) Obtenga la señal que resulta de hacer la convolución periódica de ambas señales con $N = 128$, justificando el procedimiento empleado.

2. Para el sistema que se muestra en la siguiente figura:



donde el bloque de expansión temporal está definido por la ecuación $x_1(n) = \begin{cases} x(n/4) & \text{si } n = 4r, r \in \mathcal{Z} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$,
y $H(\Omega)$ y la transf. de Fourier de $x_c(t)$ son como se muestran a continuación:





   (a) Grafique las transformadas de Fourier $X(\Omega)$, $X_1(\Omega)$, $Y_1(\Omega)$ e $Y_c(\omega)$.

   (b) Exprese la transformada $Y_c(\omega)$ en términos de $X_c(\omega)$, para el caso general de $|X_c(\omega)| = 0$ para $|\omega| \geq 2\pi 1000$

   (c) Exprese para el mismo caso anterior la relación temporal entre $y_c(t)$ y $x_c(t)$.

3. La respuesta de un sistema LTI a $u(n)$ es

$$y(n) = \frac{n}{n+1}u(n-1)$$

   (a) Calcular la respuesta impulsiva $h(n)$

   (b) Conociendo que

$$\sum_{m=1}^{k} \frac{1}{m(m+1)} = \frac{k}{k+1}, \quad \lim_{k\to\infty} \sum_{m=1}^{k} \frac{1}{m(m+1)} = 1$$

   hallar la respuesta a $u(-n)$.

   (c) Analizar la causalidad y estabilidad del sistema.

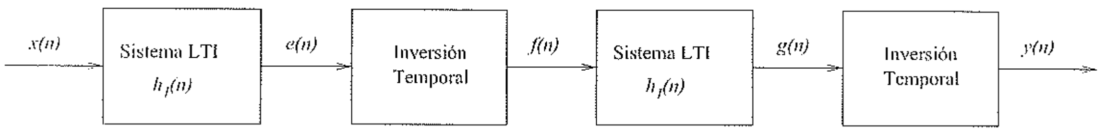
Ayudas: Utilizar transf Z en este ejercicio puede ser *demasiado* trabajoso. Recuerde que $\delta(n) = u(n) - u(n-1)$.

Parcial de Señales y Sistemas

1^a oportunidad (11 de noviembre de 2002)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Considere la cascada de sistemas de tiempo discreto de la figura. Los sistemas de inversión temporal están definidos por las ecuaciones $f(n) = e(-n)$ e $y(n) = g(-n)$. Asumir que $x(n)$ y $h_1(n)$ son reales.



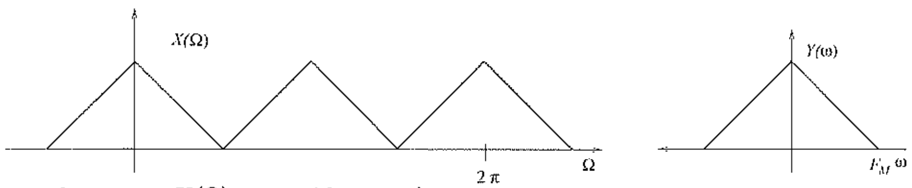
   (a) Encuentre $E(z)$, $F(z)$, $G(z)$ e $Y(z)$ en términos de $X(z)$ y $H_1(z)$.

   (b) Encuentre $H(z) = Y(z)/X(z)$.

   (c) En base al punto anterior, decida si el sistema es LTI. En caso de que no lo sea, *justifique* su respuesta. En caso de que sí lo sea, ademas de justificar su respuesta, encuentre la respuesta impulsiva del sistema.

   (d) Suponiendo que $h_1(n)$ sea causal y estable, analizar la causalidad y estabilidad del sistema total, indicando una posible región de convergencia.

2. En la figura siguiente se muestra el espectro $X(\Omega)$ de una señal discreta $x(n)$.



   (notar que el espectro $X(\Omega)$ es periódico en π).

   (a) Implemente el sistema que sea capaz de obtener la señal continua $y(t)$, cuyo espectro es como se muestra en la figura anterior a partir de $x(n)$.

   (b) Diseñe el sistema inverso al del punto 2a, es decir un sistema que permita obtener $x(n)$ a partir de $y(t)$.

3. Considere una secuencia $x(n)$ de longitud N, es decir

$$x(n) = 0, \quad \text{fuera de} \quad 0 \leq n \leq N-1$$

   con transformada de Fourier $X(\Omega)$. Definamos $\tilde{X}(k)$ como la secuencia compuesta de 64 muestras equiespaciadas de $X(\Omega)$, es decir

$$\begin{aligned} \tilde{X}(k) &= X(\Omega)|_{\Omega=2\pi k/64}, \quad \text{con } 0 \leq k \leq 63 \\ &= \begin{cases} 1 & k = 32 \\ 0 & \text{otro } k \end{cases} \end{aligned}$$

   (a) Si la longitud de la secuencia es $N = 64$, determine una $x(n)$ consistente con la información suministrada. Indicar si la secuencia es única. Si lo fuera, *justifique* su respuesta. Si no lo fuera, determine una segunda posible secuencia que también cumpla lo anterior.

   (b) Idem, pero considerando que la longitud de la secuencia $x(n)$ es $N = 192 = 3 \times 64$.

Parcial de Señales y Sistemas

3^a oportunidad (8 de julio de 2002)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. (a) Hallar $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_1(n)|^2$ para

$$x_1(n) = \frac{2\sin(\frac{\pi}{8}n)}{\pi n}$$

   (b) Hallar y graficar $X_2(\Omega)$, con $x_2(n) = (x_1(n))^2$

   (c) Hallar y graficar $X_3(\Omega)$, con $x_3(n) = e^{j\frac{\pi}{2}n}x_2(n+2)$.

2. Se sabe que el sistema $H(z)$, cuya antitrasformada Z es $h(n)$ real, tiene las siguientes propiedades:

   I. Es un sistema de polos solamente.

   II. Es un sistema estable.

   III. $h(n) \to \infty$ para $n \to \infty$ cuando se la multiplica por a^n, para todo $a > 2$.

   IV. $h(n) = h(-n)$

   (a) Encuentre el o los posibles $H(z)$ que cumpliendo las condiciones anteriores, tengan el *menor* número de polos. Dibuje la ROC asociadas.

   (b) Es causal el sistema? Es FIR o IIR?.

3. Para el sistema LTI que tiene la función de transferencia

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.6z^{-1}}$$

   se observa la salida $y(n) = 1 + 2(-1)^n$. Encuentre la señal de entrada.

4. Un sistema LTI $H(\Omega)$, con antitransformada de Fourier $h(n)$, es excitado con la señal

$$x(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(n - rN)$$

   Se calcula $Y_1(k)$, la DFT de N puntos de $y_1(n) = y(n)$, $0 \leq n \leq N_1$.

   (a) Cuál es la relación entre $H(\Omega)$ e $Y_1(k)$?

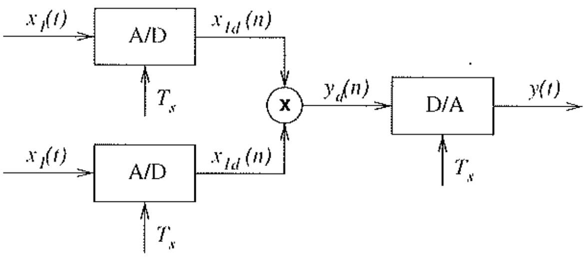
   (b) Cuál es la relación entre $h(n)$ y la IDFT de N puntos de $Y_1(k)$?

Parcial de Señales y Sistemas

2^a oportunidad (13 de agosto de 2002)

Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Las señales $x_1(t) = \cos(100\,2\pi t)$ y $x_2(t) = \cos(1000\,2\pi t)$ son ingresadas al sistema que se muestra a continuación: con $\boxed{\text{A/D}}$ un conversor analógico digital ideal, tal que $x_d(n) =$



$x(t)|_{t=nTs}$, y $\boxed{\text{D/A}}$ un conversor digital a analógico ideal.

   (a) Existe algún T_s para el cual $y(t) = x_1(t)\,x_2(t)$?.

   (b) Existe algún T_s para el cual $y(t) = x_1(t)$?.

2. Para una señal discreta $h(n)$, con Transformada de Fourier $H(\Omega)$ se conocen los siguientes datos

   I. La señal tiene sólo 5 puntos distintos de cero que son consecutivos.

   II. $\int_{\langle 2\pi \rangle} H(\Omega)d\Omega = 4\pi$

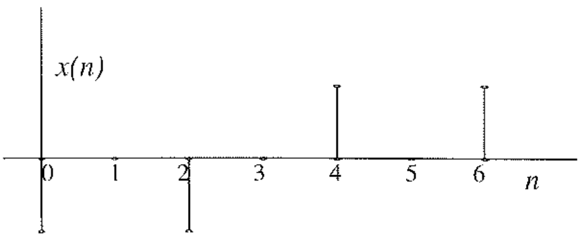
   III. Existe una señal $a(n)$ cuya Transformada de Fourier $A(\Omega)$ es real y par, y está dada por

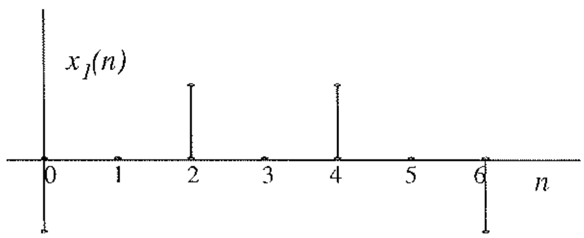
$$A(\Omega) = H(\Omega)\, e^{j2\Omega}$$

   IV. $A(0) = 8$, y $A(\pi) = 12$

   Especifique completamente la señal $h(n)$. Grafíquela mostrando aspectos relevantes.

3. Sean dos señales $x(n)$ y $x_1(n)$, con DFT's de N puntos $X(k)$ y $X_1(k)$ respectivamente:



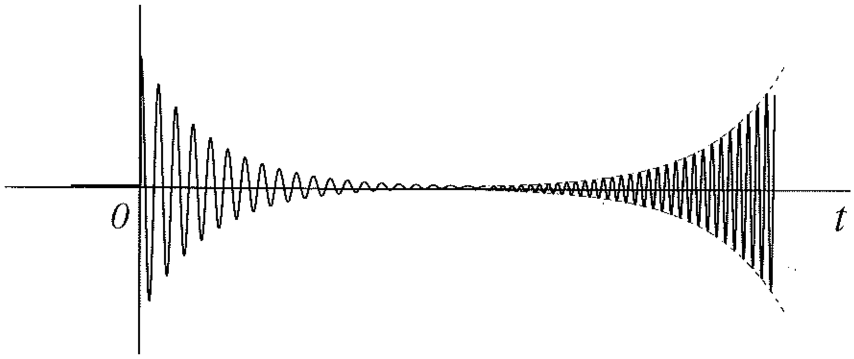


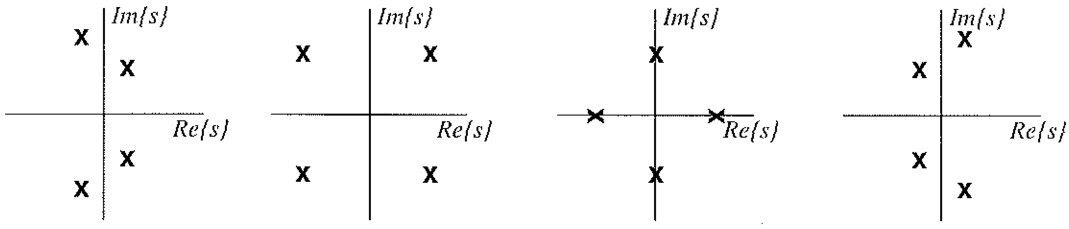
Se propone como hipótesis que

$$X_1(k) = X(k)\, e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)2k}$$

Indique si existe algún N para el cual esta afirmación es verdadera. Si existe, justifique su respuesta; si no existe indique claramente por qué.

4. Para la señal que se muestra en el gráfico siguiente, determine a cuál de todas las configuraciones de polos y ceros podría corresponder. Indique *justificando su respuesta* en cada caso la posible ROC.





a) b) c) d)

Parcial de Señales y Sistemas

1^a oportunidad (12 de junio de 2002)

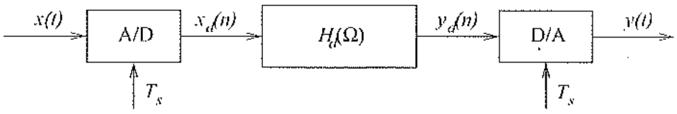
Aclaración: Todas las respuestas de las preguntas siguientes deben ser acompañadas de la explicación de los razonamientos seguidos para resolverlos. Cualquier respuesta, aunque correcta, que no cumpla este requisito, carecerá de validez.

1. Sea un sistema LTI con respuesta impulsiva $h(t)$

$$h(t) = \frac{\sin(4\pi t)\,\sin(8\pi t)}{\pi^2 t^2}$$

   (a) Determinar la salida $y(t)$ cuando la entrada es $x(t) = \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \frac{1}{2}\cos(14\pi t)$.

   (b) Sea el siguiente sistema:



   con $\boxed{\text{A/D}}$ un conversor analógico digital ideal, tal que $x_d(n) = x(t)|_{t=n\,T_s}$, y $\boxed{\text{D/A}}$ un conversor digital a analógico ideal, tal que $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_d(n)\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t - n\,T_s}{T_s}\right)$

   i. Determinar el rango de T_s y $H_d(\Omega)$ correspondiente tal que la salida de este sistema sea igual a la del sistema del punto a) cuando la entrada corresponde con $x(t)$ de ese mismo item. Graficar $H_d(\Omega)$ y los espectros de $x_d(n)$ y $y_d(n)$ para este caso.

   ii. Encuentre la inversa de la Transf. de Fourier del espectro $H_d(\Omega)$, $h_d(n)$ y su relación con $h(t)$ del punto a).

   (c) Sean $X_1(k)$ e $Y_1(k)$ las DFT's de N puntos de las secuencias finitas

$$x_1(n) = x_d(n), \text{para}\, n = 0, \ldots, N-1$$

$$y_1(n) = y_d(n), \text{para}\, n = 0, \ldots, N-1$$

   donde $x_d(n)$ e $y_d(n)$ corresponden a la señal de entrada y salida discretas del item anterior respectivamente. Determinar si existe alguna secuencia $h_1(n)$ con DFT de N puntos $H_1(k)$, tal que

$$Y_1(k) = H_1(k)\,X_1(k)$$

   Si existe, encuéntrela y determine *todas* las condiciones necesarias para lograrlo. Si no existe *justifique* adecuadamente la razón.

2. Sean dos sistemas <u>causales</u> definidos por sus ecuaciones en diferencias

$$\begin{aligned} \text{Sist1}: y(n) - ay(n-1) &= x(n) - a^n x(n-2) \\ \text{Sist2}: y(n) - ay(n-1) &= x(n) - a^2 x(n-2) \end{aligned}$$

   se pide:

   (a) Hallar $Y(z)$, la transformada Z de $y(n)$ para cada uno de ellos.

   (b) Encontrar la respuesta $h(n)$ de cada uno si $x(n) = \delta(n)$ (respuesta al impulso en el origen)

   (c) Determine *justificando* si son sistemas LTI.

3. Sea un sistema LTI causal cuya Transformada Z es

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - 2z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2} + \frac{1}{2}z^{-3}}$$

   Determine el valor de $y(1)$ cuando la entrada es $x(n) = u(n)$.

   Ayuda: Hacer la descomposición en fracciones simples es más trabajoso que utilizar otros métodos.

Señales y Sistemas - 2^{do} cuatrimestre 2001
Parcial - 3^{ra} oportunidad - 10/12/01

1. Sea la secuencia

$$x(n) = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + \delta(n-3)$$

y su DFT de 6 puntos $X(k)$. Se pide

(a) Indique *justificando el resultado* la secuencia $x_1(n)$ cuya DFT de 6 puntos es:

$$X_1(k) = X(k)e^{-j\frac{2\pi}{6}4k}$$

(b) Indique *justificando el resultado* la secuencia $x_2(n)$ cuya DFT de 3 puntos es:

$$X_2(k) = X(2k)$$

2. Sea el sistema LTI causal cuya transformada Z esta dada por:

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}}$$

Se pide

(a) Hallar $h(n)$, la antitransformada Z de $H(z)$.

(b) Determinar si el sistema es estable:

i. utilizando la definición de sistema estable.

ii. sin antitransformar $H(z)$, usando propiedades de la transformada Z.

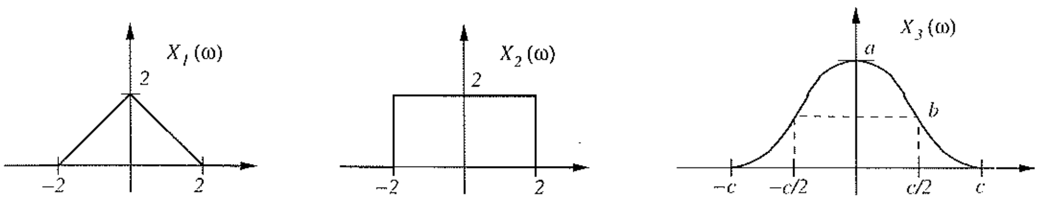
(c) Encontrar una secuencia entrada $x(n)$ de duración finita tal que la salida del sistema, $y(n)$ también sea de duración finita. Es compatible la existencia de este par entrada-salida con el hecho de que el sistema sea inestable? (justifique *claramente* su respuesta).

3. Las transformadas de Fourier que se muestran a continuación están relacionadas de la siguiente manera:

$$X_3(\omega) = X_1(\omega) * X_2(\omega)$$

(a) Hallar a, b y c.

(b) Hallar $x_3(t)$, la antitransformada de Fourier de $X_3(\omega)$.



Señales y Sistemas - 2^{do} cuatrimestre 2001
Parcial - 2^{da} oportunidad - 26/11/01

1. La secuencia $\{a_k\}$

$$a_k = \left(\frac{1}{2}\right)^{-|k|}, \forall k \in \mathcal{Z}$$

corresponde a los coeficientes de la serie de Fourier de una señal temporal $f(t)$, de período T_0.

   (a) Encuentre una expresión cerrada de $f(t)$. Grafíquela aproximadamente utilizando las propiedades de los coeficientes de la serie de Fourier, y mostrando valores de los puntos relevantes.

   (b) Se construye la secuencia $\{b_k\}$ a partir de la anterior como

$$b_k = \begin{cases} a_k & \text{si } -3 < k < 3 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

   Encuentre $g(t)$, la señal temporal correspondiente a estos nuevos coeficientes de Fourier, utilizando el mismo período que en el punto anterior.

   (c) Se forma un vector $X(k)$ de $N = 11$ elementos de la siguiente manera:

$$X(k) = \begin{cases} b_k & \text{si } 0 \leq k < N/2 \\ b_{N-k} & \text{si } N/2 < k < N-1 \end{cases}$$

   es decir, 1 período de la periodización de $\{b_k\}$, con período $N = 11$. Encuentre $x(n)$, la IDFT de $X(k)$. Qué relación existe entre $x(n)$ y $g(t)$?

   (d) Cómo se puede obtener $g(t)$ a partir de $x(n)$?

2. Para la siguiente transformada Z

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}}$$

correspondiente a un sistema LTI *estable*, se pide

   (a) Hallar $h(n)$, la antitransformada Z de $H(z)$.

   (b) Determinar si el sistema es causal:

      i. por inspección de la $h(n)$.

      ii. sin antitransformar $H(z)$, usando propiedades de la transformada Z.

   (c) Para la secuencia

$$h_1(n) = h(n)r^n$$

   se pide determinar para qué valores de r la secuencia $h_1(n)$ corresponde a la respuesta impulsiva de un sistema estable.

Señales y Sistemas - 2^{do} cuatrimestre 2001

Parcial - 1^{era} oportunidad - 12/11/01

1. Para el sistema LTI descripto por

$$H(z) = 1 - z^{-5}$$

se pide:

   (a) Dibujar el diagrama de polos y ceros de esta función, y las posibles ROC, analizando estabilidad y causalidad en cada caso.

   (b) Para cada una de las posibles ROC encontradas en el item anterior, hallar $h(n)$, la antitransformada Z de $H(z)$ y graficarla.

   (c) Para cada una de las posibles ROC encontradas en el item anterior, hallar la ecuación en diferencias equivalente.

   (d) Determinar $H(\Omega)$, la transformada de Fourier de la señal $h(n)$, y graficarla, indicando la relación con $H(z)$.

   (e) Para la secuencia $\hat{H}(k)$ correspondiente a muestras de la transformada de Fourier $H(\Omega)$ en $\Omega = 2\pi k/N$, determinar su IDFT, $\hat{h}(n)$, para los casos de $N = 10, N = 5$ y $N = 2$. Indicar *justificando* la relación entre $\hat{h}(n)$y $h(n)$ en cada caso.

2. La siguiente señal $x(t) = \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 150t)$ es muestreada con un período de muestreo T_s, resultando en la señal $x_1(t)$, y la secuencia de las amplitudes de esas muestras convertidas en la señal discreta $x_2(n)$, cuya expresión es

$$x_2(n) = A\cos(2\pi f_0 n)$$

   (a) Determinar la transformada de Fourier de cada una de las señales $x(t)$, $x_1(t)$ y $x_2(n)$.

   (b) Determinar A, f_0 y T_s. Existe una única elección para estos valores?.

3. Los siguientes pares de entrada-salida son obtenidos de un sistema que se sabe que es *invariante ante desplazamientos*:

$$x_1 = \delta(n) + 2\delta(n-1) \rightarrow y_1(n) = 2\delta(n-1) + 3\delta(n-2)$$

$$x_2 = 2\delta(n-1) \rightarrow y_2(n) = 2\delta(n-2) + 4\delta(n-3)$$

$$x_3 = \delta(n-4) \rightarrow y_3(n) = 3\delta(n+2) + 2\delta(n+1)$$

   (a) Determinar si el sistema anterior podría ser lineal.

   (b) Cuál es la respuesta $y(n)$ del sistema para una entrada $x(n) = \delta(n)$?.

   (c) Cuáles son todas las posibles entradas $x(n)$ para las cuales es posible determinar su salida, si se dispone de la información anterior solamente?.

   Nota: Para considerar bien las respuestas a los items de este ejercicio, las respuestas de todos ellos deben ser *coherentes* entre sí.

Señales y Sistemas - 1^{er} cuatrimestre 2001

Parcial - 3^{era} oportunidad - 11/7/01

1. Dada la señal $x(n) = \cos(\frac{2\pi}{7}n) + \cos(\frac{4\pi}{7}n)$, se la multiplica por una ventana cuadrada centrada en $n = 0$ de longitud L, obteniendo una nueva señal $\hat{x}(n)$.

   (a) Obtener y graficar la Transformada de Fourier de $\hat{x}(n)$ para $L = 21$.

   (b) Para la misma L del punto a) graficar el módulo de la DFT de 21 puntos de $\hat{x}(n)$.

   (c) Para la misma L del punto a) graficar el módulo de la DFT de 42 puntos de $\hat{x}(n)$.

   (d) Para $L = 7$ graficar el módulo de la DFT de 21 puntos de $\hat{x}(n)$.

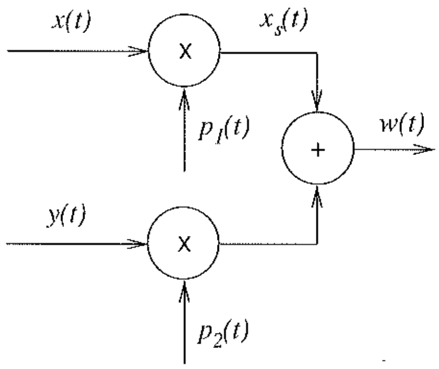
2. Dado el esquema de la figura siguiente, donde $p_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ y $p_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta(t - kT)$, se pide:

   (a) Dibujar la Transformada de Fourier de la señal $w(t)$ para T genérico, suponiendo que los espectros de $x(t)$ e $y(t)$ son 0 para $|\omega| > \omega_M$.

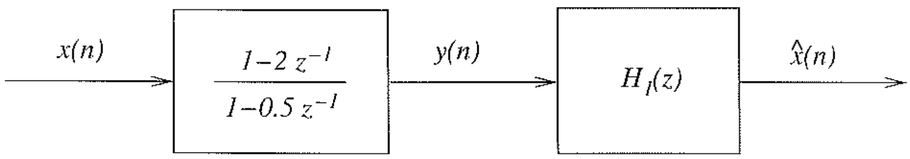
   (b) Determine la condición que debe cumplir T tal que sea posible recuperar las señales $x(t)$ e $y(t)$ a partir de $w(t)$ sin pérdida de información ni distorsiones.

   (c) Diseñar el sistema requerido para implementar el punto b), *justificando* cada elemento que lo compone.

   (d) Determinar si el sub-sistema cuya entrada es $x(t)$ y salida es $x_s(t)$ es LTI, justificando su respuesta.



3. La señal $y(n)$ es generada a partir de la señal $x(n)$, pasándola por un sistema $H(z)$ como se indica en la figura siguiente:



   Se pide:

   (a) Suponiendo que el sistema $H(z)$ es causal, determinar el sistema $H_1(z)$ necesario para que $\hat{x}(n)$ sea igual a $x(n)$. Este sistema, es único?. (*Justifique* su respuesta).

(b) Para el sistema $H_1(z)$ propuesto en el punto a) determinar la respuesta impulsiva $h_1(n)$.

(c) Para el sistema $H_1(z)$ propuesto en el punto a) analizar estabilidad y causalidad del sistema completo, es decir, el sistema cuya entrada es $x(n)$ y su salida $\hat{x}(n)$.

(d) Para el sistema $H_1(z)$ propuesto en el punto a) describa el programa de MATLAB que permitiría obtener $\hat{x}(n)$ a partir de $y(n)$, indicando qué índice del vector de salida corresponde a $n = 0$.

```
HELP CONV

CONV Convolution and polynomial multiplication.

    C = CONV(A, B) convolves vectors A and B. The resulting vector is length
    LENGTH(A)+LENGTH(B)-1.  If A and B are vectors of polynomial coefficients,
    convolving them is equivalent to multiplying the two polynomials.

HELP FILTER

FILTER One-dimensional digital filter.

    Y = FILTER(B,A,X) filters the data in vector X with the filter described
    by vectors A and B to create the filtered data Y. The filter is a "Direct
    Form II Transposed"implementation of the standard difference equation:
    a(1)*y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + ...  + b(nb+1)*x(n-nb) - a(2)*y(n-1)
    - ...  - a(na+1)*y(n-na)
    If a(1) is not equal to 1, FILTER normalizes the filter coefficients
    by a(1).

HELP FFT

    FFT Discrete Fourier transform.  FFT(X) is the discrete Fourier transform
    (DFT) of vector X. For matrices, the FFT operation is applied to each
    column.  For N-D arrays, the FFT operation operates on the first non-singleton
    dimension.
    FFT(X,N) is the N-point FFT, padded with zeros if X has less than N
    points and truncated if it has more.
```

Señales y Sistemas - 1^{er} cuatrimestre 2001

Parcial - 2^{da} oportunidad - 25/6/01

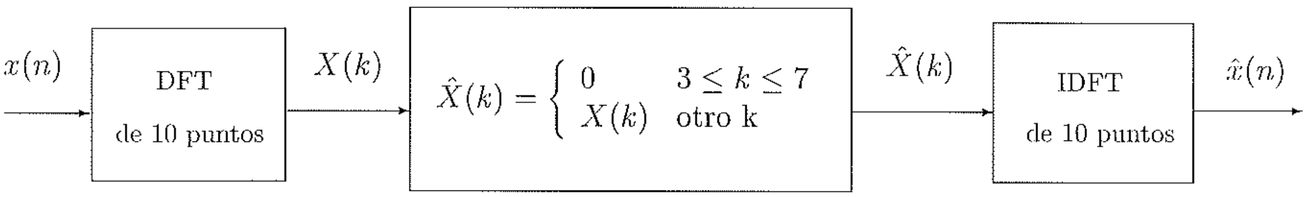
1. Dada la señal $x(n) = \delta(n-3)$

   (a) Calcular la DFT de 10 puntos, $X(k)$, de $x(n)$ y graficar su módulo y fase.

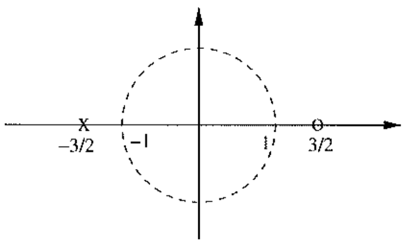
   (b) Encontrar y graficar la IDFT de

$$\hat{X}(k) = \begin{cases} 0 & 3 \leq k \leq 7 \\ X(k) & \text{otro k} \end{cases}$$

   (c) Dado el sistema de la siguiente figura, decir, **justificando**, si corresponde a un sistema LTI

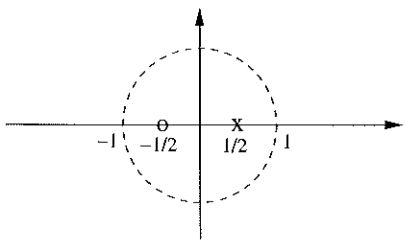


2. Sea el sistema $H_1(Z)$ **no** estable cuyo diagrama de polos y ceros se muestra en el siguiente gráfico:



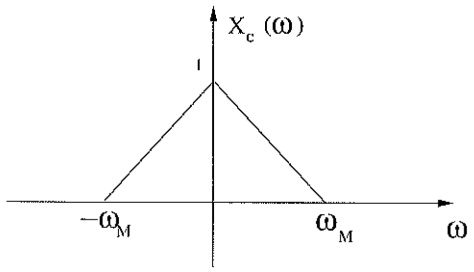
   (a) Obtener $h_1(n)$, la antitransformada de $H_1(Z)$, justificando cada paso.

   (b) Dado el sistema $H_2(Z)$ cuyo diagrama de polos y ceros se muestra en el siguiente gráfico:



   determine $g(n)$ tal que: $h_2(n) = g(n)h_1(n)$

   (c) El sistema de transferencia $H_2(Z)$ resultante es causal ? es estable ?



3. Dado el diagrama en bloques de la figura 1, donde la señal $x_c(t)$ tiene el espectro indicado arriba y donde:

   - $x(n) = x_c(nT)$ con $T = \pi/2\omega_M$
   - $x_e(n) = \begin{cases} x(n/2) & \text{n par} \\ 0 & \text{n impar} \end{cases}$
   - $y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)\delta(t - nT/2)$

   (a) Dibujar los espectros de las señales $x(n)$, $x_e(n)$, $y(n)$, $y_p(t)$ e $y_c(t)$, incluyendo los procedimientos utilizados para obtenerlos.

   (b) Las señales $x_c(t)$ e $y_c(t)$ son iguales ? **Justificar**. Si no lo son, explicar, cómo tendría que ser la transferencia $H(\Omega)$ para que sí lo sean.

   (c) Indicar las instrucciones necesarias para implementar en MATLAB el interpolador de orden 1 para la señal $x_e(n)$ usando la función FFT.

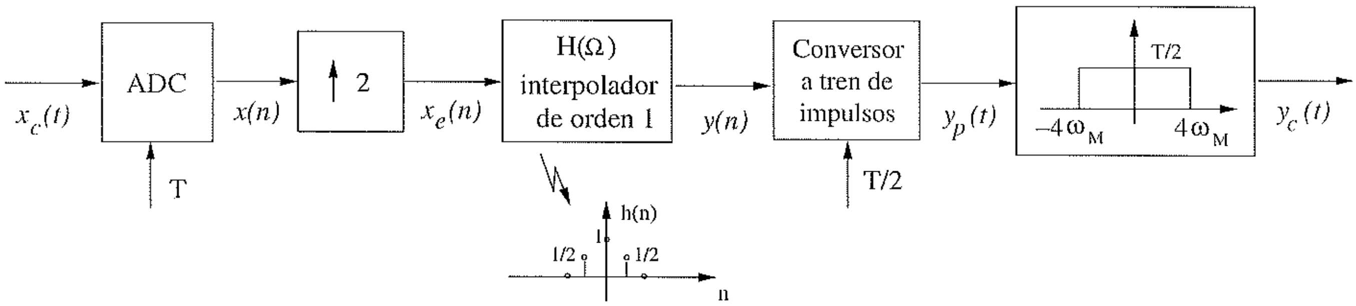


Figura 1: Diagrama en bloques del ejercicio 3

HELP FFT

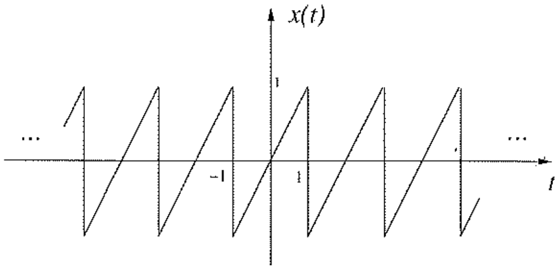
FFT Discrete Fourier transform. FFT(X) is the discrete Fourier transform (DFT) of vector X. For matrices, the FFT operation is applied to each column. For N-D arrays, the FFT operation operates on the first non-singleton dimension.

FFT(X,N) is the N-point FFT, padded with zeros if X has less than N points and truncated if it has more.

Señales y Sistemas - 1^{er} cuatrimestre 2001

Parcial - 1^{era} oportunidad - 11/6/01

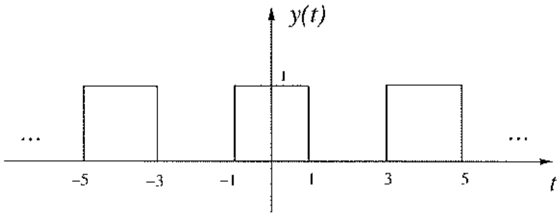
1. Para la señal $x(t)$, periódica con $T = 2$, se pide:



   (a) Hallar la transformada de Fourier y graficar parte real e imaginaria (aproximadamente), indicando características relevantes.

   (b) Hallar los coeficientes de la serie de Fourier.

   (c) Para la señal $y(t)$ como se muestra a continuación, indicar, justificando, si podría existir algún sistema LTI para el cual $y(t)$ sea la salida para $x(t)$ como entrada.

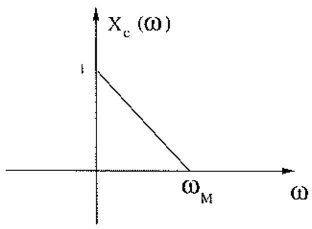


2. Dada la señal discreta $x(n) = \cos(\frac{2\pi}{15}n)$, se pide calcular y graficar

   (a) la DFT de 45 puntos de $x(n)$, con $n = -22, \ldots, 22$.

   (b) la DFT de 45 puntos de $x(n)$, con $n = -7, \ldots, 7$.

3. Una señal compleja $x_c(t)$ tiene una transformada de Fourier como se muestra en la siguiente figura.



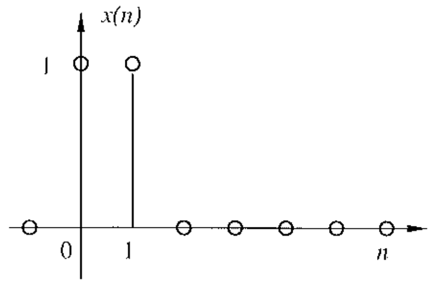
   Esta señal es muestreada para producir la secuencia $x(n) = x_c(nT_s)$.

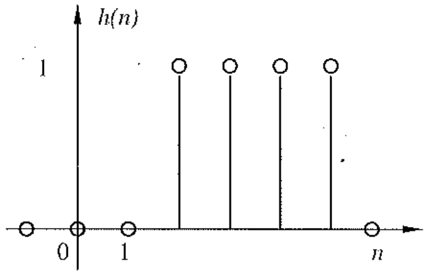
   (a) Dibuje la transformada $X(\Omega)$ de la secuencia $x(n)$ para $T_s = \pi/\omega_M$, graficando los pasos intermedios.

(b) Cual es la menor frecuencia de muestreo que se podría usar para que no se produzca aliasing? Dibuje el espectro $X(\Omega)$ de la secuencia $x(n)$ para este T_s, graficando los pasos intermedios.

(c) Dibuje el diagrama de bloques de un sistema que recupere la señal original $x_c(t)$ a partir de la señal $x(n)$ de la parte (b). Obtener la respuesta al impulso $h(t)$ del filtro utilizado.

4. Para las señales $x(n)$ y $h(n)$ que se muestran a continuación, se pide





(a) Realizar y graficar la convolución entre ambas señales

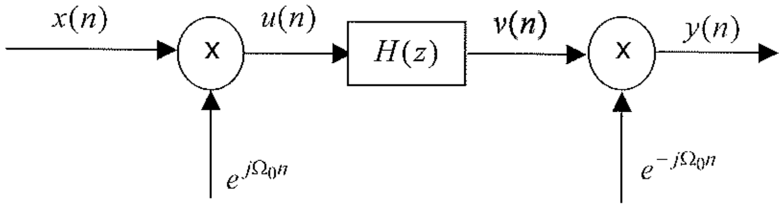
(b) Indique las instrucciones necesarias de MATLAB para realizar esta convolución y graficarla, utilizando el comando conv. Indique *justificando* las consideraciones que sean necesarias.

(c) Idem (b) pero utilizando el comando filter.

```
HELP CONV

CONV Convolution and polynomial multiplication.

    C = CONV(A, B) convolves vectors A and B. The resulting vector is length
    LENGTH(A)+LENGTH(B)-1.  If A and B are vectors of polynomial coefficients,
    convolving them is equivalent to multiplying the two polynomials.

HELP FILTER

FILTER One-dimensional digital filter.

    Y = FILTER(B,A,X) filters the data in vector X with the filter described
    by vectors A and B to create the filtered data Y. The filter is a "Direct
    Form II Transposed"implementation of the standard difference equation:
    a(1)*y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + ...  + b(nb+1)*x(n-nb) - a(2)*y(n-1)
    - ...  - a(na+1)*y(n-na)
    If a(1) is not equal to 1, FILTER normalizes the filter coefficients
    by a(1).
```

Señales y Sistemas - 2° cuatrimestre 2000
Parcial - 3ª oportunidad - 18/12/00

1) Para el sistema de la figura siguiente



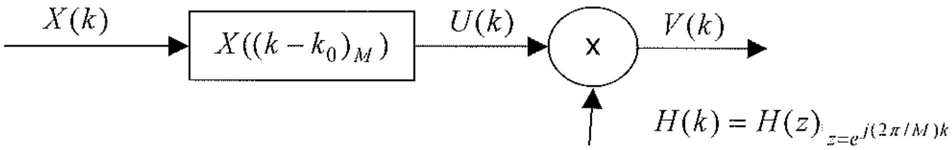
donde $H(z) = \dfrac{1}{1-az^{-1}}$, con $\Omega_0 = \pi/4$ y $x(n) = \delta[n] - \delta[n-1] + \dfrac{1}{2}\delta[n-2]$.

a) Encuentre $h(n)$, la antitranformada Z de $H(z)$, suponiendo que es un sistema estable y causal. Graficar la ROC de $H(z)$.

b) Encuentre $U(z)$, $V(z)$ e $Y(z)$, si la transformada Z de $x(n)$ es $X(z)$. Graficar el diagrama de polos y ceros de $X(z)$, $U(z)$, $V(z)$ e $Y(z)$.

c) Decir si el sistema total que relaciona $y(n)$ con $x(n)$ es LTI. En caso de que lo sea encuentre la respuesta al impulso $h_{tot}(n)$. En caso de no serlo *justifique* por qué no lo es.

2) Para el sistema de la figura siguiente



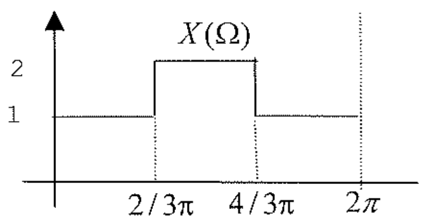
donde $X(k)$ es la DFT de M puntos de $x(n)$ definida en el ejercicio 1), con $3 < M$; y el sistema del bloque es un desplazamiento circular en k_0 de período M de la señal de entrada y $H(z)$ es la del ejercicio 1) .

a) Encontrar, si existen, los valores de k_0 y M para los cuales $U(k)$ corresponda a la DFT de M puntos de $u(n)$ del ejercicio 1).

b) Determinar si existe algún valor M para el cual $V(k)$ corresponde a la DFT de M puntos de $v(n)$ del ejercicio 1). Es igual al hallado en a)?.

c) Obtener la expresión de $v(n)$ en función de $x(n)$ y $h(n)$ (definidos en el ejercicio 1).

3) Sea el siguiente espectro:



Grafique el espectro de 2 señales reales y continuas distintas tales que den origen al mismo espectro $X(\Omega)$, indicando su respectiva frecuencia de muestreo.

Señales y Sistemas – 2° cuatrimestre 2000
Parcial – 2ª oportunidad - 27/11/00

1) Sobre un único sistema TI (invariante en el tiempo) se aplican las siguientes entradas obteniéndose como respuesta:

$$x_1(n) = \delta(n) + 2.\delta(n-2) \quad \rightarrow \quad y_1(n) = \delta(n-1) + 2.\delta(n-2)$$

$$x_2(n) = 3.\delta(n-2) \quad \rightarrow \quad y_2(n) = \delta(n-1) + 2.\delta(n-3)$$

$$x_3(n) = \delta(n-3) \quad \rightarrow \quad y_3(n) = \delta(n+1) + 2.\delta(n) + \delta(n-1)$$

a) Se puede afirmar algo sobre la linealidad del sistema?.

b) Es posible hallar la respuesta del sistema $y_4(n)$ cuando la entrada es $x_4(n) = \delta(n)$ con los datos disponibles?. En caso de ser posible, encuéntrela.

c) Es posible hallar la respuesta del sistema $y_5(n)$ cuando la entrada es $x_5(n) = 5.\delta(n-2)$ con los datos disponibles?. En caso de ser posible, encuéntrela.

En todos los casos *justifique debidamente* su respuesta. La incoherencia entre las respuestas de las tres partes anulará todo el ejercicio.

2) Se tiene la secuencia $X(k)$ de N puntos, que vale $X(k) = 1$, para $k = N_0$ y $k = N - N_0$, y 0 en el resto, y además se sabe que $N_0 < N/2$. Se pide:

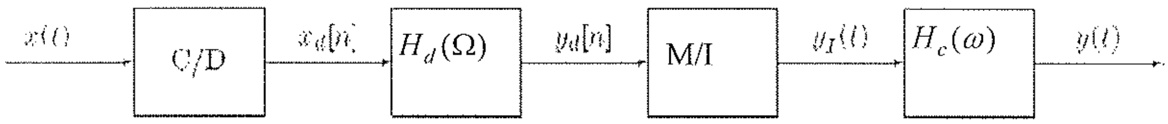
a) Encontrar $x(n)$, la IDFT de N puntos de la señal anterior. Es única?.

b) Encuentre $X(\Omega)$, la transformada de Fourier de la señal $x(n)$ hallada en a).

c) Encuentre $X_{2N}(k)$, la DFT de $2N$ puntos de la señal $x(n)$ hallada en a). Qué relación hay entre esta secuencia y la secuencia $X(k)$ original?.

d) Encuentre $X_M(k)$, la DFT de N puntos de los primeros M puntos de la señal $x(n)$ hallada en a), con $M < N$. Qué relación hay entre esta secuencia y la secuencia $X(k)$ original?.

3) Un sistema está descripto por el siguiente diagrama en bloques:



en donde:

- El bloque C/D es un conversor ideal de tiempo continuo a discreto, tal que $x_d[n] = x(nT)$.
- $H_d(\Omega)$ es la respuesta de un filtro LTI de tiempo discreto.
- El bloque M/I convierte las muestras de tiempo discreto en un tren de impulsos, es decir

$$y_I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_d(k).\delta\,(t - k.T).$$

- $H_c(\omega)$ está dado por: $H_c(\omega) = \begin{cases} 2 - \dfrac{|\omega|}{W} & |\omega| < W \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

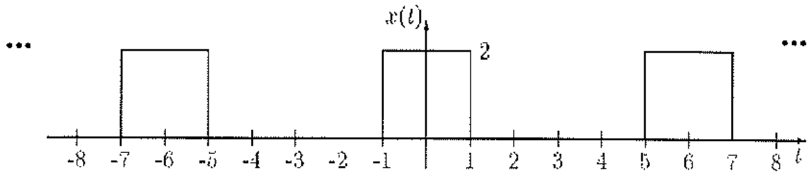
a) Cuál es la salida $y(t)$ si $H_d(\Omega) = 1$ para toda Ω, $W = 2\pi/T$, y $x(t) = \text{sen}(\dfrac{3\pi}{2T}t)$?.

b) Cuál debería ser $H_d(\Omega)$ para que $y(t) = A\,\text{sen}(\dfrac{3\pi}{2T}t)$?.

c) El sistema total con la $H_d(\Omega)$ del punto a) es LTI ?. Y con la del punto b) ?. *Justifique* su respuesta en cada caso.

Señales y Sistemas – 2° cuatrimestre 2000
Parcial – 1ª oportunidad - 31/10/00

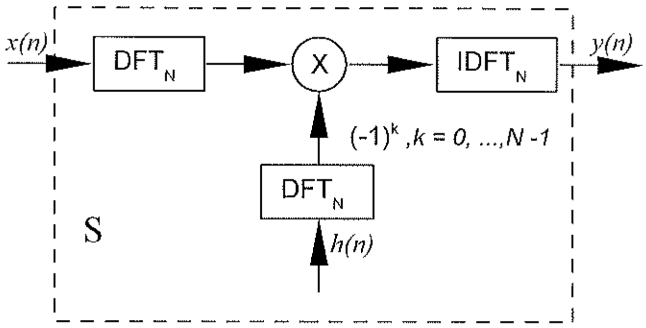
1) Una señal continua y periódica como se muestra en la figura siguiente, es ingresada a un sistema LTI del cual se conocen las siguientes 3 características:



- La respuesta en frecuencia del sistema $H(\omega)$ es cero para $|\omega| > \pi$.
- La respuesta a la señal de entrada $1+\cos\left(\frac{2\pi}{3}(t-5)\right)$ es 4.
- La respuesta a la señal de entrada $\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ es $\pi\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

Cuál es la respuesta del sistema a la señal $x(t)$?. Explique claramente su respuesta.

2) Para el sistema de la figura siguiente, N = 64 y la entrada x(n) = 1 para n = 0, ..., M-1 y cero para cualquier otro n.



a) Encuentre *h(n)*.
b) Grafique la salida del sistema y(n) para M = 40.
c) En qué condiciones se podría reemplazar al sistema S por un sistema LTI con respuesta al impulso h (n) de manera de obtener la misma salida y(n) en ambos casos ?
d) Es un sistema estable?. Justifique su respuesta. Depende la estabilidad del sistema de su respuesta al punto b)?.

3) Para dos sistemas LTI sus correspondientes respuestas impulsivas son:

$$h_1(n) = \begin{cases} a^n, n \geq 0 \\ 0 \quad \text{resto} \end{cases} \quad \text{y}$$

a) Encuentre la transformada Z de ambos sistemas, indicando su ROC.
b) Dibuje el diagrama de polos y ceros de cada una de las Transf. Z anteriores, indicando qué condiciones se deben cumplir para que ambos sistema sean estables.
c) Qué condiciones deben cumplirse para que sean inestables?.
d) Encuentre la ecuación en diferencias que implementaria cada una de los sistemas hallados en los puntos b) y c).
e) Es posible encontrar la respuesta de los sistemas hallados en los puntos b) y c) a una entrada *x(n)* mediante el esquema de la figura del ejercicio 1)?. En caso de que sea posible especifique cómo lo implementaría. En caso de no ser posible indique claramente porqué.

<u>Señales y Sistemas - 1^er cuatrimestre 2000</u>
Parcial – 3ra oportunidad - 11/7/00

1) Dadas dos secuencias de 4 puntos $x[n]$ y $h[n]$ definidas de la siguiente forma:

$$x[n] = \cos(n\pi/2), \quad n = 0,1,2,3$$

$$h[n] = 2^n, \quad n = 0,1,2,3$$

a) Calcular la DFT $X[k]$ de 4 puntos de la secuencia $x[n]$, sin usar la expresión explícita de la misma.

b) Calcular la DFT $H[k]$ de 4 puntos de la secuencia $h[n]$. Ayuda: utilice la TZ de $h[n]$.

c) Calcular $y_1[n]$ como la convolución circular de 4 puntos de $x[n]$ con $h[n]$.

d) Calcular $y_2[n]$ como la IDFT de 4 puntos del producto de las DFTs $X[k]$ y $H[k]$.

e) Si $h[n]$ es la respuesta impulsiva de un filtro FIR con entrada $x[n]$, la señal de salida sería la $y_2[n]$ hallada en d)? En caso de no serlo, indique <u>justificando</u> claramente como deberia realizar el filtrado con DFT para lograr la verdadera señal de salida.

2) Se desea muestrear y recuperar sin perdida de información una señal limitada en banda. Sea $x(t)$ una señal real con $X(w)$ diferente de cero solo para $w_1 < |w| < w_2$, con $w_1 \geq 0$.

a) Determinar para cada uno de los siguientes casos, la frecuencia de Nyquist y las frecuencias del filtro, de modo de recuperar la señal original sin perdida de información.

i) $w_2 - w_1 > w_1$

ii) $w_2 - w_1 \leq w_1$

b) En alguno de los casos anteriores es posible utilizar un frecuencia de muestreo menor que la hallada en el punto a) que cumpla el objetivo propuesto, *para este tipo particular de señales*? En caso de que sea posible describa y especifique la frecuencia de muestreo y el proceso necesario para recuperar la señal original a partir de la muestreada.

3) Para el siguiente par entrada-salida:

$$x[n] = \delta(n) + 4\delta(n-1)$$

$$y[n] = \delta(n) + \frac{1}{5}\delta(n-1)$$

a) Determinar si existe un sistema LTI cuya salida es $y[n]$ cuando su entrada es $x[n]$. <u>Justifique</u>.

b) Si existe, decir si es o no único. Especificar una posible $h[n]$. Si no existe explicar porqué, justificando claramente su respuesta.

Señales y Sistemas - 1er cuatrimestre 2000
Parcial – 2da oportunidad - 23/5/00

1) La secuencia $x(n)$ se obtuvo muestreando la señal analógica $x_c(t)$ con una frecuencia de muestreo $F_s = 1000$ Hz, siendo

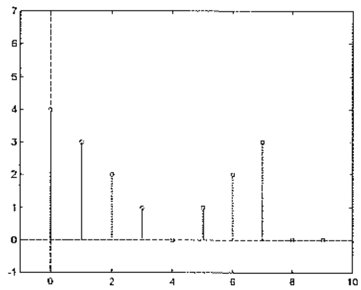
$$x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right), \qquad -\infty < n < \infty$$

$$x_c(t) = \cos(\omega_0 t), \qquad -\infty < t < \infty$$

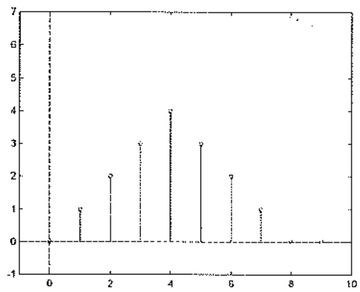
a) Indique los 2 valores de ω_0 más pequeños (positivos) que resultan en esta secuencia discreta mediante el muestreo indicado.

b) Grafique la trasformada de Fourier $X_c(\omega)$ correspondiente a esas dos señales continuas. Grafique además la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de la señal discreta.

2) Las señales $h_1(n)$ y $h_2(n)$ que se muestran a continuación se consideran cero fuera del intervalo graficado.



$h_1(n)$



$h_2(n)$

a) Determinar justificando si ambos sistemas son estables y causales. Es necesario utilizar la Transformada Z para responder esta pregunta?

b) Las secuencias $h_1(n)$ y $h_2(n)$ están relacionadas por una rotación circular. Demuestre la relación entre la magnitud de la DFT de ocho puntos de ambas señales.

c) Se desea filtrar la señal $x(n)$ por medio de estos sistemas. Esta señal es distinta de cero sólo en el intervalo $0 \le n < 8$. Indique para ambos sistemas cómo implementaría el filtrado en MATLAB:

i) En el dominio del tiempo.

ii) En el dominio de la frecuencia discreta.

De no ser posible utilizar algún método para alguno de los dos sistemas explique claramente porqué. En caso de utilizar alguna función de MATLAB indique claramente el valor de todos sus argumentos (por ejemplo, si utiliza `fft(x,N)` se debe indicar qué es `x` y cuánto vale `N`).

d) Especifique qué puntos de la magnitud de la DFT de ambas salidas calculadas como en c) ii) son iguales.

3) Determine **para cada uno** de los siguientes pares de entrada-salida si existe un sistema LTI que cumpla lo propuesto. Justifique su respuesta. En caso de que exista determinar si es único.

a) Entrada: *Pulso cuadrado periódico de período T=10 y ancho Tw=2*
Salida: *Pulso cuadrado periódico de período T=5 y ancho Tw=2.*

b) Entrada: *Pulso cuadrado periódico de período T=10 y ancho Tw=2*
Salida: *Pulso cuadrado periódico de período T=20 y ancho Tw=2.*

c) Entrada: *Pulso cuadrado periódico de período T=10 y ancho Tw=3*
Salida: *Pulso cuadrado periódico de período T=10 y ancho Tw=2.*

d) Entrada: $x(n)$
Salida: $y(n) = Par\{x(n-2)\}$

e) Entrada: $x(n) = \mathrm{sen}(n\pi/3)$; Salida: $y(n) = \cos(n\pi/3) - \log(5\pi)\mathrm{sen}(n\pi/3)$.

f) Entrada: $x(n) = e^{jn\pi}u(n)$; Salida: $y(n) = 4e^{jn\pi}u(n)$.

Señales y Sistemas - 1er cuatrimestre 2000

Parcial - 1^{era} oportunidad - 23/5/00

1) Sean $y(n)$ y $x(n)$, ambos reales, la salida y entrada respectivamente de dos sistemas causales y estables, definidos por las siguientes ecuaciones en diferencias:

$$\text{Sist 1:} \quad y(n) = a\,y(n-1) + b\,x(n)$$

$$\text{Sist 2:} \quad y(n) = a\,x(n-1) + b\,x(n)$$

con a,b reales y $|a|<1$ y $b>0$.

a) Hallar $H(z)$ para cada uno de ellos, determinando su ROC y el diagrama de polos y ceros.
b) Hallar $h(n)$, la antitransformada Z de $H(z)$ para cada caso, indicando si el filtro es FIR o IIR.
c) Determinar la expresión de $H(k)$, (las N muestras equiespaciadas de la Transformada de Fourier del sistema) para cada sistema,
   i) Utilizando $H(z)$.
   ii) ¿Es posible determinar la expresión de $H(k)$ computando la DFT de las primeras N muestras de $h(n)$? Justifique claramente su respuesta.
d) Se desea hallar la salida de cada uno de estos sistemas a la señal $x(n)$ que tiene $N=25$ puntos mediante MATLAB,
   i) Utilizando DFT.
   ii) Sin utilizar DFT.

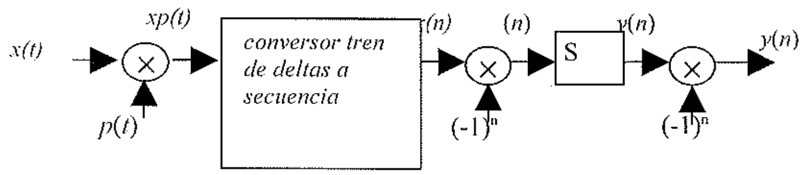
De no ser posible utilizar algún método para alguno de los dos sistemas explique claramente porqué. En caso de utilizar alguna función de MATLAB indique claramente el valor de <u>todos</u> sus argumentos (por ejemplo, si utiliza `fft(x,N)` se debe indicar qué es `x` y cuánto vale `N`).

2) Un sistema LTI causal y estable, tiene la siguiente función de sistema

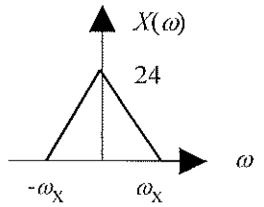
$$H(s) = \frac{s}{s^2 + \sqrt{2}s + 3/4}$$

a) Determinar el diagrama de polos y ceros y la ROC.
b) Determine la respuesta del sistema a la entrada $x(t) = \cos(3\pi t/4)$ sin usar la TF de la señal de entrada.

3) Sea el siguiente sistema



donde la señal $p(t)$ es un tren de deltas de período T_S, tal que $\omega_S=2\pi/T_S$; S es un filtro pasabajos ideal de tiempo discreto de frecuencia de corte en $\pi/4$ y ganancia unitaria, con una respuesta en frecuencia $H(\Omega)$. La entrada $x(t)$ tiene la siguiente TF $X(\omega)$, donde $\omega_X=\omega_S/2$,



a) Halle $x(t)$
b) Grafique $H(\Omega)$ y las transformadas de las señales intermedias $xp(t), x(n), w(n)$ y $v(n)$, indicando claramente los valores de los ejes de los gráficos.
c) Grafique la TF $Y(\Omega)$ de la salida $y(n)$.
d) Halle $y(n)$

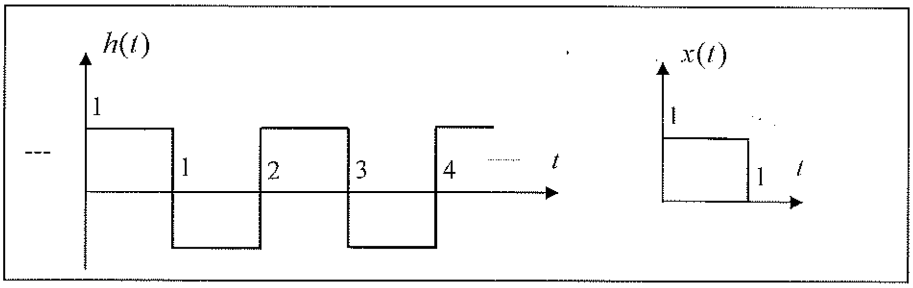
Señales y Sistemas – 2° cuatrimestre 1999
Parcial - 3era oportunidad – 8/2/2000

1) Un sistema LTI está caracterizado por la respuesta impulsiva indicada como $h(t)$. Se aplica la entrada $x(t)$ a dicho sistema obteniendose una respuesta $y(t)$.

a) Encuentre y grafique las Transformadas de Fourier de las 3 señales $x(t)$, $h(t)$ e $y(t)$.

b) Grafique la respuesta $y(t)$ indicando los valores mas relevantes.

c) Es acotada la salida?, es estable el sistema?. Justifique. Se contradicen ambas afirmaciones?. Explique porqué.



2) En todos los gráficos que se piden a continuación se deberá considerar el caso mas general posible, se deberan indicar claramente ademas los puntos mas relevantes de dichos gráficos.

a) Una señal de tiempo continuo es real y causal. Grafique una forma posible del espectro de Fourier de tal señal.

b) Idem pero de una señal de tiempo continuo real, periódica y de simetría par.

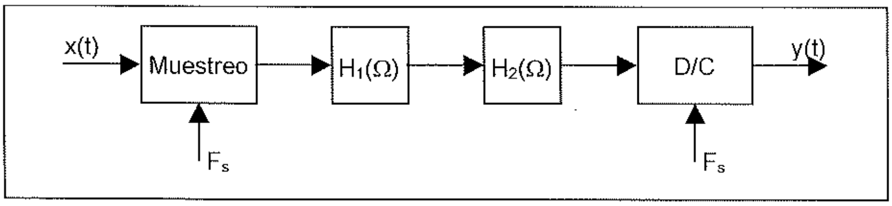
c) Una señal de tiempo discreto limitada a 1000 muestras es real y de simetría par. Grafique una forma posible de la Transformada de Fourier de tiempo discreto.

d) Para la misma señal anterior grafique la transformada discreta de Fourier de 1024 puntos.

e) Una señal de tiempo discreto es periódica con período N, real y par. Grafique una forma posible de la transformada de Fourier de tiempo discreto.

f) Para una señal igual a la señal anterior para $0 \leq n < N$ y 0 en el resto, grafique la transformada discreta de Fourier de N puntos y $2N$ puntos.

3) Sea el sistema que se muestra en la siguiente figura, donde la entrada x(t) es una señal con una frecuencia máxima igual a ¾ de la frecuencia de muestreo, $f_M = \frac{3}{4} F_s$, $H_1(\Omega)$ es un filtro pasabajos ideal con frecuencia de corte $\pi/2$, y $H_2(\Omega)$ es una función de transferencia cualquiera (en tiempo discreto), y el último bloque es un interpolador ideal



a) Analizar y explicar el funcionamiento del sistema.

b) Determinar si el sistema resultante entrada-salida es LTI y, si lo es, determinar la función de transferencia.

c) ¿Qué finalidad tiene el filtro $H_1(\Omega)$? ¿El sistema seguiría siendo LTI si no existiera? ¿Por qué?

4) Sea $x(n), -N \leq n \leq N$ una ventana temporal, esto es, una señal de duración finita, real y par. Demuestre que si $z_0 = re^{j\theta}$ es un cero de $X(z)$, entonces $z_0^{-1} = (1/r)e^{-j\theta}$, es también un cero, donde $r \neq 0$. Grafique un posible diagrama de polos y ceros para el caso de $N = 1$ y $N = 2$.

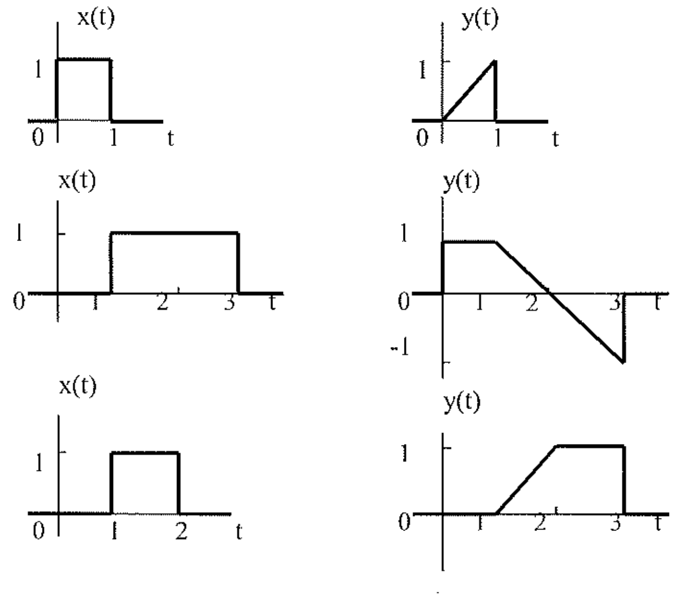
Señales y Sistemas (66.07) – 2º cuatrimestre de 1999
Parcial - 2da oportunidad - 14/12/99

1) Un sistema LTI está dado por la siguiente TZ:

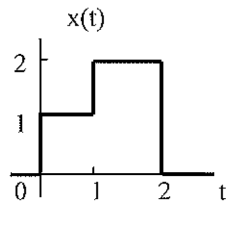
$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - 5/4z^{-1} - 3/2z^{-2}}$$

   a) Determinar la ecuación en diferencias que describe la relación entre la entrada y la salida del sistema.
   b) Graficar los polos y ceros de $H(z)$.
   c) Determinar la respuesta impulsiva $h(n)$ si se sabe que existe su Transformada de Fourier. Analizar su causalidad.
   d) Si $x(n) = u(n)$ y se sabe que $y(n)$ permanece acotada para todo n, determinar $y(n)$. Graficar $y(n)$.
   e) Para $x(n) = \cos(\Omega n)$ para todo n, se sabe que $y(n) = A\cos(\Omega n + \theta)$, donde A es una constante positiva. Si $\Omega = \pi/2$, determinar A.

2) Un sistema lineal H tiene los siguientes pares entrada-salida. Justicando su respuesta claramente, determinar:
   a) si el sistema H es causal.
   b) si el sistema H es invariante a desplazamientos.



   c) Determinar la salida del sistema H para la siguiente entrada.



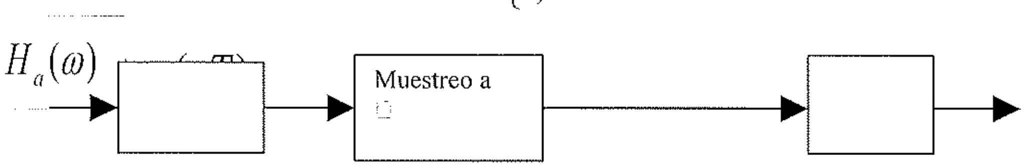
3)

a) Se tiene una señal $x[n]$ de 8 puntos y se calcula su DFT $X[k]$ de 256 puntos. Se forma un vector X_1 tomando algunos puntos de $X(k)$. Cuántos y cuáles puntos de $X[k]$ son necesarios para reconstruir $x[n]$ sin pérdida de información mediante la IDFT de X_1?.

b) Se tiene otra señal $y[n]$ de 9 puntos, y se calcula su DFT $Y[k]$ de 256 puntos. Se forma un nuevo vector X_2 tomando algunos puntos de $X[k]$ y un vector Y_1 tomando algunos puntos de $Y[k]$. Cuántos y cuáles puntos son necesarios en ambos casos para reconstruir, sin pérdida de información, la convolución lineal $x[n] * y[n]$ mediante la IDFT de la *multiplicación* de ambos vectores X_2 e Y_1?

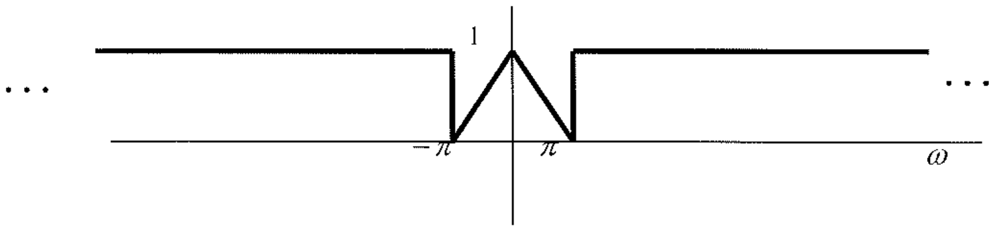
4) El sistema siguiente convierte la señal de tiempo continuo $x(t)$ a una señal de tiempo discreto $y[n]$. Se tiene como dato que

$$H(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| < \pi/4 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

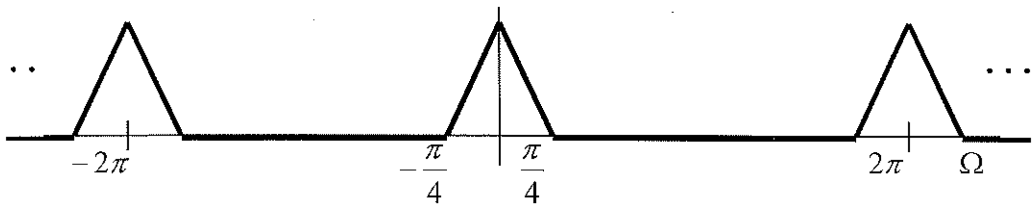


Encuentre la frecuencia de muestreo y la frecuencia de corte del filtro anti-aliasing ideal $H_a(\omega)$ de modo que la señal de entrada con Transformada de Fourier $X(\omega)$ mostrada en la figura resulte en la señal $y[n]$ con Transformada de Fourier de Tiempo Discreto $Y(\Omega)$. Graficar $X_a(\omega)$ y $X(\Omega)$, indicando valores relevantes de los gráficos. Existe una única posibilidad de elección de estas frecuencias?.

$X(\omega)$

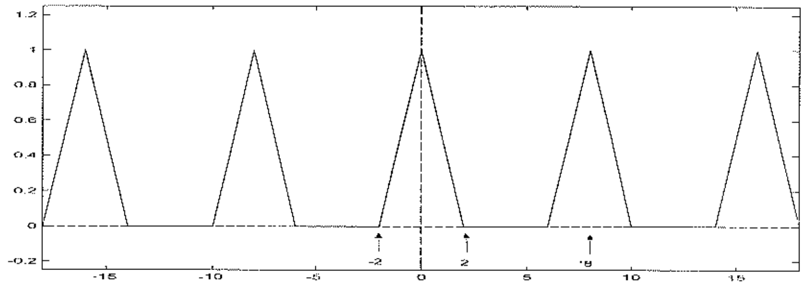


$Y(\Omega)$



Señales y Sistemas (66.07) – 2° cuatrimestre de 1999
Parcial - 1^{era} oportunidad - 16/11/99

1) Para la señal periódica mostrada a continuación encuentre y grafique su transformada de Fourier.



2) Para las siguientes secuencias, que representan la respuesta al impulso de tres sistemas, determinar:
   a) la transformada z de cada sistema, incluyendo el diagrama de polos y ceros, y la ROC
   b) si el sistema es o no causal
   c) si el sistema es o no estable

Exprese todas las sumas en forma cerrada.

$$h_1(n) = u(n)$$

$$h_2(n) = \begin{cases} 1, & 0 \le n \le N-1 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

$$h_3(n) = \begin{cases} n, & 0 \le n \le N, \\ 2N-n, & N+1 \le n \le 2N, \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

3) Considere la secuencia finita $x(n) = \begin{cases} 1, & 0 \le n \le 5, \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$. Sea $X(z)$ su transformada z. Si muestreamos $X(z)$ obtenemos $X_1(k) = X(z)\big|_{z=e^{j(2\pi/4)k}}$, $k = 0, 1, 2, 3$. Se pide dibujar la secuencia $x_1(n)$ obtenida como la inversa DFT de $X_1(k)$.

4) Para los siguientes pares de entrada $x(n)$ y salida $y(n)$ determinar cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
   - El sistema <u>debe</u> ser LTI
   - El sistema <u>podría</u> ser LTI
   - El sistema <u>no puede</u> ser LTI

	Entrada	Salida
a)	$\left(\frac{1}{4}\right)^n$	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$
b)	$\left(\frac{1}{4}\right)^n u(n)$	$\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$
c)	$\left(\frac{1}{4}\right)^n u(n)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

Señales y Sistemas - 1^er cuatrimestre 1999
Parcial – 3^ra oportunidad - 06/7/99

1) Sean los sistemas descriptos por las siguientes ecuaciones en diferencias:

$$y[n]-\frac{1}{3}y[n-1]=x[n]-x[n-1]$$

a) Hallar H(z), analizando estabilidad y causalidad
b) Hallar la respuesta estable del sistema al escalón.
c) Idem b) pero para la señal de entrada $x[n]=-3^n u[-n-1]$

2) Sean $y(n)$ y $x(n)$, ambos reales, la salida y entrada respectivamente de un sistema causal y estable, con la ecuación en diferencias de la siguiente forma, siendo P el orden del sistema y a_k los coeficientes reales del sistema:

$$y(n)=\sum_{k=1}^{p} a_k y(n-k)+x(n)$$

a) Hallar $H(z)$. Indicar y justificar una posible ubicación, para $P=5$, de los polos y ceros del sistema en el plano Z. Determinar la ROC.
b) Hallar la respuesta impulsiva del sistema $h(n)$ con $P=1$. ¿Es un sistema FIR o IIR? ¿Cuál es la condición de estabilidad para a_1?
c) Determinar la expresión de $H(k)$, (las N muestras equiespaciadas de la Transformada de Fourier del sistema) para $P=1$ y sistema estable.
   i) Utilizando $H(Z)$.
   ii) Sin utilizar $H(Z)$.
   iii) ¿Es posible determinar la expresión de $H(k)$ computando la DFT de las primeras N muestras de $h(n)$? Si su respuesta es negativa discuta en que casos esto sería posible.

3) Se desea utilizar como filtro un sistema con respuesta impulsiva $h(n)=\delta(n)-(2/3)\,\delta(n-1)$. Se tiene una señal de entrada $x(n)$ de N puntos y se desea hallar la señal de salida $y(n)$. Se detallan a continuación posibles métodos para obtener el resultado deseado. En cada caso indicar justificando si el método es o no válido y de serlo especifique los detalles necesarios para su implementación (longitud de la señal de salida, coeficientes a pasar a la función, ceros a agregar, etc).
   i) Mediante la función conv de Matlab.
   ii) Mediante la función filter de Matlab.
   iii) Como la IDFT del producto de las DFTs de la entrada $X(k)$ y del sistema $H(k)$.
   iv) Como la IDFT del muestreo de $Y(\Omega)$, obtenida como producto de $X(\Omega)$ y de $H(\Omega)$.

```
CONV Convolution and polynomial multiplication.
   C = CONV(A, B) convolves vectors A and B.  The resulting vector is length LENGTH(A)+LENGTH(B)-1.
   If A and B are vectors of polynomial coefficients, convolving them is equivalent to multiplying the two
polynomials.

FILTER One-dimensional digital filter.
   Y = FILTER(B,A,X) filters the data in vector X with the filter described by vectors A and B to create the filtered
data Y.  The filter is a "Direct Form II Transposed" implementation of the standard difference equation:

   a(1)*y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + ... + b(nb+1)*x(n-nb)
               - a(2)*y(n-1) - ... - a(na+1)*y(n-na)
```

4) Se dispone de la entrada $x(n)=(1/3)^n u(n)$ y salida $y(n)=-(4)^n u(-n-1)$, de un sistema LTI. Se desea hallar la salida del sistema a la entrada $x(n)=(1/2)^n$.

Señales y Sistemas - 1^er^ cuatrimestre 1999
Parcial – 2^da^ oportunidad - 22/6/99

1) La transferencia de un sistema causal, lineal e invariante es

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{3}{4} z^{-1}}$$

La entrada del sistema es

$$x[n] = (\tfrac{1}{2})^n u[n] + u[-n-1]$$

a) Encontrar la ROC y la respuesta impulsiva del sistema para todo valor de n.
b) Encontrar la ROC y la salida y[n] para todo valor de n.
c) Determinar si el sistema es estable y si la salida es estable.

2) Un problema que frecuentemente surge en la practica es cuando la señal x[n] ha sido filtrada por un sistema LTI, cuya salida es la señal distorsionada y[n]. Se desea recuperar la señal original x[n] procesando y[n]. En teoría, x[n] puede ser recuperada de y[n], pasando y[n] por un filtro inverso cuya transferencia es el recíproco de la transferencia del filtro distorsionante.

Suponga que la distorsión es causada por un filtro FIR con respuesta al impulso

$$h[n] = \delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n - n_0]$$

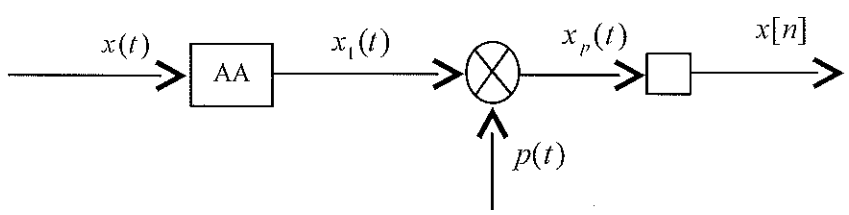
donde n_0 es un numero entero positivo, es decir la distorsión es un eco con retardo n_0.

a) Determinar la transformada Z de $h[n]$, llamada $H(z)$, y la DFT de N puntos de $h[n]$, llamada $H[k]$. Asuma que $N=4n_0$.
b) Determinar $Hi(z)$, la transformada Z del filtro inverso y $hi[n]$ la respuesta al impulso del filtro inverso. El filtro inverso es FIR o IIR?
c) Suponga que vamos a usar un filtro FIR de longitud N con objeto de implementar el filtro inverso, y sea la DFT de N puntos del filtro inverso

$$G[k] = 1/H[k], \quad k = 0,1,\ldots,N\text{-}1$$

Hallar la respuesta al impulso $g[n]$ del filtro inverso
d) Es el hecho de que la multiplicación de $G[k]H[k] = 1, \ \forall k$ un argumento válido para asegurar que hemos implementado un filtro inverso? Explique claramente porqué.

3) Dado el siguiente esquema:

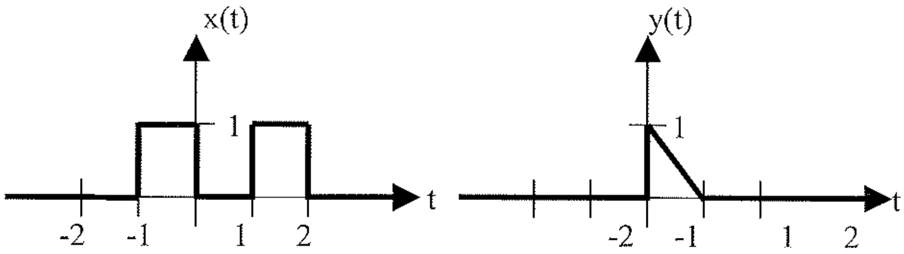


Donde: $x(t) = e^{-t/\tau}\mu(t)$ con $\tau = 1$ *mseg.*, AA es un filtro anti-aliasing ideal (rectangular) con una frecuencia máxima de 1 Khz., p(t) es un tren de impulsos de período 0.25 mseg.

a) Calcule y grafique <u>indicando claramente</u> los valores numéricos más relevantes de X(w), X_1(w), X_p (w), X(Ω).
b) Se puede recuperar x(t) a partir de $x_p(t)$ sin pérdida de información?. Responda justificando para los siguientes casos:
   i) El filtro AA está conectado.
   ii) Se saca el filtro AA.

Señales y Sistemas - 1[er] cuatrimestre 1999
Parcial - 1[era] oportunidad - 24/5/99

1) Se detallan a continuación la entrada y salida de un sistema LTI.



Se pide encontrar la salida del sistema LTI a cada una de las siguientes entradas, detallando claramente que propiedad de los sistemas LTI se usa en cada paso.

a) $u(t+1)-u(t-3)$

b) $u(t+1)-u(t-2)$

2) Sea $h(t)$ la respuesta impulsiva real y causal de un sistema. Sea $H(w)$ la transformada de Fourier de $h(t)$, y sean $R(w)$ e $I(w)$ las partes real e imaginaria de $H(w)$, respectivamente. Si $h(t)$ es diferente al impulso unitario, demostrar que

$$R(w)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} I(y)\frac{1}{w-y}dy$$

$$I(w)=\frac{-1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} R(y)\frac{1}{w-y}dy$$

Ayuda: La transformada de Fourier de la función signo es $\frac{2}{jw}$.

3) Considere la secuencia $x(n)=\alpha^n u(n)$. Se construye la siguiente secuencia periódica a partir de la anterior de la siguiente forma:

$$\tilde{x}(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty} x(n+rN)$$

a) Determinar la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de $x(n)$.

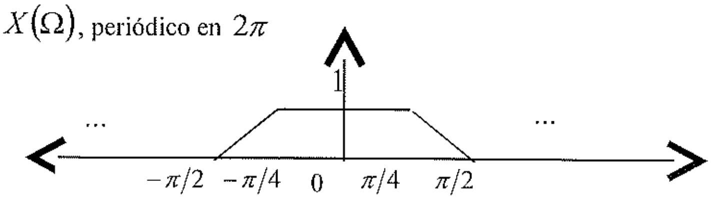
b) Determinar la Serie de Fourier discreta $\tilde{X}(k)$ de $\tilde{x}(n)$ (sin utilizar $X(\Omega)$)

c) Demuestre <u>analíticamente</u> la relación entre $X(\Omega)$ y $\tilde{X}(k)$.

Señales y Sistemas – 2do cuatrimestre 1998
Parcial – 3ra oportunidad - 15/12/98

1) Considere dos señales $s_1(n)$ y $s_2(n)$, obtenidas como muestras de dos señales continuas. Las correspondientes frecuencias de muestreo son 20khz y 16kHz. Describa las operaciones requeridas para sumar ambas señales de manera tal que el resultado corresponda a la verdadera suma de las señales correspondientes de tiempo continuo, muestreada a la *menor frecuencia posible* sin pérdida de información.

2) Para el siguiente espectro $X(\Omega)$, periódico en 2π



Se pide

a) Encontrar su antitransformada de Fourier y graficarla.
b) Encontrar la antitransformada de Fourier de un solo período, y su relación con la señal anterior.
c) Formar la secuencia $X(k) = X(\Omega)|_{\Omega=(2\pi/N)k}$, con $k = 0,\ldots,N-1$, donde $N = 40$. Encontrar la IDFT de esta secuencia, especificando su relación con las señales encontradas en los puntos a) y b).
d) Formar la secuencia $X_1(k)$ de longitud $N_1 = 80$, donde

$$X_1(k) = X(k), \quad \text{si } k = 0,\ldots,10$$
$$X_1(k) = 0, \quad \text{si } k = 11,\ldots,69$$
$$X_1(k) = X(k-40) \quad \text{si } k = 70,\ldots,79$$

y hallar su IDFT, especificando su relación con las señales encontradas en a) , b) y c).

3) Dada la función de sistema:

$$H(s) = \frac{1}{(s-a)}, \quad \text{con } a \in \Re$$

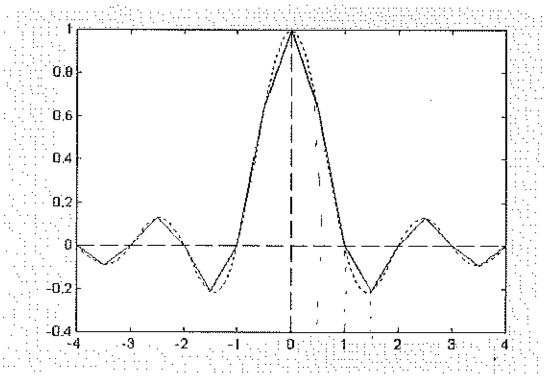
a) determinar:
   i) Estabilidad y causalidad del sistema para todo el rango posible de a.
   ii) La respuesta en frecuencia de cada uno de los posibles casos anteriores.
   iii) La respuesta impulsiva para cada uno de los casos determinados en a.i).
   iv) La respuesta $y(t)$ a la entrada $x(t) = u(t)$ para cada uno de los casos determinados en a.i).
   v) Idem anterior para la entrada $x(t) = u(-t)$.
b) Hallar la transferencia $H_1(z)$ obtenida a partir de $H(s)$ mediante la transformación bilineal. Para este sistema discreto determinar:
   i) Idem a.i).
   ii) Idem a.ii).
   iii) Idem a.iii).
   iv) La respuesta $y(n)$ para la entrada $x(n) = u(n)$, para cada uno de los casos determinados en b.i).
   v) Idem anterior para la entrada $x(n) = u(-n-1)$.
   vi) Los coeficientes que habría que darle a la función `filter` de MATLAB para realizar el filtrado en cada caso especificado en b.i).
   vii) Relación entre los puntos a.i) y b.i).
c) Hallar la transferencia $H_2(z)$ obtenida a partir de $H(s)$ mediante el muestreo de la respuesta impulsiva. Para este nuevo sistema discreto determine los puntos i) al vii) del item b).

Help de filter

```
FILTER      Digital filter.
Y = FILTER(B, A, X) filters the data in vector X with the filter described
by vectors A and B to create the filtered data Y.  The filter is a "Direct
Form II Transposed" implementation of the standard difference equation:
y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + ... + b(nb+1)*x(n-nb)-
     - a(2)*y(n-1) - ... - a(na+1)*y(n-na)
```

Señales y Sistemas - 2^{er} cuatrimestre 1998
Parcial – 2^{da} oportunidad - 1/12/98

1) Para la señal $x(t)$ indicada en el gráfico con línea llena, obtener su espectro $X(j\omega)$, y graficar módulo y fase con sus valores más relevantes. Es una señal de banda limitada?.



Nota: La envolvente indicada con línea punteada es $\sin(\pi\, t)/(\pi\, t)$

2) Tres sistemas A, B y C tienen su entrada y salida como se indica a continuación. Determinar si cada uno de ellos podría ser LTI. Si la respuesta es sí, especifique si podría haber más de un sistema LTI con ese par entrada/salida dado. Justifique claramente su respuesta

	$x[n]$	$y[n]$
Sistema A	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	$\left(\frac{1}{4}\right)^n$
Sistema B	$e^{jn/8}\, u[n]$	$2\,e^{jn/8}\, u[n]$
Sistema C	$e^{jn/8}$	$2\,e^{jn/8}$

3) Dada la señal de tiempo discreto: $x[n] = \cos(2.\pi.n/100) + \cos(2.\pi.n/200)$ se pide:
   a) Sabiendo que $x[n]$ corresponde al muestreo a 1000 Hz de una señal continua, determinar la frecuencia de dicha señal continua.
   b) Graficar el módulo del espectro de $x[n]$.
   c) Si se toman los primeros 100 valores de $x[n]$ (comenzando desde cero) y se halla la DFT (Discrete Fourier Transform) de los mismos, graficar el módulo de dicha DFT.
   d) Idem c pero tomando una DFT de 256 puntos de los cuales los primeros 100 son análogos al caso c y el resto valen 0.
   e) Idem d pero con 2048 valores. En todos los casos (b - e), indicar claramente los valores relevantes de los gráficos.
   f) Indique el valor para los casos c) d) y e) de la resolución en frecuencia expresada en Hz.

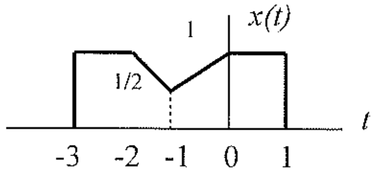
4) Sea $h[n] = (1/2)^{|n|}$ la respuesta impulsiva de un sistema LTI. Asumiendo conocida la entrada $x[n]$ indique los pasos a seguir a fin de filtrar dicha señal con este sistema, utilizando la función `filter` de MATLAB. En los pasos que sea necesario indique los valores de los vectores B y A que requiera la función `filter`. Su explicación debe contener la información necesaria para obtener la señal filtrada ($y[n]$).

Help de filter

```
FILTER      Digital filter.
Y = FILTER(B, A, X) filters the data in vector X with the filter described
by vectors A and B to create the filtered data Y.  The filter is a "Direct
Form II Transposed" implementation of the standard difference equation:
y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + ... + b(nb+1)*x(n-nb)-
     - a(2)*y(n-1) - ... - a(na+1)*y(n-na)
```

Señales y Sistemas - 2er cuatrimestre 1998
Parcial - 1^{era} oportunidad - 10/11/98

1) Sea $X(w)$ la transformada de Fourier de la señal $x(t)$ que se muestra a continuación.



Utilizando propiedades de la transforma de Fourier y sin evaluar explicitamente dicha transformada, determine los siguientes items:

a) Evalúe la fase de $X(w)$
b) Evalúe $X(0)$
c) Evalúe $\int_{-\infty}^{+\infty} X(w)dw$
d) Evalúe $\int_{-\infty}^{+\infty} X(w).\frac{sin(w)}{\pi w}.e^{j.2.w}dw$
e) Evalúe $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(w)|^2 dw$
f) Grafique la inversa de la transformada de Fourier de $\Re e\{X(w)\}$

2) Un sistema LTI causal está definido por su función de sistema: $H(z) = \frac{z-2}{z+1/2}$.

a) Determine la expresión explícita de la respuesta impulsiva $h(n)$. Justificar las suposiciones que haga.
b) Determine la respuesta impulsiva $g(n)$ de un sistema estable tal que $h(n) * g(n) = \delta(n)$ (filtro inverso, también llamado deconvolucionador).
c) Determine la respuesta impulsiva $g(n)$ de un sistema causal tal que $h(n) * g(n) = \delta(n)$.
d) Si se tiene una señal que fue filtrada con $h(n)$ y luego se la quiere recuperar usando $g(n)$, cual de las $g(n)$ determinadas en b) y c) usaría desde un punto de vista práctico (presencia de ruido, precisión finita de la artimética, etc.). Justifique.
e) Se desea filtrar una señal mediante la función `filter` de MATLAB usando $g(n)$ o su correspondiente función de sistema $G(z)$. Para $g(n)$ definida en el punto b), determine los parámetros a pasar a la función `filter` <u>indicando claramente el valor de los coeficientes, y especificando si fuera necesario que proceso debe hacerse a las señales de entrada y/o salida.</u>
f) Idem e) pero para $g(n)$ definida en el punto como en el punto c).
g) Indique justificando su respuesta si se puede realizar el filtrado usando la función `conv` de MATLAB. En caso afirmativo determine los pasos a seguir. En caso negativo explique porque ésto no es posible.

<u>Nota</u>: En todos los casos asuma que la señal de entrada es de duración finita.

<u>Help de filter y conv</u>

```
FILTER      Digital filter.
Y = FILTER(B, A, X) filters the data in vector X with the
filter described by vectors A and B to create the filtered
      data Y.  The filter is a "Direct Form II Transposed"
      implementation of the standard difference equation:
y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + ... + b(nb+1)*x(n-nb)
a(2)*y(n-1) - ... - a(na+1)*y(n-na)


CONV  Convolution and polynomial multiplication.
C = CONV(A, B) convolves vectors A and B.  The resulting
vector is length LENGTH(A)+LENGTH(B)-1.
If A and B are vectors of polynomial coefficients, convolving
them is equivalent to multiplying the two polynomials.
```

3) Una señal $x(n) = \begin{cases} 1 \text{ para } n = 0,1,2,3,4 \\ 0 \text{ para otro } n \end{cases}$ es la entrada a un sistema LTI cuya respuesta impulsiva viene dada

por: $h(n) = \begin{cases} 1 \text{ para } n = 0,1,2 \\ 0 \text{ para otro } n \end{cases}$

Se proponen los siguientes métodos para determinar la salida $y(n)$, en cada caso determinar justificando si es o no correcto:

a) Se halla $X(k)$, la DFT de 5 puntos de $x(n)$, $H(k)$ la DFT de 5 puntos de $h(n)$, $Y(k) = X(k).H(k)$ y finalmente $y(n)$ como la inversa DFT de 5 puntos de $Y(k)$.

b) Se determinan los espectros de $x(n)$ y $h(n)$ ($X(\Omega), H(\Omega)$ respectivamente), luego se halla $Y(k) = \left(X(\Omega).H(\Omega)\right)\big|_{\Omega=2.\pi.k/N}$ con $k = 0,\ldots,N-1$; $N = 7$, y finalmente se propone $y(n)$ como la IDFT de $Y(k)$.

c) Idem b) con $N = 6$

d) Idem a) con 8 puntos.

Señales y Sistemas - 1er cuatrimestre 1998
1er parcial - 3ra oportunidad - 14/7/98

Apellido y nombre: ______________________________ Padrón: __________

1.- Sea la señal en tiempo discreto $x[n]=\begin{cases}0 & n<0\\ 1 & n=0\\ \frac{1}{2} & n=1\\ 0 & n>1\end{cases}$ que se obtuvo muestreando una señal en tiempo continuo $x_c(t)$ con un período de muestreo $T_S=1$s.

a) Hallar $X(\Omega)$.

b) Sabiendo que en el proceso de muestreo no se produjo aliasing, determinar la señal en tiempo continuo xc(t) original y su espectro de frecuencia $X_c(\omega)$.

2.- Sea un sistema LTI en tiempo discreto caracterizado por la siguiente ecuación diferencial:

$$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=x(t)$$

a) Hallar la función de transferencia $H(s)$ entre la entrada *x(t)* y la salida *y(t)*.

b) El sistema se transforma a tiempo discreto mediante una transformación bilineal con un período de muestreo T_s=0.1 s. Hallar la ecuación en diferencias y la función de transferencia en tiempo discreto.

c) Determinar y graficar la respuesta en frecuencia del sistema en tiempo continuo y discreto.

d) Graficar la respuesta al impulso del sistema en tiempo continuo y discreto, y compararlas.

3.- Indicar, justificando, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si todos los polos de un sistema en tiempo discreto están en $|z|>1$, entonces el sistema no es causal.

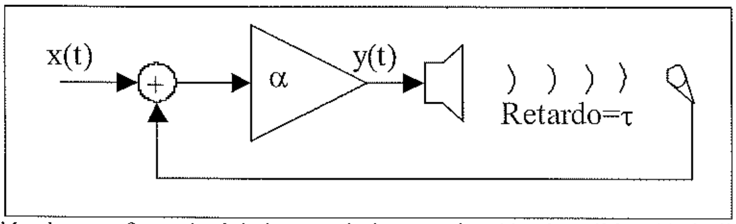
b) Al transformar un sistema pasa-altos en tiempo continuo a tiempo discreto aplicando invarianza al impulso el sistema en tiempo discreto resultante será siempre un pasa-altos.

c) Al muestrear una señal periódica en tiempo continuo siempre se obtiene una señal periódica en tiempo discreto.

d) La decimación e interpolación de señales en tiempo continuo muestreadas no afecta la resolución en frecuencia de la DFT de dichas señales.

e) Es posible submuestrear (es decir, emplear una frecuencia de muestreo menor que la dada por el teorema del muestreo) sin pérdida de información a señales pasabanda.

4.- Es conocido el efecto de "reverberación" que se produce al conectar un micrófono a un amplificador y acercarlo al parlante. El siguiente esquema muestra el sistema en forma simplificada: un amplificador con ganacia α amplifica la entrada y la aplica a un altoparlante. La distancia desde éste hasta el micrófono introduce un retardo τ en la señal (dependiente de la distancia entre ambos y de la velocidad del sonido). Finalmente, la señal captada por el micrófono es sumada a una entrada externa x(t) y aplicada a la entrada del amplificador.



a) Hallar la función de transferencia del sistema de la entrada x(t) a la salida y(t), indicando la ROC.

b) Mostrar que el sistema resultante posee un número infinito de polos, y determinar su ubicación.

c) Explicar el fenómeno de reverberación que se produce, determinando el efecto de los dos parámetros del sistema α, τ.

Señales y Sistemas - 1^er^ cuatrimestre 1998

1^er^ parcial - 2^da^ oportunidad - 16/6/98

Apellido y nombre: ______________________________ Padrón: ____________

1.- Sea la señal en tiempo continuo $x(t)=t\cdot e^{-|t|}$

a) Hallar y graficar X(ω)

b) Se obtiene la señal $x[n]=x(t)\big|_{t=nT}$, con $T=1/80$ seg. Hallar el espectro $\mathbf{X}(\Omega)$ de $x[n]$ a partir del espectro hallado en a).

2.- Sean los sistemas descriptos por las siguientes ecuaciones en diferencias:

$$(1) \qquad y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=x[n]-x[n-1]$$

$$(2) \qquad y[n]-\frac{3}{2}y[n-1]=x[n]$$

a) Hallar H(z), analizando estabilidad y causalidad para cada uno de los sistemas y para el sistema que resulta de conectarlos en cascada.

b) Hallar la respuesta al escalon de la cascada de ambos. Es relevante el orden en que se conectan?

c) Idem b) pero para la señal de entrada $x[n]=2^n u[n]$

3.- Indicar, justificando, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si un sistema LTI en tiempo continuo posee una transformada de Laplace racional y es estable, todos sus polos deben estar en el semiplano izquierdo.

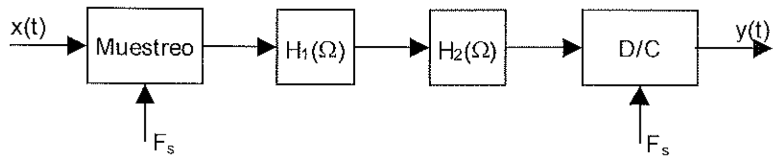
b) La señal discreta $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} a_k e^{jk\omega_0 nT}$ es periodica.

c) Interpolar en el tiempo una señal discreta es equivalente a aumentar la resolucion de su DFT.

d) Siempre es posible convertir una señal muestreada con un período de muestreo T1 a una señal muestreada con un período T2 utilizando únicamente procesamiento en tiempo discreto.

e) Se muestrean con una frecuencia de muestreo f_s dos sinusoides de frecuencias f_0 y f_s-f_0. Si se analizan las muestras de la transformada de Fourier de ambas señales (DFT de las señales), resulta posible distinguir entre ambos casos.

4.- Sea el sistema que se muestra en la siguiente figura, donde la entrada x(t) es una señal con una frecuencia máxima igual a ¾ de la frecuencia de muestreo, $f_M = \frac{3}{4} F_s$, $H_1(\Omega)$ es un filtro pasabajos ideal con frecuencia de corte $\pi/2$, y $H_2(\Omega)$ es una función de transferencia cualquiera (en tiempo discreto), y el último bloque es un interpolador ideal



a) Analizar y explicar el funcionamiento del sistema.

b) Determinar si el sistema resultante entrada-salida es LTI y, si lo es, determinar la función de transferencia.

c) ¿Qué finalidad tiene el filtro $H_1(\Omega)$? ¿El sistema seguiría siendo LTI si no existiera? ¿Por qué?

Señales y Sistemas - 1er cuatrimestre 1998
1er parcial - 1era oportunidad - 26/5/98

Apellido y nombre: ______________________ Padrón: __________

1.- Sea la señal en tiempo discreto $x[n]=\begin{cases} n & 0 \le n \le 7 \\ 0 & resto \end{cases}$

a) Hallar y graficar X(Ω).

b) Sea $\tilde{x}[n]$ una señal periódica en tiempo discreto de período 16 que coincide con x[n] entre 0 y 15. Determinar los coeficientes de su serie de Fourier (en tiempo discreto) a partir de la transformada de Fourier hallada en el punto (a).

2.- Sea un sistema LTI en tiempo continuo caracterizado por la siguiente ecuación diferencial:

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x'(t) - 2x(t)$$

a) Hallar la función de transferencia $H(s)$ entre la entrada $x(t)$ y la salida $y(t)$.

b) El sistema, ¿es estable? ¿Y causal?

c) Determinar la respuesta en frecuencia del sistema.

d) Determinar la salida cuando la entrada es $x(t) = e^{2t} \cdot u(t)$. Explicar el resultado obtenido.

3.- Indicar, justificando, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, o no es posible asegurar ninguna de las dos cosas.

a) Todo sistema LTI causal posee respuesta en frecuencia.

En la práctica de simulación 5 se trabajó con FFTs (algoritmos rápidos para calcular la DFT de señales en tiempo discreto). En base a los resultados obtenidos:

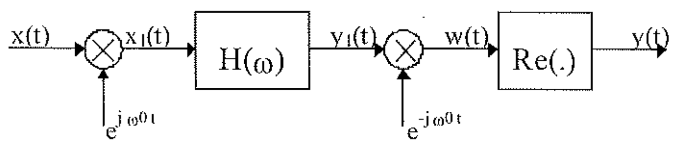
b) Al alargar una señal agregándole ceros se logra que la FFT obtenida sea siempre real (ej. 2).

c) Intercalar ceros entre muestras de una señal antes de aplicarle la FFT permite aumentar la resolución en frecuencia del análisis de Fourier obtenido (ej. 3).

d) Partiendo de una señal x[n] se calcula su transformada de Fourier en tiempo discreto $X(e^{j\Omega})$, de la cual se obtienen N muestras equiespaciadas en la frecuencia. Si se aplica la DFT inversa a estas muestras, ¿el resultado coincide con x[n]?

e) Para determinar si una señal es periodica mediante Transformada de Fourier con ventana no es posible utilizar otro tipo de ventana que no sea rectangular.

4.- Sea el sistema en tiempo continuo que se muestra en la siguiente figura, donde la entrada x(t) es una señal real, $x_1(t) = x(t).e^{j\omega_0 t}$, $w(t) = y_1(t).\ e^{-j\omega_0 t}$, $y(t) = Re(w(t))$ y $H(\omega)$ es un filtro pasabajos ideal con frecuencia de corte $\omega_c<\omega_0$.



a) Si W(ω) es la transformada de Fourier de w(t), hallar la transformada de Fourier de y(t)=Re(w(t)). Ayuda: $Re(a)= \frac{1}{2}(a + a^*)$.

b) Analizar y explicar el funcionamiento del sistema. ¿Es LTI? Si lo es, hallar la transferencia G(ω) entre x(t) e y(t).

Señales y sistemas (66-07)

Segundo cuatrimestre, 1997

Parcial: Segunda oportunidad 25/11/97

1. Dada la señal de tiempo discreto: $x[n] = \cos(2.\pi.n/100) + \cos(2.\pi.n/200)$ se pide:
   a) Sabiendo que $x[n]$ corresponde al muestreo a 1000 Hz de una señal continua, determinar la frecuencia de dicha señal continua.
   b) Graficar el módulo del espectro de $x[n]$.
   c) Si se toman los primeros 100 valores de $x[n]$ (comenzando desde cero) y se halla la DFT (Discrete Fourier Transform) de los mismos, graficar el módulo de dicha DFT.
   d) Idem c pero tomando una DFT de 256 puntos de los cuales los primeros 100 son análogos al caso c y el resto valen 0.
   e) Idem d pero con 2048 valores. En todos los casos (b - e), indicar claramente los valores relevantes de los gráficos.
   f) En base a los puntos anteriores discuta las limitaciones de la DFT como medio de obtención del espectro de una señal.

2. Dada la función de sistema:

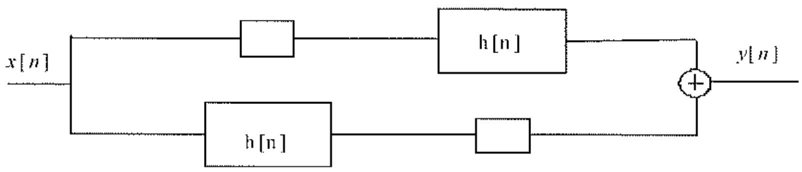
$$H(z) = \frac{(z - 1/8)^3}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})^4 (1 - 2z^{-1})^3}$$

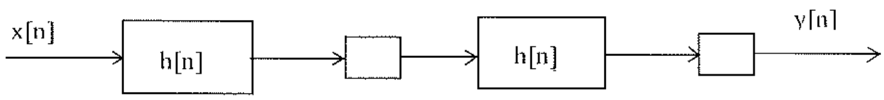
Responda justificando:
   a) Podría ser causal ?.
   b) Podría ser estable ?.
   c) Podría ser causal y estable ?.

3. Encuentre la respuesta impulsiva del sistema cuya respuesta en frecuencia viene dada por:

$$H(\Omega) = \frac{sen^2(3.\omega).\cos(\omega)}{\omega^2}$$

4. Dados los siguientes sistemas:





Se sabe que h[n] es causal y real. Los bloques indicados vacíos producen inversión de la variable n.
   a) Determinar $H_1(\Omega) = \dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}$ en módulo y fase en función de $H(\Omega)$ para ambos sistemas.
   Demuestre que ambos sistemas tienen fase nula. Enuncie las propiedades o hipótesis que utilice en cada caso.
   b) Responda justificando que ventajas posee uno sobre el otro.

Señales y sistemas (66-07)

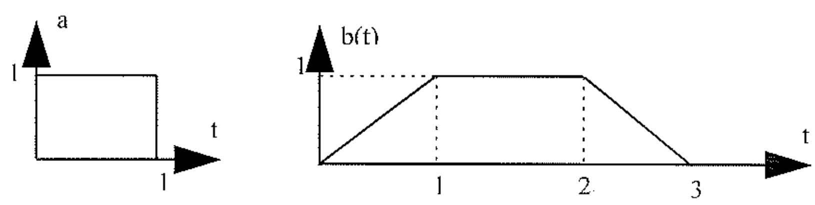
Segundo cuatrimestre, 1997

Parcial primera oportunidad: 4/11/97

1. En todos los gráficos que se piden a continuación se deberá considerar el caso mas general posible, se deberan indicar claramente ademas los puntos mas relevantes de dichos gráficos.
   - a) Una señal de tiempo continuo es real y causal. Grafique una forma posible del espectro de Fourier de tal señal.
   - b) Idem pero de una señal de tiempo continuo real, periódica y de simetría par.
   - c) Una señal de tiempo discreto limitada a 1000 muestras es real y de simetría par. Grafique una forma posible de la transformada de Fourier de tiempo discreto.
   - d) Para la misma señal anterior grafique la transformada discreta de Fourier de 1024 puntos.
   - e) Una señal de tiempo discreto es periódica real y simétrica. Grafique una forma posible de la transformada de Fourier de tiempo discreto.

Nota: Este punto es excluyente.

2. Sean las señales en tiempo continuo que se indican a continuación:



   - a) Hallar la transformada de Fourier (espectro) de cada una y graficar su módulo.
   - b) Comparar las señales en el tiempo y en la frecuencia, teniendo en cuenta su posible utilización como ventanas.

2. Se sabe acerca de un sistema LTI con respuesta impulsiva h[n] y transformada z H(z), lo siguiente:
   - i) h[n] es real.
   - ii) h[n] es una secuencia hacia la derecha.
   - iii) lim H(z) = 1 para z tendiendo a infinito.
   - iv) H(z) tiene dos ceros.
   - v) H(z) tiene uno de sus polos en una ubicación no real en el círculo definido por $|z| = 3/4$.

Responda: justificando:
   - a) Es causal el sistema?
   - a) Es estable?

2. Una señal es muestreada a 20 kHz. Se selecciona un segmento de dicha señal de 1024 puntos, y se halla la DFT (transformada discreta de Fourier) de dicho segmento.
   - a) Cual es la duración en tiempo de dicho segmento?.
   - b) Cual es la resolución en frecuencia (espaciamiento en Hz.) entre valores de la DFT ?.
   - c) Como cambian las respuestas a y b si calculamos la DFT de 1024 puntos de 512 muestras de la señal. Complete con 512 ceros los 1024 puntos de la DFT.

Señales y sistemas (66-07)

Primer cuatrimestre, 1997

Parcial: tercera oportunidad, 24/7/97

Apellido y nombre: ______________________________ Padrón: __________

1.-

Sea un sistema LTI en tiempo discreto definido por el siguiente sistema de ecuaciones y la condición de reposo inicial:

$x_1[n] = -4x_1[n-1] - x_2[n-1] + u[n]$

$x_2[n] = 5x_1[n-1] + 2x_2[n-1]$

$y[n] = x_1[n] - x_2[n]$

a) Hallar la función de transferencia entre la entrada u[n] y la salida y[n].

b) Hallar la salida si la entrada es $u[n] = (1/2)^n$ para $n \geq 0$ y 0 en el resto.

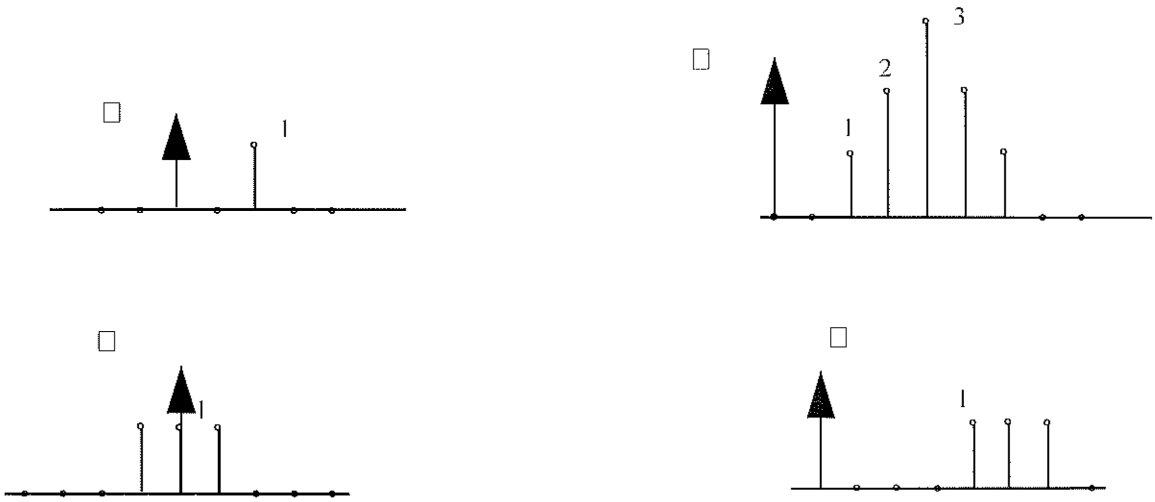
2.-

a) Hallar la transformada de Fourier de la siguiente función

$$x(t) = \begin{cases} 0.5 - 0.5\cos(2.\pi.t/T) & \text{para } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{para otro } t \end{cases}$$

b) Graficar el módulo.

3.- La respuesta de un sistema LTI a la entrada $x_1[n]$ es $y_1[n]$. Cual es la respuesta a $x_2[n]$ y a $x_3[n]$?



4.-

Considere un sistema estable y causal, con respuesta impulsiva $h[n]$ y función de sistema racional $H(z)$. Se sabe que $H(z)$ contiene un polo en $z = 1/2$ y un cero en algun lugar del circulo unitario. El resto de los polos y ceros son desconocidos. Determinar justificando si las siguientes afirmaciones son verdaderas, falsas o no se cuenta con información para afirmar nada.

a) La transformada de Fourier de tiempo discreto de $(1/2)^n h[n]$ converge.

b) $H(\Omega) = 0$ para algun valor de Ω.

c) $h[n]$ es de duración finita

d) $G(z) = H^2(z)$ es estable.

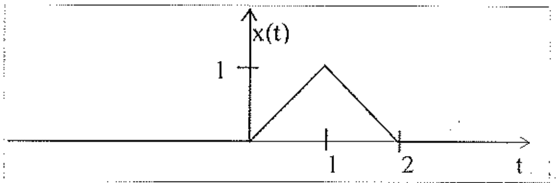
Señales y sistemas (66-07)

Primer cuatrimestre, 1997

Parcial: segunda oportunidad, 3/7/97

Apellido y nombre: ______________________ Padrón: __________

1.- Sea la señal en tiempo continuo x(t) indicada en el siguiente gráfico:



a) Hallar la Transformada de Fourier correspondiente y graficar su módulo.
b) Comparar con la Transformada de Fourier de un escalón y(t) de altura 1 y ancho 2.
c) Determinar el ancho del lóbulo principal de las transformadas de Fourier de x(t) e y(t) y la amplitud del primer lóbulo secundario.

d) Sea $x(t)$ una señal cuya transformada de Fourier es $X(jw)$. Encuentre una expresión explícita de $x(t)$ sabiendo que:

I. $x(t)$ es real.

II. $x(t) = 0$ para $t \leq 0$.

III. $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \Re e\{X(jw)\} e^{jwt} dw = |t| e^{-|t|}$

3. Determine justificando si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   4. Si $x[n] = 0$ para $n < N_1$ y $h[n] = 0$ para $n < N_2$, luego $x[n] * h[n] = 0$ para $n < N_1 + N_2$.
   5. Si $y[n] = x[n] * h[n]$, luego $y[n-1] = x[n-1] * h[n-1]$.
   6. Si $y(t) = x(t) * h(t)$, luego $y(-t) = x(-t) * h(-t)$.
   7. Si $x(t) = 0$ para $t > T_1$ y $h(t) = 0$ para $t > T_2$, luego $x(t) * h(t) = 0$ para $n > T_1 + T_2$.

4. Una señal real discreta $x[n]$ tiene los polos y ceros de su transformada Z en el interior del círculo unitario. Determine en términos de $x[n]$ otra secuencia real $x_1[n]$ distinta a x[n] que cumpla con lo siguiente:

   I. La transformada Z de $x_1[n]$ tiene todos sus polos y ceros en el interior del círculo unitario.

   II. $x_1[0] = x[0]$

   III. $|x_1[n]| = |x[n]|$

Demuestre que la $x_1[n]$ encontrada, efectivamente cumple con las tres aserciones