



**Eötvös Loránd Tudomány Egyetem**  
**Informatikai kar**  
**Numerikus Analízis Tanszék**

---

Oktatási keretrendszer interpolációs feladatok megoldásához

Témavezető:

**Fábián Gábor**

Szerző:

**Bárczay Kristóf**

Budapest, 2017

# Tartalom

1. Bevezető .....	3
2. Felhasználói dokumentáció .....	4
2.1. Feladat.....	4
2.2. Telepítési útmutató.....	4
2.3. Használati útmutató .....	5

## 1. Bevezető

Szakedolgozatom témája egy házi feladat ellenőrző, tanulást segítő program implementálása, amely elsősorban az ELTE Informatika karán meghirdetett Numerikus módszerek 2. tárgyhoz nyújt támogatást a hallgatóknak, de természetesen mindenkinek hasznos lehet, aki érdeklődik a matematika ezen területe iránt.

Az egyetemen tanár szakon is tanulmányokat folytatok, az ott szerzett pedagógiai és a programtervező informatikus szakon szerzett matematikai ismereteim, tapasztalataim integrálása motivált egy olyan oktató program elkészítésére, amellyel a tárgyat végző hallgatók munkáját tudom segíteni. Ezen túl, úgy ítélt meg, hogy nekem magamnak is jó tapasztalatot nyújt a program elkészítése, ha esetleg később, a saját óráimra szeretnék majd készíteni ugyan valamivel könnyedebb, középiskolás szintű feladatokat megoldó, matematikai alkalmazást.

Oktató programról lévén szó a hangsúlyt a segítségre, támogatásra helyeztem, nem arra, hogy képes legyen megoldani a hallgatók helyett a házi feladatokat.

A program segítségével, a fentiekben említett tárgy (Numerikus módszerek 2. ) első felében tanult módszerekkel megoldható feladatokat tudja ellenőrizni a felhasználó. További célként fogalmaztam meg, hogy a feladatok ellenőrzéséhez ne kelljen egy új programozási nyelvet megtanulni, hiszen ezek a feladatok matlab-ban is ellenőrizhetőek, de az ottani ellenőrzéshez a nyelv viszonylag magas ismerete szükséges. A program csupán matematikai ismereteket igényel, és a kevésbé járatos felhasználók számára is támogatást nyújt.

A program, jó segítség lehet azoknak is, akik komolyabban kívánnak foglalkozni az interpolációs polinomok témakörével, ami önmagában is rendkívül érdekes és még igen nagy gyakorlati haszna is van, például a digitális hang, kép illetve audiovizuális tartalmak szerkesztésében hogy néhány példát említsek a sok közül.

## 2. Felhasználói dokumentáció

A dolgozat 2. részében, felhasználói dokumentáció keretében igyekszem részletesen bemutatni a felhasználók számára a program által nyújtott lehetőségeket, valamint a program szakszerű használatát.

### 2.1.Feladat

A megoldani kívánt probléma, egy olyan alkalmazás elkészítése, amelyben könnyedén eligazodva tudják a felhasználók ellenőrizni a kívánt interpolációs feladatok megoldását.

A program alapvetően két nagy egységre bontható, egy elméleti valamint egy gyakorlati egységre.

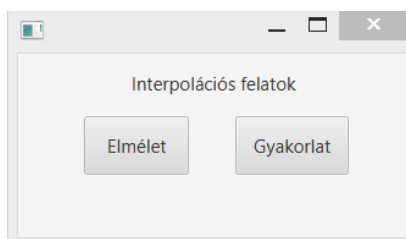
Az elméleti részben a témához kapcsolódó, rövid áttekintés olvasható vázlatos formában, a saját jegyzeteim alapján. A gyakorlati blokk már komplexebb felület, melynek használatára részletesebben a későbbiekben külön kitérek, de alapvetően itt alappont-érték párokra és alappontok illetve a közelíteni kívánt függvény értékekre lehet, Lagrange, Newton, Inverz, Hermite és Spline interpolációkkal polinomokat illeszteni, valamint a kiszámolt polinomokat koordináta rendszerben is megtekinteni. A két rész jól elkülöníthetően külön ablakban jelenik meg így akár párhuzamosan is lehet tanulni valamint ellenőrizni megoldásokat.

### 2.2.Telepítési útmutató

/\*.....\*/

## 2.3. Használati útmutató

A program indításakor egy ablak jelenik meg (2.3.-1. ábra), melyen egyből kiválasztható, hogy elméleti vagy gyakorlati tudásunkat szeretnénk-e bővíteni. A gombokat értelemszerűen lehet használni megfelelő gombra kattintva a megfelelő ablak jelenik meg.

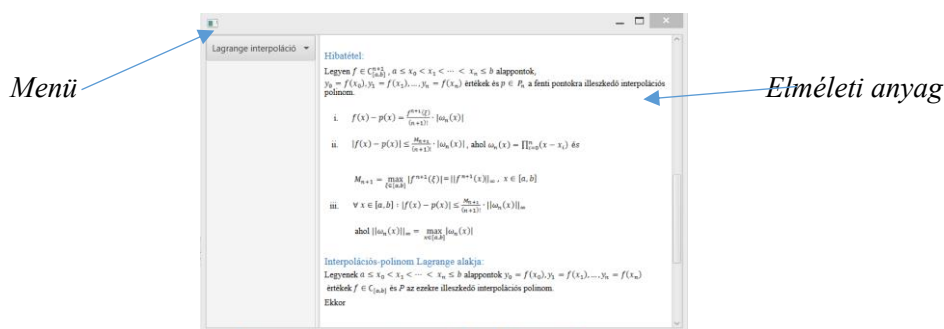


2.3-1. ábra

### 2.3.1. Elméleti ablak

Nézzük először, mi történik, ha az elmélet gombot választjuk. A gombra való kattintás után, egy új ablak jelenik meg (2.3-2. ábra), mely két részből áll. Az ablak baloldalán látható egy legördülő menü gomb, amelynek segítségével kiválasztható az éppen tanulni kívánt részt.

A jobb oldalon pedig megjelenik a kiválasztott anyagrész, rövid összefoglalója. Az elméleti leírások, olykor nehezebb matematikai levezetéseket, tételeket és bizonyításokat tartalmaznak, ezért ahol lehet, az oldal végén rövid összefoglalás segíti a felhasználót abban, hogy miről is szól az adott elméleti anyagrész. Természetesen a közérthetőség volt a cél, de olyan mélységekbe nem merültem, hogy minden egyes matematikai jelölés illetve művelet magyarázata külön megjelenítésre kerüljön. Jelenleg a program azokat az elméleti anyagrészeket tartalmazza, amelyek a gyakorlati részben is szerepelnek, de idővel igyekszem bővíteni és akár az egész tárgy elméleti ismeretanyaga belekerülhet.



2.3-1. ábra

### 2.3.2. Gyakorlati ablak

A gyakorlat gomb megnyit egy új ablakot. A megjelenés kicsit összetettebb, mint az elmélet résznél, de megítélésem szerint a használata nem túl bonyolult. A fejlécben szerepel öt rádiógomb illetve egy szöveges mező ahova az alappontok számát kell beírni (2.3-3. ábra).

The screenshot shows a header bar with five radio buttons for selecting an interpolation method: Lagrange, Inverz, Hermite, Newton, and Másodfokú Spline. To the right of these buttons is a text label 'Alappontok száma:' followed by a text input field containing the text 'max 6'. Two blue arrows point from the text labels below to the 'Inverz' radio button and the input field.

A választható interpolációk

Alappontok száma

2.3-2. ábra

Ahogy a fenti ábrán látható (2.3-3. ábra), az alappontok száma legfeljebb hat és legalább kettő kell, hogy legyen. A program az elején nem jelzi a minimum kettőt, feltételezve azt, hogy a felhasználó tudja, hogy egy alappontra nincs értelme interpolációs polinomot illeszteni. Ellenben, ha mégis túl kicsi vagy túl nagy számot ír be, vagy esetleg nem is egész szám, amit megadott, akkor egy felugró ablak figyelmeztetni fogja, a helytelen bevitelre. Fontos, hogy miután bekerült a szám a mezőbe, ezután kötelezően entert nyomva megjelennek további mezők, a kiválasztott interpoláció függvényében.

This screenshot shows the main window after the number of base points has been set to 3. The top section is identical to the previous one. Below it, there is a section titled 'Add meg az alappont-érték párokat!:' with two rows of input fields labeled 'X:' and 'Y:', each containing three empty boxes. To the right of these fields is a radio button labeled 'Függvény' and two buttons labeled '+' and '-'. Below these are two more buttons labeled 'Tisztáz' and 'Mehet'.

2.3-4. ábra

This screenshot shows the main window with the 'Hermite' radio button selected. The top section is identical. The 'Add meg az alappont-érték párokat!:' section now includes four rows of input fields: 'X:', 'Y:', 'F'(X)', and 'F''(X)', each containing three empty boxes. The right side of the window, including the 'Függvény' radio button, '+', '-' buttons, and 'Tisztáz' and 'Mehet' buttons, remains the same.

2.3-5. ábra

A 2.3-4. ábra illetve a 2.3.-5. ábra csak két példát mutat a sok közül.

Elsőként az látható, hogy mi történik, ha nem választjuk ki az interpoláció fajtáját. Ebben az esetben a program automatikusan csak az alappont érték párok beírására lehetőséget adó szövegdobozokat jeleníti meg, és a későbbiekben figyelmeztet az interpoláció fajtájának kiválasztására.

A második ábrán a Hermite interpoláció van kiválasztva, ehhez az interpolációhoz pontonként négy érték adható meg. A képernyő bal oldalán látható + illetve – gombok segítségével további alappontok vehetők fel, illetve törölhetők továbbra is csak kettő és hat között maradva.

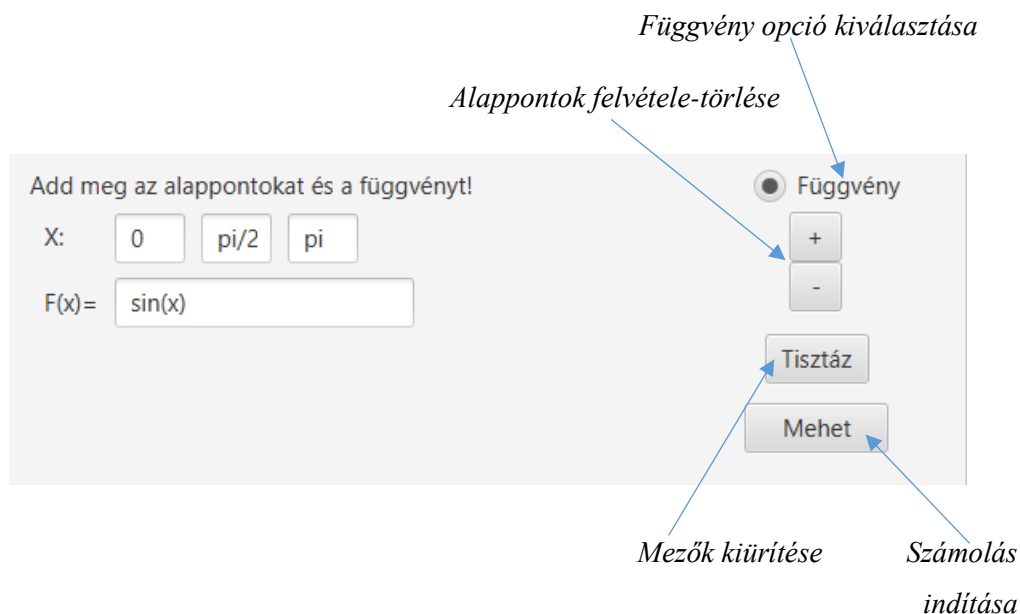
Nézzük most az egyes rádiógombok funkcióit.

- **Lagrange:** Értelem szerűen az interpolációs polinom Lagrange- alakját számolja ki. Ekkor csak az alappont-érték párokat lehet megadni és minden mező kitöltése kötelező.
- **Newton:** Az interpolációs polinom Newton-alakját számolja ki. A pontok kitöltésében hasonlóan kell eljárni, mint az előző esetben.
- **Inverz:** Az alappont-érték párokon végrehajtja az inverz interpoláció egy lépését, valamint kiszámolja a helyettesítési értéket az  $x = 0$  helyen. Figyelnünk kell arra, hogy a megadott függvény szigorúan monoton legyen különben nem invertálható.
- **Hermite:** Ezt a gombot kiválasztva négy sor jelenik meg. Az alappont-érték párokon kívül megadható az egyes pontokhoz tartozó első illetve második derivált. Ezen mezők kitöltése nem kötelező, de ha sehol nem adjuk meg a program figyelmeztet, hogy így a Newton interpolációt is használhatnánk.
- **Másodfokú Spline:** Három sor jelenik meg a képernyőn, ahol a harmadik sorban a másodfokú lokális bázisú spline peremfeltételét lehet megadni valamelyik ponthoz. Csak egyetlen peremfeltétel megadása lehetséges.

A műveletek mögötti matematikai eljárások megvalósítása a fejlesztői dokumentációban olvasható.

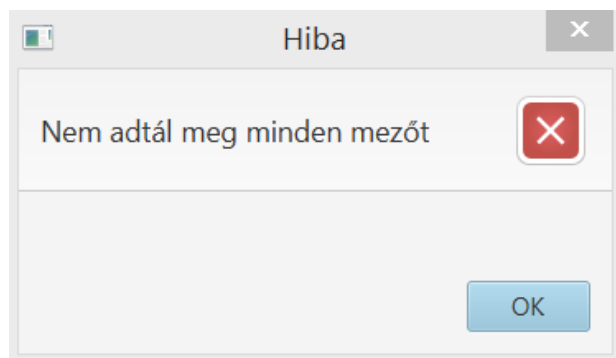
A fejlécen kívül még egy rádiógomb található „Függvény” felirattal. Ezt az opciót választva alappont-érték párok helyett alappontokat és a közelíteni kívánt függvényt adhatjuk meg. A program a háttérben automatikusan kiszámolja a pontokhoz tartozó függvényértékeket behelyettesítéssel (2.3 -6. ábra). Mint látható bármely mezőbe

beírhatunk összetettebb matematikai kifejezéseket a számítógépes matematika szintaktikájának megfelelően, ha valamit nem megfelelően adunk meg a program jelezni fogja.



2.3-6. ábra

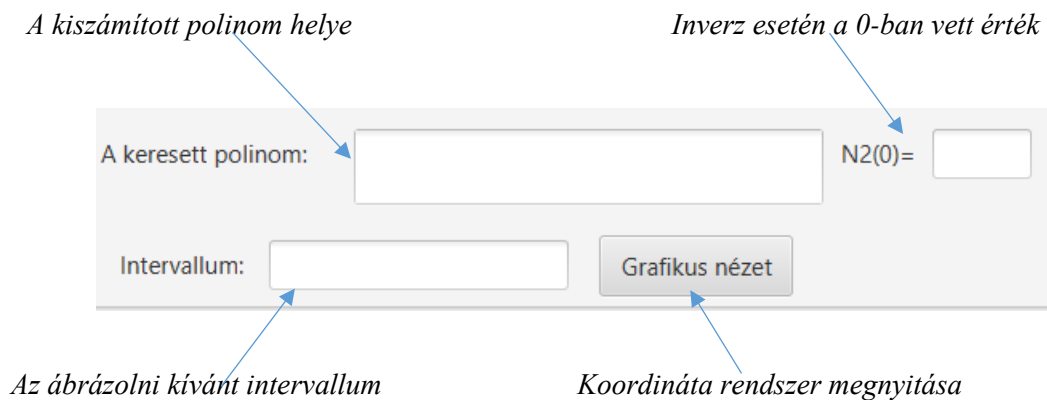
Az eddig említett gombok és mezők mellett látható egy „Tisztáz” és egy „Mehet” feliratú gomb is. Előbbi azt a célt szolgálja, hogy szövegdobozok tartalmát eltávolítja. Ez úgy is elérhető, ha az elején látott „Alappontok száma” mezőbe új értéket adunk meg. A + illetve a – gombok használatával minden érték marad a helyén csak az újabban felvett mezőket szükséges kitölteni. A „Mehet” gombbal tudjuk elindítani a számolást. Amikor rákattintunk, megtörténnek az ellenőrzések. Mindent helyesen töltöttünk-e ki és, hogy kiválasztottuk-e az interpoláció fajtáját. Ellenkező esetben egy a 2.3-7. ábrán látható ablak fog megjelenni a megfelelő üzenettel. Ha nem növekvő sorrendben adtuk meg a pontokat, akkor a program automatikusan növekvő sorrendbe teszi.



2.3-7. ábra



Nézzük a gyakorlati felület harmadik részét, ahol a kiszámolt polinom, spline megtalálható, illetve koordináta rendszerben megtekinthető.



2.3-8. ábra

A 2.3-8. ábrán látható a mezők illetve a gombok funkciói. A felhasználói dokumentáció végén meg lehet tekinteni egy teljesen kitöltött felületet is, egyelőre itt nézzük mi mire való. Értelmszerűen „A keresett polinom:” részbe kerül az általunk megadott feltételeknek megfelelő interpolációs polinom illetve spline. A pontok megadása után az „Intervallum” mező automatikusan kitöltődik a „Mehet” gombra való kattintáskor. Az intervallum bal végpontja a legkisebb, míg jobb végpontja a legnagyobb alappont lesz. Ha tágabb intervallumon szeretnénk megtekinteni a kiszámolt függvényt, természetesen megtehetjük, az intervallum helyes megadásával. Inverz interpoláció kiválasztása esetén a polinom nullában vett helyettesítési értékét is kiszámolja. Ez az érték jelenik meg az „N2(0)=” mezőben. A „Grafikus nézet” gombra kattintva megjelenik egy újabb ablak egy koordináta rendszerrel és az ábrázolt polinommal illetve spline-nal (2.3.-9 és 2.3-10. ábra). A koordináta rendszer tízszer tízes, mivel ennél nagyobb, illetve kisebb pontok nem igazán fordulnak elő a tanulás során. A 2.3.-10. ábrán két függvény látható. Ilyen eset akkor fordulhat elő, ha korábban a függvény rádió gombot bejelöltük. Ebben az esetben megjelenik az eredetileg megadott függvény piros színnel, és megjelenik a kiszámolt interpolációs polinom narancssárga színnel. A program a hibabecsléseket nem számolja, lévén ahhoz olyan sokat kell deriválni, hogy annak programozása egy újabb diplomamunka feladatát jelentené. Ebből kiindulva úgy gondoltam, hogy látványosabb, ha megjelenítem az eredeti függvényt is, és így szabad szemmel is látható lesz az eltérés, nem kell hozzá képletek sokaságát

kiszámolni. Természetesen a hiba pontos értékének kiszámítása nagyon fontos, de ezen számítások elvégzését a felhasználóra bizzuk.

A koordináta rendszerben lehet közelíteni az egér görgőjének segítségével, valamint rákattintva az ablakra arrébb is tudjuk húzni azt, így igazán közelről meg tudjuk tekinteni a kiszámolt függvényeket.



2.3-9. ábra



2.3-10. ábra  
( $\sin(x)$   $x \in [0, \pi]$ )

A fentiekben már jeleztem, hogy a program figyeli a hibásan bevitt adatokat. Most szeretném egyben összegyűjteni ezek közül a legfontosabbakat, megkímélve a felhasználót a hibaüzenetektől:

- Figyeljünk oda, hogy szintaktikailag helyesen adjuk meg a matematikai kifejezéseket, az intervallumot, illetve a számokat!
- Az alappont-érték párokat minden mezőben adjuk meg!
- Mindig válasszuk ki az interpoláció fajtáját!
- Figyeljünk arra, hogy a kiválasztott interpolációnak megfelelően töltsük ki a mezőket, ha valamiben nem vagyunk biztosak, tekintsük át az elméleti részben!
- A program a derivált értékeket függvény esetén nem ellenőrzi, ezért ezeket gondosan számoljuk ki!
- Figyeljünk az alappontok sorrendjére illetve inverz interpoláció esetén a monotonításra!

Végül nézzük meg a program néhány lehetséges kimenetelét:

