ALGORYTMY GEOMETRYCZNE

Sprawozdanie z ćwiczenia 1.

Bartosz Kucharz

Grupa nr 1

1. Specyfikacja techniczna:

Komputer na którym wykonywano obliczenia:

System operacyjny: Windows 10 x64
Procesor: Intel® Core™ i5-5300U CPU @ 2.30Ghz
Pamięć RAM: 8GB

Obliczenia zostały wykonywane w języku Python 3 z wykorzystaniem bibliotek: numpy, random, matplotlib i pandas.

2. Opis ćwiczenia:

Ćwiczenie polegało na wygenerowaniu punktów z określonych przedziałów, dokonania ich podziału względem orientacji w stosunku do danej prostej wyznaczonej przez dwa punkty oraz porównania wyników tego podziału w zależności od sposobu wyliczania wyznacznika oraz tolerancji dla zera.

3. Przygotowanie zbiorów punktów:

Wygenerowane zostały następujące zbiory punktów:

- Zestaw 1.

  10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000]

- Zestaw 2.

  10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-10^{14}, 10^{14}]

- Zestaw 3.

  1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku (0,0) i promieniu R=100

- Zestaw 4.

  1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000] leżących na prostej wyznaczonej przez wektor (***a***, ***b***), gdzie ***a*** = [-1.0, 0.0], ***b*** = [1.0, 0.1]

Zbiory były reprezentowane jako listy, punkty jako krotki, a współrzędne jako liczby typu float (typ float w Pythonie jest podwójnej precyzji).

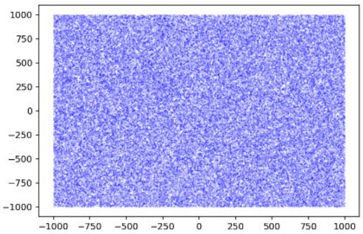
W zestawach 1. i 2. każda ze współrzędnych została wygenerowana za pomocą metody random.uniform(), która generuje liczby z podanego zakresu.

W zestawie 3. punkty zostały wygenerowane przy pomocy funkcji parametrycznej:

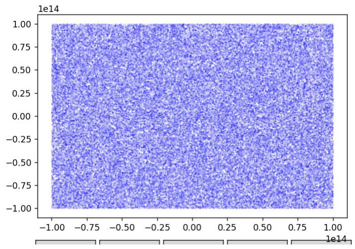
$$C(t) = \left(100 \cdot cos(t),\ 100 \cdot sin(t)\right), t \in [0, 2\pi\ ]$$

gdzie funkcje trygonometryczne były zaimplementowane z biblioteki numpy, a wartość t była generowana z metody random.uniform

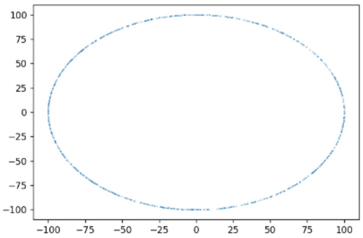
W zestawie 4. współrzędna x została wygenerowana metodą random.uniform, natomiast współrzędna y została wyliczona z postaci kierunkowej prostej.



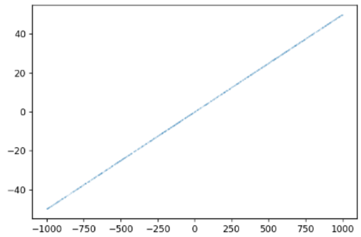
Zestaw 1.



Zestaw 2.



Zestaw 3.



Zestaw 4.

4. Wyznaczniki:

Do skategoryzowania punktów skorzystano z wyznaczników:

$$\det(a,b,c) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix} \qquad \det(a,b,c) = \begin{vmatrix} a_x - c_x & a_y - c_y \\ b_x - c_x & b_y - c_y \end{vmatrix}$$

, które były wyznaczane na dwa sposoby: za pomocą metody numpy.linalg.det() z biblioteki numpy oraz z implementacji własnej.

Funkcje własne do obliczania wyznacznika 2x2 i 3x3:

```
def det2x2(a, b, c):
    return (a[0] - c[0])*(b[1] - c[1]) - (b[0] - c[0])*(a[1] - c[1])
def det3x3(a, b, c):
    return (a[0]*b[1]) + (a[1]*c[0]) + (b[0]*c[1])- (c[0]*b[1]) - (b[0]*a[1]) - (a[0]*c[1])
```

5. Kategoryzacja punktów:

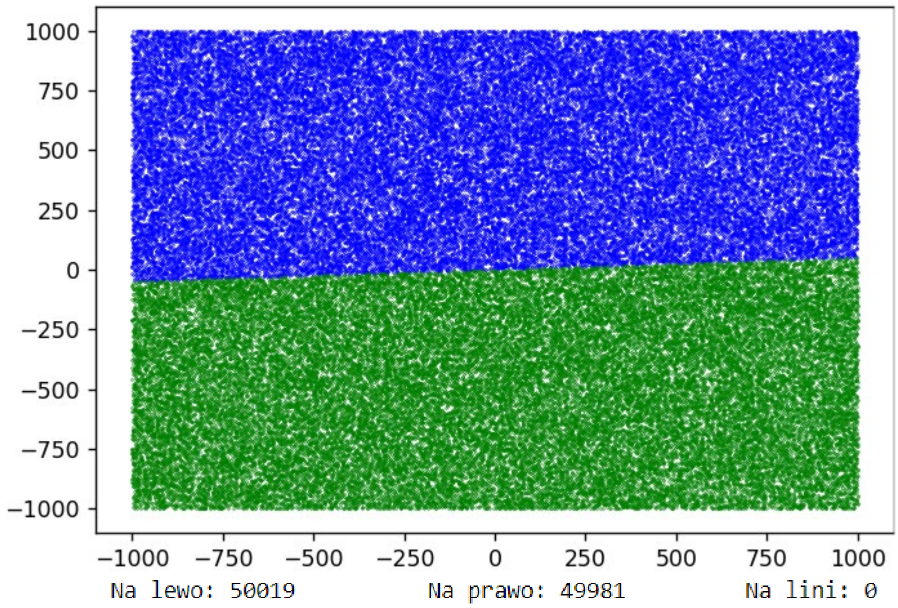
Dla każdego sposobu obliczania wyznacznika oraz różnych tolerancji punkty były kategoryzowane na dwa sposoby. Jeden dzielił wyjściową listę punktów na trzy osobne listy zawierające punkty na lewo od prostej, na prawo od prostej oraz znajdujące się na prostej. Drugi polegał na stworzeniu jednej listy, która na odpowiadających

kolejnym punktom indeksach miała jedną z trzech wartości odpowiadającą położeniu względem prostej.
Pierwszy sposób był potrzebny do wizualizacji danych, natomiast drugi był bardziej pomocny przy analizowaniu różnic w otrzymanych zbiorach.

6. Wyniki:

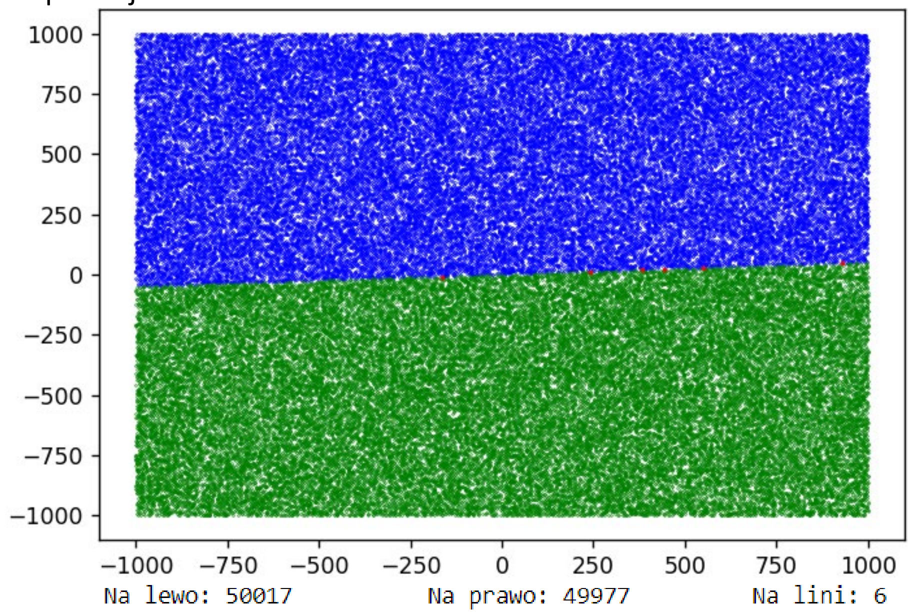
6.1 Zestaw 1.

Dla tolerancji mniejszych od 0.1 podział punktów nie zależy od wybranego wyznacznika oraz jest niezmienny. Żadne punkty nie są klasyfikowane jako leżące na prostej.



Wykres dla tolerancji mniejszych niż 0.1

Dopiero dla tolerancji większych od 0.1 niektóre punkty są uznawane za leżące na prostej.



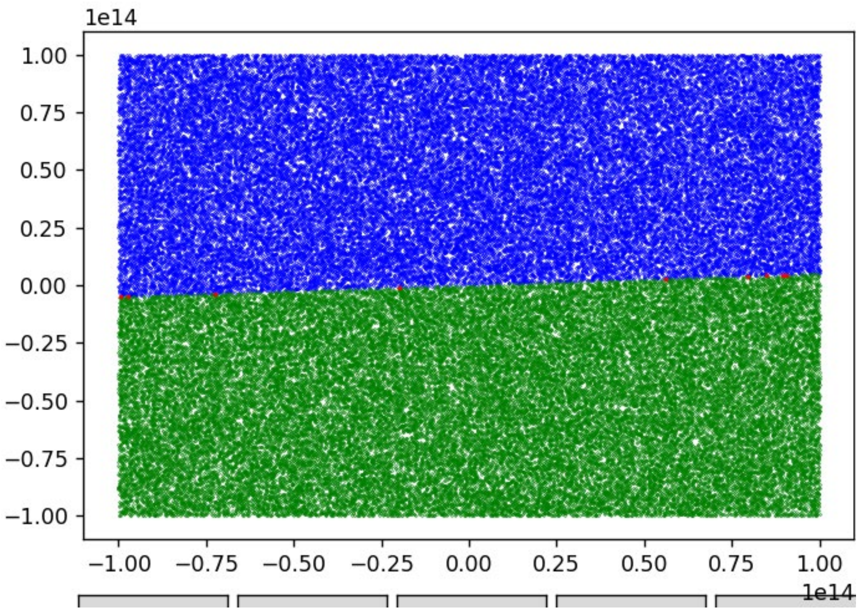
Zestawienie wyników z zestawu 1:

		na lewo	na prawo	na lini
Tolerancja	Wyznacznik			
0.001	2x2 własny	50019	49981	0
	2x2 numpy	50019	49981	0
	3x3 wlasny	50019	49981	0
	3x3 numpy	50019	49981	0
0.01	2x2 własny	50019	49981	0
	2x2 numpy	50019	49981	0
	3x3 wlasny	50019	49981	0
	3x3 numpy	50019	49981	0
0.1	2x2 własny	50017	49977	6
	2x2 numpy	50017	49977	6
	3x3 wlasny	50017	49977	6
	3x3 numpy	50017	49977	6
1	2x2 własny	49988	49950	62
	2x2 numpy	49988	49950	62
	3x3 wlasny	49988	49950	62
	3x3 numpy	49988	49950	62

6.2 Zestaw 2.

W tym zestawie można już zauważyć różnice między sposobem wyliczania wyznacznika, jednak tolerancja nie ma prawie żadnego wpływu na zmianę klasyfikacji punktów.

Jedyny wyznacznik który zaklasyfikował punkty na linii to własny 2x2.



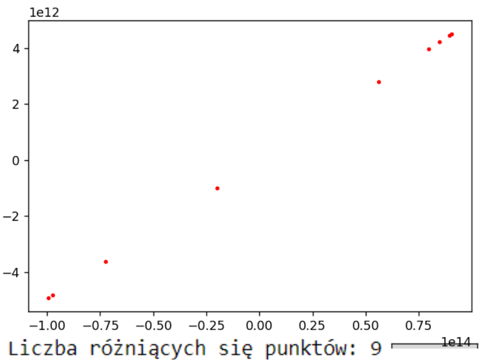
Wyznacznik własny 2x2

Na lewo: 50035 Na prawo: 49956 Na lini: 9

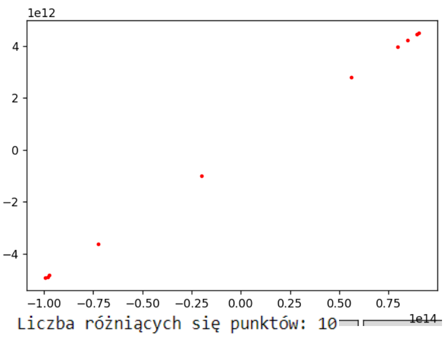
Punkty zakwalifikowane na prostej:

```
(89528477405168.31, 4459405815976.375)
(-99234691725456.62, -4937162248339.75)
(84650981530429.88, 4234779014076.8906)
(79507192973864.53, 3973398337438.7344)
(-19852462124839.33, -992482444121.8594)
(55925748353294.91, 2805639652582.4688)
(90319496780812.69, 4523599955962.125)
(-72356973962653.95, -3626049395311.6875)
(-97248431534590.22, -4810806699345.578)
```

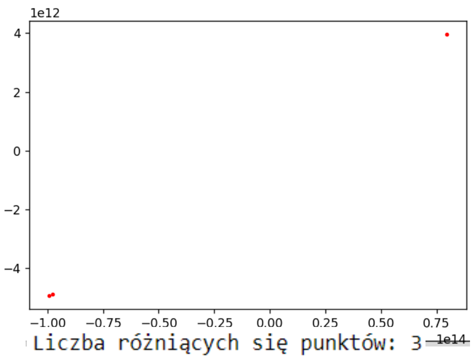
Różnice w podziałach ze względu na wybór wyznacznika:



2x2 własny i 2x2 numpy



2x2 własny i 3x3 własny



2x2 numpy i 3x3 numpy

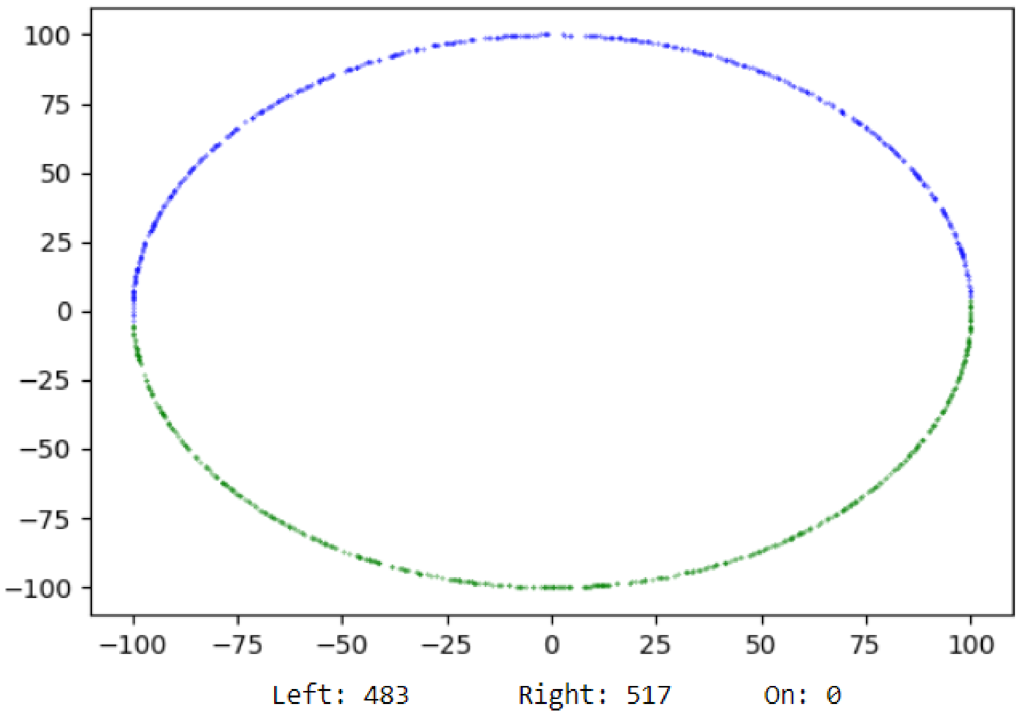
Dla 3x3 własny I 3x3 numpy nie było różniących się punktów

Zestawienie wyników z zestawu 2:

		na lewo	na prawo	na lini
Tolerancja	Wyznacznik			
0	2x2 własny	50044	49956	0
	2x2 numpy	50041	49959	0
	3x3 wlasny	50042	49958	0
	3x3 numpy	50042	49958	0
1e-323	2x2 własny	50035	49956	9
	2x2 numpy	50041	49959	0
	3x3 wlasny	50042	49958	0
	3x3 numpy	50042	49958	0
0.1	2x2 własny	50035	49956	9
	2x2 numpy	50041	49959	0
	3x3 wlasny	50042	49958	0
	3x3 numpy	50042	49958	0
1	2x2 własny	50035	49956	9
	2x2 numpy	50041	49959	0
	3x3 wlasny	50042	49958	0
	3x3 numpy	50042	49958	0

6.3 Zestaw 3.

W tym zestawie nie było żadnych różnic między wyborem wyznacznika. Punkty były kwalifikowane na linii dopiero przy tolerancjach równych bądź wyższych 1.

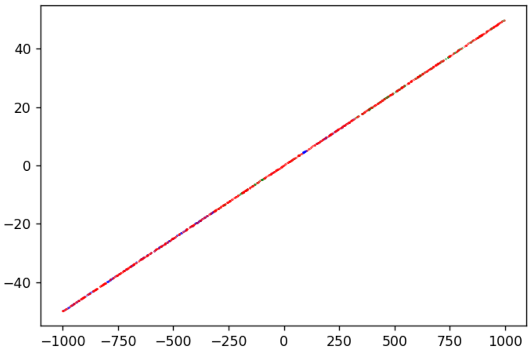


Zestawienie wyników z zestawu 3:

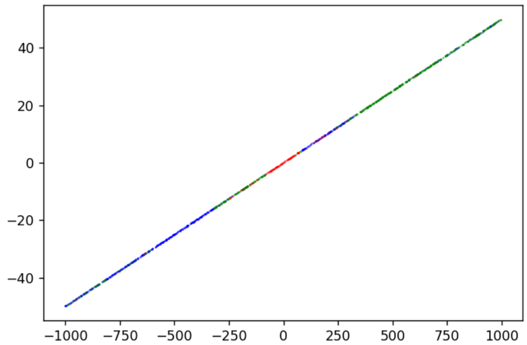
		na lewo	na prawo	na lini
Tolerancja	**Wyznacznik**			
0	**2x2 własny**	503	497	0
	2x2 numpy	503	497	0
	3x3 wlasny	503	497	0
	3x3 numpy	503	497	0
0.01	**2x2 własny**	503	497	0
	2x2 numpy	503	497	0
	3x3 wlasny	503	497	0
	3x3 numpy	503	497	0
0.1	**2x2 własny**	503	497	0
	2x2 numpy	503	497	0
	3x3 wlasny	503	497	0
	3x3 numpy	503	497	0
1	**2x2 własny**	501	496	3
	2x2 numpy	501	496	3
	3x3 wlasny	501	496	3
	3x3 numpy	501	496	3

6.4 Zestaw 4:

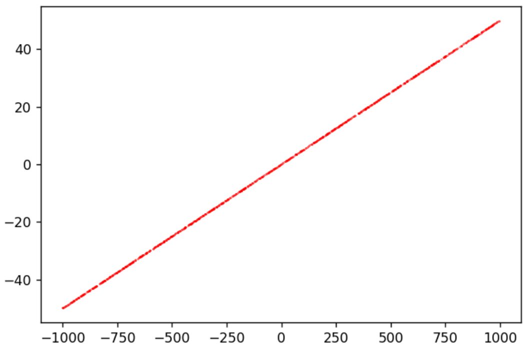
Ten zestaw daje najbardziej zróżnicowane wyniki. Wyznacznikiem który dla najmniejszej tolerancji zaklasyfikował wszystkie punkty na linii był wyznacznik własny 3x3



2x2 własny

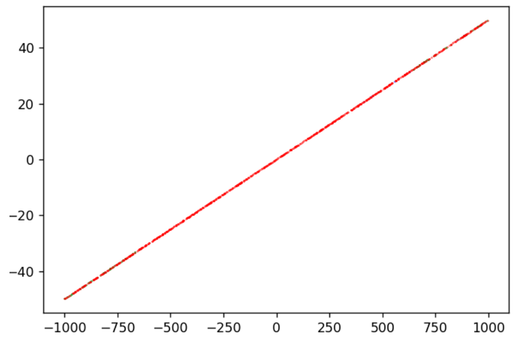


2x2 numpy



Na lewo: 0 Na prawo: 0 Na lini: 1000

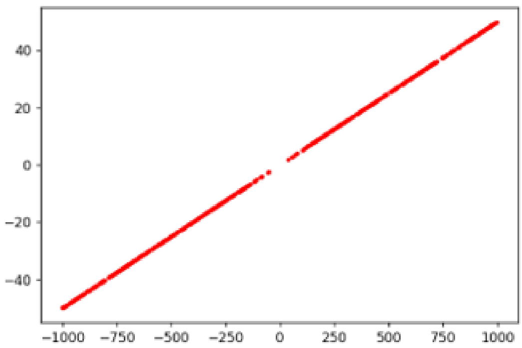
3x3 własny



Na lewo: 7 Na prawo: 102 Na lini: 891

3x3 numpy

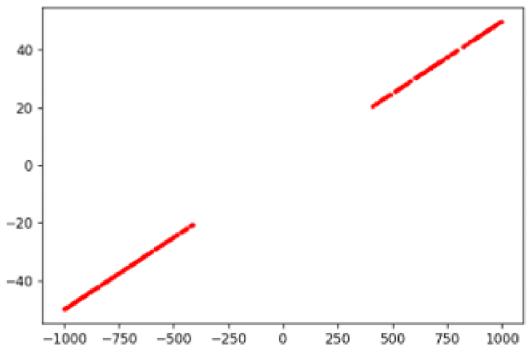
Różnice w podziałach:



Liczba różniących się punktów: 660

2x2 własny i 2x2 numpy

tolerancja: 1e-14



Liczba różniących się punktów: 294

2x2 własny i 2x2 numpy

tolerancja: 1e-12

Zestawienie wyników z zestawu 4:

		na lewo	na prawo	na lini
Tolerancja	Wyznacznik			
1e-15	2x2 własny	172	133	695
	2x2 numpy	518	459	23
	3x3 wlasny	182	353	465
	3x3 numpy	367	386	247
1e-14	2x2 własny	166	127	707
	2x2 numpy	481	430	89
	3x3 wlasny	0	0	1000
	3x3 numpy	7	102	891
1e-13	2x2 własny	153	115	732
	2x2 numpy	392	347	261
	3x3 wlasny	0	0	1000
	3x3 numpy	0	0	1000
1e-12	2x2 własny	93	75	832
	2x2 numpy	139	130	731
	3x3 wlasny	0	0	1000
	3x3 numpy	0	0	1000
1e-11	2x2 własny	0	0	1000
	2x2 numpy	0	0	1000
	3x3 wlasny	0	0	1000
	3x3 numpy	0	0	1000

7. Podsumowanie.

Przedstawione obliczenia oraz ich analiza ukazują znaczące różnice w klasyfikacji położenia punktu względem prostej w zależności od metody obliczania wyznacznika, doboru tolerancji dla zera, czy danego zbioru punktów.

W zestawach 1. i 3. nie zaobserwowano różnic w klasyfikacji punktów. Wpływ ma na to miała mała liczba punktów zbliżona położeniem do danej prostej o czym świadczy brak klasyfikacji jakichkolwiek punktów na linii nawet dla względnie dużych tolerancji.

W zestawie 2. Pojawiły się niewielkie różnice. Własna metoda obliczania wyznacznika 2x2 zakwalifikowała niewielką liczbę punktów na linii. Reszta punktów, bez względu na wyznaczniki była kategoryzowana tak samo.

Klasyfikacja zestawu 4. była najbardziej zróżnicowana. Generując punkty na danej prostej można by założyć że po sprawdzeniu ich położenia właśnie tam zostaną sklasyfikowane. Jednakże w zależności od wyznacznika oraz tolerancji ta klasyfikacja różniła się. Dla tolerancji niższych niż 10^{-14} najwięcej punktów na linii wskazywał wyznacznik własny 2x2, natomiast dla tolerancji większych to wyznacznik własny 3x3 klasyfikował wszystkie punkty jako współliniowe natomiast wyznaczniki 2x2 miały różny rozkład punktów.

Wynika z tego, że dobór sposobu wyznaczania położenia punktu względem prostej powinien być dobierany do aktualnych potrzeb, takich jak żądana związanych z pożądaną dokładnością, czy danym zbiorem punktów. Dla mniejszych tolerancji dobrym wyborem może okazać się obliczanie wyznacznika własnego 2x2, jednak dla tolerancji rzędu 10^{-14} lub większych warto użyć wyznacznika własnej implementacji 3x3.