



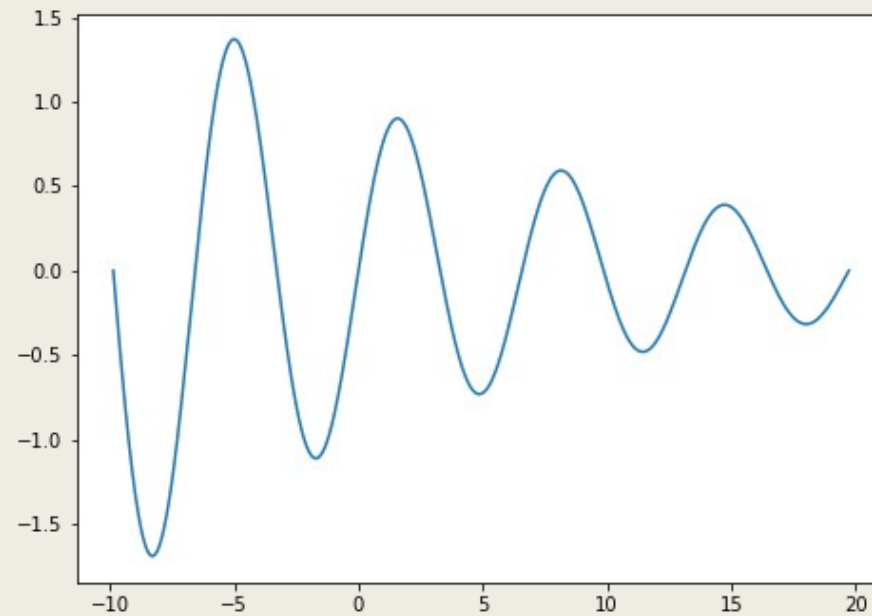
INTERPOLACJA HERMITE'A

Bartosz Kucharz



Funkcja do analizy

$$f(x) = \sin\left(\frac{kx}{\pi}\right) \cdot e^{\frac{-mx}{\pi}} \quad k = 3, m = 0.2, x \in [-\pi^2, 2\pi^2]$$



Dokładność interpolacji

```
def max_error(function, x, y):  
    return np.max(np.abs(np.vectorize(function)(x) - y))  
  
def var(function, x, y):  
    return sum(np.square(np.vectorize(function)(x) - y))/(x.shape[0])
```

$$\text{max_error} = \max_{i=0}^n (|f(x_i) - H(x_i)|)$$

$$\text{var} = \sum_{i=0}^n \frac{(f(x_i) - H(x_i))^2}{n}$$

$f(x)$ – funkcja interpolowana

$P(x)$ – wielomian interpolacyjny

Dokładność interpolacji ze względu na sposób interpolacji i dobór węzłów

```
tests(interpolation_hermite, chebyshev_nodes)
```

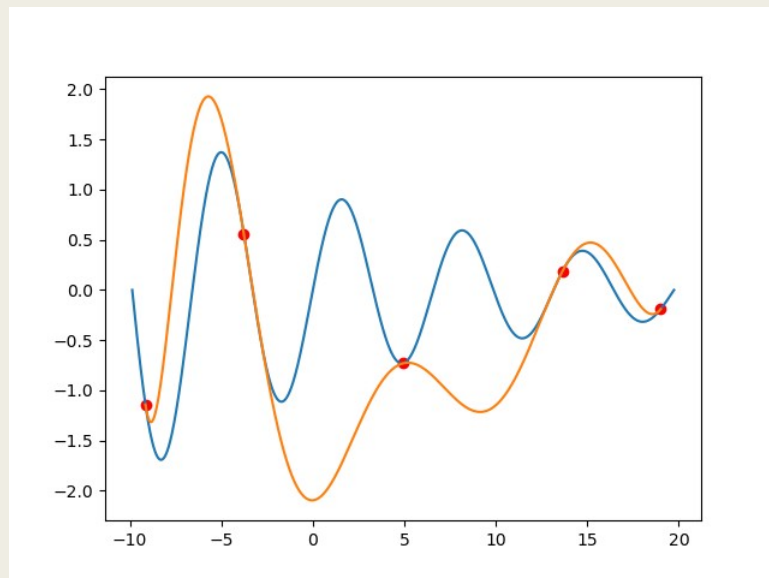
Nodes number	3	5	6	7	8	10	15	20	30
Var	0.725325	1.2307	0.991281	0.239803	0.0219227	1.9858e-05	2.12665e-16	2.00055e-17	2.53768e-12
Max error	1.99199	2.7083	2.56962	1.17732	0.338231	0.0106597	4.11206e-08	3.9006e-08	1.94277e-05

```
tests(interpolation_hermite, uniform_nodes)
```

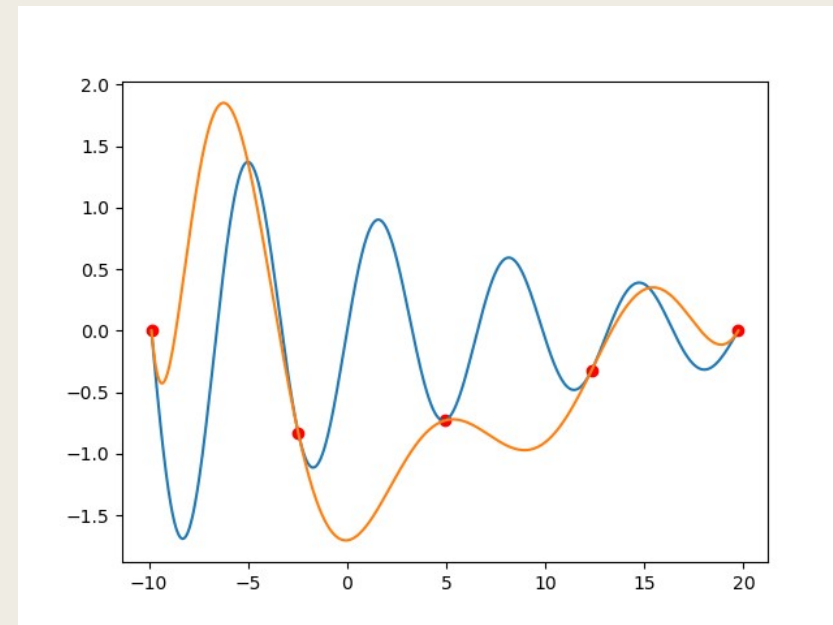
Nodes number	3	5	6	7	8	10	15	20	30
Var	3.08414	1.16729	4.18674	5.31492	1.68224	0.0165993	9.45034e-11	1.33067e-17	1.31859e-07
Max error	4.55796	2.49251	7.15576	9.46869	5.90472	0.676107	6.38415e-05	3.9915e-08	0.0027474

Porównanie wielomianów interpolacyjnych ze względu na liczbę i rozmieszczenie węzłów

Interpolacja Hermite'a dla 5 węzłów:

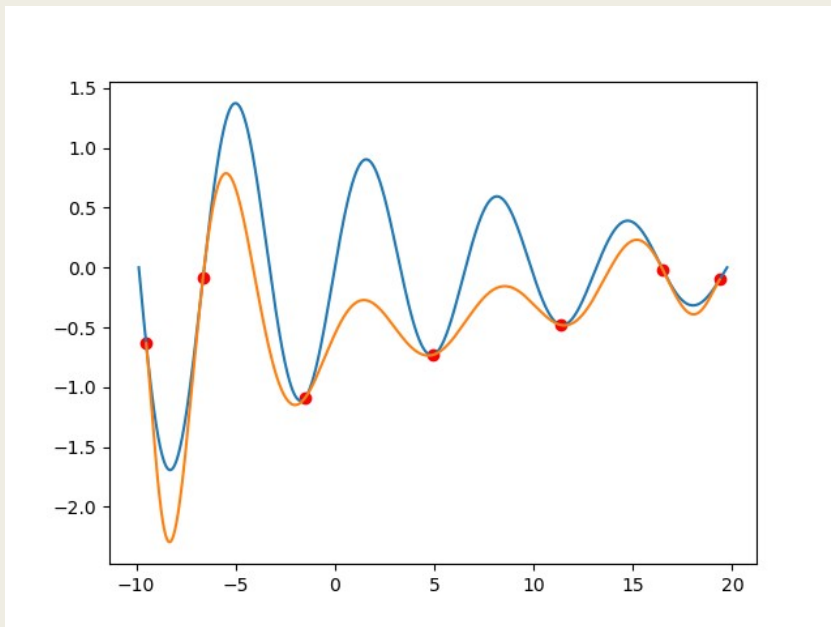


węzły Czebyszewa

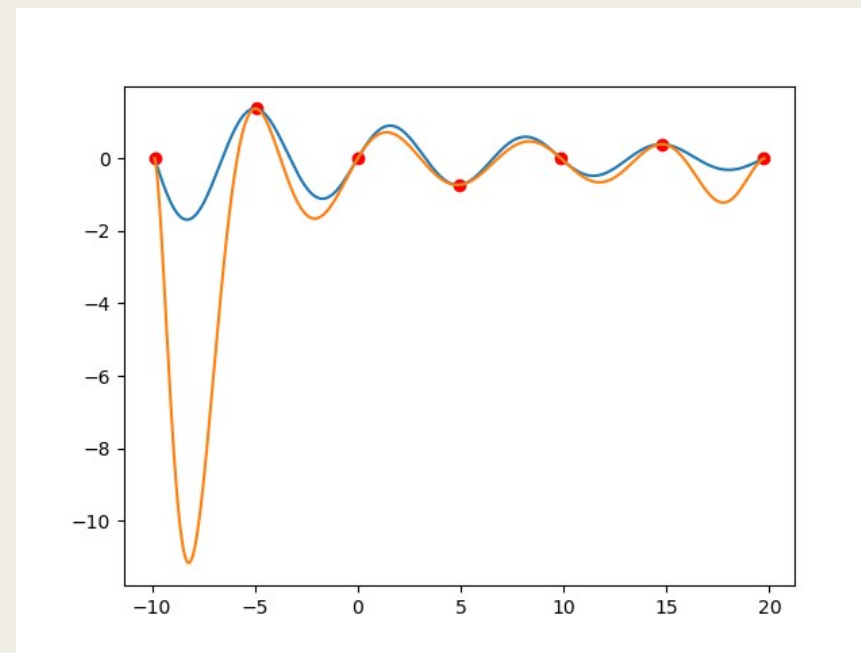


węzły równoodległe

Interpolacja Hermite'a dla 7 węzłów:

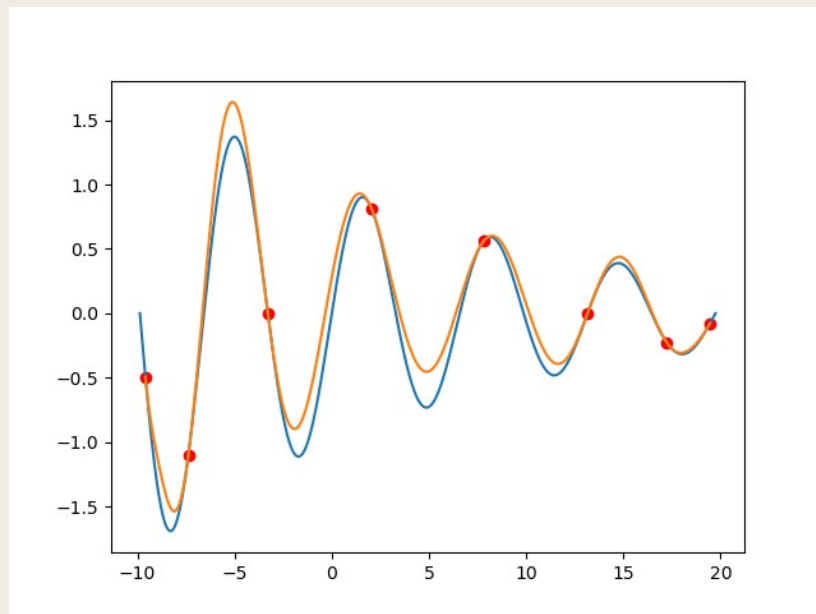


węzły Czebyszewa

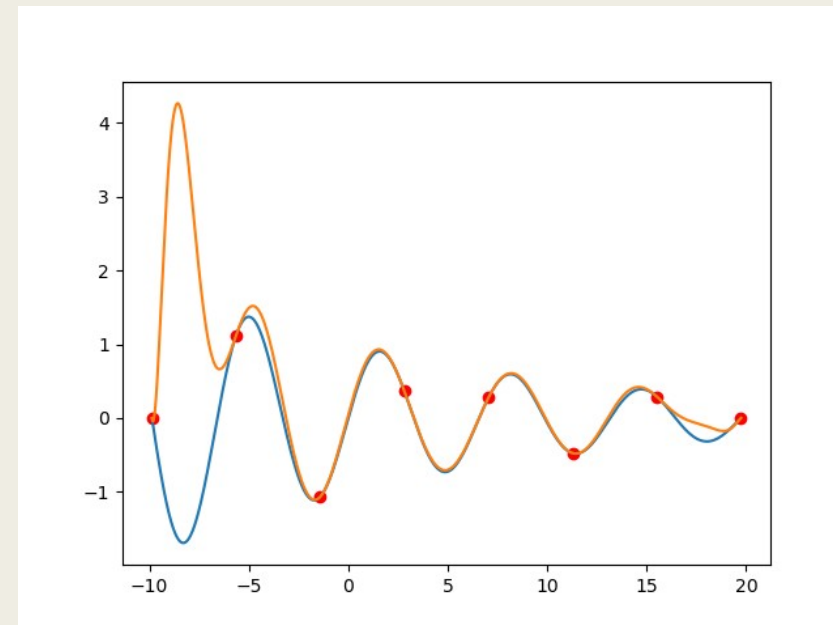


węzły równoodległe

Interpolacja Hermite'a dla 8 węzłów:

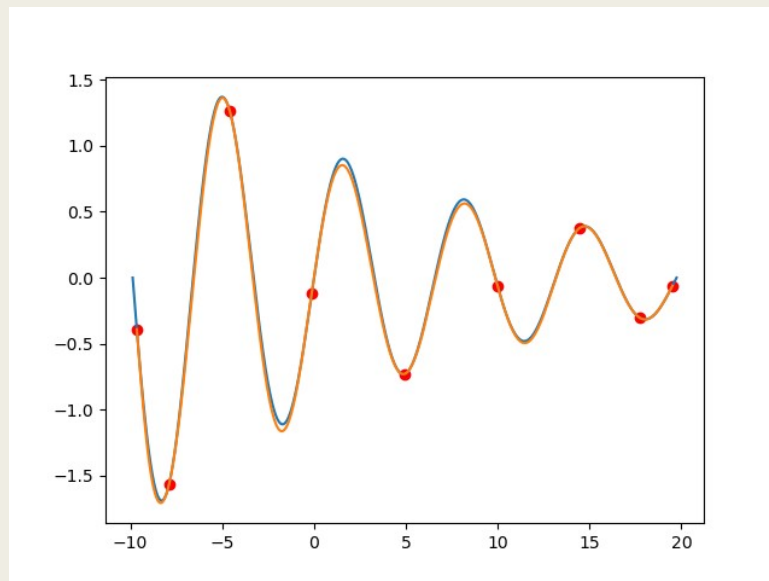


węzły Czebyszewa

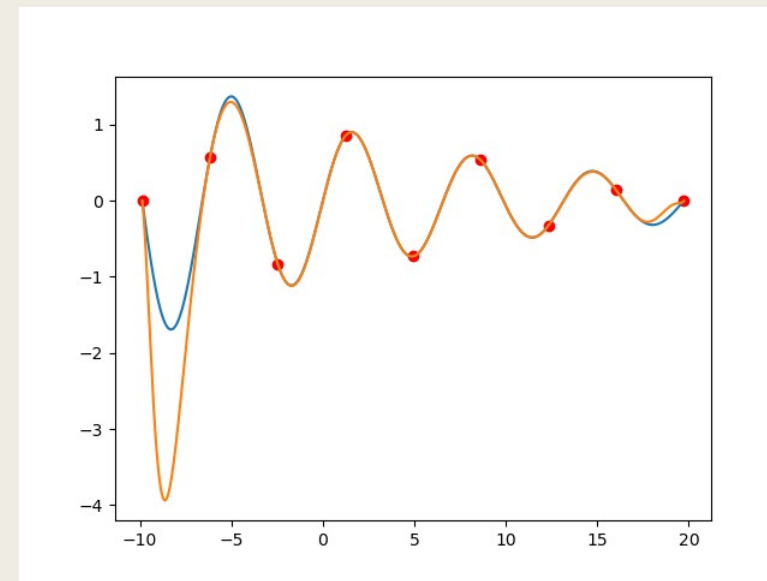


węzły równoodległe

Interpolacja Hermite'a dla 9 węzłów:



węzły Czebyszewa



węzły równoodległe