# 1 Strojno ucenje

## 1.1 Problemski prostor, ocenjevanje znanja

## 1.2 Evalviranje hipotez

Pomembni kriteriji:

- **konsistentnost** hipotez z primeri (ucnimi)
- **splosnost** (tocnost za nevidene primere)
- **razumljivost** hipotez

TP=true positive, TN-true negative, FP-false positive (napaka 1. tipa), FN-false negative (napaka 2. tipa)

Klasifikacijska tocnost = $\frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN} = \frac{TP+TN}{N}$

Obcutljivost/senzitivnost = $TPR = \frac{TP}{TP+FN}$

## 1.3 Gradnja odlocitvenih dreves

Za koliko se entropija zmanjsa po delitvi z Atributom A:

**Informacijski prispevek**: Gain(A) = $I - I_{res}(A)$, I=H(C)

$I_{res} = -\sum_{v_i \in A} p_{v_i} \sum_c p(c|v_i) \log_2 p(c|v_i)$

**Razmerje inofrmacijskega prispevka atributa A**:

IGR(A) = $\frac{\text{Gain(A)}}{\text{H(A)}}$

### 1.3.1 TDIDT (Top down induction decision tree) algoritem

Pozresen algoritem, ki **lokalno** izbira najbolsi atribut.

- kratkoviden algoritem

### 1.3.2 Binarizacija atributov

Aleternativa za resevanje problematike z vecvrednostnimi atributi:

Strategije (za primer B = {Y, G, R, B}):

- $[\{Y\},\{R,G,B\}]$ (one-vs-all)
- $[\{Y,R\},\{G,B\}]$
- vpeljava bianrnih atributov za vsako barvo

Primer B = {Y, G, R}, konstruiramo 3 nove binarne atribute:

| *barva* | Y | G | R |
|---|---|---|---|
| Y | 1 | 0 | 0 |
| G | 0 | 1 | 0 |
| R | 0 | 0 | 1 |

**Prednost**: manjse vejanje drevesa.

## 1.4 Ucenje iz sumnih podatkov (rezanje)

tocnost t...verjetnost pravilnosti klasifikacije

napaka e … $1-t$

relativna frekvenca $p = \frac{n}{N}$

m-ocena $p = \frac{n+p_a*m}{N+m}$

$m$… koliko zaupam apriorni verjetnosti

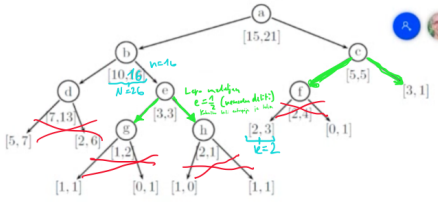
$p_a$ apriorna verjetnost (domenski ekspert lahko pove)

Laplacova ocena verjetnosti $p = \frac{n+1}{N+k}$

k...stevilo vseh moznih razredov

### 1.4.1 MEP (Minimal Error Prunning)

e...staticna napaka,E...vzvratna napaka,$e \leq E \rightarrow$ rezemo poddrevo




(Laplace)

$e_L(d) = 1 - t = 1 - \frac{13+1}{20+2} = 0.363$

$E_L(d) = 12/20 \cdot e_L(d_l) + 8/20 \cdot e_L(d_d) = \frac{12}{20} \cdot (1 - \frac{7+1}{12+2}) + \frac{8}{20}(1 - \frac{13+1}{20+2})$

### 1.4.2 REP (reduced error prunning)

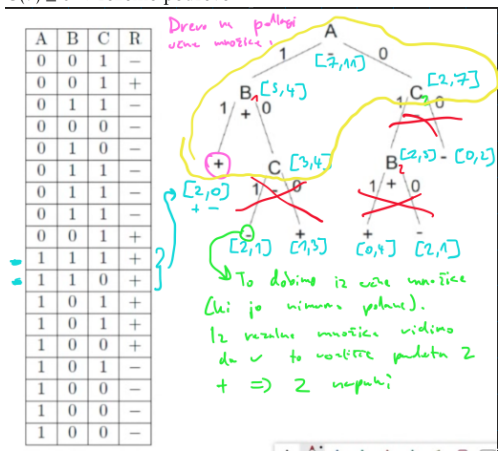
Dela dobro ce imamo veliko rezalno mnozico.

Obicajno uporabljamo relativno frekvenco za ocenjevanje verjetnosti.

$G(v) = \#\text{napak}_T - \#\text{napak}_v$

$G(v) \geq 0 \Rightarrow$ rezemo podrevo

| A | B | C | R |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | − |
| 0 | 0 | 1 | + |
| 0 | 1 | 1 | − |
| 0 | 0 | 0 | − |
| 0 | 1 | 0 | − |
| 0 | 1 | 1 | − |
| 0 | 1 | 1 | − |
| 0 | 1 | 1 | − |
| 0 | 0 | 1 | + |
| 1 | 1 | 1 | + |
| 1 | 1 | 0 | + |
| 1 | 0 | 1 | + |
| 1 | 0 | 1 | + |
| 1 | 0 | 0 | + |
| 1 | 0 | 1 | − |
| 1 | 0 | 0 | − |
| 1 | 0 | 0 | − |




$e(C) = 3$

$e_T = 2 + 3 = 5$

$G(C) = 5 - 3 = 2 \geq 0 \rightarrow$ rezemo

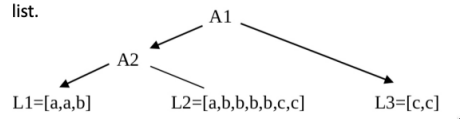
## 1.5 Ocenjevanje uspesnosti modelov

tocnost t … verjetnost pravilnosti klasifikacije

Laplacova ocena verjetnosti $p = \frac{n+1}{N+k}$

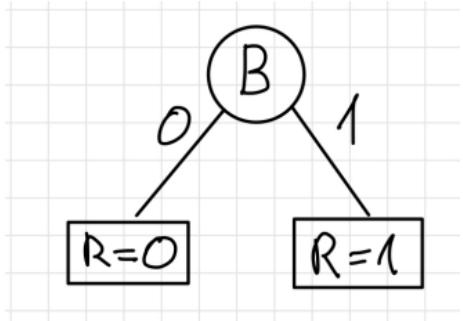
k...stevilo vseh moznih razredov

list.




$t_{L1} = \frac{2+1}{3+3} = 0.5$, $t_{L2} = \frac{4+1}{7+3} = 0.5$, $t_{L3} = \frac{2+1}{2+3} = 0.6$

tocnost drevesa: $t_D = 3/12 \cdot 0.5 + 7/12 \cdot 0.5 + 2/12 \cdot 0.6 = 0.5167$




$e = 1 - (P(B=0)P(R=0|B=0) + P(B=1)P(R=1|B=1))$

## 1.6 Obravnanva mankajocih atributov, navini Bayesov klasifikator

### 1.6.1 Naivni bayes

Ce poznamo razred, kam klasificiramo ce nepoznamo atributov:

$$\text{Klasifikator: } \text{argmax}_{c \in C} P(c) \prod_{i=1}^{n} P(x_i|c)$$

$c$…razred, $x_i$…atributi

Verjetnost::

$$P(C=c|x_1,\ldots,x_n) = \frac{P(C=c)P(X_1=x_i|C=c)P(X_2=x_j|C=c)\ldots}{P(X_1=x_i)P(X_2=x_j)\ldots}$$

Primer moski: visina $\geq 175$, teza $\geq 65$, spol = $M$

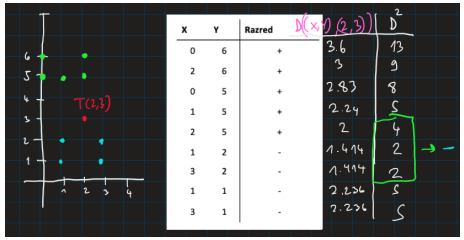
| $X \backslash Y$ | Razred A | Razred B |
|---|---|---|
| $p_a$ | $P(A) = \frac{2}{3}$ | $P(B) = \frac{1}{3}$ |
| spol | $P(M\|A)$ | $P(M\|B)$ |
| visina | $P(V \geq 175\|A)$ | $P(V \geq 175\|B)$ |
| teza | $P(T \geq 65\|A)$ | $P(T \geq 65\|B)$ |
| $P(y)\prod_{i=1}^{n} P(x_i\|y)$ | … | … |

### 1.6.2 Nomogragmi

Ciljni razred $C = c_T$

$$X_{X_i=x_j} = \ln\left(\frac{P(X_i = x_j|C = c_T)}{P(X_i = x_j|C = \overline{c_T})}\right)$$

## 1.7 K-najblizjih sosedov




# 2 Vrste ucenja

## 2.1 Nadzorovano ucenje (supervised learning)

**Ucni primeri so podani/oznaceni** kot **vrednosti vhodov in izhodov**.

$(\vec{x}_1, \vec{y}_1), (\vec{x}_2, \vec{y}_2), \ldots, (\vec{x}_N, \vec{y}_N)$

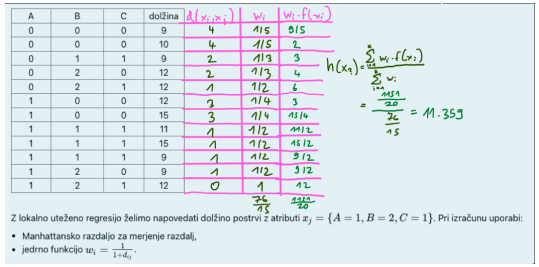
$\vec{x}_i$… atributi, $\vec{y}_i$… ciljna spremenljivka

Locimo dve vrsti problemov:

1. **Klasifikacijski problemi** - $y_j$ diskretna
2. **Regresijski problemi** - $y_j$ zvezna

### 2.1.1 Lokalno utezena regresija

$$h(\vec{x}_?) = \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i \cdot f(\vec{x}_i)}{\sum_{i=1}^{k} w_i}, \; w_i(d)\text{...utez}$$




### 2.1.2 Regresijska drevesa

Linearna regresija je poseben primer regresijskega drevesa.

V listih regresijskega drevesa vcasih napovemo kar povprecno vrednost.

## 2.2 Nenadzorovano ucenje (unsupervised learning)

**Ucni primeri niso oznaceni** (nimajo ciljne spremenljivke), **ucimo se vzorcev v podatkih**, (npr. grucenje)

### 2.2.1 Hierarhicno grucenje

Poveze po podobnosti med primeri, primer zacne kot samostojna gruca, na koncu vsi primeri pripadajo eni gruci

**Dendrogram**: drevo, ki predstavlja grucenje.

**Single-linkage**: povezava med grucami je najkrajse razdalje med primeroma iz razlicnih gruc.

**Complete-linkage**: povezava med grucami je najdaljsa razdalja med primeroma iz razlicnih gruc.

**Average-linkage**: povezava med grucami je povprecna razdalja med primeroma iz razlicnih gruc.

### 2.2.2 K-means

1. V prostor dodamo k centroidov, ki predstavljajo gruce.
2. Izracunamo ketri centroid je najblizji vsakemu primeru.
3. Izracunamo nove centre gruc = $\frac{1}{|G|}\sum_{i \in G} x_i$
4. Ponovimo korake 2 in 3 dokler se centri ne premaknejo.

## 2.3 Spodbujevalno ucenje - reinforcement learning

Inteligentni agent se uci iz zaporedja **nagrad** in **kazni**

## 2.4 Ocenjevanje ucenja

### 2.4.1 Precno preverjanje

Poseben primer **veckratnega ucenja** in testiranja

**k-kratno precno preverjanje**

- celo ucno mnozico razbij na k disjunktnih podmnozic
- za vsako od k podmnozic:
  - uporabi **mnozico** kot **testno mnozico**
  - uporabi **preostalih k-1** mnozic kot **ucno mnozico**
- povpreci dobljenih k ocen tocnosti v koncno oceno

Pri precnem preverjanju uporabimo vse podatke za testiranje in vse za ucenje

Metoda **leave one out** je poseben primer precnega preverjanja

Imamo dve hipotezi A in B. Izkase se, da A bolje napoveduje na ucnih podatkih B pa na testnih. Potem je B verjetno boljsa hipoteza.

# 3 Preiskovanje

## 3.1 Neinformirani preiskovalni algoritmi

### 3.1.1 Iskanje v sirino

### 3.1.2 iskanje v globino

Izboljsave:

- **Iskanje s sestopanjem**
- **depth-limited-search** (vnapej definiramo globino l (dolocimo preko domenskega znanja))

### 3.1.3 iterativno poglabljanje

problem gobinsko omejenega iskanja -> nastavitev meje l Mejo l postopoma povecujemo za 1, dokler ne najdemo resitve.

- **popolnost**: Da
- **optimalnost**: Da
- **casovna zahtevnost** $O(b^d)$
- **prostorska zahtevnost** $O(bd)$

Boljse od iskanja v globino/sirino

### 3.1.4 dvosmerno iskanje

Ideja: pognati vzporedni iskanji od zacetka do cilja in od cilja do zacetka.

Motivacija:

**Implemenatcija dvosmernega iskanja**

- ciljno vozlisce mora biti znano

- originalni problemski prostor preslikamo v dvosmerni prosto stanj E1, E2 dosegljiv iz E in S1,S2,S3 dosegljiv iz S (S,E) -> (S1, E1), (S1,E2), (S2, E1), (S2, E2)... Vozlisce (Si, Ei) je v dvosmernem prostur ciljo vozlisce ce velja E=S (soda dolzina na isto mesto pridemo iz obeh strani) ali S->E (liha pot sosednja)

#### 3.1.5 CENOVNO - OPTIMALNO ISKANJE

- posplositev iskanja v sirino (iskanje v sirino je optimalno, ce so cene vseh povezav enake 1)

- dijkstra basically (sam do zadnga noda)
- https://stackoverflow.com/a/14587449

## 3.2 INFORMIRANI PREISKOVALNI ALGORITMI

### 3.2.1 HEVRISTICNO PREISKOVANJE

ideja: preiskovanje usmerjamo z dodatnim znanjem (ocenitven funcija za obetavnost vozlisca)

**hevristika** je ocenitvena funkcija za obetavnost vozlisca

- optimisticna/dopustna: $h(n) \leq h^*(n)$ ($h^*$ je optimalna ocena)
- optimalna: $h(n) = h^*(n)$
- pesimisticna: $h(n) \geq h^*(n)$

### 3.2.2 POZRESNO PREISKOVANJE/ GREEDY BEST-FIRST SEARCH

$h(n)$ hevristicna ocena

vrednotenje vozlisca $f(n) = h(n)$ hevristicna ocena ... npr manhattan distance (zracna razdalja)

- **popolnost** (ali najde vedno resitev): Ne
- **optimalnost**: Ne
- **casovna zahtevnost** $O(b^m)$, kjer je m najvecja globina drevesa

### 3.2.3 A*

A* is informed version of **dijkstra** (uses heuristics and pq)

Vozlisca vrednotimo: $f(n) = g(n) + h(n)$

$g(n)$ cena poti do n (znano),

$h(n)$ cena od n do najblizjega cilja (ocena)

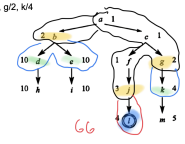
**prioritetna vrsta** (max glede na f(n)) Basically dijkstra + h(n) (A* is basically an informed variation of Dijkstra. )

- **popolnost**: Da (ce ustreza pogoju dopustnosti)
- **optimalnost**: Da (ce ustreza pogoju dopustnosti)
- **casovna zahtevnost** $O(b^m)$, kjer je m najvecja globina drevesa

### 3.2.4 IDA* (ITERATIVE DEEPENING A*)

DFS with heuristics and iterative bound (value)

- primer:
  - podane so vrednost **f(n)** ($= g(n) + h(n)$) vozlišč
  - simuliraj preiskovanje z IDA*
- generirana vozlišča
  - 1. iteracija, meja=1: a/1, b/2, c/1, f/1, j/3, g/2
  - 2. iteracija, meja=2: a/1, b/2, d/10, e/10, c/1, f/1, j/3, g/2, k/4
  - 3. iteracija, meja=3: a/1, b/2, d/10, e/10, c/1, f/1, j/3, l/4, g/2, k/4
  - 4. iteracija, meja=4: a/1, b/2, d/10, e/10, c/1, f/1, j/3, l/4



**Ucinkovitost**

- neucinkovit ce vozlisca raznolika f(n)
- prednost: ne hrani vec vseh vozlisc kot A*
- optimalen: ce razvija v prioritetnem vrsntem redu, h(n) mora biti **monotona|konsistentna** (h(n) skos pada) (posledicno tudi dopustna)

$$h(n) \leq c(n, n') + h(n')$$

(h naslednjega vozlisca manjsi ker je blizji cilja)

- monotona → dopustna (proti primer h(n) = 0)

### 3.2.5 KAKOVOST HEVRISTICNIH FUNKCIJ

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 2 | 4 |
| 5 | | 6 |
| 8 | 3 | 1 |

Primer igra 8 ploscic

-$h_1$: stevilo ploscic ki niso na pravem mestu (8)

-$h_2$: vsota manhattanskih razdalj ploscic do pravega mesta(3+1+2+2+2+3+3+2=18)

Kakovost h ocenimo z:

- stevilom generirarnih vozlisc
- z efektivnim faktorjem vejanja (koliko vozlisc N je algoritem generiral da je na globini d nasel resitev)

| | *število generiranih vozlišč* | | | *efektivni faktor vejanja* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Globina** | **IDS** | **A*($h_1$)** | **A*($h_2$)** | **IDS** | **A*($h_1$)** | **A*($h_2$)** |
| 2 | 10 | 6 | 3 | 2,45 | 1,79 | 1,79 |
| 4 | 112 | 13 | 12 | 2,87 | 1,48 | 1,45 |
| 6 | 680 | 20 | 18 | 2,73 | 1,34 | 1,30 |
| 8 | 6384 | 39 | 25 | 2,80 | 1,33 | 1,24 |
| 10 | 47127 | 93 | 39 | 2,79 | 1,38 | 1,22 |
| 12 | 3644035 | 227 | 73 | 2,78 | 1,42 | 1,24 |
| 14 | ? | 539 | 113 | ? | 1,44 | 1,23 |
| 16 | ? | 1301 | 211 | ? | 1,45 | 1,25 |
| 18 | ? | 3056 | 363 | ? | 1,46 | 1,26 |
| 20 | ? | 7276 | 676 | ? | 1,47 | 1,27 |
| 22 | ? | 18094 | 1219 | ? | 1,48 | 1,28 |
| 24 | ? | 39135 | 1641 | ? | 1,48 | 1,26 |

Vidimo $h_2(n) \geq h_1(n) \forall n$ pravimo $h_2$ **dominira** $h_1$

## 3.3 LOKALNO PREISKOVALNI ALGORITMI

### 3.3.1 PLEZANJE NA HRIB

Ne pomnemo poti do cilja, ampak samo trenutno stanje

Koristni v primerih:

- ce nas zanima samo kakovost resitve (in ne pot do cilja)
- resevanje optimizacijskih problemov (kjer je podana **kriterijska funkcija** za oceno kakovosti resitve)

Prednosti:

- majhna poraba prostora

**Primer 4 kraljice na sahovnici** - kriterijska funkcija: maksimiziramo - (minus) stevilo kraljic, ki se medsebojno napadajo

Tezave:

- lokalni maksimumi
- "rame, plaote" (kriterijska funkcija konstantna vrednost)
- grebeni (za plezanje navzgor je potreben sestop po pobocju grebena)

Resevanje iz lokalnih maksimumov:

- **koraki vstran**: ce ima naslednje stanje isto vrednost kriterijske funkcie, dovolimo premik v to stanje
- **stohasticno** plezanje na hrib: iz mnozice boljsih stanj, verjetnostno izberemo naslednje stanje (pri cemer upostevamo da imajo boljsa stanja vecjo verjetnost izbora)
- **nakljucni ponovni zagon**: veckrat pozeni plezanje na hrib iz nakljucnih stanj dokler ne najdes resitve

### 3.3.2 SIMULIRANO OHLAJANJE

algoritem ki izvira iz metalurgije (ko je jeklo tekoce, so molekule v njem bolj gibljive; ko se ohlaja se strjuje in molekuele se umirjajo)

Analogija:

- generiramo nakljucne sosede trenutnega stanja
- ce najdemo **boljse stanje ga izberemo**
- ce najdemo **slabse stanje, ga izberemo z doloceno verjetnostjo**
- verjetnost izbire neoptimalnega stanja s casom pada (nizanje temperature)

### 3.3.3 LOKALNO ISKANJE V SNOPU

Algoritem:

- v spominu hrani k aktualnih stanj namesto enega
- izberi k optimalnih stanj od sosedov aktualnih stanj
- ponavaljaj do ustavitnega pogoja

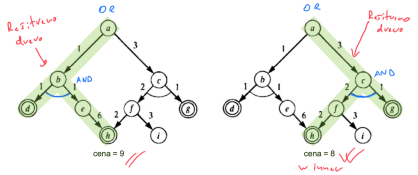
## 3.4 PREISKOVANJE GRAFOV AND/OR, NEDETERMINISTICNO OKOLJE

Pomagajo resevati probleme z **dekompozicijo na manjse probleme** Uporabnost:

- princip deli in vladaj
- iskanje v nedeterministicnih okoljih
- igre med dvema nasprotnikoma s popolno informacijo (sah, dama)
- ekspertno resevanje problem

Primer graf dekompozicja v dva manjsa problema skozi g in f

**Resitveno drevo** je resitev AND/OR grafov




### 3.4.1 AO*

- posplositev A* na grafe AND/OR
- **popoln in optimalen** ⇔ h(n) ne precenjuje dejanske cene do cilja

$F(N)$... ocena za usmerjanje preiskovanja

$H(N)$... dinamicna hevristicna ocena

Postopek:

1. Razvij najcenejse vozlisce
   - ce list in koncno (oznaci), preveri 3. korak, nadaljuj v 1.
   - ce list in ni koncno (oznaci) vrednost vozlisca = ∞
2. Posodobi vse predhodnike
   - v AND starsih, cena starsa = ∑ sinov + povezava v
   - v OR starsih, cena starsa = min(sinovi) + povezava v
3. Koncaj ko obstaja pot od zacetnega vozlisca, po kateri v AND vozliscih po vseh sinovih prides do cilja, v OR vozliscih v vsaj enem

### 3.4.2 PREISKOVANJE V NEDETERMINISTICNEM OKOLJU:

**Nedeterministican akcija** - ista akcija lahko obrodi razlicna ciljna stanja

Do resitve ni vec **poti** temvec **drevesa** (uporbljamo AND/OR grafe)

Vozsilca OR **mozne akcije**, vozlisca AND **vejanja v mozna stanja**, ki so rezultat nedeterministicnih akcij

## 3.5 PREISKOVANJE BREZ INFORMACIJ O STANJU

Okolja smo razdelili na **transparent** (agent lahko zazna popolno informacija) in **netransparentna** (brez informacije o stanju)

Kej ce imamo opravka z netraspranetim okoljem?

- izvajamo preiskovanje prostora **verjetnih** stanj in ne prostora **dejanskih** stanj
- izvajamo s postokopom omejevanja moznozsti kandidatnih stanj

## 3.6 IGRANJE IGER

### 3.6.1 PREDSTAVITEV PROBLEMA

### 3.6.2 ALGORITEM MINIMAX

- m globina - b

### 3.6.3 REZANJE ALFA-BETA

# 4 PLANIRANJE

**plan** zaporedje akcij, ki pripelje od zacetnega do koncnega stanja

## 4.1 PLANIRANJE S SREDSTVI IN CILJI (STRIPS)

Agentu opisemo svet in postavimo fizikalne omejitve.

Ne zagotovalja optimalne resitve, obravnavamo le en cilj naenkrat (ko ga dosezemo, se lahko ostali izgubijo) = Sussmanova anomalija

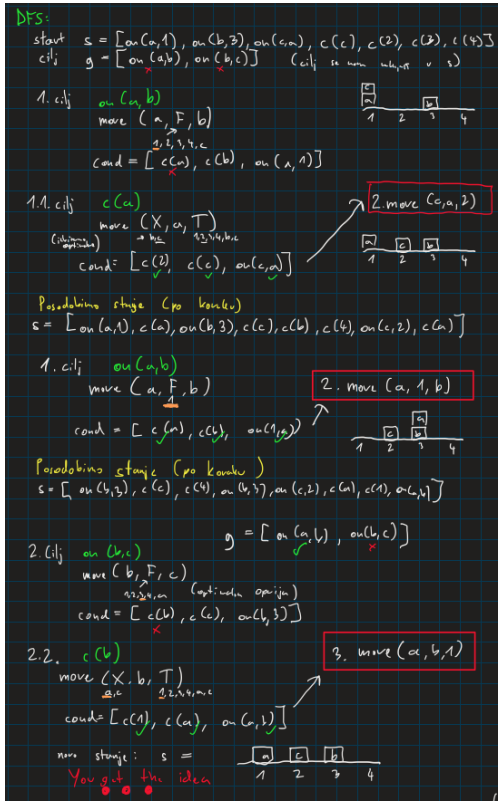
Akcija move(X, From, To)

- pogoj: cond=[clr(X), on(X,F), clr(T)] → pogoji za izvajanje akcije,
- poz. ucinki: adds=[on(X, T), clr(F)] → nova stanja,
- neg. ucinki: dels=[on(X, F), clr(T)] → izbrisana stanja,
- omejitve: constr=[F ≠ T, X≠ F, X≠ T, block(X)] → omejitve akcij (fizikalne omejitve),

Algoritem:

1. Izberi se neresen cilj iz mnozice CILJEV
2. Izberi akcijo, ki izbrani cilj doda v stanje
3. Omogoci izbrano akcijo (izpolni pogoje)
4. Izvedi akcijo (ki izopolni najvec pogojev)
5. Ce obstajajo nereseni cilji ⇒ 1.

Primer dfs, zlaganje kock




## 4.2 PLANIRANJE Z REGRESIRANJEM CILJEV (STRIPS)

Resitev za sussmanovo anomalijo

Zacnemo v ciljih, regresiramo do zacetka ($G_i \subset S_0$):

1. $G_{i+1} = G_i \cup \text{cond}(A) - \text{adds}(A)$
2. POGOJ: $G_i \cap \text{dels}(A) = \emptyset$
3. Preveri da ni protislovja (npr. $G_{i+1} = [on(b,c), \ldots, c(c) \ldots]$)

→ zactno_stanje = [on(a,1), on(b,a), c(b), on(c,3), c(c)]
→ hocemo da zacetno_stanje ⊂ $G_i$

1. $G_0$ = [on(a,b), on(b,c)]
   - on(a,b): $A_0 = move(a, From, b)$
   - From = 1
   - POGOJ: $G_0 \cap dels(A_0) = \emptyset$✓
   - $G_1$ = [on(a,b), on(b,c), c(a), c(b), on(a,1)]-[c(1), on(a,b)] ✓
2. $G_1$ =[on(b,c),c(a),c(b),on(a,1)]
   - c(a): $A_1 = move(X, a, To)$
   - X = c, To = 2
   - POGOJ: $G_1 \cap dels(A_1) = \emptyset$✓
   - $G_2$ = [on(b,c),c(a),c(b),on(a,1),c(c),c(2),on(c,a)] -[c(a), on(c,2)] ✗(protislovje)
   - on(b,c): $A_2 = move(b, From, c)$
   - From = 3
   - POGOJ: $G_2 \cap dels(A_2) = \emptyset$✓
   - $G_2$ = [on(b,c),c(a),c(b),on(a,1),c(c),c(b),on(b,3)] ✓
3. $G_2$ = ...

### 4.3 RAZPOREJANJE OPRAVIL (PDDL)

Razsirimo lahko notacijo (PDDL):
**Akcija1** < **Akcija2**: Akcija1 se mora zgoditi pred Akcijo2
**Resources** podajo stevila razpolozljivih resursov
**DURATION** opredejljuje trajanje posamezne akcije
**CONSUME** opredeljuje (trajno) porabo dolocene kolicine resursov
**USE** opredeljuje (zacasno) zasedenost kolicine resursov med izvajanjem akcije

```
Jobs (AddEngine1 < AddWheels1 < Inspect1,
      AddEngine2 < AddWheels2 < Inspect2 )
Resources (EngineHoists(1), WheelStations(1), Inspectors(2), LugNuts(500))

Action (AddEngine1 , DURATION:30,
        USE:EngineHoists(1))
Action (AddEngine2 , DURATION:60,
        USE:EngineHoists(1))
Action (AddWheels1 , DURATION:30,
        CONSUME:LugNuts(20), USE:WheelStations(1))
Action (AddWheels2 , DURATION:15,
        CONSUME:LugNuts(20), USE:WheelStations(1))
Action (Inspect i, DURATION:10,
        USE:Inspectors (1))
```

**Metoda kriticne poti**
kriticna pot: pot, ki je **najdaljsa** in doloca dolzino trajanja celotnega plana vsaki akciji priredimo par **[ES, LS]**

- **ES**: najbolj zgodnji mozen zacetek (Earliest Start)
  - $ES(start) = 0, \quad ES(B) = \max_{A<B}[ES(A) + Duration(A)]$
- **LS**: najbolj pozen mozen zacetek (Latest Start)
  - LS(Finish) = ES(Finish), $LS(A) = \min_{A<B}[LS(B) - Duration(A)]$

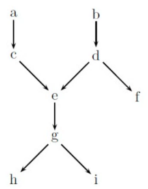
rezerva(slack)=LS-ES (**casovna rezerva**) Algoritem po **hevristiki minimum slack** → na vsaki iteraciji ima prednost akcija ki ima izpolnjene predhodnike in najnizji slack, nato posodobi [ES in LS] za celotni graf in ponovi.

## 5 Sklepanje

### 5.1 Bayesovske mreze

Baye. mreza = Usmerjen graf, kjer so podane zahtevane verjetnosti:

- Za vozlisca **brez starsev** verjetnosti $P(v_i)$
- Za vozlisca z **starsi** pogojne verjetnosti vseh kombinacij starsev




$p(a)$
$p(b)$
$p(c|a), p(c|\neg a)$
$p(d|b), p(d|\neg b)$
$p(e|cd), p(e|c\neg d), p(e|\neg cd), p(e|\neg c\neg d)$
$p(f|d), p(f|\neg d)$
$p(g|e), p(g|\neg e)$
$p(h|g), p(h|\neg g)$
$p(i|g), p(i|\neg g)$

Pravila verjetnostnega sklepanja:

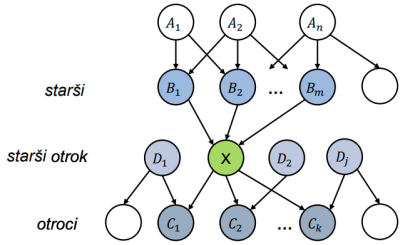
1. **Konjunkcija**: $P(X_1 X_2 \mid C) = P(X_1 \mid C) P(X_2 \mid X_1 C)$
2. **Gotov dogodek**: $P(X \mid \ldots X \ldots) = 1$
3. **Nemogoc dogodek**: $P(X \mid \ldots \overline{X} \ldots) = 0$
4. **Negacija**: $P(\overline{X} \mid C) = 1 - P(X \mid C)$
5. Ce je Y naslednik od X in je Y vsebovan v pogojnem delu: $P(X \mid YC) = P(X \mid C) \cdot \frac{P(Y|XC)}{P(Y|C)}$
6. Ce pogojni del ne vsebuje naslednika od X:

(a) ce X **nima** starsev: $P(X \mid C) = P(X)$, P(X) je podan
(b) ce **ima** X starse S: $P(X \mid C) = \sum_{S \in P_X} P(X \mid S) P(S \mid C)$

7. Iz 6b zgoraj: $P(i \mid gc) = P(i \mid g)$

### 5.2 Ovojnica Markova

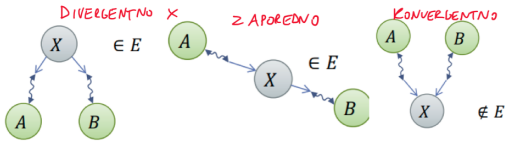
Ce so podani **starsi**, **otroci** in **starsi otrok**, je vozlisce X **neodvisno** od vseh ostalih vozlisc.




### 5.3 D-locevanje

A in B v mrezi sta **neodvisni** ⇔ obstaja mnozica vozlisc E, ki d-locuje A in B, potem sledi: ($P(A|EB) = P(A|E)$)

```
za vsako neusmerjeno pot P med A in B v bayesovski mreži:
  za vsako vozlišče X na poti P:
    analiziraj pogoj za pripadnost X množici E glede na tip:
      divergentno ali zaporedno vozlišče: X ∈ E
      konvergentno vozlišče: X in nasledniki ∉ E
    S_X = množice vozlišč, ki ustrezajo pogoju za X
  S_P = U_X(S_X)     // množice, ki d-ločujejo samo na poti P
                        (unija množic za vozlišča na poti)
E = ∩_P S_P      // množice, ki d-ločujejo v celi mreži
                    (presek množic za vse možne poti)
```




Primer d-locevanje vozlisc c in d


b ∈ $E$: $\{\{b\},\{a,b\},\{b,e\},\{a,b,e\}\}$
a ∈ $E$: $\{\{a\},\{a,b\},\{a,e\},\{a,b,e\}\}$
na celi zeleni poti: $\{\{a\},\{b\},\{a,b\},\{a,e\},\{b,e\},\{a,b,e\}\}$
b ∈ $E$: $\{\{b\},\{a,b\},\{b,e\},\{a,b,e\}\}$
e ∉ $E$: $\{\{\},\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$
na celi oranžni poti: $\{\{\},\{a\},\{b\},\{a,b\},\{b,e\},\{a,b,e\}\}$
$E = \{\{a\},\{b\},\{a,b\},\{b,e\},\{a,b,e\}\}$

→ P(d|ca)=P(d|a), P(d|cb)=P(d|b), P(d|cab)=P(d|ab), P(d|cbe)=P(d|be),P(d|cabe)=P(d|abe)