1 Strojno ucenje

1.1 Problemski prostor, ocenjevanje znanja

1.2 Evalviranje hipotez

Pomembni kriteriji:

- **konsistentnost** hipotez z primeri (ucnimi)
- **splosnost** (tocnost za nevidene primere)
- **razumljivost** hipotez

TP-true positive, FP-false positive, FN-false negative, TN-true negative

Klasifikacijska tocnost = $\frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN} = \frac{TP+TN}{N}$

Napaka 1. tipa = FP, napaka 2. tipa = FN:

Obcutljivost/senzitivnost = $TPR = \frac{TP}{TP+FN}$

1.3 Gradnja odlocitvenih dreves

Informacijski prispevek Gain(A) = $I - I_{res}(A)$, I=H(C)

$$I_{\text{res}} = -\sum_{v_i \in A} p_{v_i} \sum_c p(c|v_i) \log_2 p(c|v_i)$$

Za koliko se entropija zmanjsa po delitvi z Atributom A.

Razmerje inofrmacijskega prispevka atributa A:

IGR(A) = $\frac{\text{Gain(A)}}{\text{H(A)}}$

1.3.1 TDIDT (Top down induction decision tree) algoritem

Pozresen algoritem, ki **lokalno** izbira najbolsi atribut.

- kratkoviden algoritem

1.3.2 Binarizacija atributov

Aleternativa za resevanje problematike z vecvrednostnimi atributi:

Strategije (za primer B = {Y, G, R, B}):

- $[\{Y\}, \{R, G, B\}]$ (one-vs-all)
- $[\{Y, R\}, \{G, B\}]$
- vpeljava bianrnih atributov za vsako barvo

Primer B = {Y, G, R}, konstruiramo 3 nove binarne atribute:

barva		Y	G	R
Y	$\rightarrow$	1	0	0
G		0	1	0
R		0	0	1

Prednost: manjse vejanje drevesa.

1.4 Ucenje iz sumnih podatkov (rezanje)

tocnost t...verjetnost pravilnosti klasifikacije

napaka e ... $1 - t$

relativna frekvenca $p = \frac{n}{N}$

m-ocena $p = \frac{n + p_a * m}{N + m}$

m... koliko zaupam apriorni verjetnosti

p_a apriorna verjetnost (domenski ekspert lahko pove)

Laplacova ocena verjetnosti $p = \frac{n+1}{N+k}$

k...stevilo vseh moznih razredov

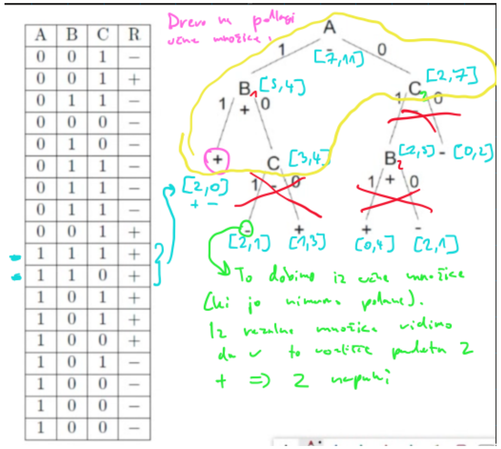
1.4.1 REP (reduced error prunning)

Dela dobro ce imamo veliko rezalno mnozico.

Obicajno uporabljamo relativno frekvenco za ocenjevanje verjetnosti.

$G(v) = \#\text{napak}_T - \#\text{napak}_v$

$G(v) \geq 0 \Rightarrow$ rezemo podrevo



A	B	C	R
0	0	1	–
0	0	1	+
0	1	1	–
0	0	0	–
0	1	0	–
0	1	1	–
0	1	1	–
0	1	1	–
0	0	1	+
1	1	1	+
1	1	0	+
1	0	1	+
1	0	1	+
1	0	0	+
1	0	1	–
1	0	0	–
1	0	0	–
1	0	0	–

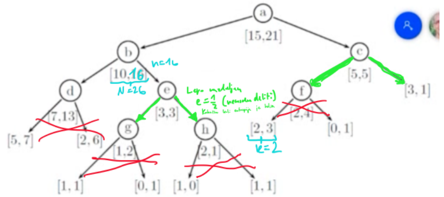
$e(C) = 3$

$e_T = 2 + 3 = 5$

$G(C) = 5 - 3 = 2 \geq 0 \rightarrow$ rezemo

1.4.2 MEP (Minimal Error Prunning)

e...staticna napaka,E...vzvratna napaka,$e \leq E \rightarrow$ rezemo poddrevo



(Laplace)

$e_L(d) = 1 - t = 1 - \frac{13+1}{20+2} = 0.363$

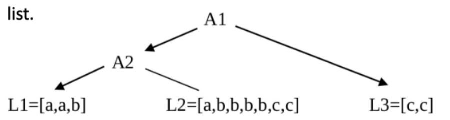
$E_L(d) = 12/20 \cdot e_L(d_l) + 8/20 \cdot e_L(d_d) = \frac{12}{20} \cdot (1 - \frac{7+1}{12+2}) + \frac{8}{20}(1 - \frac{13+1}{20+2})$

1.5 Ocenjevanje uspesnosti modelov

tocnost t ... verjetnost pravilnosti klasifikacije

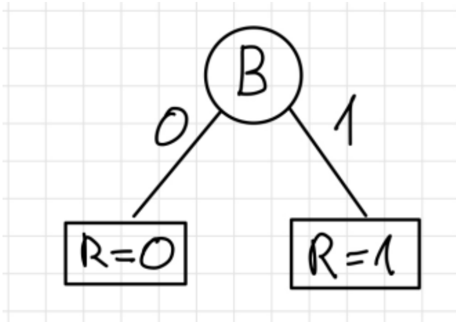
Laplacova ocena verjetnosti $p = \frac{n+1}{N+k}$

k...stevilo vseh moznih razredov



$t_{L1} = \frac{2+1}{3+3} = 0.5$, $t_{L2} = \frac{4+1}{7+3} = 0.5$, $t_{L3} = \frac{2+1}{2+3} = 0.6$

tocnost drevesa: $t_D = 3/12 \cdot 0.5 + 7/12 \cdot 0.5 + 2/12 \cdot 0.6 = 0.5167$



$e = 1 - (P(B=0)P(R=0|B=0) + P(B=1)P(R=1|B=1))$

1.6 Obravnavanje mankajocih atributov, navini Bayesov klasifikator

1.6.1 Naivni Bayes

Ce poznamo razred, kam klasificiramo ce nepoznamo atributov:

$$\text{Klasifikator: } \text{argmax}_{c \in C} P(c) \prod_{i=1}^{n} P(x_i|c)$$

c...razred, x_i...atributi

Verjetnost::

$$P(C = c|x_1, \ldots, x_n) = \frac{P(C = c)P(X_1 = x_i|C = c)P(X_2 = x_j|C = c)\ldots}{P(X_1 = x_i)P(X_2 = x_j)\ldots}$$

Primer moski: visina ≥ 175, teza ≥ 65, spol $= M$

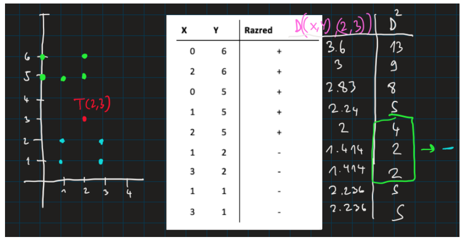
$X \backslash Y$	Razred A	Razred B
p_a	$P(A) = \frac{2}{3}$	$P(B) = \frac{1}{3}$
spol	$P(M\|A)$	$P(M\|B)$
visina	$P(V \geq 175\|A)$	$P(V \geq 175\|B)$
teza	$P(T \geq 65\|A)$	$P(T \geq 65\|B)$
$P(y) \prod_{i=1}^{n} P(x_i\|y)$	...	...

1.6.2 Nomogragmi

Ciljni razred $C = c_T$

$$X_{X_i = x_j} = \ln\left(\frac{P(X_i = x_j|C = c_T)}{P(X_i = x_j|C = \overline{c_T})}\right)$$

1.7 K-najblizjih sosedov



X	Y	Razred	$D((x,y),(2,3))$	D^2
0	6	+	3.6	13
2	6	+	3	9
0	5	+	2.83	8
1	5	+	2.24	5
2	5	+	2	4
1	2	-	1.414	2
3	2	-	1.414	2
1	1	-	2.236	5
3	1	-	2.236	5

2 Vrste ucenja

2.1 Nadzorovano ucenje (supervised learning)

Ucni primeri so podani/oznaceni kot **vrednosti vhodov in izhodov**.

$(\vec{x}_1, \vec{y}_1), (\vec{x}_2, \vec{y}_2), \ldots, (\vec{x}_N, \vec{y}_N)$

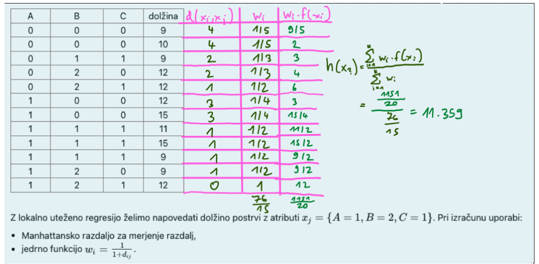
$\vec{x}_i$... atributi, $\vec{y}_i$... ciljna spremenljivka

Locimo dve vrsti problemov:

1. **Klasifikacijski problemi** - y_j diskretna
2. **Regresijski problemi** - y_j zvezna

2.1.1 Lokalno utezena regresija

$$h(\vec{x}_?) = \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i \cdot f(\vec{x}_i)}{\sum_{i=1}^{k} w_i}, \; w_i(d)\text{...utez}$$



A	B	C	dolžina	$d(x_i, x_j)$	w_i	$w_i \cdot f(x_i)$
0	0	0	9	4	1/5	9/5
0	0	0	10	4	1/5	2
0	1	1	9	2	1/3	3
0	2	0	12	2	1/3	4
0	2	1	12	1	1/2	6
1	0	0	12	3	1/4	3
1	0	0	15	3	1/4	15/4
1	1	1	11	1	1/2	11/2
1	1	1	15	1	1/2	15/2
1	1	1	9	1	1/2	9/2
1	2	0	9	1	1/2	9/2
1	2	1	12	0	1	12
					76/15	1151/20

$h(x_?) = \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i \cdot f(x_i)}{\sum_{i=1}^{k} w_i} = \frac{\frac{1151}{20}}{\frac{76}{15}} = 11.359$

Z lokalno uteženo regresijo želimo napovedati dolžino postrvi z atributi $x_j = \{A = 1, B = 2, C = 1\}$. Pri izračunu uporabi:

- Manhattansko razdaljo za merjenje razdalj,
- jedrno funkcijo $w_i = \frac{1}{1+d_{ij}}$.

2.1.2 Regresijska drevesa

Linearna regresija je poseben primer regresijskega drevesa.

V listih regresijskega drevesa vcasih napovemo kar povprecno vrednost.

2.2 Nenadzorovano ucenje (unsupervised learning)

Ucni primeri niso oznaceni (nimajo ciljne spremenljivke), **ucimo se vzorcev v podatkih**, (npr. grucenje)

2.2.1 Hierarhicno grucenje

Poveze po podobnosti med primeri, primer zacne kot samostojna gruca, na koncu vsi primeri pripadajo eni gruci

Dendrogram: drevo, ki predstavlja grucenje.

Single-linkage: povezava med grucami je najkrajse razdalje med primeroma iz razlicnih gruc.

Complete-linkage: povezava med grucami je najdaljsa razdalja med primeroma iz razlicnih gruc.

Average-linkage: povezava med grucami je povprecna razdalja med primeroma iz razlicnih gruc.

2.2.2 K-means

1. V prostor dodamo k centroidov, ki predstavljajo gruce.
2. Izracunamo ketri centroid je najblizji vsakemu primeru.
3. Izracunamo nove centre gruc = $\frac{1}{|G|} \sum_{i \in G} x_i$
4. Ponovimo korake 2 in 3 dokler se centri ne premaknejo.

2.3 Spodbujevalno ucenje - reinforcement learning

Inteligentni agent se uci iz zaporedja **nagrad** in **kazni**

2.4 Ocenjevanje ucenja

2.4.1 Precno preverjanje

Poseben primer **veckratnega ucenja** in testiranja

k-kratno precno preverjanje

- celo ucno mnozico razbij na k disjunktnih podmnozic
- za vsako od k podmnozic:
  - uporabi **mnozico** kot **testno mnozico**
  - uporabi **preostalih k-1** mnozic kot **ucno mnozico**
- povpreci dobljenih k ocen tocnosti v koncno oceno

Pri precnem preverjanju uporabimo vse podatke za testiranje in vse za ucenje

Metoda **leave one out** je poseben primer precnega preverjanja

Imamo dve hipotezi A in B. Izkase se, da A bolje napoveduje na ucnih podatkih B pa na testnih. Potem je B verjetno boljsa hipoteza.

3 Preiskovanje

3.1 Neinformirani preiskovalni algoritmi

3.1.1 Iskanje v sirino

3.1.2 iskanje v globino

Izboljsave:

- **Iskanje s sestopanjem**

- **depth-limited-search** (vnapej definiramo globino l (dolocimo preko domenskega znanja))

3.1.3 Iterativno poglabljanje

problem gobinsko omejenega iskanja -> nastavitev meje l Mejo l postopoma povecujemo za 1, dokler ne najdemo resitve.

- **popolnost**: Da
- **optimalnost**: Da
- **casovna zahtevnost** $O(b^d)$
- **prostorska zahtevnost** $O(bd)$

Boljse od iskanja v globino/sirino

3.1.4 dvosmerno iskanje

Ideja: pognati vzporedni iskanji od zacetka do cilja in od cilja do zacetka.
Motivacija:

Implemenatcija dvosmernega iskanja

- ciljno vozlisce mora biti znano
- originalni problemski prostor preslikamo v dvosmerni prosto stanj E1, E2 dosegljiv iz E in S1,S2,S3 dosegljiv iz S (S,E) -> (S1, E1), (S1,E2), (S2, E1), (S2, E2)... Vozlisce (Si, Ei) je v dvosmernem prostur ciljo vozlisce ce velja E=S (soda dolzina na isto mesto pridemo iz obeh strani) ali S->E (liha pot sosednja)

3.1.5 cenovno - optimalno iskanje

- posplositev iskanja v sirino (iskanje v sirino je optimalno, ce so cene vseh povezav enake 1)

- dijkstra basically (sam do zadnga noda)
- https://stackoverflow.com/a/14587449

3.2 Informirani preiskovalni algoritmi

3.2.1 hevristicno preiskovanje

ideja: preiskovanje usmerjamo z dodatnim znanjem (ocenitven funcija za obetavnost vozlisca)
hevristika je ocenitvena funkcija za obetavnost vozlisca
- optimisticna/dopustna: $h(n) \leq h^*(n)$ (h^* je optimalna ocena)
- optimalna: $h(n) = h^*(n)$
- pesimisticna: $h(n) \geq h^*(n)$

3.2.2 pozresno preiskovanje/ greedy best-first search

$h(n)$ hevristicna ocena
vrednotenje vozlisca $f(n) = h(n)$ hevristicna ocena ... npr manhattan distance (zracna razdalja)

- **popolnost** (ali najde vedno resitev): Ne
- **optimalnost**: Ne
- **casovna zahtevnost** $O(b^m)$, kjer je m najvecja globina drevesa

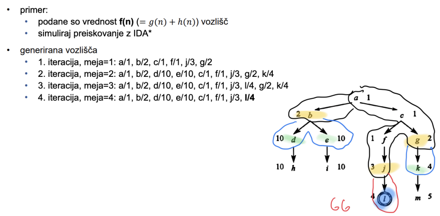
3.2.3 A*

A* is informed version of **dijkstra** (uses heuristics and pq)
Vozlisca vrednotimo: $f(n) = g(n) + h(n)$
$g(n)$ cena poti do n (znano),
$h(n)$ cena od n do najblizjega cilja (ocena)
prioritetna vrsta (max glede na f(n)) Basically dijkstra + h(n) (A* is basically an informed variation of Dijkstra.)

- **popolnost**: Da (ce ustreza pogoju dopustnosti)
- **optimalnost**: Da (ce ustreza pogoju dopustnosti)
- **casovna zahtevnost** $O(b^m)$, kjer je m najvecja globina drevesa

3.2.4 IDA* (Iterative deepening A*)

DFS with heuristics and iterative bound (value)



Ucinkovitost

- neucinkovit ce vozlisca raznolika f(n)
- prednost: ne hrani vec vseh vozlisc kot A*
- optimalen: ce razvija v prioritetnem vrsntem redu, h(n) mora biti **monotona|konsistentna** (h(n) skos pada) (posledicno tudi dopustna)

$$h(n) \leq c(n, n') + h(n')$$

(h naslednjega vozlisca manjsi ker je blizji cilja)
- monotona $\rightarrow$ dopustna (proti primer h(n) = 0)

3.2.5 Kakovost hevristicnih funkcij

7	2	4
5		6
8	3	1

Primer igra 8 ploscic
-h_1: stevilo ploscic ki niso na pravem mestu (8)
-h_2: vsota manhattanskih razdalj ploscic do pravega mesta(3+1+2+2+2+3+3+2=18)
Kakovost h ocenimo z:
- stevilom generirarnih vozlisc
- z efektivnim faktorjem vejanja (koliko vozlisc N je algoritem generiral da je na globini d nasel resitev)

	število generiranih vozlišč			efektivni faktor vejanja		
Globina	IDS	A*(h_1)	A*(h_2)	IDS	A*(h_1)	A*(h_2)
2	10	6	3	2,45	1,79	1,79
4	112	13	12	2,87	1,48	1,45
6	680	20	18	2,73	1,34	1,30
8	6384	39	25	2,80	1,33	1,24
10	47127	93	39	2,79	1,38	1,22
12	3644035	227	73	2,78	1,42	1,24
14	?	539	113	?	1,44	1,23
16	?	1301	211	?	1,45	1,25
18	?	3056	363	?	1,46	1,26
20	?	7276	676	?	1,47	1,27
22	?	18094	1219	?	1,48	1,28
24	?	39135	1641	?	1,48	1,26

Vidimo $h_2(n) \geq h_1(n) \forall n$ pravimo h_2 **dominira** h_1

3.3 Lokalno preiskovalni algoritmi

3.3.1 Plezanje na hrib

Ne pomnemo poti do cilja, ampak samo trenutno stanje
Koristni v primerih:
- ce nas zanima samo kakovost resitve (in ne pot do cilja)
- resevanje optimizacijskih problemov (kjer je podana **kriterijska funkcija** za oceno kakovosti resitve)

Prednosti:
- majhna poraba prostora

Primer 4 kraljice na sahovnici - kriterijska funkcija: maksimiziramo - (minus) stevilo kraljic, ki se medsebojno napadajo
Tezave:

- lokalni maksimumi
- "rame, plaote" (kriterijska funkcija konstantna vrednost)
- grebeni (za plezanje navzgor je potreben sestop po pobocju grebena)

Resevanje iz lokalnih maksimumov:

- **koraki vstran**: ce ima naslednje stanje isto vrednost kriterijske funkcie, dovolimo premik v to stanje
- **stohasticno** plezanje na hrib: iz mnozice boljsih stanj, verjetnostno izberemo naslednje stanje (pri cemer upostevamo da imajo boljsa stanja vecjo verjetnost izbora)
- **nakljucni ponovni zagon**: veckrat pozeni plezanje na hrib iz nakljucnih stanj dokler ne najdes resitve

3.3.2 Simulirano ohlajanje

algoritem ki izvira iz metalurgije (ko je jeklo tekoce, so molekule v njem bolj gibljive; ko se ohlaja se strjuje in molekuele se umirjajo)
Analogija:
- generiramo nakljucne sosede trenutnega stanja
- ce najdemo **boljse stanje ga izberemo**
- ce najdemo **slabse stanje, ga izberemo z doloceno verjetnostjo**
- verjetnost izbire neoptimalnega stanja s casom pada (nizanje temperature)

3.3.3 Lokalno iskanje v snopu

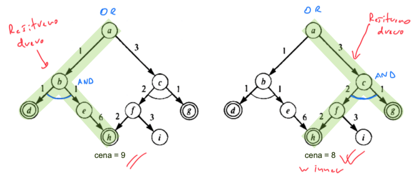
Algoritem:
- v spominu hrani k aktualnih stanj namesto enega
- izberi k optimalnih stanj od sosedov aktualnih stanj
- ponavaljaj do ustavitvnega pogoja

3.4 preiskovanje grafov AND/OR, nedeterministicno okolje

Pomagajo resevati probleme z **dekompozicijo na manjse probleme** Uporabnost:

- princip deli in vladaj
- iskanje v nedeterministicnih okoljih
- igre med dvema nasprotnikoma s popolno informacijo (sah, dama)
- ekspertno resevanje problem

Primer graf dekompozicija v dva manjsa problema skozi g in f
Resitveno drevo je resitev AND/OR grafov



3.4.1 AO*

- posplositev A* na grafe AND/OR
- **popoln in optimalen** $\Leftrightarrow$ h(n) ne precenjuje dejanske cene do cilja

$F(N)$... ocena za usmerjanje preiskovanja
$H(N)$... dinamicna hevristicna ocena
Postopek:

1. Razvij najcenejse vozlisce
   - ce list in koncno (oznaci), preveri 3. korak, nadaljuj v 1.
   - ce list in ni koncno (oznaci) vrednost vozlisca = ∞
2. Posodobi vse predhodnike
   - v AND starsih, cena starsa = $\sum$ sinov + povezava v
   - v OR starsih, cena starsa = min(sinovi) + povezava v
3. Koncaj ko obstaja pot od zacetnega vozlisca, po kateri v AND vozliscih po vseh sinovih prides do cilja, v OR vozliscih v vsaj enem

3.4.2 Preiskovanje v nedeterministicnem okolju:

Nedeterministican akcija - ista akcija lahko obrodi razlicna ciljna stanja
Do resitve ni vec **poti** temvec **drevesa** (uporbljamo AND/OR grafe)
Vozsilca OR **mozne akcije**, vozlisca AND **vejanja v mozna stanja**, ki so rezultat nedeterministicnih akcij

3.5 Preiskovanje brez informacij o stanju

Okolja smo razdelili na **transparent** (agent lahko zazna popolno informacijo) in **netransparentna** (brez informacije o stanju)
Kej ce imamo opravka z netrasprametim okoljem?
- izvajamo preiskovanje prostora **verjetnih** stanj in ne prostora **dejanskih** stanj
- izvajamo s postokopom omejevanja moznozsti kandidatnih stanj

3.6 Igranje iger

3.6.1 Predstavitev problema

3.6.2 algoritem MINIMAX

- m globina - b

3.6.3 Rezanje alfa-beta

4 Planiranje

plan zaporedje akcij, ki pripelje od zacetnega do koncnega stanja

4.1 Planiranje s sredstvi in cilji (STRIPS)

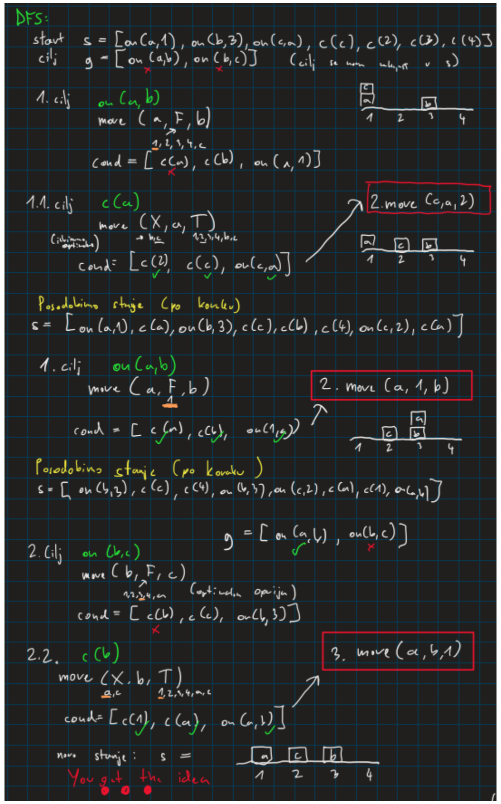
Agentu opisemo svet in postavimo fizikalne omejitve.
Ne zagotovalja optimalne resitve, obravnavamo le en cilj naenkrat (ko ga dosezemo, se lahko ostali izgubijo) = Sussmanova anomalija
Akcija move(X, From, To)

- pogoj: cond=[clr(X), on(X,F), clr(T)] $\rightarrow$ pogoji za izvajanje akcije,
- poz. ucinki: adds=[on(X, T), clr(F)] $\rightarrow$ nova stanja,
- neg. ucinki: dels=[on(X, F), clr(T)] $\rightarrow$ izbrisana stanja,
- omejitve: constr=[F ≠ T, X≠ F, X≠ T, block(X)] $\rightarrow$ omejitve akcij (fizikalne omejitve),

Algoritem:

1. Izberi se neresen cilj iz mnozice CILJEV
2. Izberi akcijo, ki izbrani cilj doda v stanje
3. Omogoci izbrano akcijo (izpolni pogoje)
4. Izvedi akcijo (ki izopolni najvec pogojev)
5. Ce obstajajo nereseni cilji $\Rightarrow$ 1.

Primer dfs, zlaganje kock



4.2 Planiranje z regresiranjem ciljev (STRIPS)

Resitev za sussmanovo anomalijo

Zacnemo v ciljih, regresiramo do zacetka ($G_i \subset S_0$):

1. $G_{i+1} = G_i \cup \text{cond}(A) - \text{adds}(A)$
2. POGOJ: $G_i \cap \text{dels}(A) = \emptyset$
3. Preveri da ni protislovja (npr. $G_{i+1} = [on(b,c), \ldots, c(c) \ldots]$)

PRIMER:

→ zactno_stanje = [on(a,1), on(b,a), c(b), on(c,3), c(c)]

→ hocemo da zacetno_stanje ⊂ G_i

1. G_0 = [on(a,b), on(b,c)]
   - on(a,b): $A_0 = move(a, From, b)$
   - From = 1
   - POGOJ: $G_0 \cap \text{dels}(A_0) = \emptyset$✓
   - G_1 = [on(a,b), on(b,c), c(a), c(b), on(a,1)]-[c(1), on(a,b)] ✓
2. G_1 =[on(b,c),c(a),c(b),on(a,1)]
   - c(a): $A_1 = move(X, a, To)$
   - X = c, To = 2
   - POGOJ: $G_1 \cap \text{dels}(A_1) = \emptyset$✓
   - G_2 = [on(b,c),c(a),c(b),on(a,1),c(c),c(2),on(c,a)] -[c(a), on(c,2)] ✗(protislovje)
   - on(b,c): $A_2 = move(b, From, c)$
   - From = 3
   - POGOJ: $G_2 \cap \text{dels}(A_2) = \emptyset$✓
   - G_2 = [on(b,c),c(a),c(b),on(a,1),c(c),c(b),on(b,3)] ✓
3. G_2 = ...

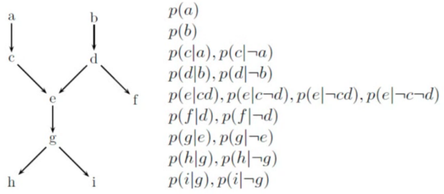
4.3 RAZPOREJANJE OPRAVIL (PDDL)

5 Sklepanje

5.1 Bayesovske mreze

Baye. mreza = Usmerjen graf, kjer so podane zahtevane verjetnosti:

- Za vozlisca **brez starsev** verjetnosti $P(v_i)$
- Za vozlisca z **starsi** pogojne verjetnosti vseh kombinacij starsev



Pravila verjetnostnega sklepanja:

1. **Konjunkcija**: $P(X_1 X_2 \mid C) = P(X_1 \mid C) P(X_2 \mid X_1 C)$
2. **Gotov dogodek**: $P(X \mid \ldots X \ldots) = 1$
3. **Nemogoc dogodek**: $P(X \mid \ldots \overline{X} \ldots) = 0$
4. **Negacija**: $P(\overline{X} \mid C) = 1 - P(X \mid C)$
5. Ce je Y naslednik od X in je Y vsebovan v pogojnem delu: $P(X \mid YC) = P(X \mid C) \cdot \frac{P(Y|XC)}{P(Y|C)}$
6. Ce pogojni del ne vsebuje naslednika od X:

(a) ce X **nima** starsev: $P(X \mid C) = P(X)$, P(X) je podan

(b) ce **ima** X starse S: $P(X \mid C) = \sum_{S \in P_X} P(X \mid S) P(S \mid C)$

7. Iz 6b zgoraj: $P(i \mid gc) = P(i \mid g)$