

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»

**В.Г. Беспрованных, В.П. Первадчук**

# **НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ВОЛОКОННОЙ ОПТИКЕ**

*Утверждено  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

Издательство  
Пермского национального исследовательского  
политехнического университета  
2011

УДК 535:530.182

ББК 22.343

Б53

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор *В.А. Трефилов*  
(Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет);

доктор физико-математических наук, профессор *Е.Л. Тарунин*  
(Пермский государственный национальный  
исследовательский университет)

**Беспрозванных, В.Г.**

Б53      Нелинейные эффекты в волоконной оптике: учеб. пособие /  
В.Г. Беспрозванных, В.П. Первадчук. – Пермь: Изд-во Перм. нац.  
исслед. политехн. ун-та, 2011. – 228 с.

ISBN 978-5-398-00745-9

Рассмотрены физические процессы и математические модели, описывающие взаимодействие световых полей большой интенсивности с веществом и обусловливающие возникновение нелинейных эффектов в волоконной оптике. Изложены некоторые вопросы прикладной нелинейной оптики. Представлены вопросы и задания для самоконтроля, материалы для самостоятельной работы.

Пособие предназначено для студентов технических вузов и соответствует образовательным программам по направлению подготовки «Фотоника и оптоинформатика» (профиль «Волоконная оптика»). Может быть использовано аспирантами вузов соответствующих специальностей, а также специалистами, работающими в области лазерной физики, фотоники, волоконной оптики и оптоэлектронного приборостроения.

УДК 535:530.182

ББК 22.343

ISBN 978-5-398-00745-9

© ПНИПУ, 2011

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
<b>1. Общефизические основы нелинейной оптики.....</b>	<b>8</b>
1.1. Интенсивность света и ее влияние на характер оптических явлений.	
Линейная и нелинейная оптика .....	8
1.2. Поляризация диэлектриков в световом поле. Нелинейные восприимчивости .....	12
1.3. Классификация нелинейных эффектов в оптике .....	20
1.4. Нелинейно-оптическое преобразование частоты. Фазовый (волновой) синхронизм .....	24
1.5. Волновое уравнение для электромагнитного поля в нелинейной среде .....	29
1.6. Вопросы и задания для самоконтроля.....	32
1.7. Модели взаимодействия светового поля с веществом .....	33
1.7.1. Классическая линейная модель .....	34
1.7.2. Модели ангармонического осциллятора.....	38
1.7.3. Квантовая модель взаимодействия.....	47
1.7.4. Градиентные макромодели.....	54
1.8. Элементы многофotonной оптики .....	57
1.8.1. Виды многофotonных процессов и оценка их вероятности .....	58
1.8.2. Многофotonные процессы и фундаментальные законы квантовой физики .....	64
1.9. Термооптические явления при сверхвысоких интенсивностях света. Оптический пробой среды .....	69
1.10. Вопросы и задания для самоконтроля.....	75
<b>2. Нелинейная волоконная оптика .....</b>	<b>79</b>
2.1. Общая характеристика оптоволоконных систем передачи информации .....	80
2.1.1. Основные характеристики волоконных световодов .....	80
2.1.2. Применение одномодовых оптических волокон в системах связи .....	89
2.2. Самовоздействия в волоконной оптике .....	91
2.2.1. Понятие о самовоздействиях световых волн.....	91
2.2.2. Самофокусировка и самоканализация световых пучков.....	95
2.2.3. Оптическая бистабильность .....	98
2.2.4. Фазовая самомодуляция .....	104
2.2.5. Фазовая кросс-модуляция .....	108

2.3. Нелинейное рассеяние света и его применение .....	111
2.3.1. Вынужденное комбинационное рассеяние .....	111
2.3.2. Вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна .....	119
2.4. Вопросы и задания для самоконтроля.....	129
2.5. Модели распространения лазерных импульсов в оптоволоконных системах.....	131
2.5.1. Модели эволюции нелинейных волн. Соотношение между нелинейностью, дисперсией и диссипацией .....	131
2.5.2. Модуляционная неустойчивость. Солитоны .....	144
2.5.3. Применение оптических солитонов в волоконной оптике .....	150
2.6. Оптика сверхкоротких лазерных импульсов .....	158
2.6.1. Генерация сверхкоротких импульсов с помощью синхронизации мод .....	160
2.6.2. Методы компрессии солитонных импульсов в диспергирующих средах.....	163
2.6.3. Измерение длительности сверхкоротких импульсов.....	167
2.7. Вопросы и задания для самоконтроля.....	170
2.8. Параметрические процессы в волоконной оптике .....	172
2.8.1. Четырехвольновое смешение.....	172
2.8.2. Параметрическое усиление .....	177
2.8.3. Понятие о параметрической генерации света .....	181
2.9. Обращение волнового фронта. Методы получения обращенной волны .....	184
2.10. Оценка эффективности нелинейных эффектов в волокне на основе кварцевого стекла.....	187
2.11. Волоконные лазеры и генераторы .....	188
2.12. Современные проблемы и перспективы развития нелинейной волоконной оптики .....	196
2.13. Вопросы и задания для самоконтроля.....	205
<b>3. Материалы для самостоятельной работы .....</b>	<b>208</b>
3.1. Примеры решения задач .....	208
3.2. Перечень задач .....	211
3.3. Образец контрольно-измерительных материалов.....	214
Заключение .....	220
Список литературы .....	223
Приложение .....	226

## **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время нелинейная оптика является динамично развивающейся областью физики, которая помимо чисто теоретической системы знаний приобрела также существенную практическую составляющую, что позволило решить ряд важных прикладных и инженерных задач. Исследования нелинейных оптических процессов дали много приложений в физике и математике, способствовали развитию лазерной техники, спектроскопии, оптоволоконных линий связи, фотоники и оптоинформатики, а также нашли многочисленные применения в таких отраслях, как экология и медицина.

Создание нелинейной оптики непосредственно связано с разработкой в середине XX в. принципиально новых мощных источников излучения в оптическом диапазоне длин волн – оптических квантовых генераторов (лазеров). Создание лазеров и развитие квантовой электроники принципиально изменило ситуацию в оптике. Оказалось, что такие хорошо известные законы геометрической оптики, как прямолинейное распространение света, отражение и преломление света на границе различных сред, независимость световых лучей, распространяющихся в среде, а также некоторые макроскопические законы волновой и квантовой оптики справедливы лишь в весьма распространенном, но предельном случае света малой интенсивности. При большой интенсивности света, достигаемой использованием излучения лазеров, эти законы не выполняются.

Существуют *две основные причины*, обусловливающие различный характер взаимодействия световых полей малой и большой интенсивности с веществом.

Во-первых, помимо однофотонных процессов, определяющих взаимодействие на микроскопическом уровне при малой интенсивности света, при высокой интенсивности главную роль играют многофотонные процессы. Это означает, что в элементарном акте взаимодействия света с атомом вещества поглощается не один, а несколько фотонов.

Во-вторых, при большой интенсивности изменяются исходные свойства вещества под действием распространяющегося в нем света. Характеристики вещества становятся переменными величинами, зависящими от интенсивности падающего света, т.е. среда становится нелинейной. В результате возникает зависимость характера оптических явлений от величины интенсивности света.

Следовательно, в отличие от линейного характера взаимодействия, присущего свету малой интенсивности, при большой интенсивности взаимодействие носит нелинейный характер. Отсюда и смысл современных понятий «линейная оптика» и «нелинейная оптика», соответствующих оптике малых и больших интенсивностей света.

В нелинейной оптике, в отличие от линейной, *не выполняется принцип суперпозиции*, согласно которому различные световые волны, отличающиеся частотой, направлением, поляризацией, распространяются и взаимодействуют со средой независимо друг от друга. Интенсивная световая волна в среде, во-первых, испытывает самовоздействие и, во-вторых, оказывает влияние на процессы распространения в этой среде других волн.

Таким образом, *нелинейная оптика – это раздел физической оптики, изучающий распространение интенсивных световых волн и взаимодействие их с веществом, при котором характер оптических явлений зависит от интенсивности излучения.*



Академик  
Сергей Иванович Вавилов  
(1891–1951) – советский физик,  
автор фундаментальных работ  
в области физической оптики

Сам термин «нелинейная оптика» впервые был предложен советским физиком С.И. Вавиловым еще в 20-х гг. XX в. Представления о том, что законы линейной оптики носят приближенный характер и применимы лишь для не слишком сильных световых полей, существовали и до появления лазеров. Однако лишь с развитием квантовой электроники обнаруженные в эксперименте новые закономерности совместно с их теоретической интерпретацией дали ученым инструмент для полноценного исследования нелинейных процессов в оптическом диапазоне частот.

Нелинейная волоконная оптика как направление нелинейной оптики возникла в начале 70-х гг. XX в. с появлением стеклянных световодов с низкими потерями. Первоначально волокно использовалось как пассивная линейная среда для передачи оптического излучения, но очень скоро стало ясно, что оно представляет собой качественно новый уникальный материал для нелинейной оптики. Такие нелинейные процессы, как параметрическое усиление, вынужденное комбинационное рассеяние, фазовая самомодуляция, успешно используются в создании волоконных лазеров, усилителей, датчиков и преобразователей. В волоконных световодах изу-

чаются сжатые состояния света, генерация и распространение оптических солитонов, явление фоточувствительности стекол.

Особую роль играют нелинейные эффекты в оптоволоконных линиях связи. С одной стороны, эти эффекты в световодах ограничивают возможную скорость и дальность передачи информации, а с другой стороны – при определенных условиях они обеспечивают появление новых положительных явлений и свойств.

Значительный вклад в развитие методов нелинейной волоконной оптики внесли отечественные ученые: Г.А. Аскарьян, С.А. Ахманов, Г.С. Горелик, Н.Б. Делоне, Е.М. Дианов, Д.Н. Клышко, Л.И. Мандельштам, А.М. Прохоров, М.Ф. Стельмах, А.П. Сухоруков, В.И. Таланов, Р.В. Хохлов и др.

Таким образом, важной областью применения нелинейных оптических явлений является совершенствование современных и разработка перспективных оптоволоконных устройств и систем передачи и обработки информации. Техникой связи XXI в. считают широкополосные и помехоустойчивые оптические сети, в которых процессы преобразования, передачи и коммутации сигналов будут происходить исключительно в оптическом диапазоне длин волн. Это направление науки и техники быстро развивается и предъявляет серьезные требования к уровню подготовки специалистов, работающих в данной области.

Настоящее учебное пособие разработано для студентов, обучающихся в системе бакалавриата и в магистратуре по направлению подготовки «Фотоника и оптоинформатика» (профиль «Волоконная оптика»). Основное внимание уделено анализу физических процессов и математических моделей, определяющих взаимодействие световых полей большой интенсивности с веществом и обусловливающих возникновение нелинейных оптических эффектов, а также применению последних в оптоволоконных системах. Пособие не следует рассматривать как систематическое изложение основ нелинейной волоконной оптики. Для этой цели следует обратиться к фундаментальным учебникам, приведенным в рекомендованном списке литературы.

В пособии используется система единиц физических величин СИ.



Академик

Рем Викторович Хохлов  
(1926–1977) – один из создателей  
отечественной научной школы  
по нелинейной оптике

# 1. ОБЩЕФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИКИ

## 1.1. Интенсивность света и ее влияние на характер оптических явлений. Линейная и нелинейная оптика

Свет имеет электромагнитную природу и представляет собой переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве в оптическом диапазоне длин волн (рис. 1).

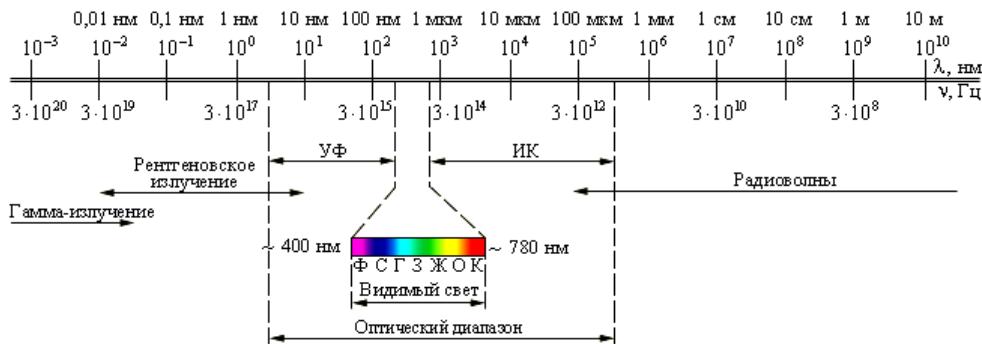


Рис. 1. Место оптического диапазона на шкале электромагнитных волн

В световой волне, которая имеет две взаимосвязанные составляющие – электрическую и магнитную, происходят колебания векторов  $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t)$  и  $\vec{H} = \vec{H}(x, y, z, t)$ , являющихся напряженностями соответственно электрического и магнитного полей волны. Колебания векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  происходят с одинаковой фазой, а мгновенные значения величин  $E$  и  $H$ , как это следует из системы уравнений Дж. Мак-свела для электромагнитного поля, связаны соотношением

$$\epsilon_0 \epsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2, \quad (1.1)$$

где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – соответственно электрическая и магнитная постоянные (их присутствие в формулах связано с использованием системы единиц СИ для записи уравнений электродинамики);  $\epsilon$  и  $\mu$  – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, в которой распространяется световая волна. С другой стороны, как показывает опыт, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического вектора. Исходя из этого, используют по-

нятие *светового вектора*, подразумевая под ним вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$ .

Установим связь между амплитудой светового вектора  $A$  и интенсивностью света  $I$  – скалярной характеристикой, под которой понимается модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной:

$$I = \langle E \cdot H \rangle. \quad (1.2)$$

С учетом формул (1.1) и (1.2) находим:

$$I = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu} \cdot \langle E^2 \rangle} \quad (1.3)$$

Для плоской световой волны

$$E(z, t) = A \cdot \cos(\omega t - kz),$$

(здесь  $\omega$  – циклическая частота,  $k$  – волновое число,  $k = 2\pi/\lambda$ ) вместо (1.3) получаем:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu} \cdot A^2}, \quad (1.4)$$

т.е. при распространении света в однородной среде его интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды светового вектора.

В большинстве оптических явлений, изучавшихся при помощи традиционных источников света, не обнаруживается зависимость количественных и качественных результатов эксперимента от интенсивности света  $I$  (амплитуды светового вектора  $A$ ). Единственной шкалой, с помощью которой классифицировали эффекты взаимодействия света с веществом, до недавнего времени являлась шкала длин волн. Такие оптические характеристики среды, как показатель преломления, коэффициент поглощения, коэффициент рассеяния, фигурировали в физических справочниках без указания на то, при каких интенсивностях света они были измерены.

Разумеется, для экспериментатора, выполнявшего тот или иной опыт, интенсивность источника света всегда была важна. Она определяла, в частности, требования к чувствительности используемой аппаратуры. Таким образом, в *долазерной экспериментальной оптике интенсивность излучения характеризует уровень экспериментальной техники и фактически не имеет отношения к физике изучаемых явлений*.

На этом этапе физикам пришлось искать ответ на естественный вопрос: свидетельствует ли это в пользу существования общего физического закона о том, что оптические явления не зависят от интенсивности излучения, либо просто говорит об ограниченности экспериментального материала, собранного в долазерной оптике? Исследования по физической оптике, выполненные с помощью мощных лазеров, дали однозначный отрицательный ответ на первую часть вопроса и положительный – на вторую его часть. Опыты со световыми пучками, интенсивность которых имеет порядок  $I = 10^{14}$  Вт/м<sup>2</sup>, показали, что существует *весьма сильная количественная и, что особенно важно, качественная зависимость характера оптических эффектов от интенсивности света*. При этом следует подчеркнуть, что речь идет не о малых поправках, регистрируемых лишь в тонком физическом эксперименте, а о новых физических эффектах, радикально меняющих поведение световых пучков.

Лазеры, используемые для возбуждения нелинейных оптических эффектов, обладают следующими характеристиками:

- большая мощность (интенсивность) излучения;
- высокая монохроматичность излучения и, как следствие, строгая временная и пространственная когерентность. При заданном уровне передаваемой мощности напряженность электрического поля световой волны возрастает с увеличением степени когерентности излучаемых волн;
- малая угловая расходимость излучения.

*Большая мощность лазерных источников света* достигается тем, что энергия, накопленная в активной среде лазера в течение сравнительно длительного времени ее накачки, затем быстро (за время в несколько наносекунд и меньше) высвечивается. В результате мощность лазерного импульса возрастает на много порядков величины по сравнению с мощностью источников, используемых для накачки лазера. В настоящее время мощность лазерного излучения в непрерывном режиме может доходить до величин порядка  $P = 10^5 \dots 10^6$  Вт, в импульсном – до  $10^{12} \dots 10^{13}$  Вт.

Кроме того, лазерное излучение, вследствие его когерентности, можно хорошо сфокусировать, так что поперечные размеры области фокусировки становятся сравнимы с длиной волны света  $\lambda$ . При этом возрастает плотность световой энергии, т.е. интенсивность лазерного пучка. К настоящему времени можно считать освоенным диапазон ин-

тенсивностей до величин  $I = 10^{24}$  Вт/м<sup>2</sup> (рис. 2), поскольку соответствующие установки имеются во многих научных лабораториях. На стадии разработок или получения первых эксплуатационных результатов находятся лазерные установки с величинами  $I$  в 10<sup>2</sup>…10<sup>4</sup> раз больше.

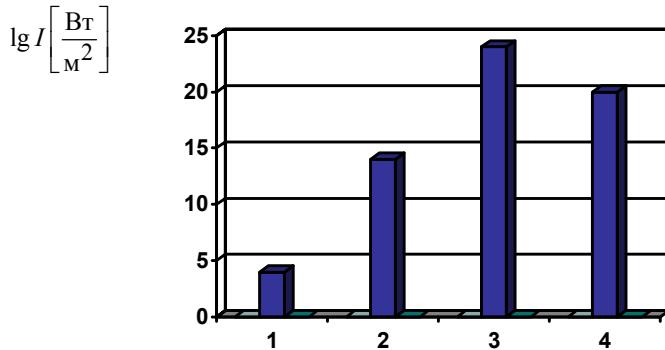


Рис. 2. Рост интенсивности с развитием источников света: 1 – тепловые источники света; 2 – стандартный импульсный лазер; 3 – современный сверхмощный лазер; 4 – для сравнения: интенсивность излучения, напряженность электрического поля которого равна внутриатомной напряженности

Существенное отличие лазерного излучения от излучения любых долазерных источников состоит в несравненно большей интенсивности. Это различие составляет до 10<sup>20</sup> раз.

*В нелинейной оптике типичной является ситуация, когда существует пороговое значение интенсивности (мощности) света, при котором качественно и количественно меняется характер протекания оптического явления.*

Данное положение иллюстрируется на рис. 3 графиком, отражающим нелинейный характер передачи лазерного импульса вдоль оптического волокна. Это выражается в своеобразном эффекте насыщения, когда с увеличением входной мощности рост мощности на выходе существенно замедляется. Нелинейность становится ощутимой, когда мощность лазерного излучения достигает некоторого порогового значения. До тех пор, пока оптическая мощность в кабеле мала, последний можно рассматривать как линейную среду передачи излучения. При достижении порогового значения мощности оптический кабель становится нелинейной средой, при этом затухание и показатель преломления становятся переменными величинами.

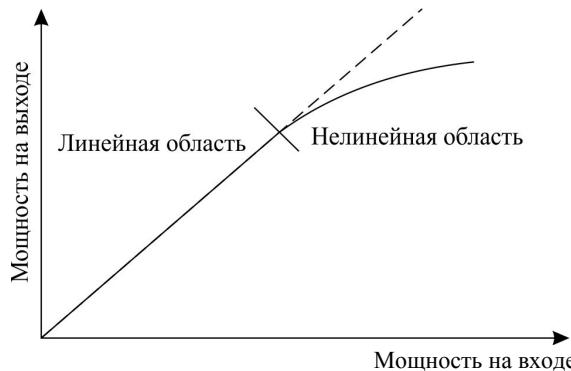


Рис. 3. Нелинейность мощности при распространении лазерного импульса вдоль оптического волокна

В основе линейной оптики лежит *принцип суперпозиции*:

$$E(x, t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \cos(\omega_i t - k_i x), \quad (1.5)$$

т.е. любое волновое поле рассматривается как сумма компонент более простой пространственной конфигурации, например, плоских монохроматических волн, при этом каждая из компонент не зависит от других – закон независимости световых лучей. При большой интенсивности влияние электромагнитного поля волны на свойства среды не является малым, что приводит к нелинейному взаимодействию волн со средой и друг с другом, появлению новых спектральных компонент поля, что свидетельствует о нарушении принципа суперпозиции.

## 1.2. Поляризация диэлектриков в световом поле. Нелинейные восприимчивости

В соответствии с электромагнитной теорией света световой вектор  $\vec{E}'$  в среде определяется действием светового вектора  $\vec{E}$  внешнего поля, действующего на среду, и вектора наведенной поляризованности единичного объема среды  $\vec{P}$ , определяющего поле, переизлученное этой средой в результате рассматриваемого воздействия. Поляризованность есть «отклик» среды на внешнее воздействие, т.е. на воздействие внешнего электромагнитного поля (в данном случае поля световой волны), характеризуемого вектором электрической напряженности (световым вектором)  $\vec{E}$ .

Итак, под действием внешнего поля диэлектрик поляризуется. Поле вызывает смещение электронных оболочек атомов относительно ядер, в результате атомы приобретают электрический дипольный момент. Данный механизм обуславливает так называемую *электронную поляризованность*. Наряду с электронной возможны и другие виды поляризованности, наведенной внешним полем. Так, относительные смещения положительных и отрицательных ионов под действием поля приводят к *ионной поляризованности*. Если в среде имеются постоянные диполи (дипольные молекулы), то может наблюдаться *ориентационная (вращательная) поляризованность*, обусловленная поворотом диполей по направлению поля.

В большинстве случаев можно пренебречь ионной и ориентационной поляризованностями и считать, что в силу большой частоты световых волн основную роль в оптическом диапазоне (в ультрафиолетовой, видимой и ближней инфракрасной областях спектра) играет электронная поляризованность.

В основе взаимодействия света со средой лежит элементарный процесс возбуждения атома или молекулы вещества световым полем и последующего переизлучения света возбужденной частицей. Характер этого взаимодействия зависит от соотношения между величиной напряженности поля световой волны  $E$  и характерной напряженностью внутриатомного поля  $E_{\text{ат}}$ , определяющего силы связи оптических электронов (т.е. внешних, наиболее слабо связанных электронов) с ядром атома вещества.

Поле  $E_{\text{ат}}$  связано с потенциалом ионизации атома  $I$  и атомным радиусом  $r_a$  соотношением

$$eE_{\text{ат}}r_a = I, \quad (1.6)$$

где  $e$  – элементарный заряд, равный по модулю заряду электрона,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Для атома водорода это поле составляет  $E_{\text{ат}} = e/(4\pi\epsilon_0 r_h^2) = 5 \cdot 10^{11}$  В/м, для более тяжелых атомов  $E_{\text{ат}} = 10^{10} \dots 10^{11}$  В/м. Оценка поля  $E$  световой волны в случае нелазерных источников света в соответствии с формулой (1.4) дает величину  $E \leq 10^3$  В/м, т.е.  $E \ll E_{\text{ат}}$ . При этом условии отклик атомного осциллятора на внешнее воздействие будет иметь линейный характер, а зависимость поляризованности  $P = P(E)$  в случае изотропной среды может быть представлена в виде

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E, \quad (1.7)$$

где  $\chi^{(1)}$  – линейная восприимчивость среды, являющаяся безразмерной величиной и зависящая только от свойств среды. Для анизотропной среды восприимчивость является тензорной величиной и уравнение (1.7) имеет вид

$$P_i = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k, i, k = 1, 2, 3, \quad (1.8)$$

где  $\chi_{ik}^{(1)}$  – компоненты тензора линейной восприимчивости среды.

Материальное уравнение (1.7) или (1.8) является одним из соотношений, на которых базируется линейная оптика. Оно справедливо только при условии  $E \ll E_{\text{ат}}$ , а при невыполнении этого условия является лишь некоторым приближением.

В мощных лазерных пучках можно получить напряженности  $E$  вплоть до значений  $10^8 \dots 10^9$  В/м, уже сравнимых с  $E_{\text{ат}}$ . В случае когда поле  $E$ , оставаясь меньше  $E_{\text{ат}}$ , приближается к нему по величине, поляризованность среды  $P = P(E)$  перестает быть линейной функцией поля  $E$ , и в этом случае материальное уравнение (1.7) должно быть заменено на другое.

Таким образом, безразмерный параметр

$$\bar{E} = \frac{E}{E_{\text{ат}}}, \quad (1.9)$$

определенный как отношение напряженности внешнего светового поля к характерной напряженности внутриатомного поля, может быть принят в качестве одного из параметров нелинейности. В области слабых световых полей имеем:  $\bar{E} \ll 1$ , что соответствует приближению линейной оптики. Если параметр (1.9) не является малой величиной, однако выполняется условие  $\bar{E} < 1$ , как это имеет место в случае интенсивного лазерного излучения, функция  $P(E)$  может быть представлена для изотропной среды в виде разложения в ряд по степеням  $E$ :

$$P(E) = \epsilon_0 \cdot [\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots + \chi^{(m)} E^m + \dots]. \quad (1.10)$$

Разложение поляризованности  $P$  в ряд по степеням  $E$  при условии  $\bar{E} < 1$  предполагает, что члены ряда убывают по мере увеличения их номеров. Коэффициенты  $\chi^{(m)}$ ,  $m \geq 2$  при членах разложения называются *нелинейными восприимчивостями  $m$ -го порядка* и являются уже раз-

мерными величинами. При этом соответствующая величина  $\chi^{(m)}$  пропорциональна концентрации атомов (молекул) в веществе и  $m$ -й степени параметра (1.9), т.е. пренебречь всеми нелинейными членами в (1.10) нельзя. Это означает, что отклик среды на действие внешнего светового поля перестает быть линейным.

Естественно, что наибольший вклад в нелинейные оптические процессы будут давать низшие члены в разложении (1.10), так как с ростом номера  $m$  нелинейные восприимчивости  $\chi^{(m)}$  быстро уменьшаются. Расчет нелинейных восприимчивостей производится с использованием методов квантовой механики. С появлением лазеров удалось измерить спектральные компоненты восприимчивостей  $\chi^{(2)}$ ,  $\chi^{(3)}$ ,  $\chi^{(4)}$  на оптических частотах.

В типичных оптических средах, например в кварцевом стекле и нелинейных кристаллах, линейная восприимчивость  $\chi^{(1)} \approx 1$ , характерный порядок значений квадратичной восприимчивости составляет  $\chi^{(2)} \approx \approx 10^{-13} \dots 10^{-11} \text{ м/B}$ , а кубичной восприимчивости  $\chi^{(3)} \approx 10^{-23} \dots 10^{-21} \text{ м}^2/\text{B}^2$ .

Материальное уравнение (1.10) составляет основу *нелинейной оптики*. Нелинейные восприимчивости  $\chi^{(m)}$  различных порядков, как и линейная восприимчивость  $\chi^{(1)}$ , определяются физическими свойствами и моделями среды.

Нелинейные восприимчивости введены на основе действия светового поля на оптические электроны атомов вещества, т.е. рассматривается электронная поляризованность вещества. Следует отметить, что нелинейные оптические эффекты при распространении света в веществе могут быть не только связаны с поведением оптических электронов в сильном поле световой волны, но и обусловлены более сложными процессами – взаимодействием света с акустическими и оптическими фононами, спиновыми волнами, плазменными колебаниями и т.д.

Рассмотрим случай *анизотропной оптической среды*, при этом нелинейные восприимчивости  $\chi^{(m)}$  являются тензорными величинами, а нелинейное материальное уравнение (1.10) может быть представлено в виде

$$P_i = P_i^{\text{лин}} + P_i^{\text{кв}} + P_i^{\text{куб}} + \dots, \quad (1.11)$$

где  $P_i^{\text{лин}}$  – линейная поляризованность,

$$P_i^{\text{лин}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k; \quad (1.12)$$

$P_i^{\text{KB}}$  – квадратичная поляризованность,

$$P_i^{\text{KB}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ijk}^{(2)} E_k E_j; \quad (1.13)$$

$P_i^{\text{куб}}$  (1.14) – кубичная поляризованность,

$$P_i^{\text{куб}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m \quad (1.14)$$

и т.д.

Соответственно, квадратичная нелинейная восприимчивость  $\chi_{ijk}^{(2)}$  в этом случае является тензором третьего ранга, кубичная нелинейная восприимчивость  $\chi_{ikjm}^{(3)}$  – тензором четвертого ранга и т.д.

Для центросимметричных оптических кристаллов (кристаллов, обладающих центром симметрии) из общих свойств тензоров следует, что

$$\chi_{ijk}^{(2)} = 0. \quad (1.15)$$

Действительно, при инверсии относительно центра симметрии кристалла все компоненты тензора должны изменить знак, поскольку им соответствуют произведения нечетного числа координат:

$$\chi_{ijk}^{(2)} = -\chi_{ikj}^{(2)},$$

отсюда следует (1.15), поскольку такой кристалл при любом преобразовании координат должен остаться неизменным. К таким кристаллам относится, например, кварцевое стекло, в котором молекула двуокиси кремния  $\text{SiO}_2$  обладает центром симметрии. В них квадратичная поляризованность отсутствует, следовательно, отсутствуют и нелинейные эффекты второго порядка, а нелинейность таких сред определяется в ближайшем порядке кубичной восприимчивостью  $\chi_{ikjm}^{(3)}$ . Такие среды называют *кубично-нелинейными*, для них в правой части материального уравнения (1.11) второе слагаемое равно нулю.

Исследования показали, что симметрия среды определяет факт наличия ненулевых членов в разложении (1.11). Так, для изотропных сред с центром симметрии нелинейности четных порядков принципиально отсутствуют.

Если оптический материал не является центросимметричным, то он обладает ненулевой квадратичной восприимчивостью, которая и будет вносить основной вклад в его нелинейную поляризованность (так называемые *квадратично-нелинейные среды*). Этим свойством обладает узкий класс кристаллических сред, относящихся к пьезоэлектрикам.

В кубично-нелинейных средах (кристаллах, обладающих центром симметрии) тензор нелинейной восприимчивости третьего ранга равен нулю:  $\chi_{ijk} = 0$ . При этом нелинейная поляризованность среды пропорциональна третьей степени напряженности электрического поля электромагнитной волны в среде (рис. 4, *a*). В квадратично-нелинейных средах компоненты тензора  $\chi_{ijk} \neq 0$ , и наибольший вклад в оптическую нелинейность вносит именно квадратичная поляризованность (рис. 4, *б*).

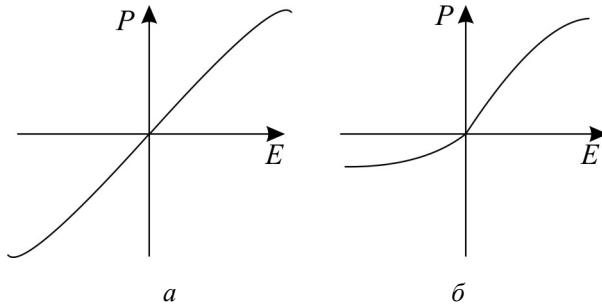


Рис. 4. Зависимость величины поляризованности  $P$  от напряженности  $E$  электрического поля: *а* – в кубично-нелинейной среде; *б* – в квадратично-нелинейной среде

Имеют место соотношения:

$$\frac{P^{(2)}}{P_{\text{лин}}} = \bar{E}; \quad \frac{P^{(3)}}{P_{\text{лин}}} = \bar{E}^2.$$

*Нелинейные восприимчивости*  $\chi^{(m)}$  *являются, вообще говоря, не только тензорными, но и комплексными величинами:*

$$\chi^{(m)} = \operatorname{Re} \chi^{(m)} + i \cdot \operatorname{Im} \chi^{(m)}, \quad (1.16)$$

при этом мнимые составляющие восприимчивостей в (1.16) являются малыми величинами по сравнению с вещественными составляющими для нелинейного явления того же порядка:

$$\operatorname{Im} \chi^{(m)} \ll \operatorname{Re} \chi^{(m)}.$$

*Нелинейные восприимчивости для оптической среды без потерь светового потока (прозрачной, или непоглощающей среды) не содержат мнимой составляющей.*

Можно указать две основные причины того, что нелинейные восприимчивости следует рассматривать в общем случае как комплексные величины.

Во-первых, надо учитывать *временную дисперсию восприимчивостей*. Процесс установления поляризованности среды требует некоторого времени, следовательно, величина  $P(t)$  в данный момент времени должна определяться значениями напряженности поля  $E$  не только в этот же момент, но и в предшествующие моменты времени. Иначе говоря, отклик среды на внешнее воздействие происходит с запаздыванием. Это означает, что вместо (1.10) следует рассматривать соотношение

$$P(t) = \epsilon_0 \cdot \sum_k \int_0^{\infty} \chi^{(k)}(\tau) E^k(t-\tau) d\tau.$$

После выполнения Фурье-преобразования в данном выражении находим:

$$\chi^{(k)}(\omega) = \int_0^{\infty} \chi^{(k)}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau, \quad k = 2, 3, \dots, m, \dots$$

Во-вторых, *наличие диссипации энергии световой волны из-за ненулевой электрической проводимости среды*, на которую действует световое поле, также обусловливает появление мнимой составляющей в нелинейных восприимчивостях.

Приведем пример, показывающий, что наличие нелинейных восприимчивостей приводит к появлению *нового эффекта – генерации света с кратными частотами (генерации высших гармоник)*, в частности, второго и третьего порядков. Этот эффект обусловлен вещественной составляющей нелинейных восприимчивостей. Рассмотрим для простоты изотропный случай.

Пусть для определенности внешнее световое поле представляет собой плоскую монохроматическую волну

$$E(z, t) = A \cdot \cos(\omega t - kz) \tag{1.17}$$

с определенной частотой  $\omega$ . Подставляя (1.17) в формулу (1.10), находим, что первый (линейный) член в разложении поляризации по степеням поля имеет вид

$$P^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)} A \cdot \cos(\omega t - kz),$$

т.е. в линейном приближении отклик среды содержит только одну частоту  $\omega$ . Это означает, что среда переизлучает свет с той же самой частотой, что и падающая световая волна.

Рассмотрим следующий член в разложении (1.10):

$$\begin{aligned} P^{(2)} &= \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 = \epsilon_0 \chi^{(2)} A^2 \cdot \cos^2(\omega t - kz) = \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi^{(2)} A^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi^{(2)} A^2 \cdot \cos 2(\omega t - kz). \end{aligned} \quad (1.18)$$

Наличие в правой части (1.18) первого слагаемого соответствует постоянной поляризации среды. По существу, это выпрямление (детектирование) в том же смысле, в котором оно понимается в радиотехнике, только выпрямление не в электрической лампе или полупроводниковом диоде, а в оптической среде. Второе слагаемое в (1.18) свидетельствует о возбуждении оптической гармоники с удвоенной частотой  $2\omega$ . Можно показать, что амплитуда  $A(2\omega)$  волны на частоте  $2\omega$ , генерируемой в каждой точке среды, пропорциональна квадрату амплитуды  $A(\omega)$  первичной волны и величине квадратичной восприимчивости данной среды:  $A(2\omega) \sim [A(\omega)]^2 \cdot \chi^{(2)}$ .

Заметим, что если на среду воздействуют две волны типа (1.17) с различными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , то легко убедиться, что нелинейная поляризация будет содержать гармонические составляющие на частотах: 1)  $2\omega_1$ ; 2)  $2\omega_2$ ; 3)  $\omega_1 - \omega_2$  и 4)  $\omega_1 + \omega_2$ , т.е. помимо генерации гармоник возможна генерация суммарных и разностных частот.

Рассмотрение может быть продолжено и для следующих порядков разложения, например для третьего порядка:

$$\begin{aligned} P^{(3)} &= \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 = \epsilon_0 \chi^{(3)} A^3 \cdot \cos^3(\omega t - kz) = \\ &= \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} A^3 \cdot \cos(\omega t - kz) + \frac{1}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} A^3 \cdot \cos 3(\omega t - kz). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Последнее слагаемое в (1.19) соответствует процессу генерации третьей гармоники.

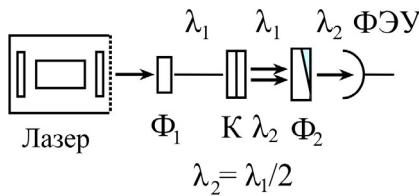


Рис. 5. Оптическая схема установки для наблюдения второй гармоники

Впервые генерацию второй гармоники наблюдал в 1961 г. П. Франкен (США) с сотрудниками в опыте по прохождению луча от рубинового лазера через пьезоэлектрический кристалл кварца  $\text{SiO}_2$  (рис. 5). Пластина кварца К освещалась лазерным лучом через фильтр  $\Phi_1$ , пропускающий только это излучение. За кварцевой пластинкой были зафиксированы две волны: на основной частоте  $\omega_1$  и на удвоенной частоте поля накачки  $2\omega_1$  (или на длине волны  $\lambda_2 = \lambda_1/2$ ). Фильтр  $\Phi_2$  прозрачен только для волны с частотой  $2\omega_1$ , которая регистрировалась фотоэлектронным умножителем ( $\Phi\text{ЭУ}$ ).

Это был один из первых опытов, в котором были ярко продемонстрированы нелинейные свойства вещества в оптическом диапазоне.

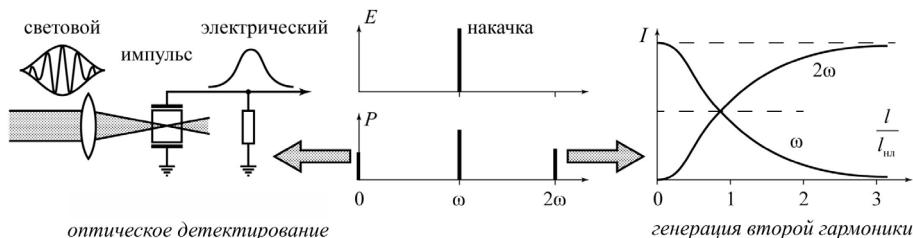


Рис. 6. Физические эффекты в квадратично-нелинейной среде

Физический механизм оптического детектирования и генерации второй гармоники в квадратично-нелинейной среде иллюстрируется на рис. 6.

### 1.3. Классификация нелинейных эффектов в оптике

Физические причины, приводящие к появлению нелинейных оптических эффектов, достаточно многообразны. К ним можно отнести:

- нелинейную рефракцию в оптически прозрачной среде, т.е. зависимость показателя преломления среды от амплитуды светового вектора;

- нелинейный характер рассеяния света в среде при больших интенсивностях светового поля;
- многофотонное поглощение интенсивного оптического излучения в веществе;
- генерацию высших гармоник при переизлучении световой волны;
- тепловые самовоздействия и др.

Можно предложить следующую общую классификацию нелинейных эффектов в оптике. Существуют некогерентные и когерентные нелинейные эффекты, при этом в каждой из этих групп нелинейность может быть обусловлена как вещественной, так и мнимой составляющей нелинейных восприимчивостей.

К *некогерентным* относят такие нелинейные эффекты, в которых концентрация энергии излучения в ограниченных объемах среды приводит к нелинейности оптических свойств (параметров) этой среды, при этом зависимость характера протекания таких явлений от интенсивности падающего света является слабой или вообще отсутствует. Такие явления могут протекать как в малых, так и больших световых полях, а некоторые из них имеют место и для низкочастотных и даже постоянных электрических и магнитных полей. Некогерентные явления развиваются квазилокально, без передачи энергии соседним областям среды, при этом главной особенностью таких эффектов является их независимость от фазы падающего излучения.

К некогерентным явлениям относятся:

- электрооптический эффект, или эффект Поккельса (сообщение оптической анизотропии кристаллическим изотропным диэлектрикам без центра инверсии, помещенным в сильное однородное электрическое поле, при этом показатель преломления становится нелинейной функцией напряженности поля); является нелинейным эффектом второго порядка;
- эффект Керра (аналогичен эффекту Поккельса, но является нелинейным эффектом третьего порядка);
- нелинейное многофотонное поглощение света и ряд других.

В некоторых источниках указывается, что отдельные некогерентные эффекты можно было бы и не относить к нелинейной оптике, поскольку их протекание в широких пределах не зависит от интенсивности падающего света и может происходить и в весьма малых световых полях, что и обусловило возможность их наблюдения задолго до появ-

ления лазеров. Однако более обоснованным следует считать включение таких явлений в нелинейную оптику, понимаемую тем самым в несколько более общем смысле. В дальнейшем в пособии рассматриваются когерентные нелинейные эффекты.

К когерентным эффектам относят такие, которые проявляются лишь в сильных световых полях и существенным образом зависят от интенсивности падающего света, причем определяющую роль здесь играют фазовые соотношения. При этом различные световые волны могут активно взаимодействовать между собой, обмениваться энергией вплоть до полного преобразования одной волны в другую. При рассмотрении таких эффектов определяющую роль играют следующие за линейным члены разложения в индуцированной поляризованности среды (1.10).

Когерентные оптические явления принципиально возможны в любых средах, а также в вакууме. Действительно, уже при достигнутых интенсивностях лазерного излучения световые импульсы можно рассматривать как «сгустки» энергии, которым в соответствии с общей теорией относительности можно сопоставить вполне определенную массу. Гравитационное взаимодействие различных световых сгустков или частей одного и того же сгустка уподобляет вакуум нелинейно-оптической среде. Гораздо более сильными являются когерентные эффекты в конкретных средах и веществах, где они возникают вследствие взаимодействия электромагнитного излучения с электронами и ионами вещества.

К эффектам, обусловленным вещественной составляющей нелинейных восприимчивостей, относятся:

- эффекты генерации высших оптических гармоник, в частности, связанные с удвоением и утроением частоты света;
- эффекты самовоздействия интенсивного светового пучка в нелинейных материалах (например, явления самофокусировки и самоканализации, при которых возникает перепад свойств среды в пучке и вне пучка, а его распространение приобретает волноводный, нитевидный характер, устраняющий дифракционную расходимость) и другие эффекты.

К эффектам, обусловленным мнимой составляющей нелинейных восприимчивостей, относятся:

- многофотонные процессы (фотоионизация и фотовозбуждение, гиперрассеяние света и др.), когда в элементарном акте взаимодействия

света с атомом вещества участвует не один, а несколько фотонов. Если мнимая составляющая линейной восприимчивости ответственна за одинофотонные процессы, то мнимые составляющие восприимчивостей высших порядков – за многофотонные процессы;

- вынужденное комбинационное рассеяние света, заключающееся в том, что интенсивное падающее излучение вызывает появление в оптической среде волны рассеянного стимулированного излучения на смещенных (комбинационных) частотах, характеристики которого имеют нелинейную зависимость от характеристик вынуждающего излучения;

- вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна, при котором мощное световое излучение возбуждает в среде когерентные колебания молекул по закону бегущей волны, при этом происходит рассеяние света на образованной периодической структуре (сверхзвуковой волне) и ряд других.



Рис. 7. Основные нелинейные эффекты в волоконной оптике

Между двумя названными типами оптических эффектов существует определенное соотношение. Оказывается, что

$$\text{Im } \chi^{(m)} \sim \text{Re } \chi^{(m+1)} \cdot E, m \geq 1.$$

Это означает, что эффекты, связанные с мнимой составляющей линейной восприимчивости, оказываются одного порядка по величине с эффектами, обусловленными вещественной составляющей квадратичной восприимчивости. То же самое можно сказать об эффектах, свя-

занных с мнимой составляющей квадратичной восприимчивости, и эффектах, связанных с вещественной составляющей кубичной восприимчивости и т.д.

Таким образом, можно сформулировать *общее правило*: *эффекты, обусловленные мнимой составляющей восприимчивости  $t$ -го порядка, сравнимы по величине с эффектами, обусловленными вещественной составляющей восприимчивости  $(t + 1)$ -го порядка.*

Пример: двухфотонное поглощение света – это нелинейный эффект, сравнимый по величине с эффектом генерации третьей оптической гармоники (утроения частоты света).

Основные нелинейные эффекты в волоконной оптике приведены на рис. 7.

#### **1.4. Нелинейно-оптическое преобразование частоты. Фазовый (волновой) синхронизм**

*Необходимым условием наблюдения нелинейных эффектов в оптике является наличие нелинейных восприимчивостей оптической среды, не равных нулю хотя бы в одном из порядков.*

При достаточно высокой интенсивности падающего излучения, достигаемой за счет фокусировки лазерных пучков, возможна не только генерация второй гармоники, но и генерация суммарных и разностных частот двух и более лазеров по схеме  $\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$ , а также высших гармоник и суммарных и разностных частот в процессах высших порядков по схеме  $\omega_3 = n\omega_1 \pm m\omega_2$  ( $n, m$  – целые числа). Виды нелинейно-оптического преобразования частоты в среде с квадратичной нелинейностью представлены на рис. 8.

Под действием поля падающей на нелинейную среду световой волны возникает волна нелинейной поляризации, т.е. среда приобретает способность переизлучать свет на определенной частоте. Пусть для определенности переизлучение идет на частоте второй гармоники  $2\omega$ , где  $\omega$  – циклическая частота основной (падающей) волны. Наличие не-нулевой квадратичной восприимчивости не является достаточным условием генерации второй гармоники. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

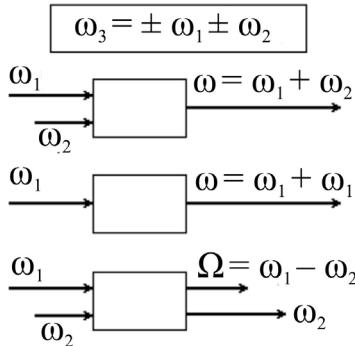


Рис. 8. Нелинейно-оптическое преобразование частоты в среде с квадратичной нелинейностью (сверху вниз: генерация на суммарной частоте; генерация второй гармоники; генерация на разностной частоте)

Оптические среды, как правило, характеризуются дисперсией, т.е. зависимостью показателя преломления от частоты (длины волны). Показатели преломления на соответствующих частотах обозначим  $n(\omega)$  и  $n(2\omega)$ . Вследствие дисперсии показателя преломления имеем:  $n(\omega) \neq n(2\omega)$ . Не равны друг другу будут и фазовые скорости:

- для основной волны  $v = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{\omega}{k}$  (через  $k$  обозначен модуль соответствующего волнового вектора) и
- для второй гармоники  $v = \frac{c}{n(2\omega)} = \frac{2\omega}{K}$  ( $K$  – модуль волнового вектора для переизлученной волны).

Физическая величина  $\Delta k = K - 2k$  называется *волновой расстройкой*. В силу неравенства  $v \neq v$  (при этом волновая расстройка  $\Delta k \neq 0$ ) разность фаз между рассматриваемыми волнами будет периодически изменяться, а амплитуда (интенсивность) второй гармоники будет периодически зависеть от координаты. Если ввести в рассмотрение длину когерентности в соответствии с формулой

$$l_{\text{kog}} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n(2\omega) - n(\omega)},$$

где  $\lambda$  – длина волны падающего излучения,  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ ; то получим, что интенсивность второй гармоники  $I_2$  принимает минимальные значения

с пространственным периодом, равным удвоенной длине когерентности (рис. 9). График отображает перекачку энергии вдоль оси Oz от падающей волны ко второй гармонике и наоборот.

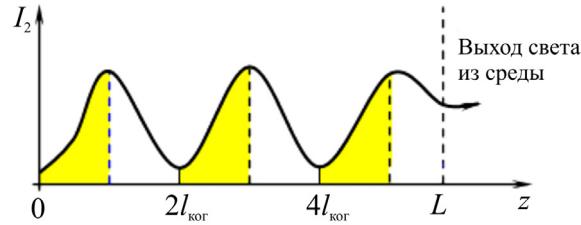


Рис. 9. Энергообмен между падающей и переизлученной волнами при генерации второй гармоники

Математически стационарный процесс перекачки энергии между волнами выражается формулой

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I(2\omega)}{I(\omega)} = \text{const} \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}\Delta k \cdot z\right)}{\left(\frac{1}{2}\Delta k\right)^2} = \frac{\text{const}_1}{(\Delta k)^2} [1 - \cos(\Delta k \cdot z)]. \quad (1.20)$$

При выполнении условия

$$n(2\omega) = n(\omega) \quad (1.21)$$

длина когерентности  $l_{\text{kog}}$  обращается в  $\infty$ , и переход энергии от основной волны ко второй гармонике происходит на всем пути света в нелинейной среде. Это означает, что фаза волны второй гармоники, испущенной в начале нелинейного кристалла, будет совпадать с фазой волны, испущенной в любой точке, которой она достигла при распространении в кристалле. Амплитуда светового вектора (интенсивность волны второй гармоники) вследствие синфазного сложения волн, генерируемых во всех точках среды, будет расти пропорционально длине среды, т.е. имеет место пространственное накопление нелинейного эффекта. При этом нелинейная среда действует как объемная решетка согласованных друг с другом элементарных диполей, излучающих максимально в направлении распространения волны.

Эквивалентное условию (1.21) обращение в ноль волновой расстройки:

$$\Delta k = 0 \quad (1.22)$$

называется *условием фазового (волнового) синхронизма*. Можно показать, что при этом условии происходит наибольшее усиление колебаний светового вектора за счет интерференции световых волн, переизлученных в различных точках нелинейной среды. Таким образом, условие фазового синхронизма имеет интерференционную природу.

При  $\Delta k = 0$  из формулы (1.20) находим:

$$\frac{I(2\omega)}{I(\omega)} = \text{const} \cdot z^2,$$

т.е. имеет место пространственное накопление нелинейного эффекта (генерации второй гармоники). График зависимости амплитуды волны второй гармоники от координаты  $z$  для  $\Delta k = 0$  и  $\Delta k \neq 0$  приведен на рис. 10.

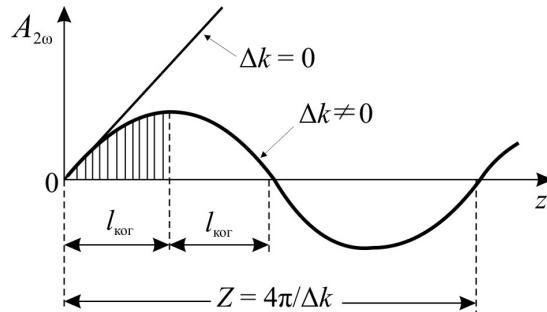


Рис. 10. Характер изменения амплитуды волны второй гармоники по координате

Условие (1.22) представляет собой некоторую идеальную физическую модель. С учетом реальных факторов (немонохроматичность световой волны, наличие сильной дисперсии и др.) можно достичь выполнения менее строгого условия:

$$\Delta k \ll K, \text{ или } \Delta k \ll \min(K, 2k), \quad (1.23)$$

которое называется *условием приближенного синхронизма*.

На практике выполнение условий (1.22) или (1.23), на первый взгляд, может встретить серьезные трудности. Действительно, поскольку прозрачные оптические среды характеризуются нормальной дисперсией, то, как правило,

$$n(2\omega) > n(\omega),$$

т.е. волна второй гармоники отстает от волны поляризованности. Д. Джордмейну (США) удалось показать, что равенство фазовых скоростей основной и второй гармоник может быть достигнуто применением анизотропных кристаллов, обладающих свойством двойного лучепреломления. В этих кристаллах синхронизм реализуется между обычновенной и необыкновенной волнами, поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях. При этом, в частности, достигается наиболее эффективная передача энергии при генерации высших гармоник.

Для отрицательных одноосных анизотропных кристаллов, к которым принадлежит подавляющее большинство известных нелинейных кристаллов, волна основного (лазерного) излучения должна быть обычновенной, а волна гармоники – необыкновенной.

Рассмотрим изоповерхности показателей преломления для обычновенного и необыкновенного лучей в отрицательном одноосном кристалле (рис. 11).

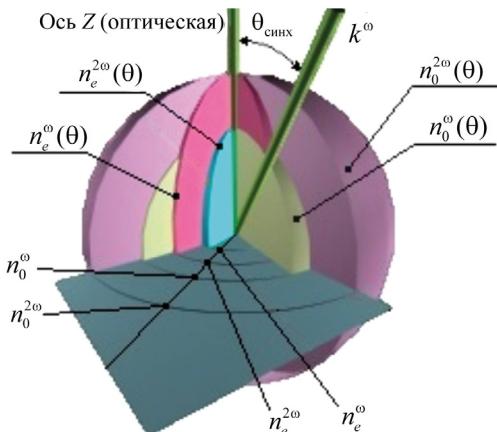


Рис. 11. Поверхности равного показателя преломления для обычновенного и необыкновенного лучей

Если волны частот  $\omega$  и  $2\omega$  принадлежат одному типу (обыкновенные или необыкновенные), то иметь одинаковые показатели преломления невозможно:

$$n_0(2\omega) \neq n_0(\omega); \quad n_e(2\omega) \neq n_e(\omega).$$

Однако для разных типов волн условие синхронизма может быть выполнено:

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_0^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}.$$

В случае отрицательного одноосного кристалла  $n_e(\omega) < n_0(\omega)$  и угол синхронизма, удовлетворяющий условию  $n_e^{2\omega}(\theta_{\text{синх}}) = n_0^{\omega}$ ,

$$\theta_{\text{синх}} = \arcsin \sqrt{\frac{[n_0(\omega)]^{-2} - [n_0(2\omega)]^{-2}}{[n_e(2\omega)]^{-2} - [n_0(2\omega)]^{-2}}}.$$

Так, при генерации второй гармоники в кристалле KDP (дигидрофосфат калия  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ) с помощью рубинового лазера ( $\lambda = 694,3$  нм) значения показателей преломления следующие:  $n_e(\omega) = 1,466$ ,  $n_e(2\omega) = 1,487$ ,  $n_0(\omega) = 1,506$ ,  $n_0(2\omega) = 1,534$ , а угол синхронизма  $\theta_{\text{синх}} = 50,4^\circ$ .

В самом общем случае условие (1.22) следует записывать в векторном виде:

$$\vec{K} = \vec{K}_1, \quad (1.24)$$

где  $\vec{K}$  – собственный волновой вектор результирующей переизлученной световой волны (например, волны второй гармоники), а  $\vec{K}_1$  – вынуждающий волновой вектор на частоте переизлученной волны (например, волновой вектор волны квадратичной поляризованности). Имеется в виду, что волна нелинейной поляризованности выполняет роль «вынуждающей силы».

С точки зрения квантовой физики условие фазового синхронизма в форме (1.24) представляет собой закон сохранения импульса  $\vec{p} = \hbar \vec{K}$  при слиянии и распаде фотонов.

Таким образом, достаточным условием наблюдения нелинейных когерентных эффектов в оптике является наличие фазового синхронизма.

## 1.5. Волновое уравнение для электромагнитного поля в нелинейной среде

С точки зрения общей постановки задачи нелинейная оптика сводится к теории взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. Естественно, что эта задача должна включать, во-первых, теорию излучения и, во-вторых, рассмотрение поведения вещества. Пол-

ное описание излучения с учетом квантовых эффектов достигается в рамках квантовой электродинамики, а последовательная теория вещества и его взаимодействия с излучением основывается на соответствующих квантовомеханических уравнениях. В случае интенсивного оптического излучения, для которого число фотонов в основных модах (гармониках) много больше единицы, квантовой природой излучения обычно можно пренебречь. Тогда оправдан так называемый *полуклассический подход*, в котором излучение описывается классически, а вещество – квантовомеханически. Подавляющая часть эффектов нелинейной (как, впрочем, и линейной) оптики описывается полуклассической теорией излучения, в которой электромагнитное поле подчиняется классическим уравнениям Максвелла, и лишь поведение вещества является квантовым. Этот подход будет использован далее, причем во многих случаях будет привлекаться также классическое и феноменологическое описание нелинейно-оптических свойств среды. Дальнейшее изложение на базе полуклассического подхода ограничено, с одной стороны, рамками нелинейной электродинамики сплошных сред, что отвечает достаточно большой концентрации частиц среды, а с другой – случаями настолько низкого уровня интенсивности излучения, что становятся существенными квантовые шумы.

С учетом сформулированного подхода типовой рассматриваемой задачей становится распространение в макроскопической оптической среде световой волны, характеризуемой усредненными характеристиками – энергией волны, напряженностью поля волны и т.д. Поэтому основным методом описания при дальнейшем рассмотрении будет не квантовая механика, а электродинамика, основанная на уравнениях Максвелла и учитывающая нелинейные свойства среды, однако при этом сохраняются ключевые понятия квантовой физики (фотоны, квантовые состояния и переходы). Это связано с тем, что процесс взаимодействия на микроскопическом уровне представляет собой взаимодействие одного или нескольких квантов излучения с атомом, также являющимся квантовой системой, характеризуемой соответствующими квантовыми состояниями. Более подробно такого рода процессы рассматриваются в подразд. 1.7, 1.8.

Получим волновое уравнение для среды с нелинейной поляризованностью. Рассмотрим систему уравнений Максвелла для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , записанную в дифференциальной форме и описывающую электро-

магнитное поле в изотропном нелинейном диэлектрике (в отсутствие свободных электрических зарядов и токов):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \operatorname{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \epsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0; \operatorname{div} \vec{H} = 0. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Применяя оператор ротора к первому уравнению системы (1.25) и используя остальные уравнения этой системы, а также учитывая формулы из векторного анализа:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{rot} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E}; \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \vec{H},$$

получим следующее волновое уравнение для диэлектрика, содержащее только световой вектор  $\vec{E}$  и связанные с ним величины поляризованностей (линейной и нелинейных):

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\vec{E} + \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \vec{P}^{\text{лин}} + \frac{1}{\epsilon_0} (\vec{P}^{\text{кв}} + \vec{P}^{\text{куб}} + \dots)]. \quad (1.26)$$

Здесь  $\Delta \vec{E}$  – оператор Лапласа,  $\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$ . При выводе нелинейного уравнения (1.26) использовано материальное уравнение (1.11). Для анизотропной оптической среды волновое уравнение (1.26) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \sum_{k=1}^3 (1 + \chi_{ik}^{(1)}) E_k \right] + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj}^{(2)} E_k E_j + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m + \dots \right). \end{aligned} \quad (1.27)$$

*Волновое уравнение (1.27) является инструментом математического и физического исследования нелинейных эффектов соответствующих порядков в оптике.*

Уравнения (1.26), (1.27) относятся к волновым уравнениям, описывающим бегущие электромагнитные волны, распространяющиеся с фазовой скоростью величиной порядка  $\frac{c}{\sqrt{1+\chi}}$ , при этом нелинейные чле-

ны являются аналогом вынуждающей силы. Именно нелинейная составляющая поляризованности (выражение в круглых скобках в уравнении (1.26)) среды обусловливает нелинейные явления, происходящие при распространении в среде мощного излучения.

## 1.6. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Объяснить различный характер взаимодействия световых полей малой и большой интенсивности с веществом.
2. Показать на примерах, что в нелинейной оптике нарушается принцип суперпозиции.
3. Записать формулу (1.10) для анизотропного линейного оптического кристалла.
4. Каковы физические причины нелинейных оптических явлений?
5. Каков физический смысл величины  $\chi^{(m)}$  – нелинейной восприимчивости  $m$ -го порядка?
6. Вычислить отношение нелинейных восприимчивостей  $\chi^{(2m+1)} / \chi^{(2m-1)}$  для соседних нечетных порядков ( $m > 2$ ) как функцию параметра нелинейности, определяемого формулой (1.9).
7. Вычислить параметр нелинейности (1.9) для излучения импульсного лазера интенсивностью  $I = 10^{14}$  Вт/м<sup>2</sup>, распространяющегося в одноатомном однородном кристалле, не являющемся магнитным материалом ( $\mu = 1$ ), с характерной напряженностью внутриатомного поля  $E_{\text{ат}} = 10^{10}$  В/м и показателем преломления  $n = 1,5$ .
8. Объяснить, почему наибольший вклад в нелинейные оптические процессы будут давать низшие члены в разложении (1.10).
9. Каковы физические причины одновременного возникновения нескольких волн с кратными частотами в нелинейной среде?
10. Показать, что если на среду воздействуют две плоские монохроматические волны с различными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , то квадратичная поляризованность среды будет содержать гармонические составляющие на частотах  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\omega_1 - \omega_2$  и  $\omega_1 + \omega_2$ .
11. Пояснить схему опыта П. Франкена по наблюдению генерации второй гармоники.
12. Объяснить сущность некогерентных нелинейных эффектов в оптике.
13. В чем состоит физический смысл фазового синхронизма?

14. Как обеспечивается фазовый синхронизм при генерации второй гармоники?

15. В чем заключается полуклассический подход при рассмотрении взаимодействия электромагнитного излучения с веществом?

16. Объяснить, как влияет симметрия оптического кристалла на его нелинейную поляризацию.

17. Пояснить, почему в кварцевых стеклах, применяемых в оптических световодах, не могут иметь место нелинейные эффекты второго порядка.

18. Записать волновое уравнение (1.27):

- а) для анизотропного линейного;
- б) изотропного линейного;
- в) кубично-нелинейного оптических кристаллов.

19. Объяснить, что представляет собой пьезоэлектрический кристалл с точки зрения нелинейной восприимчивости оптических сред.

20. Получить волновое уравнение для среды с нелинейной поляризованностью, записанное для магнитной составляющей электромагнитного поля.

21. Что такое дисперсия нелинейных восприимчивостей и чем она обусловлена?

22. Объяснить физический смысл четырех уравнений, входящих в систему (1.25).

23. Дать математическую запись того, что некоторая оптическая среда является слабопоглощающей и слабонелинейной.

## **1.7. Модели взаимодействия светового поля с веществом**

Описание взаимодействия излучения с веществом может осуществляться как в рамках классических моделей, так и с использованием языка квантовой механики. Объектом, с которым взаимодействует излучение, является определенная квантовая система, которая с тем или иным приближением моделирует реальный атом, молекулу или ион. При этом само излучение может рассматриваться как с точки зрения классического описания (напряженность поля), так и квантового описания (фотоны). Использование различных моделей, взаимно дополняющих друг друга, позволяет дать комплексное рассмотрение взаимодействия излучения с веществом. Ограничиваются при этом линейной

поляризацией  $\vec{P}^{(1)}$  можно лишь при небольшой интенсивности излучения. Поэтому, когда речь идет о взаимодействии лазерного излучения с веществом, необходимо принимать во внимание высшие члены разложения в материальном уравнении (1.10). Далее, помимо многофотонных процессов, рассматриваются и другие явления, возникающие из-за экстремально большой интенсивности лазерного излучения, например изменение агрегатного состояния подвергающейся воздействию среды. Типичным является возникновение оптического пробоя в конденсированных средах.

### 1.7.1. Классическая линейная модель

Классические модели среды относительно просты и, по крайней мере, качественно описывают многие аспекты линейного и нелинейного отклика среды на оптическое излучение. В классической линейной модели среда представляется набором гармонических осцилляторов. Бегущая электромагнитная волна, распространяясь в линейной среде, возбуждает в этой среде также бегущую волну поляризации среды, которая, в соответствии с электронной моделью Друде – Лоренца, обуславливает генерацию вторичных бегущих волн. При этом в каждой точке среды внешнее переменное электрическое поле индуцирует локальные диполи – диполи Герца, колебания которых в линейной среде гармонические, с частотой  $\omega$  внешнего поля.



Пауль Друде (1863–1906) – немецкий физик, один из авторов классической электронной теории



Хендрик Лоренц (1853–1928) – выдающийся нидерландский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии по физике

Наводимый излучением дипольный момент одного осциллятора (электрон в атоме)

$$\vec{p} = -e \cdot \vec{r}, \quad (1.28)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $e < 0$ ;  $\vec{r}$  – смещение электрона от положения равновесия. Уравнение движения одного осциллятора является уравнением вынужденных затухающих колебаний и имеет вид

$$m_e \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -2m_e \beta_0 \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} - m_e \omega_0^2 \cdot \vec{r} - e \vec{E}(t). \quad (1.29)$$

Здесь  $m_e$  – масса электрона;  $\omega_0$  – резонансная частота колебаний;  $\beta_0$  – коэффициент затухания;  $\vec{F}_y$  – квазиупругая (возвращающая) сила,  $\vec{F}_y = -m_e \omega_0^2 \cdot \vec{r}$ ;  $E(t)$  – электрическая напряженность поля световой волны. Смещения электрона  $\vec{r}$  по порядку величины равны размерам атома или молекулы ( $\sim 10^{-10}$  м), что много меньше длины волны оптического излучения ( $\sim 10^{-7}$  м). Поэтому напряженность электрического поля  $\vec{E}$  можно считать не зависящей от координаты. Если среда состоит из одинаковых осцилляторов с концентрацией  $N_0$ , то, согласно (1.28), вектор поляризованности среды

$$\vec{P} = -eN_0 \vec{r},$$

а уравнение (1.29) для излучения с фиксированной (линейной) поляризацией эквивалентно скалярному уравнению:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P = \epsilon_0 \omega_p^2 \cdot E(t), \quad (1.30)$$

где введена плазменная частота

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N_0}{\epsilon_0 m_e}}.$$

Модель (1.30) обычно используется в рамках спектрального подхода, применяемого с учетом линейности задачи. Смысл этого подхода состоит в том, что при взаимодействии электромагнитной (световой) волны со связанными оптическими электронами отклик среды зависит

от частоты  $\omega$ . Поле излучения разлагается в спектр монохроматических волн с помощью интеграла Фурье:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{\omega} E_{\omega} \exp(i\omega t) d\omega, \quad E_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\omega} E(t) \exp(-i\omega t) dt. \quad (1.31)$$

Аналогичным образом раскладывается поляризованность среды:

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\omega} P_{\omega} \exp(i\omega t) d\omega. \quad (1.32)$$

Линейную восприимчивость среды  $\chi^{(1)}(\omega)$ , определяемую соотношением

$$P_{\omega} = \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) E_{\omega},$$

находим подстановкой (1.31) и (1.32) в (1.30):

$$\chi^{(1)}(\omega) = \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta_0\omega)}. \quad (1.33)$$

Два простых нуля знаменателя последней дроби  $\omega_{+-}$  располагаются в нижней полуплоскости комплексной переменной  $\omega$ :

$$\omega_{+-} = -i\beta_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 - \beta_0^2}.$$

Этот вывод имеет общий характер, не ограниченный рассматриваемой моделью термодинамически равновесной среды.

Ввиду слабости затухания ( $\beta_0 \ll \omega_0$ ) описываемый (1.33) отклик среды обладает резким резонансом при  $\omega \approx \omega_0$ , причем ширина резонанса  $\Delta\omega \sim \beta_0 \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Комплексность восприимчивости, существенная вблизи резонанса, отвечает сдвигу фазы колебаний поляризованности по отношению к колебаниям поля. С другой стороны, это обстоятельство означает комплексность линейной диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon^{(1)}(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta_0\omega)}, \quad (1.34)$$

т.е. наличие частотной зависимости у показателя преломления  $n$  и коэффициента поглощения  $\mu$ . Эти величины можно выразить через действительную и мнимую части линейной восприимчивости  $\chi^{(1)}(\omega)$ :

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \chi^{(1)}(\omega), \quad (1.35)$$

$$\mu(\omega) = \left( \frac{\omega}{nc} \right) \cdot \operatorname{Im} \chi^{(1)}(\omega). \quad (1.36)$$

Уравнение (1.36) в рамках линейной модели подтверждает вывод о том, что мнимая часть восприимчивостей обусловлена поглощающими свойствами среды. Для непоглощающей среды  $\operatorname{Im} \chi^{(1)}(\omega) = 0$ .

Частотная зависимость показателя преломления  $n(\omega)$  называется *хроматической дисперсией*. Возникновение хроматической дисперсии связано с характерными частотами  $\omega_j$ , на которых среда поглощает электромагнитное излучение вследствие осцилляций связанных электронов. Вдали от резонансных частот среды в предположении отсутствия затухания ( $\beta_0 = 0$ ) и с учетом (1.35) (1.36) получаем формулу *Селлмайера*:

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^3 \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (1.37)$$

где  $B_j$  – величина  $j$ -го резонанса.

В случае оптического волокна параметры  $B_j$ ,  $\omega_j$  зависят от состава сердцевины волокна. Для объемного кварцевого стекла эти параметры следующие:  $B_1 = 0,696$ ,  $B_2 = 0,408$ ,  $B_3 = 0,897$ ,  $\lambda_1 = 68,4$  нм,  $\lambda_2 = 116,2$  нм,  $\lambda_3 = 9,9$  мкм. Здесь  $\lambda_j$  – длины волн, соответствующие резонансным частотам  $\omega_j$ ,  $\lambda_j = \frac{2\pi c}{\omega_j}$ ;  $c$  – скорость света в вакууме,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

В линейной модели знание восприимчивости (1.33) позволяет описать отклик среды на импульс излучения произвольной формы. Заметим, что в случае коротких импульсов возбуждающего излучения затухание имеет принципиальное значение. Если пренебречь им, то после прохождения импульса осцилляторы колебались бы неограниченно долго и, соответственно, испускали бы в виде излучения бесконечно большую энергию.

Линейность задачи не означает, что излучение не меняет состояния среды. Напротив, излучение приводит к раскачке осцилляторов среды, наиболее выраженной вблизи резонансных частот. На отклик среды налагивается лишь требование его малости (линейности):

$$|\vec{r}| \ll \lambda_j.$$

Таким образом, классическая линейная модель применима для случая малого отклика среды на внешнее световое поле и позволяет в первом приближении определить частотные зависимости оптических характеристик (показатель преломления, коэффициент поглощения, линейная восприимчивость).

### 1.7.2. Модели ангармонического осциллятора

Возникновение нелинейного отклика среды на действие внешнего светового поля связано с ангармоническим движением связанных электронов, т.е. при больших отклонениях от положения равновесия следует учитывать ангармоничность электронных осцилляторов. В частности, ангармонизм движения осциллятора возникает в лазерных пучках, при этом его потенциальная энергия  $U$  и возвращающая сила  $F$  уже не описываются формулами (для одномерного движения  $|\vec{r}| = x$ ):

$$U = \frac{1}{2}kx^2, \quad F = -kx. \quad (1.38)$$

Рассмотрим общую модель ангармонического осциллятора без затухания. Для адекватного описания осциллятора при высоких интенсивностях света в разложении в ряд функции  $U(x)$  следует учесть члены более высоких степеней (ангармонические члены):

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{3}m_e\beta x^3 - \frac{1}{4}m_e\delta \cdot x^4 + \dots \quad (1.39)$$

С учетом формулы  $\vec{F} = -\nabla U$  это приводит к зависимости

$$F(x) = -kx + m_e\beta x^2 + m_e\delta \cdot x^3 + \dots \quad (1.40)$$

и, в отсутствие затухания, соответственно, к уравнению динамики:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \left( \frac{e}{m_e} \right) E(t) + \beta x^2 + \delta \cdot x^3 + \dots \quad (1.41)$$

В формулах (1.38)–(1.41)  $x$  – смещение от положения равновесия,  $m_e$  – масса электрона,  $k$  – коэффициент квазиупругой силы,  $\beta$  и  $\delta$  – «упругие» константы молекулы, зависящие от ее химической природы,

$\omega_0$  – собственная частота гармонических колебаний осциллятора для случая, когда интенсивность света мала,  $\omega_0 = \sqrt{k/m_e}$ . Принимая, что поправки  $\beta x^2$  и  $\delta x^3$  невелики, решение (1.41) можно найти методом последовательных приближений.

В нулевом приближении ангармонические члены отбрасываются, и решение имеет вид

$$x_0(t) = \frac{(eA/m_e) \cdot \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (1.42)$$

что дает  $P = N_0 e x_0(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t)$ , и линейная восприимчивость для одиночного осциллятора вычисляется следующим образом:

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{1}{N_0} \cdot \chi^{(1)}(\omega) = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (1.43)$$

Последняя формула получается из (1.33), если положить  $\beta_0 = 0$ .

В первом приближении следует подставить решение нулевого приближения (1.42) в уравнение (1.41), которое теперь, с учетом того, что:

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t), \quad \cos^3 \omega t = \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t,$$

перепишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x &= \frac{eA}{m_e} \cos \omega t + \frac{\beta(eA/m_e)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} (1 + \cos 2\omega t) + \\ &+ \frac{\delta(eA/m_e)^3}{4(\omega_0^2 - \omega^2)^3} (3 \cos \omega t + \cos(3\omega t)). \end{aligned} \quad (1.44)$$

В уравнении (1.44) вынуждающая сила представлена тремя гармоническими членами с частотами  $\omega, 2\omega, 3\omega$  и одним статическим слагаемым. Поэтому частное решение представляется как суперпозиция решений на частотах  $0, \omega, 2\omega, 3\omega$ .

Заметим, что для статической составляющей уравнение динамики имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = + \frac{\beta(eA/m_e)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \quad (1.45)$$

Поскольку  $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ ,

$$x_{\text{стат}} = \frac{\beta(eA/m_e)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \cdot \frac{1}{\omega_0^2}. \quad (1.46)$$

Таким образом, установившиеся вынужденные колебания в первом приближении описываются уравнением вида

$$\begin{aligned} x(t) = & \frac{(e/m_e) A \cos \omega t}{(\omega_0^2 - \omega^2)} + \frac{\beta(eA/m_e)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \left[ \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right] + \\ & + \frac{\delta(eA/m_e)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^3} \left[ \frac{3 \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\cos 3\omega t}{\omega_0^2 - (3\omega)^2} \right]. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Поскольку колебания оптического электрона кроме основной частоты совершаются на удвоенной и утроенной частотах, то в оптической среде под действием падающей волны возникают дополнительные волны с частотами  $2\omega$  и  $3\omega$ , что означает нарушение одного из основных принципов линейной оптики о неизменности частоты света при переходе из одной среды в другую. Вторая гармоника ( $2\omega$ ) может возбуждаться в прозрачной среде даже при небольшом ангармонизме оптических электронов. Кроме того, согласно (1.47) кубичная ангармоничность ( $\delta x^3$ ) вызывает изменение поляризованости на основной частоте.

Действительно, объединяя члены с частотой  $\omega$ , получаем:

$$\begin{aligned} x_1(t) = & \frac{(eA/m_e) \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\delta}{4} \cdot \left[ \frac{eA/m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^3 \frac{3 \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}; \\ x_1(t) = & \frac{\epsilon_0 \chi(\omega) A \cos \omega t}{e}, \end{aligned}$$

и, так как  $\chi(\omega) = \frac{e}{\epsilon_0} \cdot \frac{x_1(t)}{A \cos \omega t}$ , то

$$\chi(\omega) = \chi^{(1)}(\omega) + \chi^{(3)}(\omega) A^2, \quad (1.48)$$

где  $\chi^{(1)}(\omega)$  вычисляется по формуле (1.33), а

$$\chi^{(3)}(\omega) = \frac{3}{4} \chi^{(1)}(\omega) \delta \frac{(e/m_e)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^3}. \quad (1.49)$$

Формула (1.48) показывает зависимость поляризованности среды, а значит, и показателя преломления от интенсивности падающей волны  $I \sim A^2$ . Таким образом, вследствие кубичной ангармоничности (член  $\delta x^3$  в уравнении (1.41)) световое поле оказывает влияние на характер отклика среды, который становится нелинейным.

При моделировании среды ангармоническими осцилляторамиозвращающая сила отвечает нелинейному закону Гука (сила не пропорциональна растяжению «пружины», а содержит нелинейную составляющую). Считая нелинейность слабой, запишем для изотропной среды одномерное волновое уравнение (1.26) с учетом затухания в виде

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_2 \cdot P^2 + K_3 \cdot P^3 + \dots = \epsilon_0 \omega_p^2 E. \quad (1.50)$$

Условие слабой нелинейности означает выполнение неравенств:

$$\omega_0^2 \gg |K_2 \cdot P|, \quad \omega_0^2 \gg |K_3 \cdot P^2|. \quad (1.51)$$

Рассмотрим модель ангармонического осциллятора с квадратичной нелинейностью ( $K_3 = 0$ ) для нерезонансного случая. Этот вид нелинейности соответствует среде без центра симметрии, например, анизотропным кристаллам. Уравнение (1.50) принимает вид

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_2 \cdot P^2 = \epsilon_0 \omega_p^2 E. \quad (1.52)$$

Нерезонансный случай означает, что комбинации частот поля не близки к частоте собственных колебаний  $\omega_0$ . При этом рассмотрение справедливо только для не слишком больших времен. Моделью среды может служить кристалл с постоянной решеткой  $a$ . Тогда коэффициент квадратичной нелинейности оценивается следующим образом:  $K_2 \sim \frac{\omega_0^2}{ea}$ .

Решим уравнение (1.52) методом малых возмущений. Введем малый параметр  $\xi$  и представим уравнение (1.52) в виде

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_2 \cdot P^2 = \xi \cdot \varepsilon_0 \omega_p^2 E. \quad (1.53)$$

Ищем решение в виде ряда по малому параметру  $\xi$ :

$$P = \xi \cdot P^{(1)} + \xi^2 \cdot P^{(2)} + \xi^3 \cdot P^{(3)} + \dots \quad (1.54)$$

Подставив (1.54) в (1.53) и собрав члены порядка  $\xi$ ,  $\xi^2$ ,  $\xi^3$ , ..., получим цепочку линейных неоднородных уравнений:

$$\frac{d^2 P^{(1)}}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP^{(1)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(1)} = \varepsilon_0 \omega_p^2 E, \quad (1.55)$$

$$\frac{d^2 P^{(2)}}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP^{(2)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(2)} = -K_2 \cdot [P^{(1)}]^2, \quad (1.56)$$

$$\frac{d^2 P^{(3)}}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP^{(3)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(3)} = -2K_2 \cdot P^{(1)} P^{(2)}, \quad (1.57)$$

.....

$$\frac{d^2 P^{(m)}}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP^{(m)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(m)} = -K_2 \cdot \sum_{l=1}^{m-1} P^{(l)} P^{(m-l)}, \quad m \geq 2. \quad (1.58)$$

Систему (1.55)–(1.58) следует решать последовательно, начиная с (1.55). Это уравнение совпадает с фигурирующим в линейной модели Друде – Лоренца уравнением (1.30), и его решение приводит к выражению для (линейного) показателя преломления среды, вытекающему из (1.33) при  $\beta_0 = 0$ . Правая часть уравнения  $m$ -го порядка (1.58) определяется через найденные ранее величины (в более низких порядках теории возмущений).

Применим общие соотношения к практически важному случаю *бигармонического возбуждения осциллятора с квадратичной нелинейностью*, т.е. случаю воздействия двух внешних волн с частотами соответственно  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Описанная выше процедура решения системы уравнений (1.55)–(1.58) приводит к следующим выражениям для квадратичных восприимчивостей:

$$\begin{aligned}
\chi^{(2)}(2\omega; \omega, \omega) &= -\frac{1}{2} K_2 \cdot \frac{\left[ \chi^{(1)}(\omega) \right]^2}{D(2\omega)}, \\
\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) &= -K_2 \cdot \frac{\chi^{(1)}(\omega_1)\chi^{(1)}(\omega_2)}{D(\omega_1 + \omega_2)}, \\
\chi^{(2)}(\omega_1 - \omega_2; \omega_1, \omega_2) &= -K_2 \cdot \frac{\chi^{(1)}(\omega_1)\chi^{(1)*}(\omega_2)}{D(\omega_1 - \omega_2)}, \\
\chi^{(2)}(0; \omega, -\omega) &= -\frac{1}{2} K_2 \cdot \frac{\left[ \chi^{(1)}(\omega) \right]^2}{D(0)}.
\end{aligned} \tag{1.59}$$

В этих коэффициентах квадратичной восприимчивости первый аргумент в скобках – частота колебаний поляризованности, а два последующих – частоты колебаний оптических полей (со знаками «+» или «-»). Функция  $D(\omega)$  имеет вид

$$D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 - i \cdot 2\beta_0\omega,$$

а знак «\*» означает комплексное сопряжение.

Соотношение частот колебаний поляризованности среды (штриховые вертикальные линии) и внешних световых полей (сплошные вертикальные линии) иллюстрирует рис. 12, где знаки «+» и «-» отвечают противоположным вертикальным направлениям (соответственно «вверх» и «вниз»).

Рис. 12, *a* отвечает первой формуле (1.59), т.е. генерации в среде второй гармоники по отношению к исходной частоте оптического излучения. На рис. 12, *б* и 12, *в* иллюстрируется соответственно генерация в данной среде суммарной и разностной частот. Наконец, рис. 12, *г* отвечает «оптическому выпрямлению» – генерации в среде постоянного электростатического поля под действием оптического излучения.

Рис. 12, *а* можно получить из рис. 12, *б*, а рис. 12, *г* – из рис. 12, *в* в пределе совпадающих частот. Наглядно рис. 12 (и последующий рис. 13) можно интерпретировать на квантовом языке как генерацию в среде фотонов с суммарными или разностными частотами.

Таким образом, в задаче о бигармоническом возбуждении осциллятора с квадратичной нелинейностью в приближении низшего порядка появляются:

- отклики с частотами вторых гармоник  $2\omega_1$  и  $2\omega_2$ ;
- отклик с нулевой частотой, соответствующий «выпрямлению» света за счет квадратичной нелинейности  $\beta x^2$ ;
- отклики с суммарной и разностной частотами  $\omega_1 + \omega_2$  и  $\omega_1 - \omega_2$ , соответствующие биениям между двумя световыми волнами.

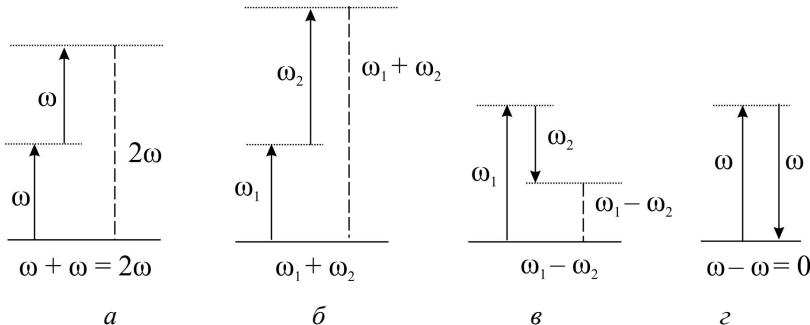


Рис. 12. Соотношение частот колебаний квадратичной поляризованности среды и оптических полей

Связь (1.59) между линейными и квадратичными восприимчивостями может быть представлена в виде

$$\frac{\chi^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \omega_2)}{\chi^{(1)}(\omega_1 \pm \omega_2) \cdot \chi^{(1)}(\omega_1) \cdot \chi^{(1)}(\omega_2)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{K_2}{\epsilon_0 \omega_p^2}.$$

Существенно, что правая часть в последнем выражении не зависит от частоты. Поскольку для различных оптических сред значения плазменной частоты  $\omega_p$  и коэффициента ангармонизма  $K_2$  варьируются не сильно, это позволяет сформулировать так называемое *правило Р. Миллера*:

$$\frac{\chi^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \omega_2)}{\chi^{(1)}(\omega_1 \pm \omega_2) \cdot \chi^{(1)}(\omega_1) \cdot \chi^{(1)}(\omega_2)} \approx \text{const.} \quad (1.60)$$

*Физический смысл правила Р. Миллера (1.60) состоит в том, что квадратичная восприимчивость для различных соотношений частот колебаний поляризованности среды и оптических полей прямо пропорциональна произведению линейных восприимчивостей для соответствующих частот.*

Из соотношения (1.60) вытекает простая и наглядная связь между величиной квадратичной восприимчивости  $\chi^{(2)}$  и коэффициентом преломления  $n$ :

$$\chi^{(2)} = \alpha n^3,$$

где  $\alpha$  – некоторый множитель, практически постоянный для широкого класса нелинейных материалов. Согласно этому, *квадратичная восприимчивость вещества тем выше, чем больше показатель преломления* (аналогом этого результата для линейной восприимчивости является уравнение (1.35)).

Как и для линейной восприимчивости, полюса (нули знаменателей) квадратичных восприимчивостей (1.59) лежат в нижней полуплоскости комплексной плоскости частот. Согласно (1.58), в следующем (третьем) порядке теории возмущений поляризованность имеет кубическую зависимость по амплитудам излучения. Спектр ее осцилляций включает вторую и третью гармоники, а также частоты, совпадающие с исходными частотами излучения.

Рассмотрим модель *ангармонического осциллятора с кубичной нелинейностью* ( $K_2 = 0$ ). Модель соответствует центросимметричной среде, например кварцевому стеклу. Если «восстанавливающая сила» меняет знак при изменении знака отклонения осциллятора (соответственно, потенциал – четная функция отклонения), то члены с четными степенями в (1.50) отсутствуют и низшим нелинейным членом служит кубический. Соответственно, при слабой нелинейности и монохроматическом внешнем излучении с частотой  $\omega$  уравнение (1.50) можно записать в форме

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\beta_0 \cdot \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_3 \cdot P^3 = \varepsilon_0 \omega_p^2 A \cos \omega t. \quad (1.61)$$

Это уравнение носит название *уравнения Дуффинга*. Хотя его точное решение отсутствует, разработаны эффективные методы его приближенного решения.

Как и в рассмотренном выше случае квадратичной нелинейности, можно воспользоваться нерезонансным приближением. Находя приближенное решение уравнения Дуффинга, приходим к следующим качественным результатам. При монохроматическом возбуждении рис. 12 заменяется на следующие схемы для модели с кубичной нелинейностью (см. рис. 13).

Рис. 13, *a* отвечает уже известной нам генерации гармоники, на этот раз третьей. Новыми свойствами обладает иллюстрируемый рис. 13, *б* и 13, *в* механизм нелинейности – для него частота колебаний поляризованности совпадает с частотой возбуждающего излучения. Этот тип нелинейности отвечает *самовоздействию*; можно убедиться (см. главу 2), что он может быть описан в терминах нелинейного (зависящего от интенсивности) показателя преломления.

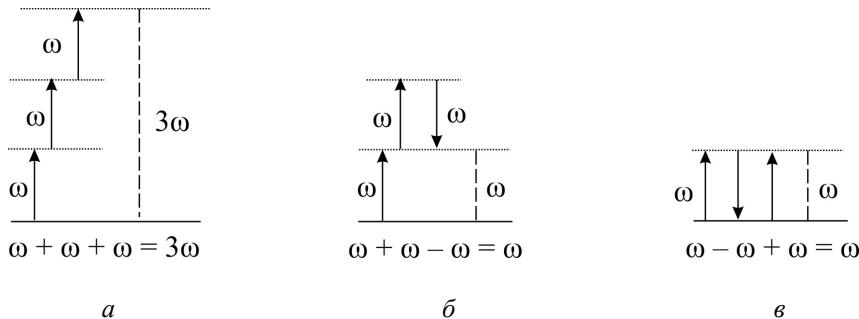


Рис. 13. Соотношение частот колебаний кубической поляризованности среды и внешнего поля

Детальный расчет показывает, что между нелинейными поляризованныстями смежных порядков  $P^{(n)}$  и  $P^{(n+1)}$  в рамках модели ангармонического осциллятора может быть получено следующее соотношение:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \approx \frac{e|E|\beta}{m_e D^2(\omega)}, \quad (1.62)$$

где  $\beta$  – коэффициент ангармоничности из уравнения (1.41). На основе рассмотрения физической природы связи электрона в атоме можно считать, что если отклонение  $x$  по порядку величины равно радиусу  $r_a$  равновесной орбиты электрона, то нелинейная сила  $m_e\beta x^2$  имеет величину того же порядка, что и линейная сила  $m_e\omega_0^2 r_a = e|E_{\text{ат}}|$ , где  $E_{\text{ат}}$  – напряженность внутриатомного электрического поля, связывающего электрон. Поэтому  $\beta/D \approx \beta/\omega_0^2 \approx r_a^{-1}$ , и отношение (1.62) имеет следующий вид:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \approx \frac{e|E|}{m_e \omega_0^2 r_a} \approx \frac{|E|}{|E_{\text{ат}}|}.$$

Амплитуду напряженности светового вектора волны следует сравнивать с напряженностью внутриатомного поля, типичная величина которой, как уже отмечалось, составляет  $E_{\text{ат}} = 10^{10} \dots 10^{11}$  В/м. Поэтому

даже для предельных интенсивностей порядка  $10^{14}$  Вт/м<sup>2</sup>, имеющих место в фокусе лазера с модулированной добротностью, нелинейность можно рассматривать как малое возмущение, поскольку даже в этом предельном случае отношение (1.62) равно:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \approx \frac{|E|}{|E_{\text{ат}}|} \approx 3 \cdot 10^{-3}.$$

Следует отметить, что это отношение увеличивается в  $\omega_0/(2\beta_0)$  раз, если знаменатель в (1.62) становится резонансным. Вместе с тем даже малые нелинейные эффекты могут быть обнаружены благодаря высокой чувствительности оптических индикаторов.

В нелинейной оптике применяются и другие осцилляторные модели, в частности модель связанных осцилляторов, модель экситонных резонансов и др. *Различные модели осцилляторов эффективны для решения большого числа линейных и нелинейных оптических задач. Они позволяют описать генерацию высших гармоник, появление суммарных и разностных частот, гистерезисные явления, а также связать линейную восприимчивость с составляющими нелинейной поляризации оптических сред.*

### 1.7.3. Квантовая модель взаимодействия

Полный расчет нелинейного отклика квантовых объектов на интенсивное лазерное излучение базируется на решении основного уравнения квантовой механики – уравнения Шредингера и в общем случае является весьма сложным. Даже для сравнительно простых молекул он требует решения многочастичной задачи с учетом взаимодействия излучения не только с электронами, но и с ядрами. Без использования теории возмущений по напряженности поля такие задачи решаются только для определенных модельных схем.

В рамках теории возмущений по напряженности поля излучения задача



Эрвин Шредингер (1887–1961) – австрийский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии по физике за создание основ квантовой механики

заметно упрощается. В настоящее время на этом пути возможен расчет нелинейных восприимчивостей кластеров, кристаллов и стекол. Рассмотрение применяемых методов расчета оптической нелинейности требует отдельного изложения. Ограничимся некоторыми примерами и перейдем к более простому одноэлектронному приближению уравнения Шредингера. Несмотря на определенные ограничения, в том числе пренебрежение или упрощенную трактовку релаксационных процессов, такой подход весьма важен для нелинейной оптики.

Исходной позицией в формировании квантовой модели служит уравнение Шредингера для волновой функции  $\psi$  атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi. \quad (1.63)$$

Здесь  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка,  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;

$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$  – полный оператор Гамильтона для атома, взаимодействующего с излучением,  $\hat{H}_0$  – оператор Гамильтона для невозмущенного атома (в отсутствие электромагнитного поля), а  $\hat{V}$  – оператор взаимодействия атома с полем. Отметим, что уравнение (1.63) линейно по волновой функции. Это не означает линейности описываемой им системы по напряженности электромагнитного поля, что и объясняет возможность его использования для вычисления нелинейной поляризованности.

По правилам квантовой механики среднее значение физической величины  $f$ , соответствующей оператору  $\hat{f}$ , дается его матричным элементом:

$$\langle f(t) \rangle = \int \psi^*(\vec{r}, t) \cdot \hat{f} \cdot \psi(\vec{r}, t) d\vec{r} = \langle \psi | \hat{f} | \psi \rangle.$$

Собственные функции невозмущенной системы ( $\hat{V} = 0$ ) считаются известными:

$$\psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) = \Phi_n(\vec{r}) \cdot \exp(-i\omega_n t). \quad (1.64)$$

Собственные циклические частоты  $\omega_n$  связаны с уровнями энергии  $W_n$  соотношением

$$\omega_n = W_n/\hbar$$

и являются вещественными. Базисные функции  $\Phi_n$  составляют полную ортонормированную систему, что в случае дискретного спектра записывается в виде

$$\int \Phi_m^* \Phi_n d\vec{r} = \delta_{nm}. \quad (1.65)$$

Произвольное решение невозмущенного ( $\hat{V} = 0$ ) уравнения Шредингера (для любых начальных условий) имеет вид

$$\psi^{(0)}(\vec{r}, t) = \sum_n a_n \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t), a_n = \text{const.} \quad (1.66)$$

Ищем решение возмущенного уравнения (1.63) в виде (используется полнота базисных функций)

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n(t) \cdot \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t). \quad (1.67)$$

После подстановки (1.67) в (1.63) находим:

$$\sum_n \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) \cdot \frac{da_n}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \cdot \sum_n a_n \hat{V} \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t). \quad (1.68)$$

Умножаем обе части (1.68) на  $\psi_n^{(0)*}(\vec{r}, t)$ , интегрируем по  $d\vec{r}$  и используем условие ортонормированности (1.65). Тогда получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{da_n}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \cdot \sum_j V_{nj}(t) a_j, \quad (1.69)$$

где введены матричные элементы оператора взаимодействия:

$$V_{nj}(t) = \left\langle \psi_n^{(0)} \mid \hat{V} \mid \psi_j^{(0)} \right\rangle = \int \psi_n^{(0)*} \cdot \hat{V} \cdot \psi_j^{(0)} d\vec{r}, V_{jn} = V_{nj}^*. \quad (1.70)$$

Начальным условием служит нахождение атома в состоянии с индексом  $i$  (обычно основное состояние):

$$a_n(0) = \delta_{ni}. \quad (1.71)$$

Из полученных соотношений можно последовательно определить амплитуды в различных порядках теории возмущений:

$$a_n = a_n^{(0)} + a_n^{(1)} + a_n^{(2)} + \dots \quad (1.72)$$

В силу начального условия (1.71) для состояния с индексом  $i$  имеем:

$$a_n^{(m)}(0) = \delta_{ni} \cdot \delta_{m0},$$

а с учетом равенства (1.70) оказывается, что:

$$a_n^{(m)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \cdot \sum_j \int_{-\infty}^t V_{nj}(t') a_j^{(m-1)}(t') dt', m \geq 1.$$

Дальнейшее рассмотрение требует конкретизации вида потенциала взаимодействия. Так, в случае электродипольного перехода в одноэлектронном приближении имеем:

$$\hat{V} = -\vec{p} \cdot \vec{E},$$

где электрический дипольный момент  $\vec{p}$  определяется по формуле

$$\vec{p} = -e \cdot \vec{r}(t), e > 0.$$

Последнее выражение справедливо в длинноволновом приближении. Результатом будет вычисление линейной и нелинейных восприимчивостей.

Представленная теория возмущений неэффективна в случае резонансов, когда частоты поля совпадают с частотами переходов или близки к ним. Отметим также, что ввиду пренебрежения релаксационными процессами эта теория не позволяет описать линейное и нелинейное поглощение.

В ряде случаев удается решить систему (1.69) без использования стандартной теории возмущений. Важный случай – резонансное взаимодействие двухуровневой квантовой системы с монохроматическим излучением, когда

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2} \left[ \vec{E} \cdot \exp(-i\omega t) + \vec{E}^* \cdot \exp(i\omega t) \right]. \quad (1.73)$$

Квантовая система (например, атом) во внешнем сильном резонансном поле в зарубежной научной литературе обычно называется «dressed atom», т.е. атом, «одетый» полем (атом + поле). Это название хорошо отражает суть явления, состоящего в том, что в этом случае нельзя рассматривать отдельно квантовую систему и поле.

Основное условие применимости модели (1.73) – частота поля  $\omega$  должна быть резонансна только одному из атомных переходов и далека

от частот остальных переходов, т.е. должна иметь место существенная неэквидистантность уровней энергии. Тогда можно считать остальные уровни слабо заселенными, и в точной системе (1.69) следует сохранить только амплитуды  $a_1$  и  $a_2$  двух уровней с резонансным переходом.

Атомный переход между уровнями 1 и 2 изображен на рис. 14. Считаем, что резонансные частоты удовлетворяют условию  $\omega_2 > \omega_1$ , а частота излучения  $\omega \approx \omega_2 - \omega_1$ . Постоянный дипольный момент отсутствует, поэтому  $V_{11} = V_{22} = 0$ , а  $V_{21} = V_{12}^*$ .

Решаем задачу методом медленно меняющихся амплитуд, т.е. пре-небрегаем быстро осциллирующими экспонентами вида

$$\exp[\pm i(\omega_2 - \omega_1 + \omega)t]$$

и сохраняем экспоненты вида

$$\exp[\pm i(\omega_2 - \omega_1 - \omega)t].$$

Тогда система обыкновенных дифференциальных уравнений (1.69) сводится к следующей линейной системе:

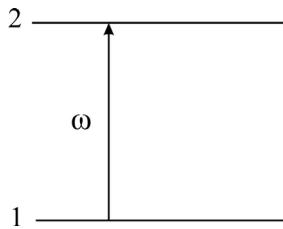


Рис. 14. Резонансное взаимодействие излучения с двухуровневой квантовой системой

$$\begin{aligned}\frac{da_1}{dt} &= iR^*a_2 \cdot \exp(-i\Omega t), \\ \frac{da_2}{dt} &= iRa_1 \cdot \exp(i\Omega t),\end{aligned}\tag{1.74}$$

где введены обозначения  $\Omega$  и  $R$ ,  $\Omega = \omega_2 - \omega_1 - \omega$ ,  $R = V_{21}/(2\hbar) = p_{21}E/(2\hbar)$ . Величина  $R$  имеет размерность частоты. Модуль этой величины  $|R|$  называют *частотой Раби*. Величины  $|a_1|^2$  и  $|a_2|^2$  определяют населенности соответствующих уровней. Ясно, что  $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$ .

Заменой переменных:

$$b = a_2 \cdot \exp(-i\Omega t)$$

можно устраниТЬ в системе (1.74) зависимость коэффициентов от времени:

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= iR^*b, \\ \frac{db}{dt} &= i(Ra_1 - \Omega b). \end{aligned} \quad (1.75)$$

Исключая из системы уравнений (1.75) величину  $a_1$ , находим:

$$\frac{d^2b}{dt^2} + i\Omega \cdot \frac{db}{dt} + |R|^2 \cdot b = 0. \quad (1.76)$$

Если искать решение уравнения (1.76) в виде  $b \sim \exp(iqt)$ , то характеристический показатель

$$q = -\frac{\Omega}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 + |R|^2}.$$

Нетрудно выписать общее решение системы уравнений (1.74), возвратившись к переменным  $a_1, a_2$ . Более простой вид оно имеет при условии точного резонанса ( $\Omega = 0$ ) при начальном условии, отвечающем заселению при  $t = 0$  только нижнего уровня  $a_1$ :

$$a_1(t) = -i \frac{R^*}{|R|} \cdot \cos(|R|t), a_2(t) = \sin(|R|t). \quad (1.77)$$

Населенности уровней

$$|a_1|^2 = \cos^2(|R|t), |a_2|^2 = \sin^2(|R|t).$$

Из анализа решения (1.77) видно, что система периодически, с частотой Раби  $|R|$ , совершает переходы (осциллирует) между низшим и верхним состояниями (рис. 15). Обычная теория возмущений (с разложением решения по степеням поля) в этом случае, очевидно, неэффективна. Оценки показывают, что частота Раби по порядку величины находится в пределах:

$$10^7 \text{ c}^{-1} \leq |R| \leq 10^{17} \text{ c}^{-1}.$$

Таким образом, частота, с которой осциллирует электрон между резонансными состояниями, может быть как меньше, так и больше частоты внешнего поля, под действием которого колебляется электрон.

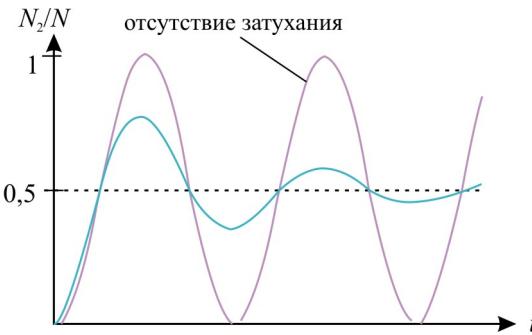


Рис. 15. Осцилляции между нижним и верхним состояниями в двухуровневой системе

Как следует из системы (1.74), после окончания импульса излучения (когда  $R = 0$ ) амплитуды  $a_1$ ,  $a_2$  остаются постоянными. Тогда дипольный момент атома будет осциллировать с частотой  $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$  неограниченно долго. В соответствии с уравнениями Максвелла это будет сопровождаться излучением с постоянной средней за период мощностью и, соответственно, бесконечной энергией. Этот результат свидетельствует об ограниченности модели и принципиальной роли релаксационных процессов. Другие ограничения рассмотренной модели связаны с пренебрежением флуктуациями. Часть этих ограничений снимается в более полном квантовофизическом рассмотрении с помощью так называемой матрицы плотности.

В задаче о резонансном взаимодействии излучения с двухуровневой квантовой системой имеется *принципиальное различие между слабым и сильным внешним полем*. Основной эффект в случае сильного поля в отличие от слабого – это эффект насыщения, наступающий при увеличении интенсивности (напряженности) внешнего светового поля и выражющийся в равенстве вероятностей нахождения электрона в начальном и возбужденном состояниях, т.е. выравнивании заселенностей этих состояний:

$$|a_1|^2 = |a_2|^2 = \frac{1}{2}.$$

Соответствующая критическая (пороговая) напряженность внешнего поля определяется из условия

$$|R| = \frac{p \cdot E}{2\hbar} \approx \Gamma,$$

где  $|R|$  – частота Раби,  $\Gamma$  – естественная ширина уровня. Отсюда можно найти:  $E_{kp} \approx 10^{-8} \cdot E_{at} \sim 5$  кВ/м.

Причиной эффекта насыщения является выравнивание населенности двух уровней энергии, между которыми под действием излучения



Исидор Айзек Раби  
(1898–1988) – американский  
физик, лауреат Нобелевской  
премии за внедрение  
резонансных методов  
исследования в атомной  
и ядерной физике

происходят вынужденные квантовые переходы «вверх» (поглощение) и «вниз» (вынужденное излучение). При этом уменьшается доля мощности излучения, поглощенного веществом. Абсолютная величина поглощаемой мощности при этом, однако, не падает, а увеличивается, стремясь к некоторому пределу. Действительно, при большой интенсивности падающего света вероятность вынужденных переходов с поглощением приближается к вероятности обратных спонтанных переходов, при этом предельная величина поглощаемой энергии обусловлена скоростью релаксации атомов в состояние с меньшей энергией. Ослабление поглощения с ростом интенсивности

светового поля иначе называют *просветлением поглощающей среды*.

В случае активного вещества с инверсией населенностей эффект насыщения приводит к уменьшению мощности вынужденного излучения, что ставит предел величине усиления в квантовых усилителях.

#### 1.7.4. Градиентные макромодели

*Нелинейно-оптический отклик среды может определяться не только локальными характеристиками излучения, но и их градиентами.* Важным примером служит действующая на среду электрострикционная сила, вызывающая перераспределение концентрации частиц в среде или ее плотности. Электрострикцией называют деформацию диэлектриков, пропорциональную квадрату электрической напряженности  $E^2$ . Для изотропных сред относительная объемная деформация при электрострикции в статическом поле находится следующим образом:

$$\frac{\delta V}{V} = A_3 \cdot \epsilon_0 E^2, \quad (1.78)$$

где  $A_3$  – коэффициент,  $A_3 = 2\beta_{сж}\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}$ ;  $\beta_{сж}$  – сжимаемость среды,  $\rho$  – ее

плотность,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость.

Для световой волны быстрые оптические колебания  $E^2$  в среде (с удвоенной оптической частотой  $\omega$ ) усредняются, так что в (1.78) следует сделать замену:  $E^2 \rightarrow |E|^2$ . В прозрачной среде (без поглощения излучения) для оптических импульсов будут возникать акустические (звуковые) волны, описываемые волновым уравнением для плотности среды  $\rho = \rho_0 + \delta\rho$ :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2\Gamma \cdot \frac{\partial}{\partial t} - v_s \cdot \nabla^2 \right) \delta\rho = -\operatorname{div} \vec{f}, \quad (1.79)$$

где  $\vec{f}$  – электрострикционная сила, определяемая выражением

$$\vec{f} = \nabla p = 2\epsilon_0 \eta \cdot \nabla |E|^2, \quad \eta = \rho_0 \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}. \quad (1.79, a)$$

В формулах (1.79), (1.80) коэффициент  $\Gamma$  определяет затухание звука,  $v_s$  – скорость звука,  $p$  – давление.

При наличии поглощения излучения в среде происходит ее нагрев, что приводит к изменению показателя преломления из-за уменьшения плотности среды и повышения температуры:

$$\delta n = \left( \frac{\partial n}{\partial \rho} \right)_T \cdot \delta\rho + \left( \frac{\partial n}{\partial T} \right)_\rho \cdot \delta T.$$

Обычно показатель преломления уменьшается при увеличении температуры, что отвечает самодефокусировке. Но в ряде твердых тел наблюдается и противоположная зависимость (самофокусировка).

Для описания *тепловой нелинейности* необходимо привлечь уравнение теплопроводности:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = k_T \Delta T + 2\epsilon_0 c n a_{погл} |E|^2. \quad (1.80)$$

Здесь  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $k_T$  – коэффициент теплопроводности;  $\Delta T$  – оператор Лапласа,  $\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ ;  $\alpha_{\text{погл}}$  – коэффициент поглощения. Последнее слагаемое в уравнении (1.80) выполняет роль теплового источника, обусловленного поглощением излучения средой, что приводит к ее нагреву. Термовая нелинейность наблюдается для непрерывного излучения даже в случае маломощных лазеров и слабопоглощающих сред.

В более общем случае распространение интенсивного излучения в реальных средах связано с изменением температуры среды  $T$ , плотности  $\rho$ , энтропии  $S$ , концентраций  $C_i$  смесей и растворов и, возможно, других термодинамических переменных. Совокупность этих переменных мы обозначим символом  $\theta = (T, \rho, S, C_i, \dots)$ . Линейная (комплексная) диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  зависит от этих переменных при их небольших изменениях  $\delta\theta$  линейно:

$$\delta\epsilon = \frac{\partial\epsilon}{\partial\theta}\delta\theta.$$

Поскольку в данном случае оптические свойства среды меняются под действием распространяющегося в ней излучения, все эти эффекты следует причислить к нелинейно-оптическим. Существенные изменения свойств среды могут происходить даже при малой интенсивности излучения за счет, например, длительности нагрева. Эти нелинейности обладают ярко выраженными свойствами нестационарности и нелокальности.

Описание подобных *термодинамических нелинейностей* требует привлечения уравнения теплопроводности (1.80), в которое как источник тепловыделения входит интенсивность излучения (квадрат амплитуды светового вектора), а также использования уравнений газо- или гидродинамики (в том числе с учетом конвективных потоков, развивающихся при нагреве среды излучением), механики деформируемого твердого тела и т.д. Укажем также, что воздействие интенсивного излучения на среду выводит ее из состояния термодинамического равновесия. Поэтому в ряде случаев, особенно для коротких импульсов, среду уже нельзя характеризовать единой температурой и прочими термоди-

намическими параметрами. В таких ситуациях требуется привлечение аппарата физической кинетики (кинетических уравнений для функций распределения типа уравнений Власова).

Как уже упоминалось, к числу некогерентных эффектов относится и классический *электрооптический эффект* (эффект Поккельса) – зависимость показателя преломления от статического электрического поля (подпадает под случай квадратичной нелинейности), а также аналогичные магнитооптический, динамооптический и другие эффекты. Данные оптические нелинейности оказываются существенными в важном классе фотоэлектрических и фоторефрактивных эффектов. Например, в ряде полупроводников под действием излучения происходит пространственное разделение противоположно заряженных носителей (электронов и дырок). Это вызывает возникновение электростатического поля и, следовательно, в кристаллах с пьезоэлектрическими свойствами, – изменение тензора диэлектрической проницаемости.

## 1.8. Элементы многофотонной оптики

Процесс взаимодействия света с веществом привлекает внимание исследователей уже не одну тысячу лет. К середине XX в. этот процесс был досконально изучен. В частности, была выяснена связь основных макроскопических законов оптики с закономерностями взаимодействия света на атомарном уровне. Последние, как оказалось, имеют одну общую черту: они являются однофотонными. Это означает, что в каждом элементарном акте атом взаимодействует лишь с одним фотоном. В этих исследованиях было достигнуто согласие теории с экспериментами.

Однако создание лазеров, последующее широкое применение лазерного излучения в системах связи, передачи и обработки информации полностью изменило ситуацию. Было обнаружено, что при взаимодействии лазерного излучения, имеющего несравненно большую интенсивность в отличие от любых долазерных источников, с веществом основные макроскопические законы оптики перестают выполняться. В основе этого обстоятельства лежит изменение микроскопических законов. При большой интенсивности излучения, помимо однофотонных процессов, существенное значение приобретают и *многофотонные процессы*, когда отдельный атом вещества поглощает несколько фотонов. При этом качественно и количественно изменяются закономерности квантовой оптики, имеющие место в однофотонной (линейной) оптике.

Рассмотрим некоторые теоретические и прикладные аспекты многофотонных процессов, представляющих собой важный случай нелинейных оптических явлений.

### 1.8.1. Виды многофотонных процессов и оценка их вероятности

Обратимся к элементарным процессам, возникающим при взаимодействии света с атомом. Достаточно хорошо известны четыре таких процесса:

- *фотоионизация* атома, при которой под действием падающего излучения происходит отрыв оптического электрона (электронов) от атома и превращения последнего в положительно заряженный ион;
- *фотовозбуждение* атома, когда последний при воздействии внешнего излучения определенной частоты переходит из основного в одно из возбужденных состояний;
- *рэлеевское рассеяние*, т.е. рассеяние света в мутной среде на естественных оптических неоднородностях (частицах), размеры которых малы по сравнению с длиной волны света, при этом частота света при рассеянии не изменяется;
- *комбинационное (рамановское) рассеяние*, при котором падающий фотон либо превращается в фотон с меньшей частотой (так называемая стоксова компонента) и в квант возбуждения вещества, например фонон – в случае колебательного возбуждения, либо объединяется с тепловым фононом и превращается в фотон с большей частотой (антистоксова компонента).

При небольшой интенсивности света все эти процессы носят однофотонный характер (рис. 16). Именно однофотонный характер микропривязаний лежит в основе таких макроскопических закономерностей, как наличие «красной границы» при фотоионизации, закон Бугера, определяющий линейное поглощение света веществом, и т.д. На рис. 16 показаны: *a* – фотоионизация атома, *b* – фотовозбуждение атома, *в* – рэлеевское рассеяние света атомом, *г* – рамановское рассеяние света атомом. Обозначения: *E* – энергия электрона в атоме, *I* – потенциал ионизации атома, *n* – основное состояние, *m*, *q* – возбужденные связанные состояния электрона в атоме, прямые стрелки – вынужденные переходы электрона в результате поглощения фотона, волнистые стрелки – спонтанные переходы электрона.

В том случае, когда интенсивность света велика, помимо указанных выше однофотонных процессов, существенную роль начинают играть и многофотонные процессы. К многофотонным процессам относятся процессы взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, при которых в одном элементарном акте одновременно происходит поглощение или испускание (или то и другое) нескольких фотонов.

При этом разность энергий поглощенных или испущенных фотонов равна энергии, приобретаемой или теряемой частицами вещества (атомами или молекулами). В этом случае происходит многофотонный переход частиц вещества между квантовыми состояниями.

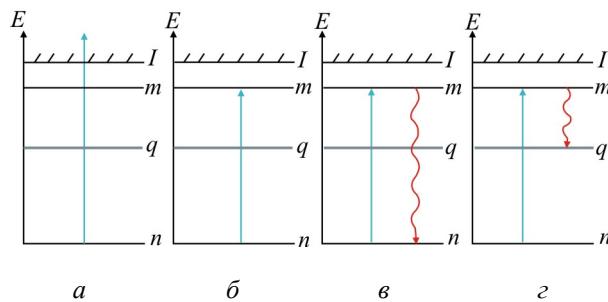


Рис. 16. Схемы однофотонных процессов

Первый двухфотонный эффект, являющийся линейным, – рэлеевское рассеяние солнечного света в воздухе – люди давно наблюдают в виде голубого цвета неба.

Многофотонными аналогами основных однофотонных процессов являются процессы, схемы которых показаны на рис. 17, где  $a$  – многофотонная ионизация атома,  $б$  – многофотонное возбуждение атома,  $в$  – возбуждение высшей (третьей) оптической гармоники падающего излучения,  $г$  – многофотонное рамановское рассеяние света (так называемое гиперрамановское рассеяние),  $i$  – состояния электрона, поглотившего один или несколько фотонов. Остальные обозначения на рис. 17 те же, что и на рис. 16.

Из сопоставления рис. 16 и 17 видно, что является общим для однофотонных и многофотонных процессов и что их различает. Общими являются начальное и конечное состояния (до и после поглощения фотонов), для которых выполняется закон сохранения энергии. Различие состоит, во-первых, в числе поглощаемых фотонов и зависимости вероятности поглощения от интенсивности излучения и, во-вторых, в том, что в случае многофотонных процессов переходы электрона в атоме не

сводятся к переходам между начальным и конечным состояниями. Те промежуточные состояния, через которые проходит атомный электрон (на рис. 17 показаны пунктиром), являются состояниями, не разрешенными с точки зрения квантовой физики, т.е. таких уровней в спектре атома нет, поскольку они не отвечают правилам отбора для разрешенных состояний.

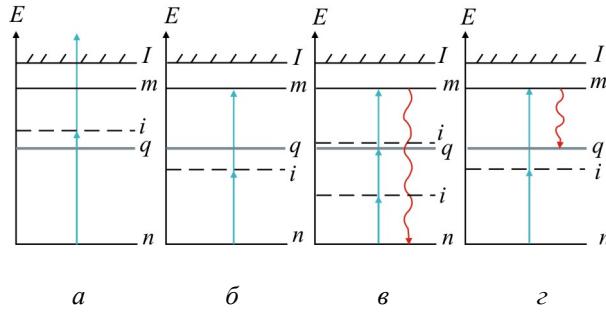


Рис. 17. Схемы многофотонных процессов

*Многофотонный переход принципиально нельзя разбивать на какие-либо временные этапы, его следует рассматривать как единый, неделимый во времени процесс.*

Если эффект насыщения (см. подразд. 1.7.3) делает среду, непрозрачную для слабого светового поля, прозрачной для сильного, то для оптически прозрачных сред благодаря многофотонному поглощению может иметь место обратная ситуация. Здесь интенсивное излучение может поглощаться гораздо сильнее, чем слабое.

Получим из простых модельных соображений закон, связывающий вероятность многофотонного перехода  $w^{(k)}$  с интенсивностью излучения *I*. Считаем при этом, что фотоны взаимодействуют с атомом независимо друг от друга.

Будем исходить из известного соотношения для вероятности однофотонного перехода:

$$w^{(1)} = \sigma^{(1)} I, \quad (1.81)$$

где  $\sigma^{(1)}$  – эффективное сечение перехода. В силу независимости поглощения фотонов вероятность многофотонного процесса будет прямо пропорциональна произведению вероятностей  $w^{(i)}$  отдельных однофотонных переходов. Полагая, что все вероятности  $w^{(i)}$  одинаковы, получаем выражение для вероятности многофотонного перехода в виде

$$w^{(k)} = \prod_{i=1}^k w^{(i)} = [w^{(1)}]^k \sim I^k, \quad (1.82)$$

где  $k$  – число фотонов, поглощаемых при переходе (степень нелинейности).

Теоретические расчеты с применением квантовой механики, помимо степенной зависимости, позволяют рассчитать также и коэффициент пропорциональности в соотношении (1.82) – эффективное сечение многофотонного процесса  $\sigma^{(k)}$ :

$$\sigma^{(k)} = w^{(k)}/I^k = 2\pi\rho_m \cdot |V_{mn}^{(k)}|^2,$$

где  $m, n$  – конечное и начальное связанные электронные состояния;  $\rho_m$  – плотность конечных состояний;  $V_{mn}^{(k)}$  – матричный элемент многофотонного перехода  $n \rightarrow m$ .

При фиксированной степени нелинейности процесса  $k$  многофотонное сечение  $\sigma^{(k)}$  зависит от вида процесса (ионизация, возбуждение и т.д.), энергетического спектра квантовой системы (атома) и частоты излучения.

Из сопоставления выражений (1.81) и (1.82) видно принципиальное отличие однофотонных и многофотонных процессов: вероятность последних зависит от интенсивности излучения нелинейно, степенным образом. Это означает возможность четкого выделения многофотонных процессов на фоне однофотонных, а также резкий рост вероятности многофотонных процессов при увеличении интенсивности излучения. По этой причине, например, для двухфотонного фотоэффекта величина тока в фотоэлементе пропорциональна квадрату мощности лазерного излучения.

Те предположения, которые сделаны выше при выводе (1.82), вполне реалистичны. Более детальные экспериментальные исследования показали, что степень нелинейности  $k$  проявляет слабую зависимость от интенсивности  $I$ , т.е. степенные выражения для вероятности (1.82) с одним и тем же значением  $k$  в сколько-нибудь заметном интервале изменения интенсивности не всегда имеют место. Объяснение этого факта удалось получить на основе квантовомеханических законов поглощения атомом фотонов.

Простейшими многофотонными процессами являются двухфотонные (показаны на рис. 18).

В элементарном акте комбинационного рассеяния (рис. 18, *a*) атом одновременно поглощает фотон с энергией  $\hbar\omega_1$  и испускает фотон другой энергии  $\hbar\omega_2$ , при этом изменение энергии рассеивающего атома равно  $\hbar\omega_1 - \hbar\omega_2$ .

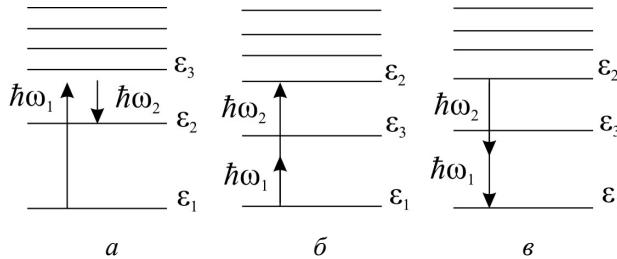


Рис.18. Квантовые схемы двухфотонных процессов  
(через  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , и  $\varepsilon_3$  обозначены энергии состояний)

При двухфотонном возбуждении атома (рис. 18, *b*) он приобретает энергию, равную сумме энергий двух поглощенных фотонов  $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$ . В случае двухфотонного перехода атома из первоначального возбужденного состояния на более низкий энергетический уровень (рис. 18, *c*) происходит одновременное испускание двух фотонов.

Аналогичные процессы возможны и с участием трех и большего числа фотонов (рис. 19).

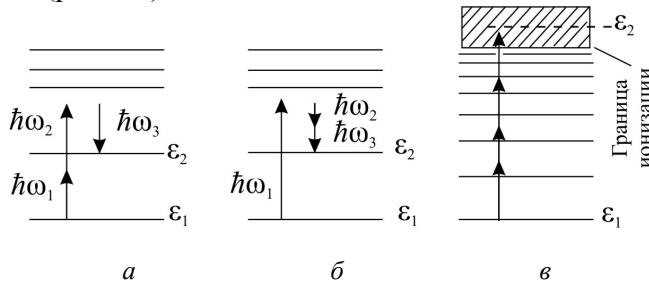


Рис. 19. Квантовые трех- и четырехфотонные схемы

Здесь *a*, *b* – схемы трехфотонного (гиперкомбинационного) рассеяния света, *c* – процесс четырехфотонной ионизации, при котором в результате одновременного поглощения четырех фотонов происходит отрыв электронов от атома или молекулы.

Каждый фотон, возникающий при многофотонном процессе, может испускаться либо самопроизвольно (спонтанно), либо под действием внешнего вынуждающего излучения с той же частотой (индуцированно).

Вероятность  $k$ -фотонного процесса, в котором происходит поглощение и вынужденное излучение фотонов с энергиями  $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \dots, \hbar\omega_k$ ,

$$w^{(k)} = A^{(k)} \cdot \prod_{i=1}^k n_i, \quad (1.83)$$

где  $n_1, n_2, \dots, n_k$  – плотности числа фотонов с соответствующей энергией. Константа  $A^{(k)}$  зависит от структуры вещества, типа многофотонного процесса и частоты падающего излучения. Если одна из частот вынуждающего излучения близка к частоте промежуточного перехода в атоме, то величина  $A^{(k)}$  резонансным образом возрастает.

С учетом формулы (1.83) обобщим ранее полученную зависимость (1.82):

$$w^{(k)} \sim \prod_{i=1}^k I(\omega_i). \quad (1.84)$$

При  $I(\omega_1) = I(\omega_2) = \dots = I(\omega_k)$  из формулы (1.84) следует зависимость (1.82).

Подчеркнем, что справедливость приведенных соотношений для вероятности многофотонных процессов основана на двух достаточно очевидных предположениях:

- во-первых, фотоны поглощаются независимо друг от друга;
- во-вторых, вероятность однофотонного поглощения пропорциональна интенсивности излучения.

Из степенного характера соотношений (1.82), (1.84) видно, что вероятность многофотонных процессов, как уже отмечалось, сильно зависит от интенсивности возбуждающего света. При этом следует иметь в виду, что сами по себе многофотонные процессы не имеют какого-либо порога возникновения по интенсивности света. При любом сколь угодно малом световом поле вероятность имеет конечную, хотя и весьма малую величину. Имеется лишь порог для экспериментального наблюдения любого многофотонного процесса. Он определяется полной вероятностью реализации данного процесса за время действия возбуждающего света во всем облучаемом объеме вещества и чувствительностью регистрирующей аппаратуры. Этот порог, исходя из количественных данных о многофотонных процессах, известных в настоящее время, составляет величину порядка  $I = 10^{12} \dots 10^{14}$  Вт/м<sup>2</sup>. Отсюда ясно, что ни при каком долазерном источнике света многофотонные процессы ненаблюдаются.

Многофотонное представление позволяет качественно описывать и классифицировать многие оптические эффекты. Например, эффекты удвоения или сложения частоты света при его распространении через нелинейный кристалл (подразд. 1.4) можно считать результатом множества элементарных процессов, в каждом из которых два фотона падающего света превращаются в один фотон с суммарной энергией и частотой. Возможен, очевидно, и обратный процесс распада падающего на оптический кристалл фотона на пару фотонов с меньшими энергиями.

*Таким образом, особенностью многофотонных процессов является то, что между начальным и конечным состояниями квантовой системы отсутствуют промежуточные резонансы между энергией фотона (нескольких фотонов) и энергией перехода, что существенно отличает многофотонные процессы от процессов каскадного (или ступенчатого) возбуждения, когда поглощение каждого последующего фотона переводит квантовую систему из одного связанного состояния в другое (более высокое) связанное электронное состояние.*

### **1.8.2. Многофотонные процессы и фундаментальные законы квантовой физики**

Принципиальная возможность многофотонного перехода электрона в квантовой системе из одного связанного состояния в другое вытекает из фундаментальных законов квантовой физики. Для этого следует рассмотреть физическую природу промежуточных состояний, через которые проходит атомный электрон при многофотонном процессе (на рис. 17 показаны пунктиром).

Согласно квантовой механике, электроны в атомах могут находиться лишь в состояниях с вполне определенными дискретными значениями энергии. В рамках квантовых представлений частота перехода  $\omega_{mn}$  между состояниями  $m$  и  $n$ , обладающими энергиями  $W_m$  и  $W_n$ , определяется соотношением

$$\omega_{mn} = \frac{W_m - W_n}{\hbar}. \quad (1.85)$$

Если такую квантовую систему облучать светом, в составе которого есть спектральные компоненты с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , отвечающими условию:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_{mn}, \quad (1.86)$$

то может произойти поглощение двух фотонов с энергиями соответственно  $\hbar\omega_1$  и  $\hbar\omega_2$ . Уравнение (1.86) выражает, очевидно, закон сохранения энергии. Отметим также, что в результате поглощения двух и более фотонов оптический электрон может также оторваться от атома, т.е. будет иметь место многофотонная ионизация. Так, например, в опытах Г.С. Воронова и Н.Б. Делоне наблюдалась ионизация атома гелия (потенциал ионизации 24,58 эВ) в результате поглощения 21 фотона излучения неодимового лазера (длина волны  $\lambda = 1,06$  мкм). В опытах применялось импульсное сфокусированное излучение мощных лазеров с интенсивностью  $I = 10^{13} \dots 10^{17}$  Вт/м<sup>2</sup> и амплитудой светового вектора  $A = 10^8 \dots 10^{10}$  В/м.

При многофотонном процессе после поглощения первого фотона, энергия которого недостаточна, скажем, для ионизации, атом не может ждать, когда к нему подлетит второй фотон, поскольку энергия состояния ожидания запрещена квантовой механикой. Однако из-за сложности атомных спектров под действием случайных факторов может оказаться, что после поглощения какого-либо фотона энергия атома приблизится к разрешенному энергетическому состоянию. Так, следует учесть, что энергетическое положение этого состояния само зависит от интенсивности излучения, если эта интенсивность, как в случае лазерного излучения, достаточно велика. Возникает явление, называемое *эффектом Штарка* и состоящее в возмущении атомного спектра лазерным полем, что проявляется в расщеплении и сдвиге атомных уровней, т.е. изменении энергий связанных электронных состояний. В результате этого эффекта положения атомных уровней начинают меняться с изменением интенсивности внешнего светового поля, и простые степенные зависимости типа (1.82) заменяются более сложными.

Изменение энергий конечного  $m$  и начального  $n$  электронных состояний ограничено сверху и определяется неравенствами:

$$\Delta W_m \ll |W_m - W_n|, \Delta W_n \ll |W_m - W_n|.$$

Эти условия являются критерием малости возмущений и означают, что, несмотря на изменение энергий под действием светового поля, их по-прежнему можно характеризовать вполне определенным значением главного квантового числа.

*Итак, с одной стороны, возможность многофотонных процессов обусловлена действием эффекта Штарка, являющимся чисто квантовым эффектом. С другой стороны, на возможность таких процессов*

указывает также один из фундаментальных законов квантовой физики – соотношение неопределенностей для энергии и времени, предложенное В. Гейзенбергом.



Вerner Гейзенберг (1901–1976) – немецкий физик, лауреат Нобелевской премии по физике за создание основ квантовой механики



Йоханнес Штарк (1874–1957) – немецкий физик, лауреат Нобелевской премии по физике за открытие расщепления спектральных линий в электрических полях

Действительно, наличие конечного времени жизни электрона в возбужденном состоянии  $\delta t$  в соответствии с принципом неопределенности означает, что энергия этого состояния может быть определена лишь с точностью

$$\delta W \geq \frac{\hbar}{\delta t}.$$

Величина  $\delta W$  соответствует ширине атомного уровня  $\gamma_0$ . Квазистационарный характер возбужденных атомных состояний показывает, что уравнение (1.86) не означает точного выполнения закона сохранения энергии при переходах между связанными состояниями электрона. На самом деле в квантовой системе (атоме) закон сохранения энергии выполняется лишь с точностью до естественной ширины этих состояний:

$$\gamma_0 \geq \frac{\hbar}{\delta t}.$$

Отсюда следует, что квантовая система может поглотить фотон с энергией, не только равной  $\hbar\omega = \Delta W_{mn} = W_m - W_n$ . Различие состоит лишь во времени жизни квантовой системы, поглотившей фотон.

Если выполняется второй постулат Н. Бора и атом поглощает фотон с энергией  $\hbar\omega = \Delta W_{mn}$ , то система переходит в реальное состояние,

время жизни которого  $\delta t$  определяется вероятностью спонтанного распада этого состояния. Если поглощается квант с энергией  $\hbar\omega \neq \Delta W_{mn}$ , то система переходит в виртуальное состояние, время жизни в котором определяется соотношением неопределенностей:

$$\delta t = \frac{\hbar}{\delta W}, \text{ где } \delta W = |\hbar\omega - \Delta W_{mn}|. \quad (1.87)$$

Таким образом, в рамках квантовой механики можно найти объяснение принципиальной возможности реализации многофотонных процессов.

Многофотонный процесс представляет собой ряд последовательных переходов электрона по виртуальным состояниям (эти состояния на рис. 17 обозначены индексом  $i$ ). Лишь начальное и конечное состояния являются при этом реальными. Для начального и конечного состояний закон сохранения энергии выполняется с точностью до естественной ширины уровня  $\gamma_0$ . Для виртуальных состояний закон сохранения энергии выполняется с точностью до соотношения неопределенностей «энергия – время». В каждом виртуальном состоянии квантовая система находится в течение времени порядка (2.61). Если за это время атом поглотит второй квант излучения, то он перейдет в следующее состояние.

Время жизни атома в виртуальном состоянии легко оценить по приведенным соотношениям. Так, в случае двухфотонного перехода ( $k = 2$ ) для внешнего излучения в оптическом диапазоне имеем:  $\delta W \sim \sim \hbar\omega \sim 1 \text{ эВ}$ , и в соответствии с (1.87) время жизни в виртуальном состоянии  $\delta t \sim 10^{-16} \text{ с}$ , т.е. является весьма малым. Оно в  $10^8$  раз меньше типичного времени жизни атома в возбужденном состоянии, определяемого его спонтанным распадом ( $\sim 10^{-8} \text{ с}$ ).

*Экстремально малые времена жизни в виртуальных состояниях обуславливают необходимость экстремально большой интенсивности излучения для практической реализации многофотонных переходов с заметной вероятностью.*



Нильс Бор (1885–1962) – выдающийся датский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии за фундаментальные работы в области атомной физики

Существование многофотонных процессов противоречит общеизвестной формулировке закона А. Эйнштейна, который является обобщением уравнения того же автора для внешнего фотоэффекта и согласно которому электрон, связанный в квантовой системе, может перейти в свободное состояние в результате поглощения фотона, если его энергия больше энергии связи электрона:

$$\hbar\omega > I. \quad (1.88)$$

В этом соотношении  $I$  – энергия связи электрона – в зависимости от типа квантовой системы представляет собой либо потенциал ионизации атома или молекулы, либо ширину запрещенной зоны в полупроводнике, либо работу выхода электронов из металла.

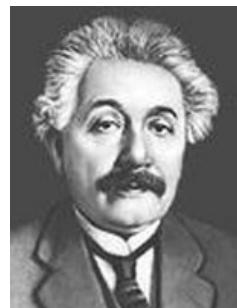
Закон А. Эйнштейна в виде (1.88) не носит всеобщего характера, а справедлив лишь в случае света небольшой интенсивности, когда можно не принимать во внимание многофотонные процессы. Однако если изменить формулировку этого закона и говорить не о поглощении фотона, а о поглощении атомом определенной энергии, то соотношению (1.88) можно придать следующий вид:

$$k\hbar\omega > I. \quad (1.89)$$

В такой формулировке не возникает вопрос, сколько поглощается фотонов. В частном случае, при поглощении одного фотона ( $k = 1$ ), формулы (1.88) и (1.89) совпадают.

Однако в целом соотношения (1.88) и (1.89) противоречат друг другу. Так, согласно закону А. Эйнштейна (1.88) для фотоионизации, энергия фотона должна превышать величину потенциала ионизации атома, а согласно (1.89) энергия фотона может быть меньше потенциала ионизации. Соответственно, из-за наличия многофотонной ионизации исчезает «красная граница» при взаимодействии света с веществом.

Необходимость перехода от (1.88) к современной формулировке (1.89) представляется вполне естественной с учетом развития фундаментальных законов квантовой физики при переходе от долазерной к послелазерной



Альберт Эйнштейн (1879–1955) – выдающийся немецкий физик-теоретик, один из основателей современной физики, лауреат Нобелевской премии за работы по исследованию фотоэффекта

эпохе. В период открытия этих законов у их гениальных авторов хотя и возникали соображения о принципиальной возможности реализации многофотонных процессов, однако в практическом плане их исследование на том этапе не представлялось возможным.

## 1.9. Термооптические явления при сверхвысоких интенсивностях света. Оптический пробой среды

В нелинейной оптике типичной является ситуация, когда существует пороговое значение интенсивности света, при котором качественно и количественно меняется характер протекания оптического явления. Поэтому для получения заметного нелинейного эффекта необходимы достаточно мощные световые (лазерные) пучки. Следует иметь в виду, что предельные величины мощности здесь определяются не мощностью лазеров, а конкурирующими нелинейными явлениями в веществе и прежде всего его оптическим пробоем. Поэтому возможности использования высших нелинейностей в той или иной оптической среде обусловлены, главным образом, ее лучевой прочностью.

Эффективные мощности и интенсивности излучения различных лазеров, а также их предельные возможности представлены в табл. 1.

Таблица 1

Энергетические параметры	Не-Не лазер непрерывный режим	СО <sub>2</sub> лазер импульсный режим	YAG лазер мод. добротн. и фокусировка	Предельные возможности
$P^* = \frac{W}{\tau}$ $I^* = \frac{P^*}{S} = \frac{W}{\tau S}$	$P \sim 10^{-2}$ Вт $I \sim 0,1 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ $(I \sim I_{\text{солн}})$	$P^* \sim 10^6$ Вт $I^* \sim 10^7 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ $\tau \sim 10^{-7}$ с $r \sim 10^{-1}$ см	$P^* \sim 10^7$ Вт $I^* \sim 10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ $\tau \sim 10^{-8}$ с $r \sim 10^{-2}$ см	$P^* \sim 10^{13}$ Вт $I^* \sim 10^{18} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ $\tau \sim T \sim 10^{-15}$ с $r \sim \lambda \sim 10^{-3}$ см

При сверхвысоких интенсивностях излучения современных лазеров локальные параметры напряженности электромагнитного поля превышают внутриатомные значения:

$$E > E_{\text{ат}} (\sim 10^{11} \text{ В/м}).$$

Для импульсных лазеров за счет малой длительности оптических импульсов и чрезвычайно высокой концентрации энергии реализу-

ются условия, соответствующие области сверхсильных световых полей (рис. 20). Наклонные прямые линии на рисунке являются линиями постоянной мощности. При сверхвысоких интенсивностях света имеют место особые термооптические явления, определяющие работоспособность и техническую эффективность волоконных систем передачи информации.

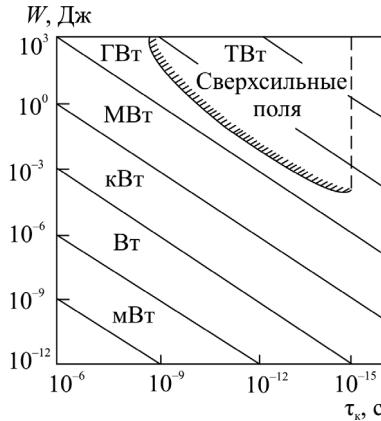


Рис. 20. Область сверхсильных световых полей

*Оптический пробой* – это быстропротекающий необратимый процесс превращения среды из прозрачной в сильно поглощающую под действием интенсивного излучения, сопровождающейся разрушением структуры этой среды.

Вклад в поглощение в оптическом кристалле дают процессы различной физической природы. Это и рэлеевское рассеяние (без изменения частоты падающего излучения); это и возбуждение атомов среды с их последующей каскадной спонтанной релаксацией в фотоны других частот; это и когерентное возбуждение высших оптических гармоник. Все эти процессы можно разделить на линейные (возникающие в результате поглощения одного фотона падающего излучения) и нелинейные (обусловленные поглощением нескольких фотонов в одном элементарном акте).

Обратимся сначала к линейным процессам. В рамках линейной оптики поглощение света при его распространении в веществе описывается законами Бугера и Бера. Согласно закону Бугера, интенсивность света экспоненциально убывает в веществе:

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu x), \quad (1.90)$$

где  $\mu$  – линейный коэффициент поглощения,  $x$  – расстояние, на которое свет распространяется в веществе. Согласно закону Бера, описываемому формулой (1.36), коэффициент поглощения зависит от характеристик вещества и частоты излучения и определяется мнимой частью линейной восприимчивости  $\text{Im } \chi^{(1)}(\omega)$ . Наличие лишь мнимой части линейной восприимчивости приводит выводу о том, что поглощение не зависит от интенсивности света, а также не учитывает тех вышеперечисленных физических процессов, которые влияют на поглощение света.

Если теперь обратиться к большим интенсивностям излучения, когда существенную роль играют нелинейные эффекты, то необходимо в выражении (1.36) учесть и нелинейные восприимчивости  $\chi^{(k)}(\omega)$ , при этом относительная значимость восприимчивостей различных порядков зависит от частоты излучения  $\omega$ . В случае нелинейного поглощения закон Бера не имеет места, он заменяется на степенное соотношение вида  $\mu \sim I^m$ , т.е. появляется зависимость коэффициента поглощения от интенсивности света.

Возникновение нелинейного поглощения может резко изменить в качественном и количественном отношении картину поглощения света в прозрачной среде по сравнению с линейным поглощением. Хорошим примером является процесс возбуждения высших оптических гармоник. Так, линейное поглощение излучения видимого диапазона ( $\lambda = 400\dots760$  нм) в характерных оптических кристаллах весьма мало ( $\mu \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ ), однако при осуществлении фазового синхронизма на длине пути в кристалле порядка 1 см падающее излучение может практически полностью перейти в излучение на частоте  $2\omega$  (длина волны  $\lambda/2$ ), что соответствует коэффициенту поглощения  $\mu \sim 1 \text{ см}^{-1}$ .

Таким образом, *нелинейное поглощение на несколько порядков величины большие линейного поглощения*.

Нелинейное поглощение (поглощение света большой интенсивности) приводит к тому, что среды, непрозрачные для слабого излучения, могут стать прозрачными для высокоинтенсивного излучения (эффект «просветления») и, наоборот, прозрачные материалы могут «затемняться» по отношению к высокоинтенсивному излучению (рис. 21). Особенности нелинейного поглощения объясняются на основе зависимости коэффициента поглощения от интенсивности света.

Оптический пробой прозрачных сред резко изменяет поглощение излучения, поскольку он связан с переходом от линейного к нелиней-

ному поглощению. Отличие от рассмотренного выше процесса возбуждения гармоник состоит в том, что изменение поглощения обусловлено изменением самой среды. В нейтральной в исходном состоянии среде под действием лазерного излучения образуется плотная плазма, сильно поглощающая излучение, которое падает на среду. Плазма образуется в результате ионизации исходно нейтральной среды. Из общей теории взаимодействия электромагнитного излучения с плазмой известно, что поглощение излучения в плазме зависит от соотношения частоты излучения  $\omega$  и плазменной частоты  $\omega_p$  (см. уравнение (1.30)). Плазменная частота  $\omega_p \sim (N_0)^{1/2}$ , где  $N_0$  – концентрация свободных электронов в плазме. Поглощение излучения максимально при  $\omega > \omega_p$ . По мере увеличения степени ионизации среды под действием лазерного излучения увеличивается  $N_0$  и, соответственно, увеличивается  $\omega_p$ . При достижении критической концентрации  $(N_0)_{kp}$  достигается равенство  $\omega \approx \omega_p$ , и плазма становится непрозрачной для излучения вследствие сильного поглощения.

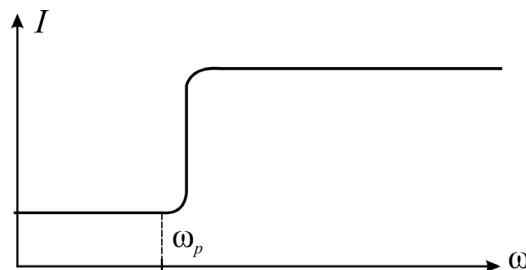


Рис. 21. Эффект «затемнения» оптической среды

Итак, оптический пробой связан с разрушением структуры твердого тела. Это обусловлено протеканием следующих физических процессов:

- ионизация атомов кристаллической решетки и резкое увеличение в твердом теле концентрации свободных электронов;
- увеличение энергии свободных электронов до значений, при которых ускоренный электрон может вырвать связанный электрон из валентной зоны;
- развитие электронной лавины, приводящей к образованию критической плотности электронов для излучения заданной частоты;
- появление эффективного поглощения энергии излучения электронами и быстрый нагрев среды, приводящий к повышению давления и разрушению.

В твердом теле оптический пробой протекает легче, чем, например, в газах. Действительно, концентрация электронов в зоне проводимости, определяемая «хвостом» максвелловского распределения электронов по энергиям в валентной зоне, на много порядков превышает концентрацию свободных электронов в газе. Энергия, которую необходимо набрать электрону в зоне проводимости, равна ширине запрещенной зоны, которая меньше потенциала ионизации атома или молекулы. Наконец, время свободного пробега электрона в зоне проводимости (время между столкновениями с решеткой) гораздо меньше времени свободного пробега в газе.

Строгое количественное описание указанных физических процессов проводится путем решения квантового кинетического уравнения для электронов, позволяющего получить зависимость напряженности поля, при которой возникает пробой, от параметров среды и излучения.

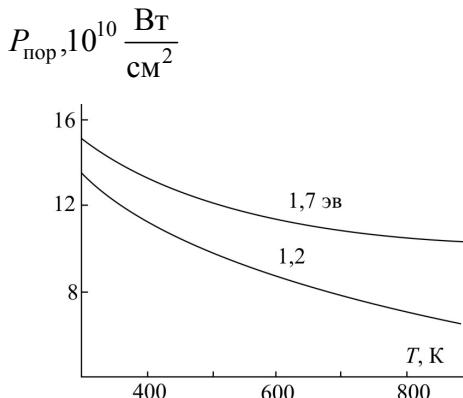


Рис. 22. Зависимость пороговой мощности для разрушения кристалла NaCl от его температуры при различных энергиях лазерных фотонов

На рис. 22 представлены экспериментальные данные по оптическому пробою в особо чистом кристалле поваренной соли.

Поскольку на возникновение оптического пробоя влияет множество параметров, характеризующих как среду (ширина запрещенной зоны, температура, облучаемый объем и др.), так и излучение (частота, пространственное и временное распределение, длительность импульса), то в общем случае пороги пробоя лежат в широком диапазоне изменения интенсивности излучения от  $10^{13}$  до  $10^{16} \text{ Вт/м}^2$ .

Оптический пробой может проявляться в разрушениях внутри стекол, кристаллов, возникающих на макроскопических локальных приме-

сях или дефектах, имеющихся внутри данных веществ. В результате поглощения энергии лазерного излучения этими локальными областями в них очень быстро (за время лазерного импульса) увеличиваются температура и давление, что приводит к растрескиванию и оплавлению стекла (кристалла) в области вокруг примеси (дефекта). Теоретическое описание теплового разрушения основано на решении уравнения теплопроводности

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{(1-R)}{L_0} I(z) \quad (1.91)$$

с соответствующими краевыми условиями. Здесь  $k_T$ ,  $R$  – соответственно коэффициенты теплопроводности и отражения света. Расчетная схема представлена на рис. 23.

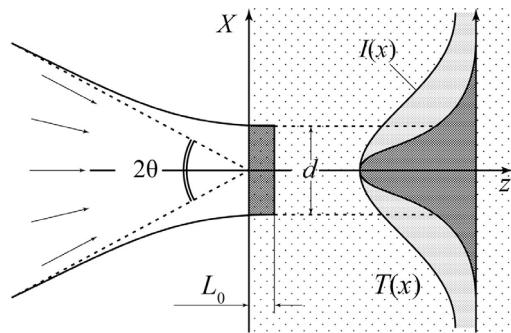


Рис. 23. Расчетная схема задачи о тепловом ударе

Сильное поглощение приводит к образованию интенсивного распределенного источника тепла в области, ограниченной диаметром петретяжки  $d$  сфокусированного пучка и глубиной поглощения  $L_0 = 1/\langle\mu\rangle$ .

В качестве критерия разрушения среды принимается критическая температура области, при которой происходят необратимые изменения среды, например плавление. Кроме теплофизических свойств среды и примеси учитываются размеры локальных областей, среднее расстояние между ними и коэффициент поглощения излучения. Расчет показывает, что при плотности энергии излучения  $j_w \sim 10^5$  Дж/м<sup>2</sup> и длительности облучения  $\tau_i \sim 10^{-8}$  с температура локальной поглощающей области достигает значений порядка  $T \sim 10^4$  К. При таких температурах в стекле возникают механические напряжения, превышающие предел прочности.

Быстрый нагрев среды при оптическом пробое обусловлен предельной концентрацией световой энергии в пространстве (фокусировка) и во времени (компрессия).

Указанная модель позволяет получить зависимость пороговой мощности пробоя от длительности излучения. С уменьшением длительности лазерного импульса возрастает пороговая величина мощности, тем самым, увеличивается и так называемая лучевая прочность оптического кристалла (определяет пороговые значения параметров – энергии, интенсивности, длительности облучения, при которых наблюдается разрушение того или иного типа).

Таким образом, один из путей решения проблемы борьбы с оптическим пробоем в оптоволоконных линиях состоит в использовании сверхкоротких лазерных импульсов (длительность порядка  $\tau_u \sim 10^{-11} \dots 10^{-12}$  с).

В рамках силовой оптики рассматриваются нелинейные эффекты и их технологические применения, связанные с прямым энергетическим воздействием (тепловым или ударным) излучения сверхвысокой интенсивности.



Алексей Михайлович Бонч-Бруевич  
(1916–2006) – советский физик,  
основоположник силовой оптики

## 1.10. Вопросы и задания для самоконтроля

- Пояснить границы применимости линейной модели Друде – Лоренца взаимодействия излучения с веществом.
- Объяснить физический смысл членов в уравнении (1.30).
- Получить зависимость линейной восприимчивости  $\chi^{(1)}(\omega)$  от частоты для среды, в которой колебания оптических электронов являются гармоническими и имеется только одна резонансная частота. Изобразить эту зависимость графически.
- Объяснить, почему для прозрачной (непоглощающей) оптической среды  $\text{Im } \chi^{(1)} = 0$ .
- Какую новую информацию позволяют получить модели ангармонических осцилляторов по сравнению с линейной моделью?

6. Показать, что в нелинейных средах нарушается принцип неизменности частоты света при переходе из одной среды в другую.
7. На основе формулы (1.48) получить зависимость показателя преломления оптической среды от интенсивности падающего излучения.
8. Дать физическое объяснение тому, что в формулу (1.49) для кубичной восприимчивости  $\chi^{(3)}$  не входит квадратичная восприимчивость  $\chi^{(2)}$ .
9. Какие физические результаты позволяет получить модель бигармонического возбуждения осциллятора с квадратичной нелинейностью?
10. В чем состоит правило Р. Миллера и к каким практическим выводам оно приводит?
11. Дать характеристику уравнения Дуффинга (1.61). Какой процесс оно описывает?
12. Какова связь между нелинейными поляризованностями смежных порядков  $P^{(n)}$ ,  $P^{(n+1)}$  и параметром нелинейности  $\tilde{E} = E/E_{\text{ат}}$  в рамках модели ангармонического осциллятора?
13. Обосновать необходимость квантовой модели взаимодействия излучения с веществом.
14. Каков физический смысл частоты Раби?
15. В чем состоят физические особенности задачи о резонансном взаимодействии двухуровневой квантовой системы с монохроматическим излучением, обычно выражаемые понятием «атом, одетый в полем»?
16. В чем состоит принципиальное отличие между слабым и сильным внешним полем в задаче о резонансном взаимодействии двухуровневой квантовой системы с монохроматическим излучением?
17. Каков физический смысл просветления поглощающей среды?
18. Привести примеры нелинейных оптических явлений, обусловленных наличием градиентов термодинамических величин.
19. В чем сходство и различие между однофотонными и многофотонными процессами?
20. Могут ли быть одни двухфотонные процессы линейными, а другие – нелинейными? Ответ пояснить на примерах.
21. Чем отличается процесс двухфотонного перехода от процесса, представляющего собой два последовательных однофотонных перехода?

22. Каков физический смысл эффективного сечения многофотонного процесса  $\sigma^{(k)}$  и от каких параметров он зависит?

23. Пояснить, почему для двухфотонного фотоэффекта величина силы тока в фотоэлементе пропорциональна квадрату мощности лазерного излучения, падающего на катод фотоэлемента.

24. Почему в оптическом кристалле имеет место резкий рост вероятности многофотонных процессов при увеличении интенсивности падающего лазерного излучения?

25. Объяснить, почему ни при каком обычном (нелазерном) источнике света многофотонные процессы в оптических кристаллах не наблюдаются.

26. Записать закон сохранения энергии для двухфотонных процессов, показанных на рис. 18.

27. При каких допущениях справедливо выражение (1.82) для вероятности многофотонного перехода? Почему в ряде случаев строгая степенная зависимость нарушается?

28. Какова связь между эффектами генерации высших гармоник и многофотонными процессами?

29. Используя фундаментальные закономерности квантовой физики, объяснить физическую природу промежуточных состояний, через которые проходит атомный электрон при многофотонном процессе.

30. В чем состоит эффект Штарка?

31. Считая известной естественную ширину возбужденного атомного уровня  $\gamma_0$ , оценить неопределенность  $\delta\lambda$  длины волны фотона, излучаемого при переходе электрона с данного энергетического уровня на уровень с меньшей энергией.

32. Сравнить время жизни атома в виртуальном состоянии с временем жизни в реальном возбужденном состоянии при двухфотонном переходе.

33. Пояснить физический смысл левой и правой частей в неравенстве (1.89).

34. Доказать, что оптический пробой является нелинейным процессом.

35. Получить математическое выражение закона Бугера для нелинейного поглощения.

36. Объяснить, почему нелинейное поглощение на несколько порядков величины больше линейного поглощения.

37. Каковы физические причины разрушения структуры оптического кристалла при оптическом пробое?

38. Дать физическое объяснение характера зависимостей, представленных на рис. 22.

39. Как и почему пороговая мощность оптического пробоя зависит от длительности импульса излучения?

40. Имеются два импульсных лазера, излучающих на одной частоте, но с различными длительностями импульсов: соответственно  $\tau_1 = 1$  нс и  $\tau_2 = 10^{-3}$  нс. Какой из них и почему предпочтительнее для использования в оптоволоконных линиях с точки зрения обеспечения стойкости к оптическому пробою?

## 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ВОЛОКОННАЯ ОПТИКА

Оптическое волокно – это стеклянное или полимерное волокно, предназначенное для передачи света на расстояние за счет использования явления полного внутреннего отражения. Оптоволоконные кабели, состоящие из определенного количества волокон в защитной оболочке, используются в волоконно-оптической связи, позволяющей передавать информацию световыми импульсами на большие расстояния с более высокой скоростью передачи данных, чем в проводных электронных системах связи. Такие кабели имеют меньший вес и меньшую стоимость, нежели традиционные медные. Кроме того, у оптических волоконных систем есть такие немаловажные достоинства, как нечувствительность к электрическим помехам, отсутствие взаимных помех между соседними линиями, высокая механическая и коррозионная прочность, отсутствие искрения. Совокупность всех этих экономических и эксплуатационных преимуществ повышает конкурентоспособность световолоконных систем.

Первые волоконно-оптические кабели были пущены в эксплуатацию для телефонной связи на кораблях военно-морского флота США в 1973 г. Стандартный подводный волоконно-оптический кабель (ТАТ-8) был впервые успешно проложен через Атлантический океан в 1988 г.

В оптоволоконных системах связи носителем информации является свет, распространяющийся по оптическому волокну, а само волокно выполняет пассивную роль, обеспечивая лишь канал для прохождения света аналогично тому, как обычный телефонный провод обеспечивает канал для прохождения сигналов в виде электрического тока к определенному абоненту. Однако оказывается, что такое представление о световолокне как о пассивном элементе справедливо лишь тогда, когда по волокну распространяется свет, имеющий довольно низкую интенсивность.

*С повышением интенсивности возникают нелинейные эффекты, заключающиеся в том, что световой сигнал (волна или импульс) вызывает изменение характеристик волокна, по которому он распространяется, а это, в свою очередь, уже приводит к весьма существенному изменению условий распространения самого сигнала. Таким образом, возникает воздействие светового сигнала на самого себя через изменение*

ние характеристик волокна. Очевидно, возможны и перекрестные взаимодействия, если в волокне одновременно распространяются два или более сигналов.

В оптическом волокне легко наблюдаемые нелинейные эффекты возникают уже при небольших мощностях порядка  $P = 1 \dots 10$  Вт. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, интенсивность света оказывается очень большой из-за малой площади сечения внутренней жилы волокна, по которой в основном и распространяется свет, а для нелинейных эффектов важна именно интенсивность. Во-вторых, свет распространяется практически без расфокусировки на сколь угодно большие расстояния. Так, при умеренной мощности порядка  $P = 10$  Вт и характерной площади поперечного сечения внутренней жилы  $S = 50 \text{ мкм}^2 = 5 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2$  интенсивность света составляет  $I = 2 \cdot 10^{11} \text{ Вт/м}^2$ .

Анализ нелинейных эффектов проводится в терминах нелинейной поляризации и нелинейных восприимчивостей, рассмотренных в подразд. 1.2. В оптическом волокне, являющемся кубично-нелинейной средой, определяющим параметром такого анализа является кубичная восприимчивость  $\chi^{(3)}$ .

В настоящем разделе рассмотрены основные нелинейные эффекты, влияющие на характеристики оптоволоконных систем. Это влияние может приводить как к нежелательным последствиям, затрудняющим использование оптических волокон для передачи информации на большие расстояния, так и к весьма полезным явлениям, например формированию оптических солитонов, позволяющих увеличить дальность и пропускную способность волоконных линий связи.

## **2.1. Общая характеристика оптоволоконных систем передачи информации**

### **2.1.1. Основные характеристики волоконных световодов**

Оптический волоконный световод в самом простом случае выполняется из трех диэлектрических материалов – сердцевины (центральной световедущей жилы), оболочки и защитного покрытия из полимерного материала (рис. 24). Поскольку явление полного внутреннего отражения, лежащее в основе работы световода, имеет место при переходе светового луча из оптически более плотной среды в менее плотную, то

показатель преломления центральной жилы  $n_1$  (кварцевое стекло) всегда больше показателя преломления оболочки  $n_2$ .

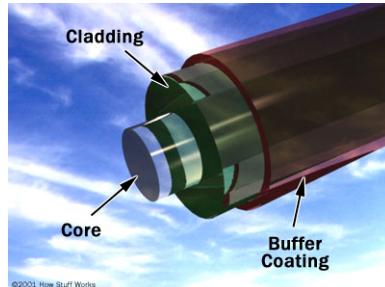


Рис. 24. Устройство оптоволокна

Конструкция с  $n_1 = \text{const}$  и  $n_2 = \text{const}$  называется *световодом со ступенчатым профилем показателя преломления*, в отличие от *градиентных волоконных световодов*, у которых  $n_1$  плавно уменьшается от центра жилы к ее границе с оболочкой.

Схема световода со ступенчатым профилем показателя преломления представлена на рис. 25. Такой световод характеризуется двумя основными параметрами:

1. Относительной разностью показателей преломления сердцевины и оболочки:

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \quad (2.1)$$

Обычно применяются так называемые слабонаправляющие волокна, для которых параметр (2.1) порядка одного процента.

2. Нормированной частотой (параметром  $V_0$ ):

$$V_0 = k_0 a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$

где  $k_0$  – волновое число,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ;  $a$  – радиус центральной жилы;  $\lambda$  – длина волны света.

Параметр  $V_0$  определяет число мод, которые могут распространяться в волоконном световоде.

*Оптическая мода* представляет собой вид (конфигурацию) световой волны, характеризуемый определенным пространственным распределением светового поля по сечению оптоволоконной системы, имеющий определенную собственную частоту (длину волны) и распространя-

няющийся со своей скоростью. Спектр оптических мод соответствует в геометрической оптике лучам, локализованным в ходе последовательных отражений внутри сердцевины световода. Число мод определяется из решения соответствующего характеристического уравнения, получаемого из волнового уравнения для цилиндрического световода.

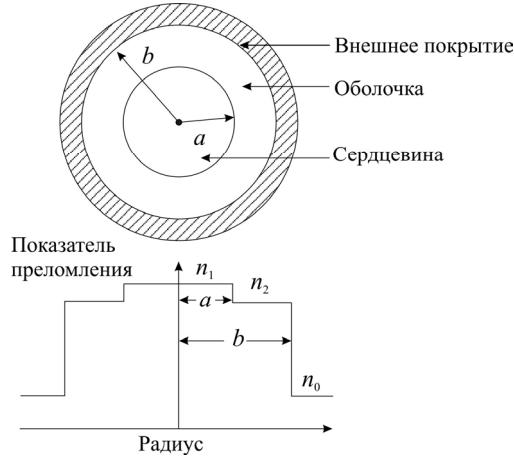


Рис. 25. Схема поперечного сечения и профиля показателя преломления волоконного световода со ступенчатым профилем показателя преломления

В идеальном световоде моды не взаимодействуют между собой, т.е. свет, сосредоточенный в одной моде, не переходит в другую. Но если создать какие-либо дефекты или неоднородности (например, изгибы или скрутки волокна), то моды будут взаимодействовать между собой.

Для круглого волокна со ступенчатым профилем показателя преломления число распространяющихся мод определяется формулой

$$N = \frac{1}{2} V_0^2 = \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \cdot (n_1^2 - n_2^2).$$

Какими свойствами обладают моды в стекловолокне? Стеклянный, как и любой другой диэлектрический волновод, обладает следующим свойством: формально в нем всегда, т.е. при любой длине волны, может распространяться хотя бы одна мода. Эту моду называют *фундаментальной*. Световоды со ступенчатым профилем показателя преломления поддерживают только фундаментальную моду, если  $V_0 < 2,405$  [1]. Световоды, удовлетворяющие этому условию, называются *одномодовыми*. Профиль светового поля для фундаментальной моды по сечению

волокна имеет максимум в центре, а затем поле экспоненциально спадает по радиусу, проникая в оболочку.

Если начнет выполняться неравенство  $V_0 \geq 2,405$  (например, при уменьшении длины волны света, распространяющегося по волокну), то появляются условия для возбуждения второй моды. При дальнейшем уменьшении длины волны будут возбуждаться моды более высокого порядка.

Главное различие между одномодовыми и многомодовыми световодами состоит в том, что они имеют разные радиусы сердцевины. Для характерных материалов, применяемых в оптоволоконных линиях, параметр (2.1) имеет порядок  $\Delta \sim 0,03$ , при этом для одномодовых световодов на длине волны  $\lambda = 1,2$  мкм радиус сердцевины  $a = 2\dots 4$  мкм, для многомодовых –  $a = 25\dots 30$  мкм. В видимой области для того, чтобы получить одномодовое волокно, нужно, чтобы радиус сердцевины был  $a < 2$  мкм.

Величина внешнего радиуса  $b$  менее критична. Обычно  $b = 50\dots 60$  мкм как для одномодовых, так и многомодовых волоконных световодов.

Сравнение ступенчатого ( $a$ ) и градиентного ( $b$ ) профилей показателя преломления оптоволокна представлено на рис. 26.

В случае градиентных волокон показатель преломления в центральной жиле непрерывно уменьшается с расстоянием  $r$  от оси симметрии, пока не достигнет постоянного значения  $n_2$  в оболочке. В частности, для центральной жилы широко применяется гауссовский профиль показателя преломления

$$n(r) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{b_* r^2}{2n_0}\right), \quad r \leq a, \quad (2.2)$$

где константа  $b_*$  связана с  $n_2$  соотношением  $b_* = \frac{2n_0}{a^2} \cdot \ln \frac{n_0}{n_2}$ .

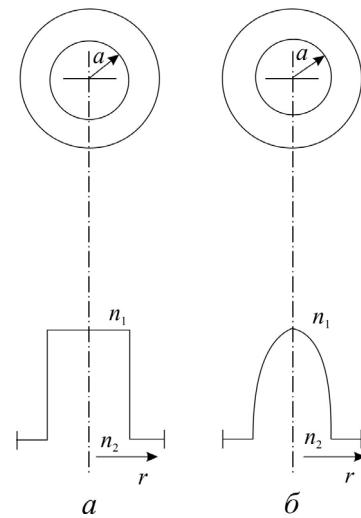


Рис. 26. Профили показателя преломления:  $a$  – ступенчатый,  $b$  – градиентный

Одним из параметров волоконного световода является мера потери мощности при распространении оптических сигналов внутри волокна. Если  $W_0$  – световая энергия, входящая в волоконный световод длиной  $L$  за единицу времени, то энергия на выходе за единицу времени дается выражением

$$W = W_0 \cdot \exp(-\alpha_{dB} L),$$

где  $\alpha_{dB}$  – постоянная затухания, называемая *оптическими потерями световода* и измеряемая обычно в дБ/км в соответствии с формулой

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \cdot \lg \left( \frac{W}{W_0} \right). \quad (2.3)$$

Оптические потери световода – важный фактор, ограничивающий передачу цифрового сигнала на большие расстояния. Потери в световоде зависят от следующих факторов:

- длина волны света;
- поглощение в волокне;
- рэлеевское рассеяние;
- технологические факторы (отражение в местах соединения волокон, потери на изгибах и на границе между сердцевиной и оболочкой и др.).

На рис. 27 представлен спектр оптических потерь в современном одномодовом волоконном световоде. Волокно имеет минимальные потери  $\alpha_{dB} = 0,2$  дБ/км вблизи длины волны  $\lambda_{min} = 1,55$  мкм. Потери значительно возрастают с уменьшением длины волны, достигая уровня  $\alpha_{dB} = 1\dots10$  дБ/км в видимой области спектра.

Поглощение в чистом волокне наблюдается либо в ультрафиолетовой области, либо в далекой инфракрасной области спектра ( $\lambda > 2$  мкм). Однако в области длин волн  $\lambda = 0,5\dots2$  мкм даже относительно малое количество примесей может дать существенное поглощение.

С практической точки зрения на потери в волоконном световоде наиболее сильно влияют примеси гидроксильных групп  $\text{OH}^-$ . Поглощением на обертонах соответствующего  $\text{OH}$ -колебания объясняется резкое увеличение потерь вблизи 1,38 мкм и более слабый пик поглощения вблизи 1,26 мкм (см. рис. 27). В процессе изготовления волоконных световодов принимаются специальные меры для снижения содержания примесей ионов  $\text{OH}^-$  до уровня менее чем  $10^{-4}\%$ .

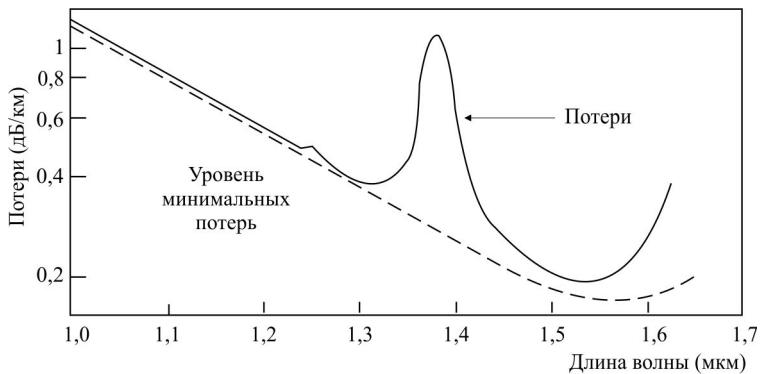


Рис. 27. Спектр оптических потерь одномодового волоконного световода

Рэлеевское рассеяние – один из фундаментальных механизмов потерь – происходит на случайных флуктуациях плотности, «вмороженных» в кварцевое стекло при изготовлении. Образующиеся в результате этого локальные флуктуации показателя преломления рассеивают свет во всех направлениях. Оптические потери, обусловленные рэлеевским рассеянием, зависят от длины волны по закону  $\alpha_R \sim \lambda^{-4}$  и преобладают в области коротких длин волн. Поскольку эти потери принципиально неустранимы для волоконных световодов, они определяют уровень минимальных потерь (показан на рис. 27 пунктиром), дБ/км. Он оценивается как

$$\alpha_R = \frac{C}{\lambda^4},$$

где постоянная  $C$  лежит в пределах 0,7…0,9 (дБ/км)·мкм<sup>4</sup> в зависимости от состава сердцевины волокна. На длине волны  $\lambda_{min} = 1,55$  мкм величина  $\alpha_R = 0,12…0,15$  дБ/км, поэтому в спектре потерь световода, изображенном на рис. 27, преобладает рэлеевское рассеяние.

Для построения эффективных сетей передачи информации необходимо иметь световоды с оптическими потерями не более 20 дБ/км. В 1960-е гг. лучшие в то время оптические световоды, использовавшиеся в медицине для прямой передачи изображения на короткие расстояния, характеризовались потерями порядка 1000 дБ/км. Прорыв был произведен в 1970 г. компанией Corning. Они получили оптические волокна со ступенчатым профилем показателя преломления, имеющие коэффициент потерь на длине волны света  $\lambda = 633$  нм менее 20 дБ/км. Уже к 1972 г. удалось уменьшить эту величину до 4 дБ/км на длине

волны 850 нм. Современные многомодовые волокна имеют оптические потери на длине волны 850 нм не более 2,7 дБ/км, а одномодовые волокна – не более 0,2 дБ/км (на длине волны 1,55 мкм). Величина  $\alpha_{\text{дБ}} = 0,2$  дБ/км означает, что интенсивность света уменьшается вдвое при длине волоконной линии  $L = 15$  км.

Отсюда следует, что при создании длинных линий связи на основе оптоволокна можно существенно увеличить расстояние между ретрансляторами (устройствами, восстанавливающими интенсивность и другие параметры сигнала) по сравнению с электрическими кабельными линиями (соответственно десятки километров вместо двух километров).

Важное значение при распространении коротких оптических импульсов в волоконных световодах имеет *хроматическая дисперсия*, имеющая материальную составляющую (дисперсия показателя преломления материала стекла, используемого для изготовления волокна) и волноводную составляющую (дисперсия, обусловленная технологическими отклонениями от идеального геометрического профиля волокна). Хроматическая дисперсия является линейным эффектом и приводит к тому, что различные спектральные компоненты оптического импульса распространяются с разными скоростями  $v = \frac{c}{n(\lambda)}$ . Даже в тех случаях,

когда нелинейные эффекты не важны, дисперсионное уширение импульса может быть вредным для оптических линий связи.

За счет хроматической дисперсии оптический импульс расширяется во времени по мере распространения по волокну, ограничивая при этом либо полосу пропускания, либо максимальное расстояние передачи сигнала при заданной полосе пропускания (рис. 28). Чем короче импульсы и чем выше битовая скорость, тем менее устойчива оптическая линия к хроматической дисперсии.

Для количественного выражения дисперсии в оптическом волокне используется *дисперсионный параметр D*:

$$D = -\frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2}. \quad (2.4)$$

Зависимость параметра (2.4) от длины волны для одномодового световода показана на рис. 29. Здесь  $\lambda_D$  – длина волны нулевой дисперсии.

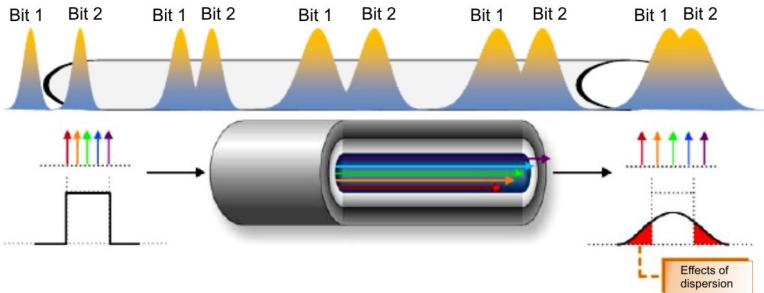


Рис. 28. Физическая схема хроматической дисперсии

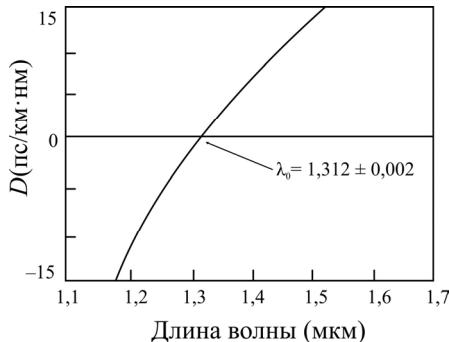


Рис. 29. Зависимость дисперсионного параметра от длины волны (дисперсионная кривая) для одномодового световода

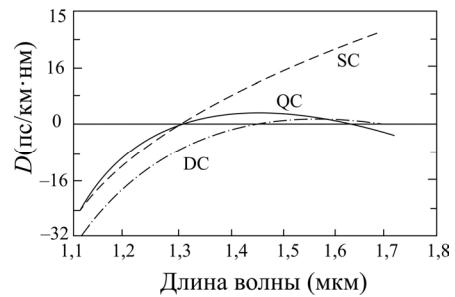


Рис. 30. Дисперсионные кривые для трех различных типов волоконных световодов

Интересной чертой волноводной дисперсии является то, что ее вклад в величину  $D$  зависит от параметров волокна: радиуса центральной жилы  $a$  и относительной разности показателей преломления сердцевины и оболочки  $\Delta$ . Этот факт может использоваться для смещения длины волны нулевой дисперсии  $\lambda_D$  к длине волны  $\lambda_{\min} = 1,55$  мкм, соответствующей минимальным оптическим потерям. Такие волоконные световоды со смещенной дисперсией являются весьма перспективными для использования в оптических линиях связи.

Можно создавать волоконные световоды с достаточно пологой дисперсионной кривой, что даст малую дисперсию в широком спектральном диапазоне. Это достигается использованием волоконных кабелей с многослойной оболочкой, наружный диаметр которых обычно составляет 0,5–1 мм.

На рис. 30 показаны измеренные дисперсионные кривые для световодов с одной и несколькими оболочками. Метки SC, DC и QC относятся соответственно к случаям одной, двух и четырех оболочек.

Световоды с модифицированными дисперсионными характеристиками полезны для изучения нелинейных эффектов, когда требуются специальные дисперсионные свойства.

Таким образом, *оптические потери и дисперсия являются основными характеристиками технической эффективности волокон, применяемых в оптических системах передачи информации.*

Серьезное внимание нелинейным явлениям в оптоволокне начали уделять с того времени, когда стали резко возрастать:

- скорости передачи информации;
- протяженности оптоволоконных линий связи;
- число длин волн (мод), передаваемых по одному волокну;
- уровни оптической мощности передаваемых сигналов.

Если на ранней стадии развития оптоволоконных линий связи единственными проблемами являлись погонные оптические потери и дисперсионное уширение передаваемых импульсов, то позже на первое место стали выходить проблемы, связанные с нелинейными эффектами, особо остро проявляющиеся в высокоскоростных системах передачи цифровой информации.

Из-за нелинейных оптических эффектов возникают фундаментальные ограничения по объему информации, который может быть передан по отдельному световоду за единицу времени (практическим пределом следует считать скорость передачи информации в 100 Тбит/с). Для увеличения скоростей информационных потоков следует увеличивать число оптических жил в волоконном кабеле.

*Для различных областей применения оптимальными могут быть разные типы волокон. Для коротких и средних расстояний это много-модовые, в том числе градиентные волокна, для длинных линий – одномодовые волокна.*

Хотя одномодовые волокна имеют несомненные преимущества с точки зрения пропускной способности, они более сложны в изготовлении, более дороги и, что очень существенно, с ними труднее работать. Дело в том, что из-за малого размера сердцевины (2–5 мкм) их весьма сложно состыковывать между собой. Кроме того, одномодовое волокно требует и особые источники света с профилем излучения, со-

гласованным с профилем моды в волокне. Тем не менее для мощных систем связи с высокой пропускной способностью и для связи на дальние расстояния эти волокна вне конкуренции.

### 2.1.2. Применение одномодовых оптических волокон в системах связи

Итак, одномодовые оптические волокна применяются в межконтинентальных линиях связи и других магистральных линиях, где требуется чрезвычайно высокое качество передаваемой информации (например, передача банковских данных). В цифровых линиях связи (наиболее распространном типе линий) качество передаваемой информации характеризуется *коэффициентом битовых ошибок*. Его величина тем больше, чем больше вероятность принять бит «0» за бит «1». Вероятность такой ошибки возрастает с уменьшением амплитуды импульсов и увеличением их ширины (рис. 31).

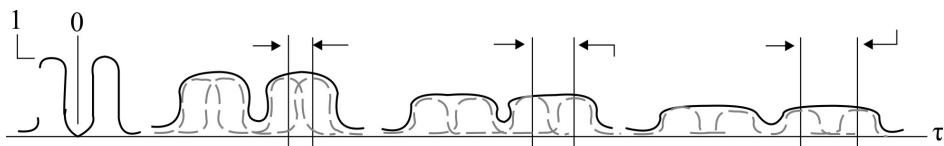


Рис. 31. Уширение информационного сигнала

Уширение импульсов, как уже отмечалось, обусловлено дисперсией волокон. Дисперсия также является причиной уменьшения амплитуды импульсов, так как увеличение их ширины неизбежно сопровождается уменьшением их амплитуды. Но в большей степени уменьшение амплитуды импульсов обусловлено оптическими потерями в волокне.

В отличие от электрических линий связи, где потери, а следовательно, и предельно допустимое расстояние между ретрансляторами  $L_{\text{доп}}$ , зависят от частоты передаваемых сигналов, в оптоволоконных линиях при низкой скорости передачи данных величина  $L_{\text{доп}}$  ограничивается оптическими потерями в волокнах, а при высоких скоростях – дисперсией.

В волоконных линиях дальней связи, построенных в России, скорость передачи сигналов, как правило, не превышает 2,5 Гбит/с (STM-16), и в большинстве из них не используются оптические усилители. По этой причине в них расстояние между ретрансляторами ( $\sim 100$  км) ограничивается потерями в волокне. В этих линиях используются стандартные

одномодовые волокна с несмещенной дисперсией (SM – Single Mode). Оптические потери в лучших промышленных образцах таких волокон на длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм составляют  $\alpha_{\text{дБ}} = 0,18 \dots 0,19$  дБ/км.

В большинстве зарубежных линий дальней связи используются оптические усилители, и в этих линиях расстояние между ретрансляторами уже не лимитируется потерями в волокне. Так, в наземных линиях связи это расстояние может достигать  $10^3$  км, а в подводных линиях – и  $10^4$  км. Скорость передачи данных в таких линиях составляет 10 Гбит/с (STM-64), а в ближайшей перспективе – и 40 Гбит/с (STM-256). Поэтому в них уже существенны ограничения, возникающие из-за дисперсии оптических волокон.

Уширение импульсов в одномодовых волокнах возникает не только из-за хроматической дисперсии, но и из-за *поляризационной дисперсии* (зависимости показателя преломления от состояния поляризации света). Физический механизм поляризационной дисперсии иллюстрируется на рис. 32.

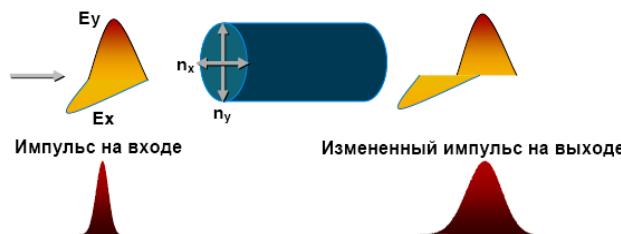


Рис. 32. Физическая схема поляризационной дисперсии

Поляризационная дисперсия является нелинейным эффектом. Если хроматическая дисперсия в линии может быть сделана достаточно малой за счет использования волокон со смещенной дисперсией (*DS – Dispersion Shifted*) или за счет ее компенсации путем включения в линию связи волокон с противоположными знаками хроматической дисперсии, то компенсировать поляризационную дисперсию значительно сложнее из-за ее стохастической (случайной) природы. Поляризационная дисперсия становится существенной только при большом расстоянии между ретрансляторами и высокой скорости передачи информации (более 10 Гбит/с). Поэтому ранее на нее не обращали внимания и в «старые» линии укладывались волокна с недопустимо большой по сегодняшним меркам поляризационной дисперсией. В настоящее время

такую компенсацию удается осуществлять только при передаче сигналов на одной длине волны (в узкой полосе частот). В новых моделях одномодовых волокон требования к поляризационной дисперсии существенно выше, и она, как правило, меньше почти на порядок, чем в старых моделях SM волокон.

С внедрением оптических усилителей в волоконные линии связи стало экономически целесообразно осуществлять передачу сигналов по одному волокну одновременно на многих длинах волн, так как все они могут быть усилены одним оптическим усилителем. Соответственно, стало возможным увеличивать пропускную способность системы, умножая число длин волн, передаваемых по одному волокну, на скорость передачи на одной длине волны. Одним из последних рекордов является передача по одному волокну 10,92 Тбит/с ( $1 \text{ Тбит} = 10^{12} \text{ бит}$ ). Общее число длин волн, переданных по одному волокну, равно 273, при скорости передачи данных на каждой длине волны в 40 Гбит/с. Предельная же пропускная способность оптического волокна при использовании технологии уплотнения по длинам волн (*DWDM – Dense Wavelength Division Multiplexing*) составляет около 100 Тбит/с и ограничивается нелинейными эффектами.

## 2.2. Самовоздействия в волоконной оптике

### 2.2.1. Понятие о самовоздействиях световых волн

Самовоздействия световых волн – это класс волновых явлений, связанных с изменением характера распространения света в нелинейной среде и обусловленных зависимостью показателя преломления среды от наведенной поляризованности на той же частоте, что и в исходной световой волне.

Физические механизмы, приводящие к зависимости показателя преломления от интенсивности света, показаны на рис. 33.

Эффекты самовоздействия определяют поведение мощных световых (лазерных) пучков в большинстве сред, включая и активную среду самих лазеров. В частности, лавинное нарастание напряженности светового поля при самофокусировке вызывает во многих случаях оптический пробой среды.

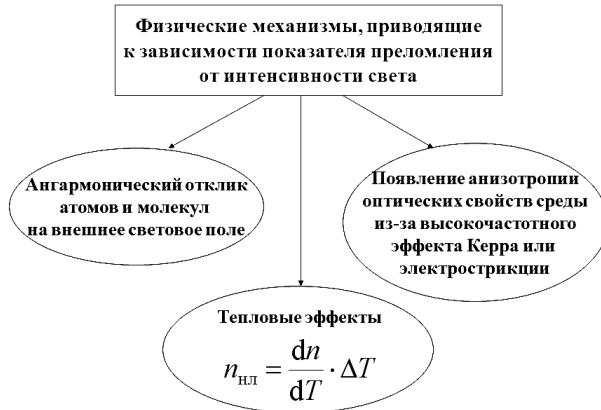


Рис. 33. К понятию о самовоздействиях световых волн

Поскольку в кварцевом стекле отсутствуют нелинейные эффекты второго порядка, самовоздействия в волоконных световодах возникают как результат вклада кубичной восприимчивости  $\chi^{(3)}$ . Соответствующее выражение для показателя преломления нелинейной среды вытекает из формулы (1.48), полученной в рамках модели ангармонического осциллятора, и имеет следующий вид:

$$n(\omega, E) = n(\omega) + n_{\text{nl}} = n(\omega) + n_2 I, \quad (2.5)$$

где  $n(\omega)$ ,  $n_{\text{nl}}$  – соответственно линейная и нелинейная части показателя преломления;  $E$  и  $I$  – соответственно напряженность и интенсивность светового поля внутри волокна. Зависимость  $n(\omega)$  определяется формулой Селлмейера (1.37).

Формула (2.5) приводит к линейной связи между показателем преломления и оптической мощностью излучения. Соответствующая зависимость для кварцевого стекла показана на рис. 34.

Величина  $n_{\text{nl}}$  в общем случае является сложной функцией, вид которой определяется конкретным механизмом нелинейного отклика среды. В простейшем случае нелинейную часть показателя преломления можно представить в виде ряда по степеням интенсивности светового поля:

$$n_{\text{nl}} = n_2 I + n_4 I^2 + \dots \quad (2.6)$$

В большинстве экспериментов самовоздействие определяется низшим членом разложения (2.6), однако при определенных обстоятельствах высшие члены также играют важную роль, например вблизи резонансов.

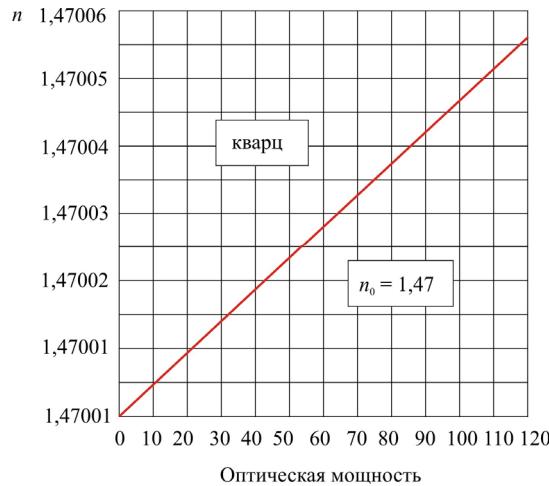


Рис. 34. Зависимость показателя преломления кварца от оптической мощности пропускаемого сигнала

Размерный параметр  $n_2$  называется *рефракционным индексом*. Он связан с восприимчивостью  $\chi^{(3)}$  следующим соотношением (в системе единиц СИ):

$$n_2 = \frac{3}{8n} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \chi^{(3)}.$$

От знака рефракционного индекса  $n_2$  зависит характер эволюции светового пучка (рис. 35).

В прозрачных средах, как правило,  $n_2 > 0$ , а  $n_2 < 0$  чаще имеет место для сред с поглощением. В линейной среде поперечное сечение пучка увеличивается с расстоянием из-за дифракции (рис. 35, кривая 1). В среде с  $n_2 > 0$  область, где амплитуда поля больше, становится оптически более плотной, и именно в эту область собираются световые лучи. Световой пучок с гауссовским профилем интенсивности



$$I(x) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right) \quad (2.7)$$

в такой среде испытывает самофокусировку: периферийные лучи отклоняются к оси пучка и сходятся в нелинейном фокусе (рис. 35, кривая 4).

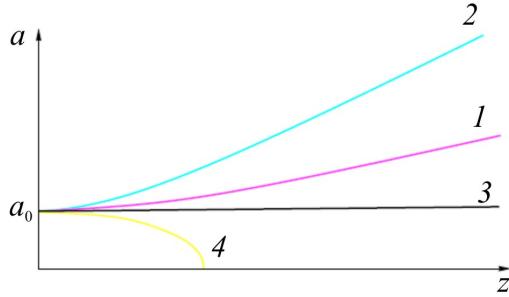


Рис. 35. Изменение ширины светового пучка в линейной (1) и нелинейных (2...4) средах

Итак, вследствие зависимости показателя преломления от интенсивности  $n = n(I)$  в нелинейной среде световая волна распространяется с другой фазовой скоростью, чем в линейной среде:  $v_\phi = \frac{c}{n(I)}$ . В поле ограниченной волны (световой импульс) среда становится неоднородной, и возникает явление *нелинейной рефракции* (искривления световых лучей).

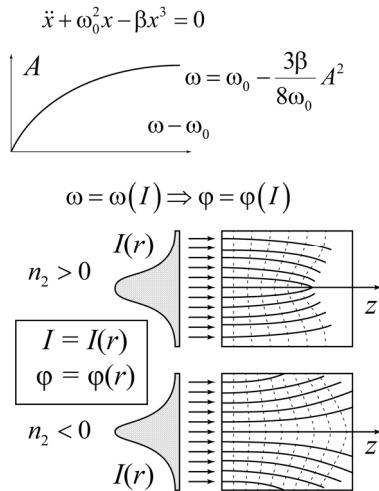


Рис. 36. Модель самовоздействий

Можно дать интерпретацию самовоздействий в рамках модели ангармонического осциллятора. Неизохронность нелинейного осциллятора (т.е. зависимость частоты колебаний от амплитуды) приводит к появле-

нию дополнительного фазового сдвига, зависящего от интенсивности световой волны. Такая фазировка для пространственно неоднородного светового пучка приводит к искривлению волнового фронта и изменению поперечных размеров пучка – его *самофокусировке* или *самодефокусировке* (рис. 36).

### 2.2.2. Самофокусировка и самоканализация световых пучков

*Самофокусировка* – это явление самопроизвольного сжатия апертурно-ограниченного пучка света в кубично-нелинейной среде с положительным рефракционным индексом, которое сопровождается концентрацией световой энергии. Условие  $n_2 > 0$  является необходимым условием самофокусировки. Для кварцевого стекла

$$n_2 \approx 3,2 \cdot 10^{-20} \frac{\text{м}^2}{\text{Вт}}.$$

В апертурно-ограниченных световых пучках распределение мощности излучения в поперечном сечении пучка приблизительно соответствует гауссовской функции (2.7), при этом максимум мощности находится в центре пучка. При превышении порогового значения мощности показатель преломления нелинейной среды в центре пучка в соответствии с (2.5) возрастает, а к периферии пучка плавно уменьшается. В результате оптическая среда становится подобной положительной градиентной (нелинейной) линзе и преобразует изначально плоский волновой фронт световой волны в сходящийся (рис. 37). Радиус такой линзы можно оценить с помощью зависимости

$$F_{\text{нл}} = a \cdot \sqrt{\frac{n_0}{n_2 I}}.$$

При самофокусировке ширина пучка описывается формулой

$$a(z) = a_0 \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{z}{R}\right)^2 + \left(1 - \frac{P}{P_{\text{кр}}}\right) \cdot \frac{z^2}{l_{\text{д}}^2}}, \quad (2.8)$$

где  $R$  – радиус кривизны сферического волнового фронта;  $l_{\text{д}}$  – дифракционная длина пучка,  $l_{\text{д}} = \pi a_0^2 / \lambda$ .

При малой мощности ( $P \ll P_{\text{кр}}$ ) происходит частичная компенсация дифракционной расходимости. С увеличением мощности светового пучка его расходимость начинает уменьшаться. Если мощность пучка равна критической мощности самофокусировки ( $P = P_{\text{кр}}$ ), то дифракция полностью компенсируется и  $R = \infty$ , при этом, как видно из (2.8), поперечный радиус пучка не меняется с расстоянием: возникает нитевидное волноводное распространение пучка, называемое самоканализацией (рис. 35, кривая 3).

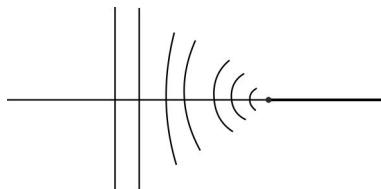


Рис. 37. Преобразование световой волны в сходящуюся при самофокусировке

Наконец, пучок большой мощности ( $P \gg P_{\text{кр}}$ ) испытывает самофокусировку (рис. 35, кривая 4). Расстояние от места входа в среду до точки, в которую сходится световой пучок, называется эффективной длиной самофокусировки ( $l_{\text{эфф}}$ ). Величина  $l_{\text{эфф}}$  обратно пропорциональна корню квадратному из интенсивности пучка:

$l_{\text{эфф}} \sim I^{-1/2}$ , а также зависит от диаметра пучка и оптических свойств среды.

Явлению самофокусировки можно дать простую интерпретацию с позиции геометрической оптики (рис. 38).

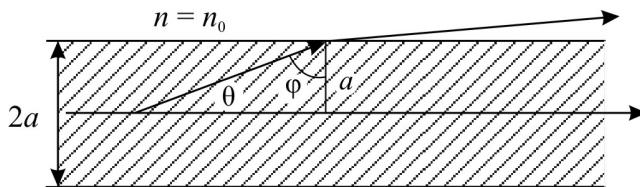


Рис. 38. Подавление дифракционной расходимости

Предельный угол полного отражения на границе светового пучка в волокне с учетом (2.5) может быть выражен формулой

$$\theta_0 = \arccos \left( \frac{n_0}{n_0 + n_2 I} \right).$$

Дифракционная угловая расходимость

$$\theta_{\text{дифр}} = \frac{2\lambda_0}{\pi n_0 a}.$$

При условии  $\theta_0 > \theta_{\text{дифр}}$  имеет место подавление дифракционной расходимости нелинейной рефракцией, и световые лучи отклоняются к оси пучка – происходит самофокусировка.

В отличие от линейного случая при самофокусировке, являющейся нелинейным эффектом, сжатие пучка носит лавинообразный характер: лучи при подходе к нелинейному фокусу

$$z = F_{\text{нл}} = \frac{\pi a^2}{\lambda_0 \sqrt{\frac{P}{P_{\text{кр}}} - 1}}$$

все более изгибаются и входят в него под углами к оси пучка, близкими к  $90^\circ$ . Даже малое увеличение интенсивности на некотором участке светового пучка приводит к концентрации светового потока в этой области, что дает дополнительное возрастание интенсивности и усиление нелинейной рефракции. При этом интенсивность светового поля неограниченно возрастает:

$$I(z) \approx \frac{P}{a^2(z)} \rightarrow \infty$$

(так называемый *коллапс волнового поля*).

Явление самофокусировки, вследствие чрезвычайно высокой плотности мощности излучения в канале распространения, нередко сопровождается необратимыми явлениями: оптическим пробоем среды либо интенсивным поглощением или рассеянием света на дефектах структуры и примесях.

Исследования показали, что световой пучок при самофокусировке в оптическом волокне имеет многофокусную структуру (рис. 39).

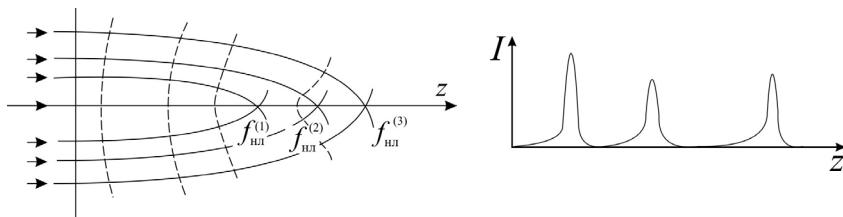


Рис. 39. Многофокусная структура светового пучка

С увеличением мощности светового пучка нелинейный фокус  $z = F_{\text{нл}}$  смещается ко входу, и вслед за первым возникает цепочка нелинейных фокусов. Полное число формирующихся фокусов ограничивается пер-

воначальной мощностью пучка и величиной коэффициента поглощения излучения.

Таким образом, физические причины эффекта самофокусировки заключаются в изменении показателя преломления среды в сильном световом поле. Среда в зоне пучка становится оптически неоднородной; показатель преломления среды определяется при этом распределением интенсивности световой волны. Это приводит к явлению нелинейной рефракции, т.е. периферийные лучи пучка отклоняются к его оси, в зону с большей оптической плотностью. Нелинейная рефракция начинает конкурировать с дифракционной расходимостью. При взаимной компенсации этих процессов и наступает самоканализация, не переходящая в самофокусировку при значениях мощности, превышающих критическую мощность пучка.

В 1988 г. за открытие и исследование эффекта самофокусировки Ленинской премии были удостоены советские ученые Г.А. Аскарьян, А.П. Сухоруков и В.И. Таланов.



Гурген Ашотович Аскарьян  
(1928–1997)



Анатолий Петрович  
Сухоруков (род. в 1935 г.)



Академик  
Владимир Ильич Таланов  
(род. в 1933 г.)

В случае  $n_2 < 0$  оптическая среда играет роль отрицательной (расходящейся) линзы, и световой пучок дефокусируется (рис. 35, кривая 2). Необходимой для проявления самовоздействий мощностью обладает лазерное излучение.

### 2.2.3. Оптическая бистабильность

Если в электронных схемах основным функциональным элементом является транзистор, позволяющий осуществлять переключение, логические операции и усиление сигнала, то его аналогом в оптических схемах обработки и хранения информации (в частности, в оптических

компьютерах) должен стать оптический транзистор. Его действие основано на явлении оптической бистабильности, возникающей в нелинейных оптических системах с обратной связью и являющейся примером самовоздействия света.

Оптическая система называется *бистабильной*, если при одной и той же интенсивности света на входе она имеет два устойчивых состояния, соответствующие двум значениям интенсивности света на выходе. Отметим основные свойства бистабильной оптической системы:

- она должна быть нелинейной;
- для получения многозначности пропускания света она должна иметь обратную связь.

Рассмотрим поведение нелинейной оптической системы с обратной связью (рис. 40).

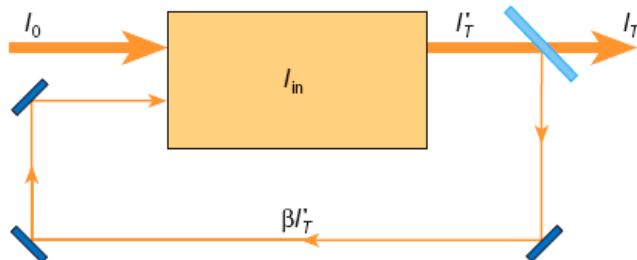


Рис. 40. Схема нелинейной системы с обратной связью

На вход нелинейной системы (представлена на схеме в виде прямогоугольника) помимо излучения интенсивностью  $I_0$  подается часть  $\beta I'_T$  отраженного от полупрозрачного зеркала выходного излучения интенсивностью  $I'_T$ , т.е. система охвачена положительной обратной связью ( $\beta > 0$ ). Таким образом, интенсивность излучения внутри системы

$$I_{\text{in}} = I_0 + \beta I'_T.$$

Коэффициент пропускания системы

$$T'(I_{\text{in}}) = \frac{I'_T}{I_0} = -\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta I_0} \cdot I_{\text{in}} \quad (2.9)$$

представляет собой нелинейную зависимость. Правая часть уравнения (2.9) представляет собой прямую с наклоном  $1/(\beta I_0)$ . Решением этого уравнения будут точки пересечения нелинейной кривой  $T' = T'(I_{\text{in}})$  с данной прямой.

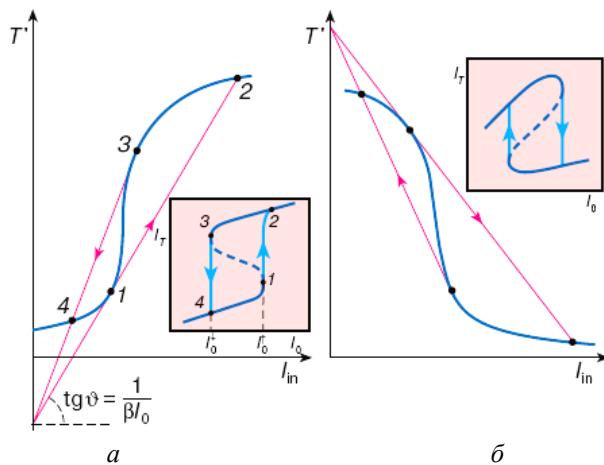


Рис. 41. Зависимости коэффициента пропускания от интенсивности света внутри нелинейной системы

На рис. 41, *a* представлена типичная зависимость для нелинейной насыщающейся системы: линейный рост пропускания сменяется его резким увеличением с ростом интенсивности на входе  $I_0$  и затем насыщением при относительно больших значениях  $I_0$ . При увеличении  $I_0$  уменьшается наклон прямой, и коэффициент пропускания плавно увеличивается до точки 1. В этой точке происходит резкое увеличение пропускания (скачок из точки 1 в точку 2) и затем снова его плавное изменение. При обратном движении имеет место резкое уменьшение пропускания (скачок из точки 3 в точку 4) при некотором меньшем значении входной интенсивности.

Итак, в области значений интенсивности света на входе

$$I_0^\downarrow < I_0 < I_0^\uparrow$$

возникает многозначность пропускания (бистабильный режим работы): выходная интенсивность излучения принимает два устойчивых значения при заданной входной интенсивности  $I_0$ . Бистабильная система с таким видом гистерезиса называется системой *S*-типа. Штриховой линией обозначена неустойчивая область решения.

Аналогично можно проанализировать работу нелинейной системы с положительной обратной связью *N*-типа (рис. 41, *б*), у которой нелинейно растет поглощение при увеличении входной интенсивности света и  $\beta < 0$ .

Оптическая бистабильность – это одно из проявлений самовоздействия световых волн. Физический механизм оптической бистабильности в оптоволокне представлен на рис. 42.

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x - \beta x^3 = 0$$

$$\omega_0 \Rightarrow \omega = \omega_0 - \kappa A^2$$

$$4\omega_0^2 A^2 = \frac{B^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4}; B = \frac{\epsilon}{m} E$$

$$4\omega_0^2 A^2 = \frac{B^2}{(\omega_0 - \omega - \kappa A^2)^2 + \gamma^2/4}$$

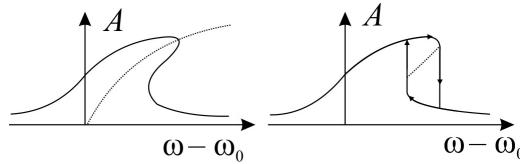


Рис. 42. Физический механизм оптической бистабильности

С учетом неизохронности (зависимости частоты интенсивной световой волны от ее амплитуды) резонансная кривая кубично-нелинейного осциллятора имеет область частот с двумя амплитудными режимами, установление которых зависит от предыдущего значения частоты (оптический гистерезис). Образующийся оптический гистерезис может быть положен в основу создания бистабильных элементов – двоичных оптических переключающих устройств.

Для получения режима оптической бистабильности наиболее широко используется схема интерферометра Фабри-Перо (рис. 43, *a*), заполненного волокном с нелинейным показателем преломления

$$n = n_0 + n_2 I_{\text{in}}.$$

При многократных отражениях света от зеркал происходит интерференция световых волн. При этом результирующее колебание для проходящего светового луча имеет амплитуду

$$A_0 \sum_{k=0}^{\infty} \tau^2 \rho^{2k} \exp[i(\omega t - k\varphi)] = \frac{A_0 T'}{1 - R \cdot \exp(i\varphi)} \exp(i\omega t).$$

Здесь  $\phi$  – число полуволн, укладывающихся на оптической длине резонатора  $\Delta = nL$ ;  $A_0$  – амплитуда колебания на входе в резонатор;  $R$ ,  $T'$  – соответственно коэффициенты отражения и пропускания зеркала.

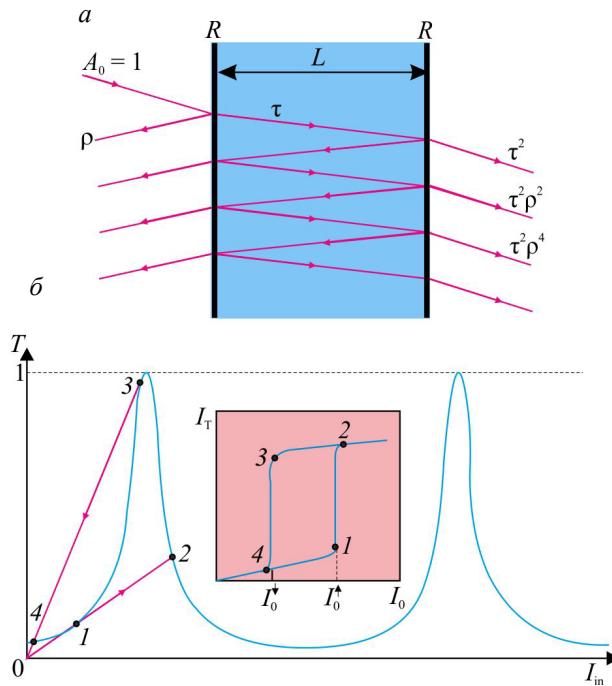


Рис. 43. Реализация режима оптической бистабильности

Переходя к интенсивности прошедшего света, получим выражения для коэффициента пропускания резонатора (функцию Эйри):

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{2\pi nL}{\lambda}},$$

где  $F$  – параметр, определяющий контраст интерференционной картины,  $F = 4R/(1 - R)^2$ . Пропускание резонатора может меняться от минимального значения  $T_{\min} = (1 - R)^2/(1 + R)^2$  до максимального  $T_{\max} = 1$ . Последнее условие выполняется, если максимумы световых волн для прямых и обратных световых пучков совпадают (рис. 43, б) и возникает их взаимное усиление. Таким образом, при изменении показателя преломления  $n$  волокна, заполняющего резонатор, коэффициент пропускания интерферометра Фабри-Перо также будет изменяться в широких пределах.

При увеличении  $I_0$  происходит плавное увеличение пропускания, пока не будет достигнуто пороговое значение (точка 1 на рис. 43, б), при котором пропускание и выходная интенсивность света увеличиваются скачком до точки 2 (происходит включение). При уменьшении  $I_0$  происходит плавное изменение пропускания в обратном направлении, пока не будет достигнуто пороговое значение для резкого уменьшения (выключения) пропускания, которому соответствует скачок из точки 3 в точку 4.

Данный результат можно физически объяснить следующим образом. При увеличении интенсивности света нелинейное изменение показателя преломления смещает систему к резонансу. Происходит нарастание интенсивности света внутри резонатора. Вблизи резонанса положительная обратная связь вызывает лавинное нарастание пропускания, при этом система проходит через резонанс в стабильное состояние (точка 2). При плавном уменьшении входной интенсивности света пропускание резонатора Фабри-Перо не уменьшается до первоначально низкого уровня (переход от точки 2 к точке 3), так как интенсивность света в резонаторе достаточна, чтобы удерживать значение показателя преломления волокна (или оптической длины резонатора) на уровне, при котором пропускание является большим. В окрестности точки 3 в результате положительной обратной связи показатель преломления и интенсивность света начинают взаимно ослаблять друг друга, и небольшое изменение  $I_0$  приводит в резкому падению пропускания. Наличие точек пересечения прямой с графиком функции Эйри (показан на рис. 43, б в виде кривой с двумя характерными максимумами) является условием возникновения оптической бистабильности.

Преимуществами полностью оптических переключателей и соответствующих систем обработки информации являются:

- помехозащищенность оптических систем обработки информации (поскольку кванты света электрически нейтральны);
- защищенность оптических переключающих устройств от несанкционированного доступа;
- улучшенные массогабаритные характеристики и минимальная потребляемая мощность.

Несмотря на огромные потенциальные возможности применения света для обработки, хранения и передачи информации, развитие в области создания полностью оптических переключателей происходит до-

вольно медленно. Это обусловлено трудностями, возникающими при получении необходимых для приложений характеристик устройств, позволяющих управлять светом с помощью света. Так, необходимо затрачивать минимальную энергию ( $\sim 10^{-15}$  Дж) на переключение с высоким контрастом (отношением интенсивности выходного сигнала к входному) и иметь малые тепловые потери, т.е. использовать волокно и другие материалы с высокими и в то же время быстро устанавливающимися нелинейными свойствами. Эти требования особенно актуальны при создании матриц оптических переключателей для параллельной обработки информации, а также при разработке оптических транзисторов (трансфазоров). Перспективным направлением здесь также является разработка эффективных методов управления поляризацией светового луча.

#### **2.2.4. Фазовая самодуляция**

*Фазовая самодуляция* представляет собой нелинейный эффект, возникающий вследствие зависимости показателя преломления от интенсивности излучения и состоящий в возникновении самонаведенного набега фазы, который приобретает световой импульс при распространении в волоконном световоде. Это аналог самофокусировки, но развивающийся во времени. Впервые он наблюдался в связи с изучением нестационарного самовоздействия оптических импульсов, распространяющихся в стеклах и других твердых телах.

*Фазовая самодуляция – это явление, которое приводит к симметричному спектральному уширению оптических импульсов.*

В соответствии с формулой (2.5) в нелинейной среде, где распространяется свет, возникает изменение показателя преломления  $\Delta n$ , пропорциональное интенсивности  $I$  (квадрату амплитуды  $A^2$ ) проходящего по волокну света (или, в более общей формулировке, пропорциональное квадратичному произведению электрических составляющих световых полей в среде). В простейшем случае, если ограничиться первым членом в разложении (2.6), величина  $\Delta n$  будет пропорциональна рефракционному индексу  $n_2$ :

$$\Delta n = n_2 \cdot I. \quad (2.10)$$

Для кварцевого стекла  $n_2 \approx 3,2 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2/\text{Вт}$ . В результате изменения показателя преломления распространяющийся по волоконному световоду длиной  $L$  оптический сигнал приобретает дополнительный сдвиг фазы (набег фазы) на величину

$$\Phi = \Delta(\omega T - kz) = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L \Delta n. \quad (2.11)$$

Пусть в волокне распространяется световой импульс, интенсивность которого описывается как  $I(T)$ , где  $T$  – время в системе координат, движущейся вместе с импульсом. Начало отсчета ( $T = 0$ ) выбрано совпадающим с центром (максимумом) импульса. Эффект фазовой самомодуляции практически безынерционен, т.е. изменение показателя преломления  $\Delta n(T)$  и появление дополнительного набега фазы  $\Phi(T)$  в точности следуют за изменением  $I(T)$ . Сравнивая (2.10) и (2.11), получаем, что при распространении импульса по волокну различные части этого импульса будут приобретать дополнительный фазовый сдвиг в соответствии с формулой

$$\Phi(T) = -\frac{2\pi}{\lambda} L \cdot n_2 I(T).$$

*Таким образом, фазовая самомодуляция вызывает набег фазы, зависящий от интенсивности, тогда как форма импульса остается неизменной.*

Однако если дополнительный фазовый сдвиг зависит от времени, то это означает, что имеется и дополнительный частотный сдвиг  $\delta\omega$ , так как частота есть производная от фазы световой волны по времени. Возникает уширение спектра, поскольку изменение фазы импульса во времени означает сдвиг мгновенной оптической частоты от основной несущей частоты  $\omega_0$  при перемещении вдоль импульса. Для примера рассмотрим оптический импульс гауссовой формы:

$$I(T) = I_0 \exp\left(-\frac{T^2}{\tau^2}\right), \quad (2.12)$$

где  $\tau$  – полуширина импульса при спаде интенсивности в  $e$  раз. В этом случае дополнительный частотный сдвиг

$$\delta\omega = \delta\omega_0 \frac{T}{\tau} \exp\left(-\frac{T^2}{\tau^2}\right), \text{ где } \delta\omega_0 = \frac{4\pi n_2 L I_0}{\lambda \tau}. \quad (2.13)$$

Как видно из формулы (2.13) и рис. 44, в центральной части импульса имеется линейная развертка (девиация) частоты, причем такая, что на одном фронте импульса ( $T > 0$ ) частота становится больше, а на другом ( $T < 0$ ) – меньше исходной несущей частоты  $\omega_0$ .

*Изменение частоты оптического импульса во времени можно рассматривать как частотную модуляцию импульса. Частотная модуляция наводится фазовой самомодуляцией и растет по величине с длиной распространения оптических импульсов в оптоволокне.*

Другими словами, генерация новых частотных компонент происходит непрерывно по мере распространения импульса по световоду, вызывая уширение спектра по отношению к его начальной ширине.

Степень спектрального уширения зависит от формы импульса. Более общим случаем по сравнению с гауссовой формой импульса (2.12) является распределение, описываемое формулой

$$I(T) = I_0 \cdot \exp \left[ -\left( \frac{T}{\tau} \right)^{2m} \right]. \quad (2.14)$$

Параметр  $m$  для гауссового импульса равен 1. Для импульсов с  $m > 1$  (называемых супергауссовскими) форма импульса приближается к прямоугольной, увеличивая крутизну переднего и заднего фронтов.

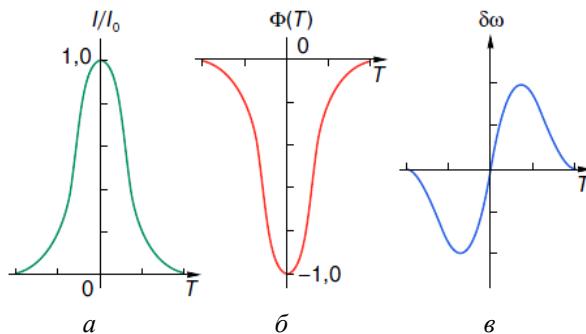


Рис. 44. Диаграмма зависимостей (в отн. ед.) от времени в движущейся системе координат: *а* – интенсивности света в импульсе; *б* – приращения фазы; *в* – изменения частоты

На рис. 45 показаны изменения нелинейного набега фазы и частоты вдоль импульса для гауссового ( $m = 1$ ) и супергауссского ( $m = 3$ ) импульсов. По оси абсцисс отложена безразмерная величина  $\frac{T}{\tau}$ .

Временная развертка для набега фазы в точности совпадает с формой интенсивности импульса, поскольку в соответствии с (2.11) эти величины пропорциональны друг другу. Изменение во времени частотной модуляции отрицательно на переднем фронте (так называемое

красное смещение) и положительно на заднем фронте (синее смещение). Частотная модуляция линейна и положительна в большой центральной части гауссовского импульса. Поведение супергауссовского импульса отличается тем, что частотная модуляция появляется на нем только на склонах импульса и не имеет линейного участка, т.е. она существенно возрастает с увеличением крутизны фронта импульса.

Таким образом, явление фазовой самомодуляции вызывает спектральное уширение оптических импульсов, распространяющихся по волокну, что резко снижает пропускную способность волоконных линий передачи информации.

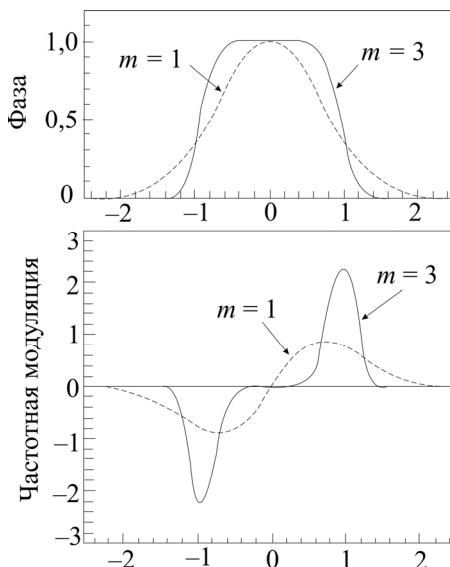


Рис. 45. Изменение во времени набега фазы и частоты для гауссовского (штриховая линия) и супергауссовского (сплошная линия) оптических импульсов

Однако при определенном соотношении между дисперсионными и нелинейными эффектами, когда, с одной стороны, различные спектральные компоненты импульса приобретают различные фазовые прращения в зависимости от расстояния, а с другой стороны – происходит перегруппировка спектральных компонент на протяжении импульса, можно подобрать такое волокно, когда изменение фазы вдоль импульса за счет дисперсии будет точно компенсироваться фазовой самомодуляцией. В этом случае открывается возможность распространения оптического импульса по волокну без изменения своей формы. Данная проблема рассматривается в подразд. 2.5.2.

## 2.2.5. Фазовая кросс-модуляция

Если одновременно две световые волны (или несколько волн) распространяются по оптическому волокну, то из-за нелинейности среды они могут взаимодействовать друг с другом. *Фазовая кросс-модуляция*, так же как и самомодуляция, возникает вследствие зависимости показателя преломления от интенсивности излучения и состоит в возникновении нелинейного набега фазы светового импульса, наведенного на другой частоте оптическим полем другого импульса, распространяющегося совместно с данным импульсом. Из данного определения следует, что эффекты фазовой самомодуляции и кросс-модуляции тесно взаимосвязаны.

Предположим для простоты, что поле  $\Delta E(\omega_1, \omega_2)$ , наведенное соседним распространяющимся по волокну световым импульсом, является слабым возмущением для поля  $E(\omega_1)$  рассматриваемого импульса:

$$\Delta E(\omega_1, \omega_2) \ll E(\omega_1), \quad (2.15)$$

где  $\omega_1, \omega_2$  – соответственно несущие частоты для рассматриваемого и соседнего импульсов. Тогда, если снова ограничиться лишь первым членом в разложении нелинейной части показателя преломления (2.6) и использовать формулу (2.9), приходим к соотношению

$$\Delta n(\omega_1, \omega_2) = n_2[E(\omega_1) + \Delta E(\omega_1, \omega_2)]^2 \approx n_2[E^2(\omega_1) + 2E(\omega_1) \cdot \Delta E(\omega_1, \omega_2)].$$

Условие малости возмущающего поля (2.15), использованное в этом соотношении, приводит с учетом (2.10) к аддитивной формуле для нелинейного набега фазы для рассматриваемого импульса:

$$\Phi(\omega_1, \omega_2) = -\frac{\omega_1}{c} L n_2 [E^2(\omega_1) + 2E(\omega_1) \cdot \Delta E(\omega_1, \omega_2)]. \quad (2.16)$$

Величина набега фазы зависит от интенсивности света. Если оптические частоты двух волн различны, число слагаемых в выражении для нелинейного набега фазы удваивается по сравнению с вырожденным случаем. Первое слагаемое в правой части (2.16) отвечает за фазовую самомодуляцию, второе слагаемое возникло из-за фазовой модуляции одной световой волны второй волной. Это и есть член, ответственный за кросс-модуляцию.

Таким образом, *фазовая кросс-модуляция всегда сопровождается фазовой самомодуляцией* и возникает из-за того, что показатель пре-

ломления какой-либо световой волны зависит не только от интенсивности этой волны, но и от интенсивности других волн, распространяющихся с ней совместно. *Фазовая кросс-модуляция вызывает асимметричное спектральное уширение совместно распространяющихся импульсов.*

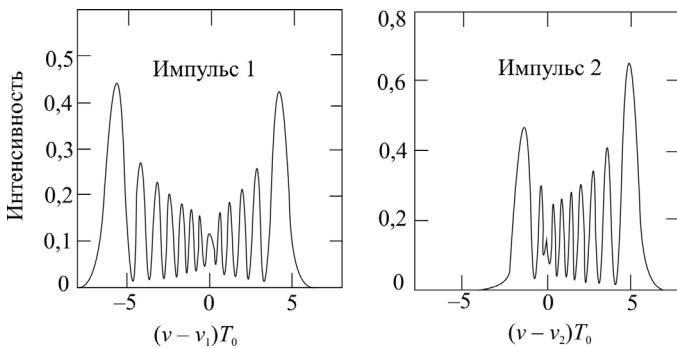


Рис. 46. Оптические спектры двух импульсов, распространяющихся совместно по волокну

На рис. 46 показаны спектры двух оптических импульсов, распространяющихся вместе и испытывающих асимметричное уширение, вызванное фазовой кросс-модуляцией. По оси абсцисс отложена безразмерная частота

$$\Delta v_j \cdot \tau = \frac{1}{2\pi} \cdot (\omega - \omega_j) \tau, \quad j = 1, 2,$$

а по оси ординат – безразмерная интенсивность. Осциллирующая структура в центральной части спектра является характерной особенностью спектрального уширения, вызываемого фазовой самомодуляцией. Как правило, спектр состоит из многих пиков, при этом крайние пики являются наиболее интенсивными. Возникновение осцилляций объясняется тем, что одна и та же частотная модуляция наблюдается при двух разных значениях  $T$ , т.е. импульс имеет одинаковую мгновенную частоту в двух разных точках импульса (см. нижний рис. 45). На качественном уровне эти точки можно представить как две волны на одной частоте, но с разными фазами, которые могут интерферировать друг с другом. Многопиковая структура спектра импульса и есть результат такой интерференции.

Асимметрия в спектре возникает, поскольку  $\Delta v_j(-T) \neq \Delta v_j(T)$ ,  $j = 1, 2$ . Для  $T > 0$  сдвиг частоты больше вблизи переднего фронта для

импульса 1, в то время как обратное имеет место для импульса 2. Поскольку передний и задний фронты переносят соответственно длинноволновые и коротковолновые компоненты, то спектр импульса 1 сдвинут в длинноволновую область, как видно на рис. 46. Спектр импульса 2 испытывает больший сдвиг потому, что вклад фазовой кросс-модуляции больше, поскольку пиковая мощность  $P_1 > P_2$ . Если же  $P_1 = P_2$ , то спектры обоих импульсов будут зеркальным отображением друг друга.

В многоканальных системах оптической связи (с частотным уплотнением информации) оба нелинейных эффекта – как самомодуляция, так и кросс-модуляция – будут изменять фазу световой волны в каждом из каналов, при этом вклад кросс-модуляции примерно в  $2\sqrt{N-1}$  раз больше, где  $N$  – число каналов ( $N > 1$ ). Если для передачи информации осуществляется фазовая модуляция, то влияние кросс-модуляции на работу такой системы связи становится угрожающим при  $N > 20$ . Если применяется амплитудная модуляция, то критические изменения в системе связи будут наблюдаться уже при  $N = 5$ .

Фазовая самомодуляция и фазовая кросс-модуляция влияют на соотношение «сигнал/шум» в многоканальной волоконно-оптической линии связи. Поясняющие физические схемы показаны на рис. 47, 48.

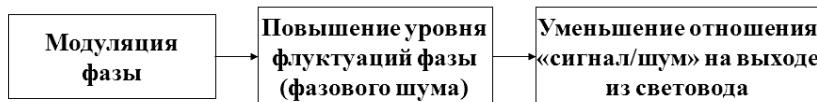


Рис. 47. Влияние самовоздействий на отношение «сигнал/шум»

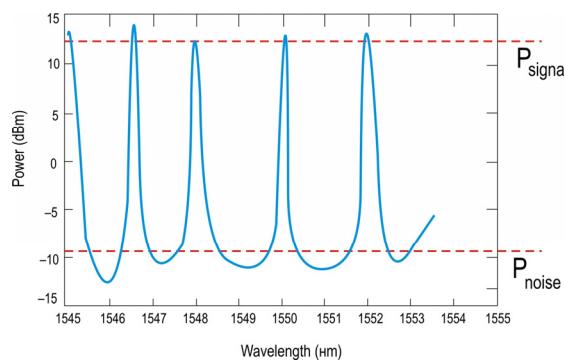


Рис. 48. Кривая спектральной мощности

Слишком низкое значение этого отношения приводит к ошибкам передачи информации по линии связи.

## 2.3. Нелинейное рассеяние света и его применение

После создания лазеров в 1961–1963 гг. в СССР и США были получены фундаментальные результаты в теории нелинейных оптических явлений, в частности в области нелинейного рассеяния света, при котором нарушается прямо пропорциональная зависимость интенсивности рассеянной компоненты от интенсивности падающего излучения. С развитием оптоволоконных систем передачи информации обнаружилось, что эффекты, связанные с нелинейным рассеянием света, могут играть как положительную, так и отрицательную роль с точки зрения технической эффективности.

В настоящем разделе рассматриваются два подобных явления – вынужденное комбинационное рассеяние и вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна, которые широко применяются в современных оптоволоконных технологиях и ярко выражены лишь при больших интенсивностях света.

### 2.3.1. Вынужденное комбинационное рассеяние

*Комбинационное рассеяние света* состоит в том, что в спектральном составе света, рассеиваемого оптической средой, помимо частоты  $\omega_p$  падающей световой волны, что соответствует когерентному рассеянию, присутствуют спектральные линии, отличающиеся по частоте от падающего излучения на величины, равные или кратные частотам  $\omega_v$ , внутримолекулярных колебаний:  $\omega_p \pm m\omega_v$ ,  $m = 1, 2, \dots$  (так называемые комбинационные частоты первого и более высокого порядка). Все частоты  $\omega_v$  характерны для данной оптической среды (например, кристалла) и не зависят от частоты  $\omega_p$  падающего света.

Линии в спектре комбинационного рассеяния с частотами  $\omega_p - m\omega_v$ , меньшими частоты падающего света, называются красными (или *стоксовыми*) компонентами, а линии с частотами  $\omega_p + m\omega_v$ , большими, чем  $\omega_p$ , – фиолетовыми (или *антистоксовыми*) компонентами (рис. 49).

С квантовой точки зрения, в обоих случаях уничтожается фотон с энергией  $\hbar\omega_p$  и происходит испускание фотона с другой энергией за счет перехода между колебательными энергетическими уровнями молекулы (рис. 50).

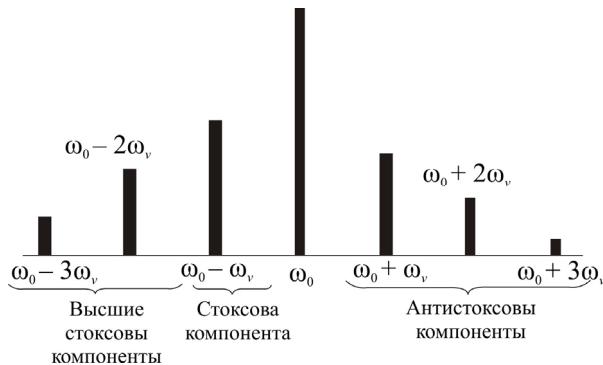


Рис. 49. Образование стоксова и антистоксова излучений

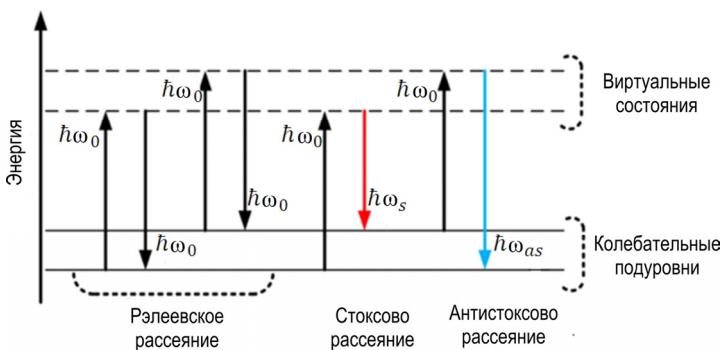


Рис. 50. Квантовые переходы при комбинационном рассеянии

При сравнительно небольших интенсивностях, характерных для обычных источников света, доля комбинационного рассеяния чрезвычайно мала: поток света, рассеянного в единице объема вещества, составляет  $10^{-7} \dots 10^{-6}$  от падающего светового потока даже для самых заметных спектральных линий.



Чандraseкхара Венката Раман (1888–1970) – индийский физик, лауреат Нобелевской премии по физике за открытие комбинационного рассеяния света

В этом случае происходит рассеяние падающего фотона на молекуле, в процессе которого молекула совершает переход из колебательного состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, и происходит спонтанное (самоизвестное) испускание стоксова фотона с энергией  $\hbar\omega_s = \hbar(\omega_p - \omega_v)$ . Описанный процесс является линейным и называется *эффектом Рамана*.

Если же возбуждение колебательных мод молекул среды осуществляется при интенсивностях излучения  $10^{12} \dots 10^{13}$  Вт/м<sup>2</sup>, что достижимо с помощью импульсных лазеров, то доля рассеянного потока сильно увеличивается и достигает десятков процентов. Этот опытный факт получает объяснение, если принять во внимание общее положение квантовой теории излучения о существовании стимулированного (вынужденного) аналога у любого радиационного процесса. Стимулированный аналог спонтанного комбинационного рассеяния, называемый *вынужденным комбинационным рассеянием*, также заключается в исчезновении фотона с энергией  $\hbar\omega_p$  и испускании фотона с энергией  $\hbar\omega_s = \hbar(\omega_p \pm m\omega_v)$ , но вероятность этого процесса пропорциональна интенсивности и вынуждающего  $I$  и рассеянного  $I_s$  излучения. Благодаря этому процессу рассеянное излучение с частотой  $\omega_s$  усиливается в оптической среде по экспоненциальному закону (рис. 51), подобно усилению света в среде с инверсной заселенностью энергетических уровней при вынужденном излучении, впервые предсказанном А. Эйнштейном.

В спектре вынужденного комбинационного рассеяния, помимо стоксовой компоненты, присутствует также и антистоксово рассеяние, интенсивность которого на несколько порядков меньше интенсивности стоксовой компоненты. *Стоксова и антистоксова волны часто расположены симметрично относительно основной передаваемой частоты излучения.*

Квантовые переходы при вынужденном комбинационном рассеянии показаны на рис. 52. При стоксовом рассеянии (а) поглощается лазерный фотон, и вместе со стоксовым фотоном возникает квант колебаний молекулы. При антистоксовом рассеянии (б) поглощаются лазерный фотон и колебательный квант, в результате испускается фотон на суммарной частоте.

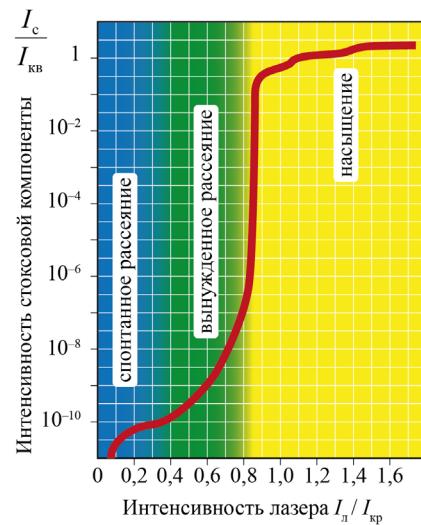


Рис. 51. Характер изменения стоксовой компоненты при спонтанном и вынужденном рассеянии

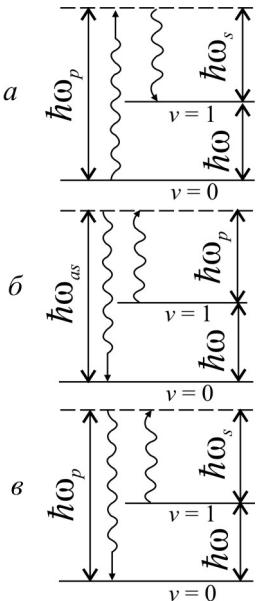


Рис. 52. Переходы при вынужденном комбинационном рассеянии: *а* – стоксово излучение; *б* – антистоксово излучение; *в* – поглощение фотонов стоксовой частоты, стимулированное лазерным излучением

ный спектр рамановского усиления для плавленого кварца при накачке на длине волны  $\lambda_p = 1$  мкм показан на рис. 53. Максимальное значение усиления уменьшается с ростом  $\lambda_p$ . В общем случае  $g_R$  зависит от состава сердцевины световода и может существенно меняться при использовании различных добавок. Из общей теории следует, что коэффициент  $g_R$  связан с мнимой частью нелинейной восприимчивости, которая может быть вычислена методами квантовой механики.

Рассмотрим непрерывное излучение накачки на частоте  $\omega_p$ , распространяющееся в световоде. Если стоксово излучение на частоте  $\omega_s$  перекрываетяется с накачкой на входе световода, оно будет усиливаться за счет вынужденного комбинационного рассеяния, пока разница частот  $\omega_p - \omega_s$  лежит внутри комбинационной полосы усиления (см. рис. 53). Если в световод вводится только излучение накачки, спонтанное комбинационное рассеяние дает слабый сигнал, который действует как пробный и усиливается по мере распространения.

Случай (*в*) на рис. 52 соответствует обратному процессу – поглощению фотона на стоксовой частоте и колебательного кванта, при этом под действием лазерного поля происходит вынужденный переход с образованием когерентного фотона.

*При достаточно мощной накачке интенсивность стоксовой волны возрастает внутри среды так быстро, что в эту волну переходит большая часть энергии накачки.*

Процесс начального усиления интенсивности стоксовой волны вдоль координаты  $z$  в случае непрерывной накачки описывается уравнением

$$\frac{dI_s}{dz} = g_R I_s I, \quad (2.17)$$

где  $g_R$  – коэффициент комбинационного усиления (так называемое рамановское усиление). Эксперименталь-

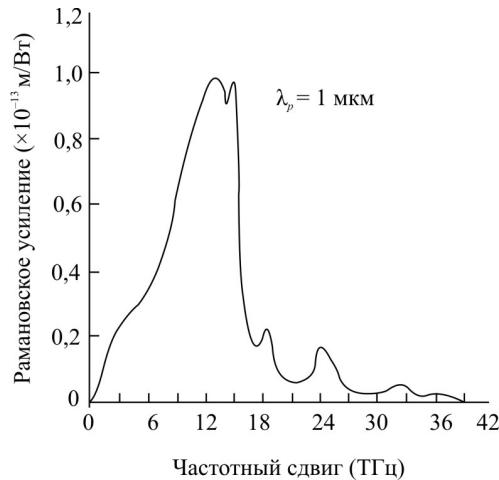


Рис. 53. Спектр вынужденного комбинационного усиления

Комбинационное рассеяние генерирует фотоны на всех частотах внутри полосы усиления, при этом усиливаются все частотные компоненты. Однако частотная компонента, для которой коэффициент  $g_R$  максимальен, возрастает наиболее быстро. В случае чистого плавленого кварца  $g_R$  максимальен для частоты, смещенной от частоты накачки приблизительно на 13,2 ТГц. Когда мощность накачки превышает пороговое значение, эта компонента усиливается почти экспоненциально.

Таким образом, вынужденное комбинационное рассеяние приводит к генерации стоковой волны, частота которой определяется пиком комбинационного усиления. Соответствующее смещение частоты называют стоковым (или рамановским) частотным сдвигом.

Для описания взаимодействия между волной накачки и стоковой волной уравнение (2.17) следует заменить системой из двух связанных друг с другом уравнений:

$$\frac{dI_s}{dz} = g_R I_s I - \alpha_s I_s, \quad (2.18)$$

$$\frac{dI}{dz} = -\frac{\omega_p}{\omega_s} g_R I_s I - \alpha_p I, \quad (2.19)$$

где  $I_s$  – интенсивность стоковой волны,  $I$  – интенсивность волны накачки, а коэффициенты  $\alpha_s$  и  $\alpha_p$  представляют собой оптические потери

в световоде на стоксовой частоте и на частоте накачки. В отсутствие потерь ( $\alpha_s = \alpha_p = 0$ ) общее число фотонов при вынужденном комбинационном рассеянии остается постоянным:

$$\frac{d}{dz} \left( I_s + \frac{\omega_s}{\omega_p} \cdot I \right) = 0.$$

Решением системы уравнений (2.18), (2.19), если пренебречь истощением волны накачки (уменьшением ее интенсивности за счет оттока энергии в стоксову волну), является зависимость

$$I_s(L) = I_s(0) \cdot \exp(g_R L_{\text{эфф}} - \alpha_s L), \quad (2.20)$$

где  $I_0$  – исходная интенсивность накачки при  $z = 0$ ;  $L$  – длина световода;  $L_{\text{эфф}}$  – эффективная длина, учитывающая поглощение волны накачки и определяемая по формуле

$$L_{\text{эфф}} = \frac{1}{\alpha_p} \cdot [1 - \exp(-\alpha_p L)].$$

Для использования уравнения (2.20) требуется значение  $I_s(0)$ . На практике поступают следующим образом. Рассматривается усиление каждой частотной компоненты с энергией  $\hbar\omega$  в соответствии с (2.20), и затем выполняется интегрирование по всему спектру комбинационного усиления, при этом световод полагается одномодовым. В результате получается интенсивность стоксовой волны при  $z = 0$ .

*Пороговая мощность вынужденного комбинационного рассеяния* определяется величиной мощности накачки в начале световода, при которой на выходе световода интенсивность стоксовой волны становится равной интенсивности волны накачки:

$$P_{\text{ВКР}} = I_0 S_{\text{эфф}} \cdot \exp(-\alpha_p L) \approx \frac{16 K_{\text{ВКР}} S_{\text{эфф}}}{g_R L_{\text{эфф}}}. \quad (2.21)$$

Здесь  $S_{\text{эфф}}$  – эффективная площадь сердцевины оптоволокна,  $K_{\text{ВКР}}$  – численный коэффициент, зависящий от поляризационного состояния волны и ряда других факторов (для большинства типовых волокон  $K_{\text{ВКР}} \approx 2$ ).

График зависимости порога вынужденного комбинационного рассеяния, переведенного в логарифмическую шкалу, от длины оптоволокна представлен на рис. 54. Здесь  $1 \text{ ДБм} = 10 \lg(P_{\text{пор}}, \text{ мВт})$ .

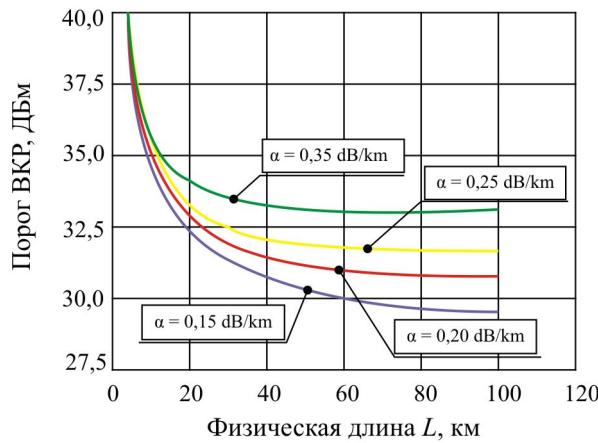


Рис. 54. Зависимость порога вынужденного комбинационного рассеяния от длины оптоволокна

Формула (2.21) позволяет довольно точно оценить пороговую мощность вынужденного комбинационного рассеяния. Для длинных световодов ( $\alpha_p L \gg 1$ ) на длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм, в области минимальных оптических потерь ( $\alpha_p \sim 0,2$  дБ/км) имеем  $L_{\text{эфф}} \approx 20$  км. Если принять типичное значение  $S_{\text{эфф}} = 50$  мкм<sup>2</sup>, то пороговая мощность составит около 0,6 Вт. В одноканальных системах оптической связи возникновение вынужденного комбинационного рассеяния маловероятно, поскольку типичная мощность, вводимая в световод, имеет порядок 1 мВт. Для солитонных систем оптической связи (см. подразд. 2.5.3) требуется более высокая мощность – около 40–50 мВт, что также ниже пороговой мощности.

Эффект вынужденного комбинационного рассеяния, так же как и другие нелинейные эффекты, может играть как отрицательную, так и положительную роль в оптоволоконных системах. Например, вредная роль вынужденного комбинационного рассеяния может проявляться в оптоволоконных линиях передачи информации, в особенности при частотном мультиплексировании сигналов, приводя к перекрестным помехам. Но в то же время вынужденное комбинационное рассеяние можно использовать для усиления света, при создании перестраиваемых лазеров, для регенерации импульсов в системах памяти.

Основным применением явления вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) в оптоволоконных системах являются:

- ВКР-лазеры;
- ВКР-усилители.

На рис. 55 схематически показан волоконный ВКР-лазер. Отрезок одномодового световода помещен внутрь резонатора Фабри-Перо, образованного частично отражающими зеркалами  $M_1$  и  $M_2$ . Резонатор обеспечивает резонансную частотно-избирательную обратную связь для стоксова излучения, возникающего в световоде благодаря вынужденному комбинационному рассеянию. Внутрирезонаторная призма позволяет перестраивать длину волны лазерного излучения путем поворота зеркала  $M_2$ . Порог генерации лазера соответствует мощности накачки, при которой комбинационное усиление за обход резонатора компенсирует потери в резонаторе, состоящие из потерь на зеркалах и потерь при переводе отраженного от зеркал излучения обратно в световод. Если принять потери за обход резонатора равными обычному значению 10 дБ, то пороговый коэффициент усиления  $G = \exp(2g_R I_0 L_{\text{эфф}}) = 10$ .

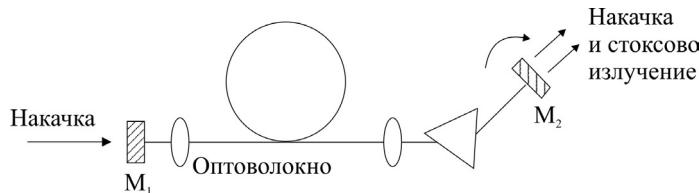


Рис. 55. Схема перестраиваемого ВКР-лазера

Такие лазеры имеют относительно низкий порог комбинационного усиления и могут перестраиваться в широком частотном диапазоне ( $\Delta\nu \sim 10$  ТГц).

Явление вынужденного комбинационного рассеяния можно использовать для усиления оптического сигнала, если он распространяется вместе с интенсивной волной накачки и длина его волны лежит в полосе комбинационного усиления. Эти усилители также называют комбинационными или рамановскими усилителями. Типичными параметрами таких усилителей являются мощность накачки 1 Вт, коэффициент усиления порядка 30 ДБм (1000 раз). В качестве накачки используются лазеры с длиной волны  $\lambda = 1060$  нм (для усиления сигналов с длиной волны 1300 нм) и  $\lambda = 1320$  нм (для усиления сигналов с длиной волны 1550 нм). Этот тип усилителей достаточно широкополосен (5–10 ТГц) и годится для усиления сигналов в схемах с DWDM и усиления коротких импульсов (пикосекундного диапазона).

*Вынужденное комбинационное рассеяние играет важную роль в оптоволоконных системах, так как обеспечивается возможность усиления сигналов в широкой полосе частот, смещенной в сторону низких частот относительно длины волны накачки на величину  $\sim 12\text{--}15$  ТГц. Комбинационные усилители обладают очень широкой полосой усиления (50…100 нм), что делает их привлекательными для систем DWDM. Важным свойством рамановских усилителей является и возможность получения усиления оптического сигнала в самом оптоволокне (примерно на длине в 20 км), входящего в состав оптического кабеля, образующего оптический тракт передачи информации. При этом усилитель является распределенным, т.е. с минимальным коэффициентом шума, что позволяет реализовать лучшее отношение «несущая частота/шум». Простейшая схема рамановского усилителя и распределенного ВКР-усиления выглядит следующим образом (рис. 56). Для его создания необходим практически только источник накачки на соответствующей длине волны.*

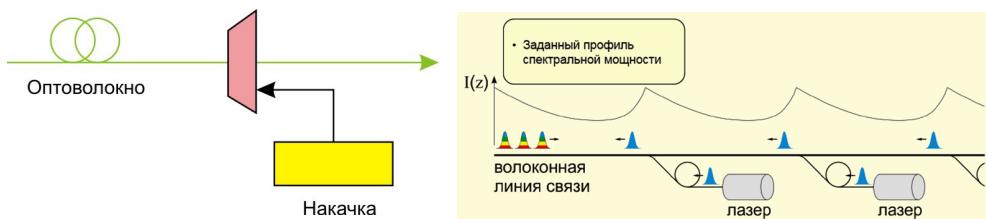


Рис. 56. Схема комбинационного усилителя и распределенного ВКР-усиления

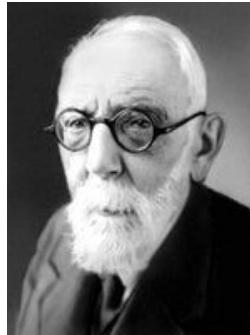
### 2.3.2. Вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна

Спонтанное рассеяние света на тепловых акустических волнах было изучено французским ученым Л. Бриллюэном еще в 1922 г. Одновременно с Л. Бриллюэном и независимо от него рассеяние света в твердых телах теоретически исследовал советский физик Л.И. Мандельштам. Вынужденное рассеяние, когда акустическая волна, рассеивающая свет, сама возбуждается этим светом, было открыто в 1964 г.

В обычных условиях акустические фононы (движущиеся волны распределения плотности вещества) существуют в твердых телах за счет тепловой энергии. Если же в оптическом материале распространяется падающая световая волна, то возникают процессы рассеяния падающего света на акустических фонах, приводящие как к поглоще-

нию, так и испусканию квазичастиц – фононов. Когда при рассеянии возникает новый фонон, частота световой волны уменьшается. Такой процесс называется стоксовым рассеянием (см. подразд. 2.3.1), а частота рассеянной световой волны – стоксовой частотой  $\omega_s$ .

Поскольку вероятность рассеяния пропорциональна числу соответствующих фононов, а их число зависит от температуры, то оказывается, что описанный эффект при обычных условиях является довольно слабым.



Леон Бриллюэн (1889–1969) –  
французский физик, автор  
фундаментальных работ в области  
оптики и физики твердого тела



Академик Леонид Исаакович Манделыштам  
(1879–1944) – один из основоположников  
нелинейной оптики и радиофизики

Однако если увеличивать интенсивность падающего света, то начиная с некоторого значения интенсивности (порога) ситуация резко меняется. Дело в том, что наличие в материале кроме падающей еще и рассеянной (стоксовой) световой волны увеличивает вероятность новых актов рассеяния. Совместное воздействие падающей и стоксовой волн благодаря некоторым механизмам (например, явлению электрострикции в твердых телах) приводит к возникновению новых волн неоднородностей плотности вещества, т.е. к появлению новых фононов, на которых, в свою очередь, рассеивается падающая волна. Таким образом, рассеяние становится вынужденным, и стоксова компонента начинает играть активную роль. Акустическая волна модулирует показатель преломления оптического кристалла, что приводит к обмену энергией между падающей и рассеянной волнами. Как только рассеяние становится настолько эффективным, что начинает превосходить затухание света, стоксово излучение начинает лавинообразно нарастать и его интенсивность быстро становится сравнимой с интенсивностью падающего излучения.

Такой процесс стимулированного рассеяния интенсивного света в оптической среде на акустических фононах, волна которых возбуждается самим падающим излучением, называется вынужденным рассеянием Мандельштама – Бриллюэна (ВРМБ).

С точки зрения физики образования это явление аналогично вынужденному комбинационному рассеянию, только в качестве молекулярных колебаний при этом выступает акустическая волна. Схема физического механизма ВРМБ представлена на рис. 57.



Рис. 57. Физический механизм ВРМБ

Процесс ВРМБ может быть описан как параметрическое взаимодействие между волнами: накачки, стоксовой и акустической. Благодаря явлению электрострикции волна накачки генерирует бегущую акустическую волну (волну избыточного давления), приводящую к возникновению пространственной дифракционной решетки – периодической структуры, осуществляющей модуляцию показателя преломления по закону бегущей волны. Индуцированная решетка движется в световоде со звуковой скоростью  $v_A$ , а излучение накачки, таким образом, рассеивается в результате брэгговской дифракции и при этом испытывает доплеровский сдвиг в длинноволновую область.

В квантовой механике такое рассеяние представляет собой процесс уничтожения фотона накачки с одновременным появлением стоксова фотона и акустического фонона.

Очевидно, что для соблюдения закона сохранения энергии должно выполняться условие  $\omega_s = \omega_p - \omega_A$ , где  $\omega_p$  – частота падающего света,  $\omega_A$  – частота акустического фонона. Кроме закона сохранения энергии в про-

цессе рассеяния, в соответствии с основными подходами квантовой оптики, должен выполняться закон сохранения импульса, который в данном случае можно выразить через соотношение волновых векторов:

$$\vec{K}_p = \vec{K}_A + \vec{K}_s. \quad (2.22)$$

Здесь  $\vec{K}_p$ ,  $\vec{K}_s$  и  $\vec{K}_A$  – волновые векторы падающего света, рассеянного света и фонара соответственно.

Частота  $\omega_A$  и волновой вектор  $\vec{K}_A$  акустической волны удовлетворяют дисперсионному уравнению

$$\omega_A = \omega_p - \omega_s = |\vec{K}_A| \cdot v_A = 2v_A |\vec{K}_p| \cdot \sin\theta, \quad (2.23)$$

где  $2\theta$  – угол между направлениями распространения волн накачки и стоксовой (угол рассеяния). Использовано геометрическое соотношение между векторами, присутствующими в формуле (2.22), а также условие брэгговской дифракции.

Смещение частоты стоксовой волны в соответствии с (2.23) зависит от угла рассеяния: оно максимальна для обратного направления ( $\theta = \pi/2$ ) и исчезает для прямого направления, совпадающего с направлением волнового вектора волны накачки ( $\theta = 0$ ).

В одномодовом световоде возможны только прямое и обратное направления распространения, поскольку эффективность взаимодействия волн в поперечном направлении мала из-за того, что мала длина взаимодействия (порядка диаметра центральной жилы). Поэтому наиболее эффективен такой процесс ВРМБ, при котором рассеянный свет направлен навстречу падающему (рис. 58). Простые оценки показывают, что при мощности падающей световой волны в несколько десятков милливатт на длине волокна примерно 1 км падающая волна за счет эффекта ВРМБ почти полностью превратится в рассеянную волну и будет распространяться в обратную сторону. Таким образом, при непрерывной накачке излучения вместо оптоволоконного канала, по которому свет может распространяться на большие расстояния, мы бы имели своеобразное «световолоконное зеркало». Подобный результат был бы катастрофой для длинных оптоволоконных линий связи, если бы в них использовалось непрерывное излучение.

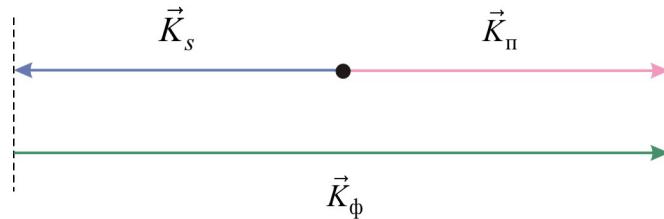


Рис. 58. Соотношение волновых векторов при вынужденном рассеянии Мандельштама – Бриллюэна в оптическом волокне. Векторы  $\vec{K}_\pi, \vec{K}_\phi$  относятся к падающей и акустической волнам

Выход из положения заключается в том, что в реальных линиях связи в подавляющем большинстве случаев используются не непрерывное излучение, а световые импульсы. Тогда длина взаимодействия между волнами накачки, стоксовой и акустической будет приблизительно равна длине импульса (для коротких импульсов длительностью порядка  $10^{-11}$  с длина взаимодействия равна нескольким миллиметрам). Поэтому в импульсном режиме можно использовать излучение мощностью в десятки и сотни ватт. При использовании импульсов накачки длительностью менее 10 нс ВРМБ может быть значительно уменьшено или полностью подавлено.

Приведенный пример показывает, что ВРМБ в определенных ситуациях играет негативную роль. В то же время в других случаях ВРМБ может представлять практический интерес, в частности, для усиления узкополосных оптических сигналов.

Как уже отмечалось, при ВРМБ оптический сигнал смещается в область более длинных волн. Для обратного направления смещение частоты дается выражением

$$v_B = \frac{1}{2\pi} (\omega_p - \omega_s) = \frac{2n v_A}{\lambda_p}. \quad (2.24)$$

Здесь  $n$  – показатель преломления оптоволокна,  $\lambda_p$  – длина волны накачки. Для  $\lambda_p = 1,55$  мкм скорость акустической волны в кварцевом стекловолокне составляет  $v_A = 5 \cdot 10^3$  м/с, и в соответствии с (2.24) находим:  $v_B = 10$  ГГц. Частотный сдвиг иллюстрируется рис. 59. Здесь  $v_o$  – частота накачки,  $v_o = \omega_p/(2\pi)$ .

*В отличие от вынужденного комбинационного рассеяния, спектральная ширина ВРМБ-усилителя очень мала ( $\sim 10$  МГц против  $\sim 5$  ТГц).*

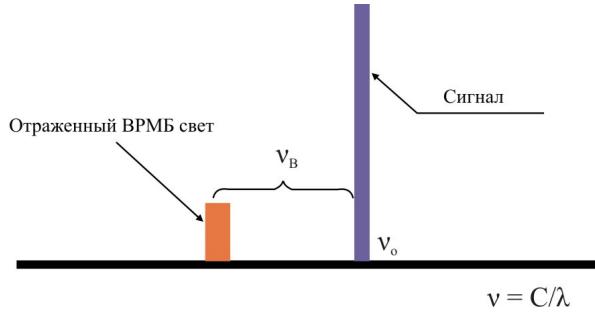


Рис. 59. Графическое представление частотного сдвига при ВРМБ

Рост интенсивности стоксовой волны при ВРМБ характеризуется коэффициентом усиления  $g_B(v_o)$ , который зависит от частоты накачки  $v_o$ . Если принять, что затухание акустической волны во времени носит экспоненциальный характер:  $\sim \exp\left(-\frac{t}{T_B}\right)$ , где  $T_B$  – время уменьшения интенсивности акустической волны в  $e$  раз, то спектр ВРМБ-усилителя будет иметь следующую форму:

$$g_B(v_o) = \frac{(\Delta v_B / 2)^2}{(v_o - v_B)^2 + (\Delta v_B / 2)^2} g_B(v_B), \quad (2.25)$$

где  $\Delta v_B$  – ширина спектра на полувысоте импульса,  $\Delta v_B = (\pi T_B)^{-1}$ . Максимальный коэффициент ВРМБ-усилителя имеет место при  $v_o = v_B$  и дается выражением

$$g_B(v_B) = \frac{2\pi n^7 p_A^2}{c \lambda_p^2 \rho v_A \Delta v_B}, \quad (2.26)$$

где  $p_A$  – продольный акустооптический коэффициент,  $\rho$  – плотность материала волокна. Если подставить в (2.26) типичные для кварцевого стекла значения параметров, то получим  $g_B = 5 \cdot 10^{-11}$  м/Вт. Это более чем на два порядка превышает комбинационный коэффициент усиления на длине волны  $\lambda_p = 1,55$  мкм (см. рис. 53).

Спектр ВРМБ-усилителя в кварцевых световодах может существенно отличаться от объемных образцов, что обусловлено направляющими свойствами световода и присутствием добавок в сердцевине оптоволоконного кабеля. На рис. 60 показаны спектры, измеренные в трех раз-

личных световодах с различной структурой и разными концентрациями германия Ge в качестве добавки в центральной жиле. По оси ординат отложена интенсивность в относительных единицах. Источником накачки служил полупроводниковый лазер с длиной волны генерации  $\lambda_p = 1,526$  мкм.

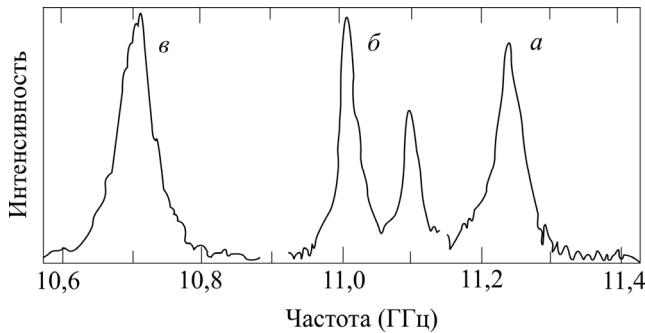


Рис. 60. Спектры ВРМБ-усиления в трех световодах:  
а – с сердцевиной из кварцевого стекла; б – с многослойной оболочкой; в – со смещенной дисперсией

Для световода (а) измеренный сдвиг частоты  $v_B = 11,25$  ГГц соответствует формуле (2.24). Спектр световода (б) имеет двухпиковую структуру, обусловленную неоднородным распределением Ge в сердцевине. Спектры (б) и (в) подтверждают уменьшение ВРМБ-смещения в оптоволокне с ростом концентрации добавок и примесей.

Значение пороговой мощности ВРМБ можно записать в виде

$$P_{\text{ВРМБ}} = \frac{21K_{\text{ВРМБ}}S_{\text{эфф}}}{g_B L_{\text{эфф}}} \left( 1 + \frac{\Delta v}{\Delta v_B} \right), \quad (2.27)$$

где  $K_{\text{ВРМБ}}$  – константа, аналогичная величине  $K_{\text{ВКР}}$  из формулы (2.21),  $\Delta v$  – спектральная ширина полосы источника накачки, а эффективная длина оптоволокна  $L_{\text{эфф}}$  определяется следующим образом:

$$L_{\text{эфф}} = \frac{1}{\alpha} \cdot [1 - \exp(-\alpha L)].$$

Здесь учтено, что оптические потери для волны накачки и стоксовой волны при ВРМБ практически одинаковы:  $\alpha_p \approx \alpha_s$  и обозначены общей величиной  $\alpha$ . График зависимости  $L_{\text{эфф}}$  от физической длины оптоволокна  $L$  при разных значениях погонных потерь представлен на рис. 61. Графическая зависимость порога ВРМБ от длины оптоволокна аналогична рис. 54.

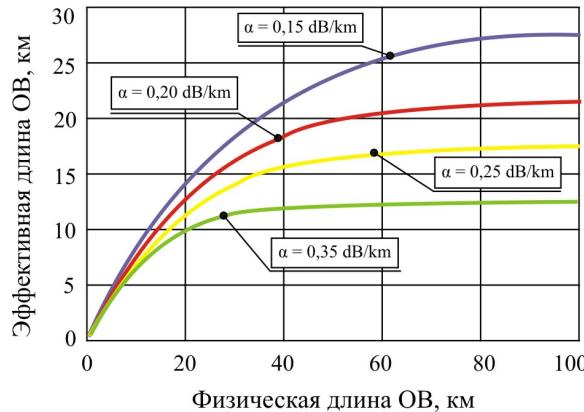


Рис. 61. График зависимости эффективной длины оптического волокна от его физической длины

Можно отметить следующие *важные различия между эффектами вынужденного комбинационного рассеяния и ВРМБ*:

- волна рассеянного излучения (стоксова волна) в оптическом волокне при ВРМБ распространяется навстречу волне накачки, а при вынужденном комбинационном рассеянии – в обоих направлениях;
- стоксово смещение по частоте при ВРМБ почти на три порядка меньше, чем при вынужденном комбинационном рассеянии;
- пороговая мощность накачки при ВРМБ зависит от ширины ее спектра, тогда как при вынужденном комбинационном рассеянии такая зависимость отсутствует (см. формулы (2.21) и (2.27)); порог мощности при вынужденном комбинационном рассеянии имеет порядок 1 Вт, а при ВРМБ – 10 мВт;
- при накачке непрерывным излучением пороговая мощность при ВРМБ ниже, чем при вынужденном комбинационном рассеянии, поэтому последнее подавляется ВРМБ.

Все эти различия обусловлены одним обстоятельством: при вынужденном комбинационном рассеянии действуют оптические фононы, возбуждаемые при переходах между колебательными состояниями молекул, а при ВРМБ – акустические фононы.

Эффект ВРМБ находит техническое применение:

- в волоконно-оптических линиях связи;
- в ВРМБ-лазерах и усилителях.

При достижении входной мощности излучения, равной порогу ВРМБ, может начаться интенсивное рассеяние света в обратном на-

правлении, приводящее к деградации качества связи за счет взаимодействия основной волны с волной обратного рассеяния. Поэтому уровень передаваемой мощности должен быть меньше этого порога.

Для борьбы с ВРМБ в современных волоконно-оптических линиях связи существуют три принципиальных подхода:

1. Использование частотной или фазовой модуляции вместо традиционной амплитудной.

2. Снижение подводимой канальной оптической мощности до уровня ниже порога ВРМБ. Это относительно дорогой способ решения технических задач, так как в этом случае на оптических магистралях потребуется частое включение оптических усилителей.

3. Увеличение спектральной ширины лазерного источника, при этом использование лазеров с непосредственной модуляцией (они обладают широкой спектральной полосой) нежелательно в силу резкого ухудшения дисперсионных характеристик.

В ВРМБ-лазерах наибольшее распространение нашли две технологии. Во-первых, это использование лазеров с внешней модуляцией с «размытой» частотой излучения шириной в несколько сотен МГц и более (так называемая рандомизированная модуляция). Это увеличивает пороговую мощность ВРМБ, но без увеличения дисперсии, как это было бы при использовании лазера с непосредственной модуляцией. Такой вид сглаженной модуляции позволяет не только существенно повысить порог ВРМБ, но и регулировать его в соответствии с конкретной длиной волоконно-оптической линии связи, что важно для практических целей. Более того, такой метод модуляции позволяет сохранить прежнее значение относительной интенсивности шумов. Такой тип лазеров именуется ACTL (*Agilent Compact Tunable Laser*) или SBS-control (*SBS-C*). Во-вторых, это использование источников питания лазеров с принудительной модуляцией. В этом случае стабильный источник постоянного тока модулируется принудительным тональным переменным сигналом. Частота принудительной модуляции источника питания лазера должна быть, по крайней мере, выше в два раза самой высокой частоты модулирующего сигнала. Действительно, если уровень оптической мощности передатчика в стандартном режиме может превышать порог ВРМБ, то в режиме дополнительной тоновой модуляции формируются два дополнительных спектра, каждый из которых по своему энергетическому уровню не превышает порог SBS. К недостат-

кам такого метода борьбы с ВРМБ следует отнести некоторое ухудшение дисперсионных характеристик. Однако использование специальной техники позволяет фактически свести дисперсионные эффекты к нулю.

В настоящее время изучаются возможности применения так называемых ВРМБ-зеркал, в частности, в оптических резонаторах лазеров. Использование ВРМБ-зеркала приводит к увеличению добротности лазерного резонатора и, следовательно, к росту выходной энергии импульса.

ВРМБ-усиление в световодах можно использовать для усиления слабых сигналов. Однако из-за исключительно узкой полосы усиления ВРМБ полоса пропускания такого усилителя обычно меньше 100 МГц, в то время как в усилителях Рамана полоса составляет приблизительно 5 ТГц. По этой причине, несмотря на возможность заметного усиления при мощности накачки лишь в несколько милливатт, ВРМБ-усилители до недавнего времени не привлекали большого внимания. Активность, заметная в этой области в последнее время, объясняется в основном возможностью применения таких усилителей в системах связи. Любой усилитель с шириной полосы, меньшей, чем разнесение каналов, можно использовать в качестве оптического фильтра. Это делает его пригодным для выделения нужных каналов вещания на промежуточных станциях. Настройка достигается изменением длины волны, соответствующей пику усиления. ВРМБ можно использовать для выборочного усиления канала, так как полоса усиления относительно узкая.

Зависимость максимального ВРМБ-усиления от скорости передачи информации по волоконно-оптической линии связи показана на рис. 62.

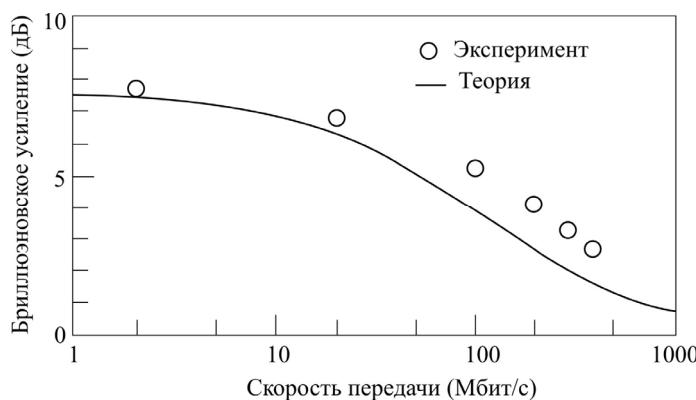


Рис. 62. Зависимость максимального ВРМБ-усиления от скорости передачи информации

## 2.4. Вопросы и задания для самоконтроля

1. В чем состоят преимущества оптоволоконных линий передачи информации по сравнению с традиционными проводными электронными системами связи?
2. Почему в оптическом волокне показатель преломления центральной жилы всегда больше показателя преломления оболочки?
3. В чем состоит различие между одномодовыми и многомодовыми световодами?
4. Чем определяются минимальные оптические потери в волоконных световодах? Почему они принципиально не могут быть устранены?
5. Что означает величина оптических потерь для оптоволоконной линии, равная  $\alpha_{dB} = 0,2 \text{ dB/km}$ ?
6. Что такое волоконные световоды со смещенной дисперсией и в чем их преимущества для перспективных оптоволоконных линий передачи информации?
7. Показать, что выражение (2.5) для показателя преломления нелинейной среды получается как результат вклада кубичной восприимчивости  $\chi^{(3)}$ .
8. Объяснить, почему в выражении (2.6) для нелинейной части показателя преломления присутствуют только четные степени амплитуды светового вектора.
9. Как влияет знак рефракционного индекса на характер эволюции светового пучка в оптической среде?
10. Каковы физические причины возникновения особого нитевидного волноводного распространения светового пучка?
11. Пояснить, в чем состоит нелинейный характер явления самофокусировки светового пучка.
12. Какова связь между явлениями самофокусировки и фазовой самомодуляции?
13. В чем состоит оптическая бистабильность и каково ее применение?
14. Какую роль играет фазовая самомодуляция в оптоволоконных линиях передачи информации?
15. Объяснить, почему фазовая самомодуляция приводит к частотной модуляции оптических импульсов.
16. Пояснить физический смысл членов в уравнении (2.16).
17. Объяснить асимметричный характер спектрального уширения соседних оптических импульсов на рис. 46, а также наличие осциллирующей структуры их центральной части.

18. Почему при малой величине кубичной восприимчивости  $\chi^{(3)}$  кварцевого стекла нелинейные эффекты тем не менее играют существенную роль в оптоволоконных линиях передачи информации?

19. Сравнить вклад фазовой самомодуляции и фазовой кросс-модуляции в многоканальных линиях оптической связи.

20. Доказать, что явления вынужденного комбинационного рассеяния и вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна накладывают ограничения на максимальную мощность оптических импульсов, используемых в оптоволоконных линиях передачи информации.

21. Что представляют собой с квантовой точки зрения явления вынужденного комбинационного рассеяния и вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна?

22. Объяснить знаки членов в уравнениях (2.18) и (2.19).

23. Почему в одноканальных системах оптической связи возникновение вынужденного комбинационного рассеяния маловероятно?

24. Пояснить работу ВКР-лазеров и ВКР-усилителей.

25. В чем отличие спонтанного от вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна?

26. Почему явление вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна аналогично явлению дифракции на пространственной решетке?

27. Доказать, что при вынужденном рассеянии Мандельштама – Бриллюэна волна накачки и волна рассеянного излучения распространяются в противоположных направлениях.

28. Построить графическую зависимость для спектра ВРМБ-усилителя, выражаемую формулой (2.25).

29. Сравнить пороговые мощности для вынужденного комбинационного рассеяния и вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна.

30. В чем состоит полезное и вредное влияние вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна для оптоволоконных линий связи?

31. Каковы методы противодействия негативному влиянию вынужденного комбинационного рассеяния и вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна в оптоволоконных линиях связи?

33. Доказать, что максимальный коэффициент ВРМБ-усилителя имеет место при совпадении частоты накачки и бриллюэновского частотного сдвига.

## 2.5. Модели распространения лазерных импульсов в оптоволоконных системах

### 2.5.1. Модели эволюции нелинейных волн. Соотношение между нелинейностью, дисперсией и диссипацией

В качестве математических моделей при описании распространения волн в различных средах используются различные виды волнового уравнения. Для изотропной линейной среды уравнение (1.26) в одномерном случае приобретает вид простейшего волнового уравнения для электрической составляющей:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (2.28)$$

где  $v$  – фазовая скорость волны,  $v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}$ ;  $\omega$  – циклическая частота;  $k$  – волновое число.

Общее решение линейного волнового уравнения (2.28) впервые было получено Ж. Даламбером и имеет следующий вид:

$$E(z, t) = f(z - vt) + g(z + vt),$$

где функции  $f$  и  $g$  определяются из начальных условий для  $E(z, t)$ .



Жан Даламбер (1717–1783) –  
французский математик, автор  
трудов по механике, гидродинамике,  
теории волн

Если рассматривается одномерная волна, распространяющаяся только в положительном направлении оси  $z$ , то уравнение (2.28) заменяется соответствующим линейным уравнением в частных производных первого порядка для функции  $u = u(z, t)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (2.29)$$

где  $v = \text{const}$ . Непосредственной подстановкой можно убедиться, что данному уравнению удовлетворяет хорошо известное решение в виде плоской монохроматической волны:

$$u(z, t) = A \cdot \cos(\omega t - kz).$$

Подаваемое в оптическое волокно излучение лазера, генерируемого в непрерывном режиме, можно считать монохроматическим и во многих случаях описывать плоской волной. Однако для лазеров, работающих в импульсном режиме ( $\tau_l \sim 10^{-11} \dots 10^{-12}$  с), ограниченная длительность лазерного импульса приводит к существованию некоторой конечной полосы частот  $\Delta\omega$ . Иначе говоря, в этом случае имеют дело с пучком (пакетом) волн. Его распространение характеризуется групповой скоростью

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk},$$

которая для импульсного излучения, вообще говоря, отличается от фазовой скорости. При  $v_{gp} = \text{const}$  лазерный импульс распространяется с сохранением своей формы (рис. 63).

Волновое уравнение (2.28) обладает важным свойством: если взять два любых решения этого уравнения, то их линейная комбинация снова будет решением этого уравнения. Это свойство отражает принцип суперпозиции и соответствует линейному характеру рассматриваемого явления. Таким образом, распространение световой волны в линейной среде можно описывать с помощью соответствующей линейной комбинации плоских волн с различными частотами.

Линейное волновое уравнение (2.29) не учитывает следующие факторы, которые являются существенными при изучении распространения оптических импульсов в волоконной оптике:

- дисперсия фазовой и групповой скоростей;
- нелинейность модели распространения;
- наличие диссипации.

Если ограничиться вначале рассмотрением нелинейных волн в среде без дисперсии и диссипации, то в этом случае нелинейным аналогом уравнения (2.29) в движущейся системе отсчета будет следующее уравнение:

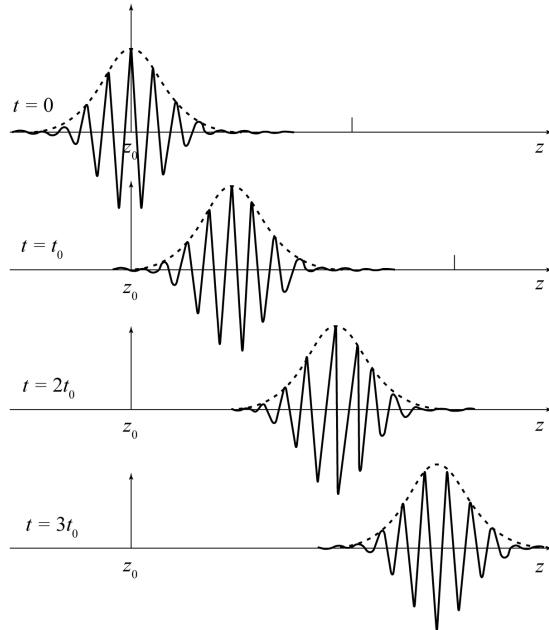


Рис. 63. Схематическое изображение распространения волнового пакета для случая, когда форма импульса остается неизменной

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (2.30)$$

которое при начальном условии  $u(z,0)=f(z)$  дает известное неявное решение, полученное впервые Б. Риманом:

$$u(z,t)=f(z-ut). \quad (2.31)$$

Рассмотрим эволюцию при распространении возмущения, имеющего начальный профиль, показанный на рис. 64, а. Согласно решению (2.31), его различные участки движутся с различными скоростями, пропорциональными высоте профиля  $u(z)$ . Точки, в которых  $u(z) = 0$ ,



Бернхард Риман (1826–1866) – немецкий математик

остаются неподвижными (напомним, что был совершен переход в движущуюся вместе с волной систему отсчета). Таким образом, в некоторый момент времени  $t_1$  мы будем иметь профиль, изображенный на рис. 64, б. Видно, что крутизна переднего фронта увеличилась. Это явление называется *укручением волны*.

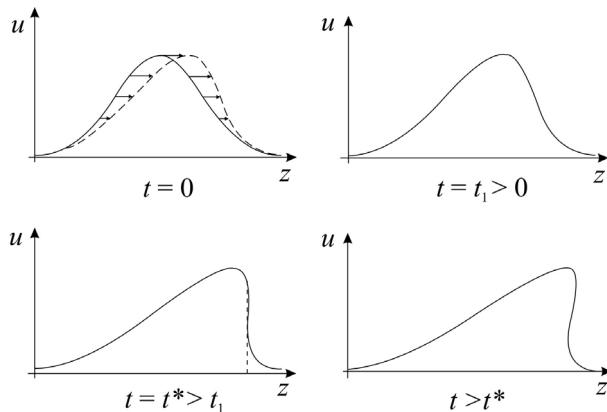


Рис. 64. Эволюция начального возмущения  
в нелинейной среде без дисперсии и диссипации

С течением времени фронт становится все круче, и, наконец, производная  $\partial u / \partial z$  обращается в бесконечность (рис. 64, в). Далее происходит опрокидывание волны – профиль становится неоднозначным (рис. 64, г), а это означает, что уравнение (2.30) становится неприменимым и данная модель не адекватно описывает распространение оптических импульсов.

Включая в математическую модель наличие диссипации, получаем еще одно эволюционное уравнение – уравнение Бюргерса, описывающее нелинейные волны в диссипативной недиспергирующей среде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = a \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (2.32)$$



Йоханнес Бюргерс  
(1895–1981) –  
нидерландский физик

где  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $a = k_T / \rho c_p$ .

На рис. 65 приведена картина эволюции начального возмущения, показывающая, как диссипативные эффекты изменяют динамику волны по сравнению с консервативной средой.

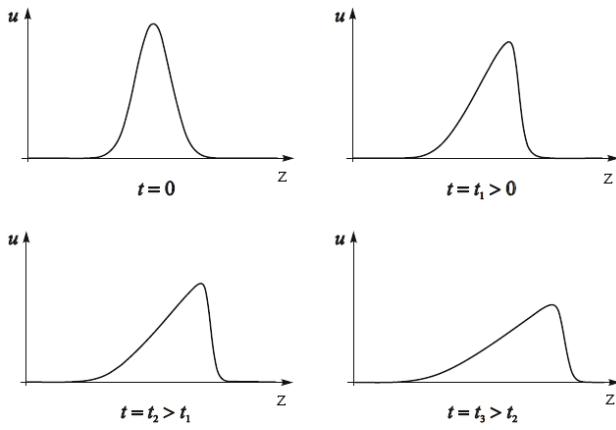


Рис. 65. Эволюция начального возмущения в нелинейной недиспергирующей среде с диссипацией

Влияние диссипации приводит к тому, что процесс укручения останавливается и формируется тонкий крутой волновой фронт – ударная волна, которая с течением времени расплывается и затухает. Модель, основанная на уравнении Бюргерса (2.32), объясняет отсутствие опрокидывания волны, однако применительно к нелинейной оптике нуждается в уточнении, поскольку длительность лазерных импульсов  $\tau_L$  несоизмеримо мала по сравнению с характерным временем диссипации:

$$\tau_L \ll L^2/a.$$

При распространении лазерного импульса в диспергирующей среде, в которой фазовая и групповая скорости зависят от частоты, возникает ряд новых особенностей. Так, различные частотные составляющие волны распространяются с различными скоростями и стремятся изменить относительные фазы. Это приводит, как правило, к уширению лазерного импульса, распространяющегося в среде с дисперсией.

Влияние дисперсии на распространение лазерного импульса можно приближенно описать, если представить импульс в виде суммы плоских волн, являющихся решениями соответствующего волнового уравнения. В предельном случае суммирование можно заменить интегрированием и представить импульс следующим образом:

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) \exp[i(\omega(k)t - kz)] dk,$$

где  $A(k)$  – амплитуда плосковолновой составляющей с волновым числом  $k$ . Величину  $|A(k)|$  можно рассматривать как Фурье-спектр для поля  $E(z, t)$ . На рис. 66 показан типичный Фурье-спектр для лазерного импульса.

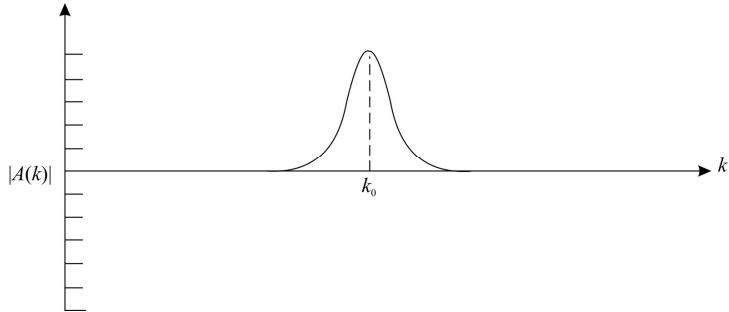


Рис. 66. Фурье-спектр лазерного импульса

Лазерный импульс характеризуют его центральной частотой  $\omega_0$  (или соответствующим значением волнового числа  $k_0$ ) и шириной полосы частот  $\Delta\omega$  относительно  $\omega_0$  (или соответствующей шириной полосы в пространстве волновых чисел  $\Delta k$ ).

Рассмотрим эволюцию такого импульса во времени, вызванную дисперсией. В оптике дисперсионные свойства среды обычно характеризуются с помощью зависимости показателя преломления  $n(\omega)$  от частоты (или длины волны). При этом соотношение между  $\omega$  и  $k$  дается выражением

$$k = n(\omega) \frac{\omega}{c}.$$

Разложим функцию  $\omega = \omega(k)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $k_0$ :

$$\omega(k) = \omega_0 + \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_0 \cdot (k - k_0) + \dots, \quad (2.33)$$

и ограничимся линейным членом, соответственно, пренебрежем членами высших порядков по  $(k - k_0)$ . Это возможно, поскольку частота является медленно меняющейся функцией величины  $k$  в окрестности точки  $k_0$ . В этом приближении получаем, что лазерный импульс распространяется, сохраняя свою форму, с групповой скоростью

$$v_{gp} = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0} = \text{const.}$$

Если уточнить модель (2.33) и сохранить в разложении в ряд первый нелинейный (квадратичный) член:

$$\omega(k) = \omega_0 + \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_0 \cdot (k - k_0) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_0 \cdot (k - k_0)^2 + \dots, \quad (2.34)$$

то мы приходим к тому, что форма импульса в этом случае не будет оставаться неизменной, и ширина импульса будет увеличиваться по мере распространения импульса. На рис. 67 показано экспериментально определенное уширение импульса.

*Дисперсионное уширение импульса объясняется тем, что групповая скорость  $v_{gp}$  различается для каждой частотной составляющей лазерного импульса (имеет место дисперсия групповой скорости).*

Если спектральная ширина импульса равна  $\Delta k$ , то в соответствии с моделью (2.34) разброс в групповых скоростях по порядку величины

$$\Delta v_{gp} \approx \left. \frac{d^2\omega}{dk^2} \right|_{k=k_0} \cdot \Delta k.$$

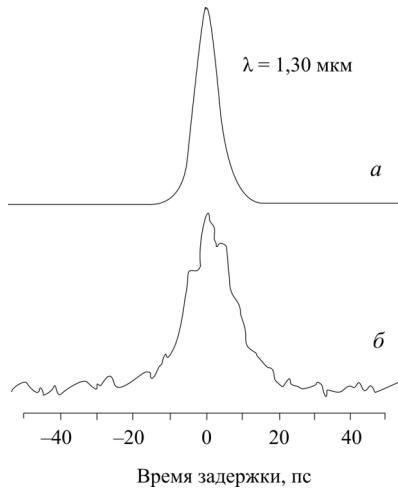


Рис. 67. Дисперсионное уширение лазерного импульса в волокне длиной 2,5 км:  
а – импульс на входе; б – импульс на выходе

При распространении лазерного импульса в оптоволоконной линии происходит его дисперсионное уширение в пространстве на величину порядка  $\Delta v_{gp}t$ , что подтверждается данными рис. 67.

Итак, линейная теория волн (теория волновых движений малой интенсивности) базируется на понятии бесконечно протяженных гармонических волн. Их профиль не изменяется со временем, а диссипация энергии волн (если она имеет место) приводит просто к постепенному уменьшению амплитуды. Для линейных волн характерны также отсутствие их взаимодействия друг с другом и отсутствие влияния амплитуды волны на скорость ее распространения. Из гармонических волн можно составить возмущения сколь угодно сложного профиля (волновые пакеты). Однако из-за наличия дисперсии, как было показано выше, происходит расплывание, уширение волновых пакетов, причем этот эффект имеет место и при полном отсутствии диссипации энергии волн.

Приближение линейных волн с дисперсией применительно к задаче о распространении оптических импульсов в оптоволоконных системах в целом не является адекватной моделью. Соответствующая математическая модель должна быть дополнена двумя условиями, о которых упоминалось ранее:

- учет нестационарности по времени (возможности эволюционирования волн под воздействием различных физических факторов);
- учет в первом приближении совместного действия дисперсии и нелинейности.

Этим требованиям удовлетворяют два известных уравнения математической физики: **уравнение Кортевега – де Фриза** (сокращенно именуемое уравнением КдФ) и **нелинейное уравнение Шредингера**, первоначально полученные для описания других физических явлений, но, как выяснилось, имеющие универсальный характер.

Уравнение КдФ было выведено в 1894 г. при исследовании поведения длинных волн на поверхности жидкости. Для волны, распространяющейся вдоль оси  $z$  в нелинейной среде с дисперсией, это уравнение может быть записано следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sigma u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0, \quad (2.35)$$

где  $\sigma$  – параметр. Уравнение (2.35), в отличие от (2.28), является нелинейным уравнением и, в отличие от решения Даламбера, соответствующего бегущим волнам как в положительном, так и отрицательном направлении, описывает нелинейную волну, распространяющуюся лишь в одном направлении. Принцип суперпозиции решений для этого

уравнения не выполняется. Уравнение КдФ из-за наличия нестационарного члена  $\frac{\partial u}{\partial t}$  является эволюционным уравнением и учитывает проявление более сложных эффектов по сравнению с волновым уравнением (2.28) вследствие наличия слагаемых  $u \frac{\partial u}{\partial z}$  (характеризует нелинейность) и  $\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}$  (характеризует дисперсию).



Дидерик Кортевег (1848–1941) –  
нидерландский физик и математик,  
один из основателей нелинейной  
математической физики



Густав де Фрис (1866–1934) –  
нидерландский математик, автор  
трудов по нелинейным волновым  
явлениям

Нелинейность приводит к тому, что скорость точки волны тем больше, чем ближе она к вершине волны. В результате фронт волны становится круче, и волна имеет тенденцию к «опрокидыванию». Соответствующий процесс для волны  $u = u(z,t)$  на поверхности жидкости показан на рис. 68. Дисперсия, напротив, приводит к уширению волны. Поскольку эти механизмы конкурируют друг с другом и «деформируют» волну в противоположных направлениях, то при определенных условиях они могут компенсировать друг друга.

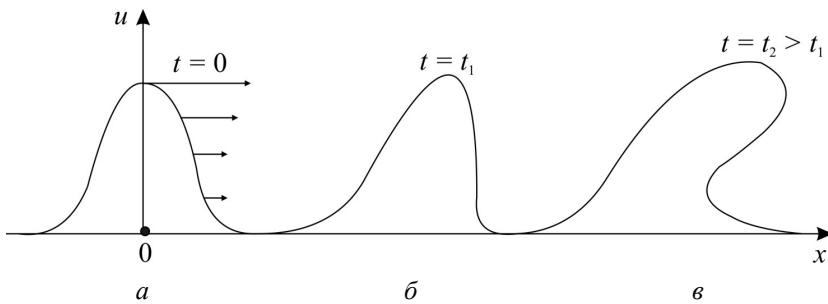


Рис. 68. Влияние нелинейности на распространение волны

В последние годы исследование передачи информации в оптоволоконных световодах переместилось в область более коротких, фемтосекундных импульсов ( $\sim 10^{-15}$  с). Теория, описывающая эволюцию таких импульсов, основывается на различных обобщениях нелинейного уравнения Шредингера, которое записывается следующим образом:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \gamma |u|^2 \cdot u = 0, \quad (2.36)$$

где параметр  $\sigma$  имеет тот же смысл, что и в уравнении КдФ (2.35),  $\gamma$  – коэффициент нелинейности.

*Уравнение Кортевега – де Фриза описывает случай слабой дисперсии и слабой нелинейности, а нелинейное уравнение Шредингера – случай сильной дисперсии и слабой нелинейности.*

Большинство нелинейных явлений в волоконных световодах изучаются с использованием лазерных импульсов длительностью от  $\sim 10$  нс до  $\sim 10$  фс. Когда такие импульсы распространяются в оптическом волокне, на их форму и спектр влияют как дисперсионные, так и нелинейные эффекты. Обобщенное уравнение, описывающее распространение оптических импульсов в оптоволоконной линии, как в нелинейной среде с дисперсией, получается с учетом рассмотренных эволюционных моделей при следующих допущениях:

- нелинейная поляризация  $P^{\text{нел}}$  считается малым возмущением по отношению к линейной поляризации  $P^{\text{лин}}$ ;
- задача предполагается скалярной и одномерной;
- оптическое поле лазерных импульсов считается квазимонохроматическим, т.е. спектр с центром на частоте  $\omega_0$  имеет ширину  $\Delta\omega$ , такую, что  $\left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) << 1$ .

В результате получается уравнение, в котором время и координата как бы меняются местами:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\mu}{2} u = i\gamma |u|^2 u. \quad (2.37)$$

Здесь  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  – дисперсионные коэффициенты,  $\beta_1 = \frac{dk}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0}$ ,

$\beta_2 = \frac{d^2 k}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0}$ ;  $\mu$  – коэффициент поглощения;  $\gamma$  – коэффициент нелинейности, определяемый через рефракционный индекс  $n_2$  и эффективную площадь волокна  $S_{\text{эфф}}$ :

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c S_{\text{эфф}}}. \quad (2.38)$$

Дисперсионный коэффициент  $\beta_2$  связан с дисперсионным параметром  $D$ , определяемым по формуле (2.4), соотношением

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2.$$

Заметим, что при  $D < 0$  имеем  $\beta_2 > 0$ , и наоборот, при  $D > 0$  коэффициент  $\beta_2$  отрицателен.

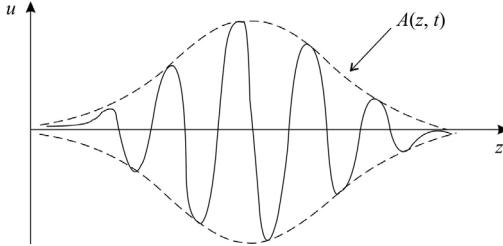


Рис. 69. Огибающая светового импульса

Перейдем в систему отсчета, движущуюся вместе с импульсом с групповой скоростью  $v_{\text{гр}}$ . Тогда, переходя в уравнении (2.37) к медленно изменяющейся амплитуде огибающей импульса  $A(z, t)$  (рис. 69), получим обобщенное эволюционное уравнение:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \mu A + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \gamma A |A|^2, \quad (2.39)$$

в котором члены в правой части описывают соответственно действие поглощения, дисперсии и нелинейности на распространение лазерных импульсов в световоде. Если пренебречь потерями излучения, в уравнении (2.39) следует положить  $\mu = 0$ . В зависимости от начальной дли-

тельности  $T_0$  и пиковой мощности  $P_0$  начального импульса либо дисперсионные, либо нелинейные эффекты преобладают в эволюции импульса вдоль световода.

Введем две характерные длины:

- дисперсионную длину

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (2.40)$$

- нелинейную длину

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma} P_0^{-1}, \quad (2.41)$$

имеющие соответственно смысл расстояний, на которых дисперсионные или нелинейные эффекты становятся существенными для эволюции импульса вдоль длины  $L$  оптического волокна.

В зависимости от соотношения между величинами  $L$ ,  $L_D$  и  $L_{NL}$  можно выделить следующие четыре режима распространения лазерных импульсов.

*1. Первый режим.* Если  $L \ll L_D$  и  $L \ll L_{NL}$ , то ни дисперсионные, ни нелинейные эффекты не играют существенной роли в процессе распространения импульсов. В этом случае в силу малости коэффициентов  $\beta_2$  и  $\gamma$  можно пренебречь двумя последними слагаемыми в правой части уравнения (2.39). В результате получаем  $A(z, t) = A(0, t)$ , т.е. импульс сохраняет свою форму при распространении (см. рис. 63). При этом волокно играет пассивную роль и просто передает лазерные импульсы (за исключением уменьшения энергии импульса из-за оптических потерь). Этот режим пригоден для оптических линий связи. В таких линиях обычно  $L \sim 50$  км, поэтому для хорошей передачи импульсов должны выполняться условия:  $L_D \geq 500$  км,  $L_{NL} \geq 500$  км. Величины  $L_D$  и  $L_{NL}$  становятся тем меньше, чем короче и интенсивнее импульсы. Так, в случае пикосекундных импульсов нужно учитывать и дисперсионные, и нелинейные эффекты, если длина световода превышает длину в несколько метров.

*2. Второй режим.* Если  $L \ll L_{NL}$ , но  $L \geq L_D$ , то в уравнении (2.39) можно пренебречь последним членом. Тогда эволюция импульса определяется эффектом дисперсии групповых скоростей, а нелинейные эффекты играют относительно малую роль. Такой режим с преобладанием дисперсии имеет место всегда, когда параметры световода и импульса такие, что

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma T_0^2 P_0}{|\beta_2|} << 1.$$

Оценки показывают, что на длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм и при типичных значениях параметров оптоволоконной линии  $\gamma$  и  $\beta_2$  это условие выполняется для импульсов длительностью 1 пс при пиковой мощности начального импульса много меньше 1 Вт.

*3. Третий режим.* Если  $L << L_D$ , но  $L \geq L_{NL}$ , то в уравнении (2.39) дисперсионный член пренебрежимо мал по сравнению с нелинейным членом. В этом случае эффект фазовой самодуляции определяет эволюцию импульса в волокне, приводя к спектральному уширению импульса. Режим, при котором нелинейность доминирует, имеет место всегда, если выполняется условие

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma T_0^2 P_0}{|\beta_2|} >> 1.$$

Это условие достаточно просто может быть удовлетворено для относительно широких импульсов ( $T_0 > 100$  пс) с пиковой мощностью 1 Вт. Отметим, что фазовая самодуляция может приводить к изменению формы импульса даже в присутствии слабого эффекта дисперсии групповой скорости.

*4. Четвертый режим.* Если длина оптоволоконной линии  $L \geq L_D$  и  $L \geq L_{NL}$ , то дисперсия и нелинейность действуют совместно при распространении импульса вдоль оптоволокна. Совместное влияние эффектов дисперсии и фазовой самодуляции может приводить к качественно другой картине по сравнению с тем, когда перечисленные эффекты действуют по отдельности. Так, в области аномальной дисперсии групповых скоростей ( $\beta_2 < 0$ ) в световоде могут существовать солитоны, а в области нормальной дисперсии ( $\beta_2 > 0$ ) можно использовать дисперсионные и нелинейные эффекты для сжатия импульсов. Эти вопросы обсуждаются далее в настоящем разделе.

Уравнение (2.39) является основой математической модели для изучения совместного действия дисперсии и нелинейности при распространении и эволюции лазерных импульсов в оптоволоконных системах, при этом во многих случаях для решения уравнения используются численные методы.

## 2.5.2. Модуляционная неустойчивость. Солитоны

Нелинейные эффекты в оптических волокнах могут быть качественно различными в зависимости от знака дисперсионного параметра  $\beta_2$  или связанного с  $\beta_2$  дисперсионного параметра  $D$ , определяемого формулой (2.4). На длинах волн  $\lambda < \lambda_D$ , где  $\lambda_D$  – длина волны нулевой дисперсии (см. рис. 29), параметр  $\beta_2 > 0$ , и говорят, что световод обладает нормальной (положительной) дисперсией. В режиме нормальной дисперсии высокочастотные компоненты спектра оптического импульса распространяются медленнее, чем низкочастотные компоненты. Обратная ситуация возникает в режиме так называемой аномальной (отрицательной) дисперсии, когда  $\beta_2 < 0$ . Стеклянные волоконные световоды обладают такой дисперсией в области  $\lambda > \lambda_D$ .

Рассмотрим нелинейные свойства оптических световодов в области аномальной (отрицательной) дисперсии:

$$\beta_2 = \left. \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} < 0. \quad (2.42)$$

При выполнении условия (2.42) и в пренебрежении потерями энергии распространяющегося импульса ( $\mu = 0$ ) решение уравнения (2.39) оказывается неустойчивым относительно малых возмущений амплитуды и фазы волны.

Физически это означает, что при наличии аномальной дисперсии совместное действие дисперсионных и нелинейных эффектов приводит к явлению, называемому *модуляционной неустойчивостью*, которая связана с самопроизвольной модуляцией стационарного волнового состояния и проявляется как распад непрерывной оптической волны на периодическую последовательность сверхкоротких импульсов.

Математическая трактовка явления модуляционной неустойчивости состоит в следующем. Представим амплитуду огибающей в упрощенном эволюционном уравнении

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \gamma |A|^2 A$$

в следующем виде:

$$A(z, t) = \overline{A(z, t)} + a(z, t),$$

где  $\overline{A(z,t)}$  – стационарное решение,  $a(z,t)$  – малое возмущение. При выполнении условия  $\gamma\beta_2 < 0$ , называемого *критерием Лайтхилла*, возмущение экспоненциально нарастает по  $z$  и стационарное состояние становится неустойчивым.

Физический механизм модуляционной неустойчивости состоит в том, что она вызвана взаимодействием несущей волны с частотой  $\omega_0$  и возмущений, называемых *сателлитами*, с близкими частотами  $\omega_0 \pm \Delta\omega$ , причем  $\Delta\omega \ll \omega_0$ . Здесь

$$\Delta\omega = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|}}.$$

Если выполнен критерий Лайтхилла, сателлиты нарастают, черпая энергию из основной волны (рис. 70), и образуются так называемые зоны Матье.

Пример численного моделирования развития модуляционной неустойчивости показан на рис. 71.

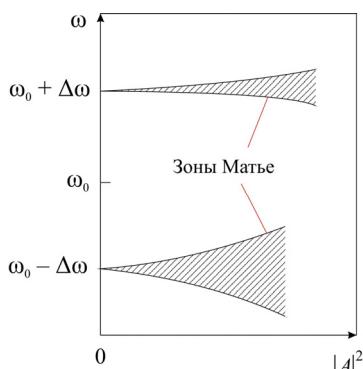


Рис. 70. Образование зон Матье

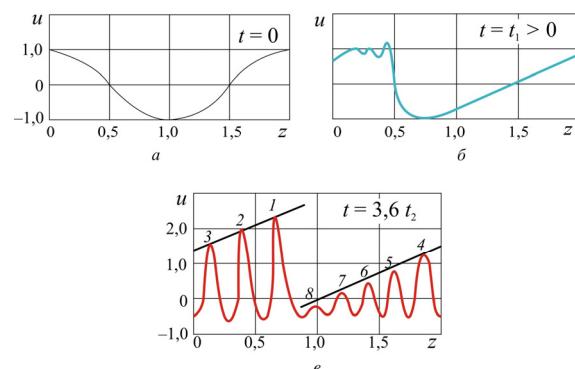


Рис. 71. Развитие модуляционной неустойчивости

Модуляционная неустойчивость в области отрицательной дисперсии волоконных световодов наблюдается в экспериментах. На рис. 72 показаны результаты эксперимента, в котором модуляционная неустойчивость передаваемых по оптоволокну лазерных импульсов вызывалась введением дополнительного сигнала, каковым являлось излучение лазера с перестраиваемой длиной волны. Мощность сигнала 0,5 мВт была много меньше пиковой мощности излучения импульсов, которая составляла 3 Вт. Тем не менее наличие сигнала приводило к распаду

исходных лазерных импульсов на периодическую последовательность импульсов длительностью менее 1 пс. Две картинки соответствуют двум различным длинам волн сигнала.

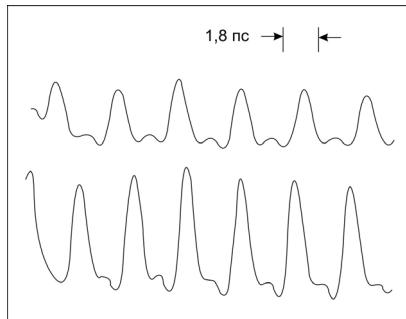


Рис. 72. Модуляционная неустойчивость лазерных импульсов для двух различных режимов передачи вдоль оптоволокна

Если не пренебречь влиянием оптических потерь в световоде, то их действие в основном заключается в том, что коэффициент усиления модуляционной неустойчивости уменьшается по длине световода из-за уменьшения мощности излучения. Модуляционная неустойчивость развивается до тех пор, пока остается  $\mu L_{NL} < 1$ , т.е. пока нелинейная длина меньше, чем длина затухания  $\mu^{-1}$ .

Явление модуляционной неустойчивости фактически иллюстрирует особый режим распространения нелинейных волн в диспергирующей среде, при котором возникают устойчивые волновые образования с новыми свойствами, обусловленные совместным действием дисперсионных и нелинейных эффектов. Если в линейном случае из-за дисперсии групповой скорости происходит расплывание, уширение волнового пакета  $u(x,t)$ , показанное на рис. 73, *а*, то для нелинейных волн с дисперсией эти, по отдельности дестабилизирующие эффекты в совокупности могут компенсировать друг друга и обеспечить сохранение профиля уединенной волны (рис. 73, *б*).

Впервые экспериментальное описание уединенной волны на поверхности воды дано шотландским инженером-кораблестроителем Дж. Расселом почти 180 лет назад. Он наблюдал при резкой остановке баржи в Эдинбургском канале рождение «одиночного крупного возвышения – округлого, гладкого и выраженного водяного холма, который продолжил свой путь по каналу без сколько-нибудь заметного изменения формы или уменьшения скорости». Поведение такой уединенной волны не может быть описано методами линейной теории волн.

Математическое исследование нелинейных уединенных волн было выполнено в 60-е гг. XX в.

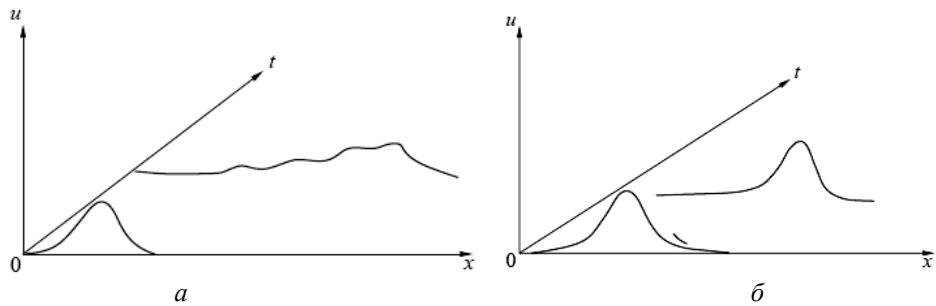


Рис. 73. Эволюция волнового пакета при наличии:  
а – дисперсии; б – дисперсии и нелинейности

В 1965 г. американский физик М. Крускал с сотрудниками в результате математического моделирования установил, что уединенные волны на мелкой воде являются решением уравнения КдФ (2.35) и обладают замечательными свойствами: они не испытывают дисперсионного уширения и упруго взаимодействуют, т.е. сохраняют свою форму после столкновения и прохождения друг сквозь друга (рис. 74).

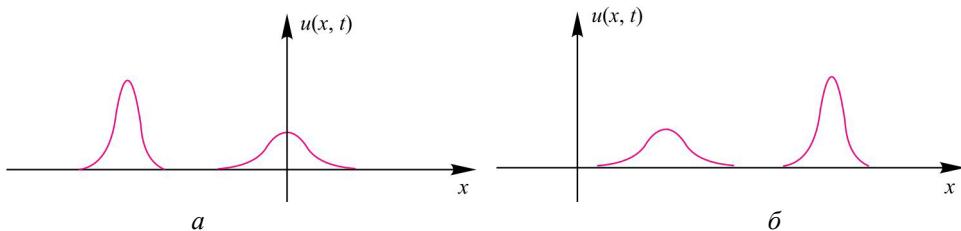


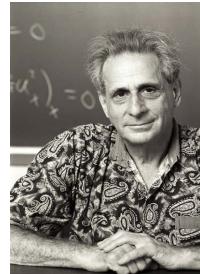
Рис. 74. Два солитона, описываемые уравнением Кортевега – де Фриза:  
а – до взаимодействия; б – после взаимодействия

Анализ результатов математического эксперимента побудил американских ученых ввести для уединенных волн – решений уравнения КдФ – новый термин «солитон» (от англ. *solitary wave* – уединенная волна; окончание «-он» – это типичное окончание таких слов, как электрон, фотон, фонон и т.д., означающее частицу или частицеподобное поведение). Работы М. Крускала привели к полному переосмыслению роли уединенных волн в физике. Появление понятия «солитон» означало, по сути, синтез волны и частицы в рамках классической физики.

*Солитоном называется особый тип волновых пакетов, которые сохраняют свою форму и скорость при собственном движении и столкновении друг с другом, т.е. представляют собой устойчивые волновые образования.*



Джон Скотт Рассел (1808–1882) – шотландский инженер-гидромеханик, математик, естествоиспытатель



Мартин Крускал (1925–2006) – американский физик-теоретик, автор трудов по математической физике

Качественное объяснение причины образования солитона состоит в том, что формируется особый режим взаимодействия физических механизмов дисперсии и нелинейности, когда происходит подавление дисперсионного уширения волн нелинейными процессами.

Дальнейшие исследования солитонов показали, что уравнение КdФ – это не единственное уравнение, допускающее солитонные решения. На практике волны, как правило, распространяются группами. Подобные группы волн на воде люди наблюдали с незапамятных времен. В силу явления модуляционной неустойчивости простая периодическая волна разбивается на группы волн. Уравнение, описывающее распространение групп волн, – это нелинейное уравнение Шредингера (2.36). Это уравнение также имеет решения в виде солитонов, которые, в отличие от солитонов Кортевега – де Фриза, соответствуют форме огибающей группы волн. Внешне они напоминают модулированные радиоволны. Эти солитоны, имеющие внутреннюю структуру, называются *групповыми солитонами*. Они обладают тем свойством, что огибающая волнового пакета при взаимодействии сохраняется, хотя сами волны под огибающей движутся со скоростью, отличной от групповой скорости (рис. 75).

При этом форма огибающей описывается зависимостью

$$A(x,t) = A_0 \operatorname{ch}^{-1} \frac{(x - vt)}{l},$$

где  $A_0$  – амплитуда солитона,  $l$  – его полуширина,  $\operatorname{ch} x$  – гиперболический косинус,  $\operatorname{ch} x = (e^x + e^{-x})/2$ . Обычно под огибающей солитона находится от 14 до 20 волн, причем средняя волна самая большая. С этим связан известный факт, что самая высокая волна в группе на воде находится между седьмой и десятой (так называемый девятый вал). Если в группе волн образовалось большое количество волн, то произойдет ее распад на несколько групп.

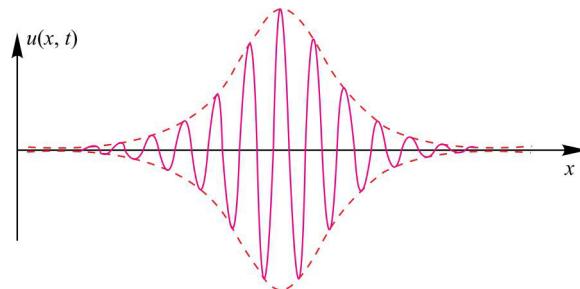


Рис. 75. Пример группового солитона (штриховая линия)

Развитие теории распространения оптических импульсов в нелинейной слабодиспергирующей среде показало возможность образования оптических солитонов в нелинейном волоконном световоде. В 1979–1980 гг. группа американских ученых под руководством Л. Молленауэра впервые наблюдала в эксперименте оптические солитоны в волоконном световоде и исследовала их динамику. Если пиковая мощность лазерного импульса не превышала пороговое значение  $\sim 1$  Вт, т.е. выполнялись закономерности линейной оптики, то при прохождении по волоконному световоду 700 м импульс испытывал дисперсионное уширение более чем в 2 раза. В то время как импульс мощностью 1,24 Вт (область нелинейной оптики) дисперсионного уширения не испытывал. При мощности 5 Вт импульс сжимался в 3,5 раза, т.е. происходило глубокое подавление дисперсии нелинейными эффектами.

Также наблюдалось периодическое расщепление импульсов большей мощности на несколько пиков (субимпульсов) с последующим восстановлением их формы. Такое поведение, типичное для солитонов, описываемых нелинейным уравнением Шредингера, иллюстрируется объемной моделью динамики формы трехсолитонного импульса (рис. 76).

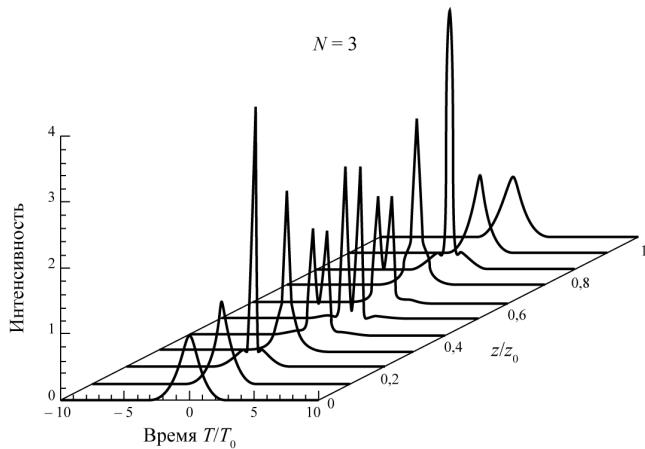


Рис. 76. Динамика формы трехсолитонного импульса  
(расщепление и последующее восстановление,  
повторяется на каждом периоде солитона)

Такая сложная динамика определяется многими факторами: фазовой самомодуляцией, дисперсией групповых скоростей, мощностью и длительностью импульсов и т.д. Однако основной физический механизм прослеживается здесь достаточно четко: это совместное действие фазовой самомодуляции, которая вызывает положительную частотную модуляцию, приводящую к уширению импульса, и дисперсии групповых скоростей, вызывающей сжатие импульса и увеличение интенсивности его центральной части.

### 2.5.3. Применение оптических солитонов в волоконной оптике

Солитонный режим распространения импульсов в волоконной оптике интересен не только как фундаментальное явление, но и с точки зрения практического применения солитонов в волоконно-оптических линиях связи.

*Оптический солитон – это импульс, представляющий собой одиночный волновой пакет колоколообразной формы в оптическом диапазоне длин волн и характеризующийся устойчивым режимом распространения.* При этом дисперсия групповой скорости, которая определяется длительностью оптического импульса, полностью уравновешивается нелинейным изменением показателя преломления.

Для формирования оптического солитона в оптоволокне необходимы два условия:

- наличие аномальной (отрицательной) дисперсии, математически выражаемой неравенством (2.42);
- наличие определенной нелинейной зависимости коэффициента преломления от интенсивности лазерного излучения, при которой рефракционный индекс  $n_2$  положителен, т.е. коэффициент преломления должен возрастать с ростом интенсивности.

Тогда высокочастотные составляющие импульса как бы сдвигаются к его «хвосту», а низкочастотные составляющие – к его «голове», чем подавляется действие хроматической и поляризационной дисперсии (рис. 77). Такой импульс может сохранять форму и ширину по всей длине волоконной линии.

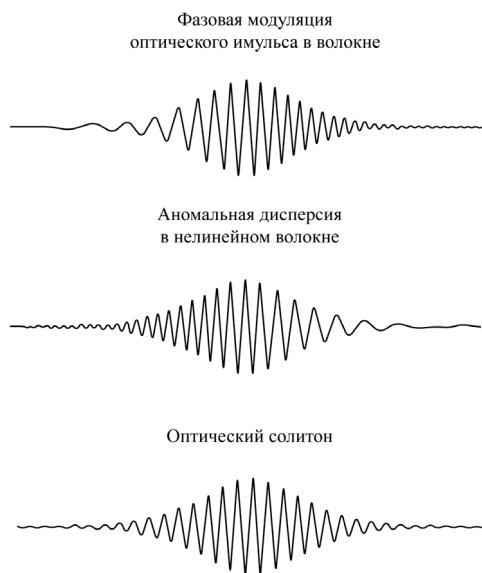


Рис. 77. Формирование оптического солитона

С помощью перехода к безразмерным переменным:

$$\xi = \frac{x}{L_D}, \tau = \frac{T}{T_0}$$

можно из уравнения (2.39) получить для функции

$$u(\xi, \tau) = A \sqrt{\frac{\gamma T_0^2}{|\beta_2|}}$$

решение, соответствующее фундаментальному, или основному, солитону (солитону первого порядка,  $N = 1$ ):

$$u(\xi, \tau) = \sec h(\tau) \cdot \exp\left(\frac{i\xi}{2}\right). \quad (2.43)$$

Здесь  $\sec h(\tau)$  – гиперболический секанс,  $\sec h(\tau) = \text{ch}^{-1}(\tau)$ . Порядок солитона  $N$  характеризуется числом собственных значений  $\xi_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ), получаемых при решении уравнения (2.39) при  $\mu = 0$ . Режим фундаментального (основного) солитона реализуется при  $L_D = L_{NL}$ , где  $L_D$  и  $L_{NL}$  – соответственно дисперсионная и нелинейная длины, определяемые по формулам (2.40) и (2.41).

Для волоконных световодов решение (2.43) физически означает, что импульс с  $N = 1$ , имеющий во времени форму гиперболического секанса, будет распространяться в идеальном оптоволокне (без потерь) без искажения своей формы на бесконечно большие расстояния (спектр такого светового импульса показан на рис. 78). Именно это свойство фундаментальных солитонов делает их привлекательными для передачи информации в системах оптической связи.

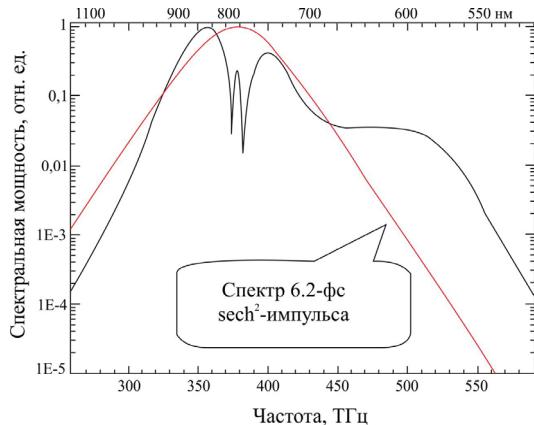


Рис. 78. Спектр оптического солитона

Теория солитонов показывает, что для импульсов с формой, описываемой гиперболическим секансом, совместное действие дисперсии и фазовой самомодуляции приводит к тому, что динамика импульса оказывается периодичной, как показано на рис. 76. Первоначальная форма восстанавливается на расстояниях, кратных периоду солитона  $z_0 = \pi L_D / 2$ . Дисперсионная длина  $L_D$  определяется по формуле (2.40).

Для обычных световодов на основе плавленого кварца  $\beta_2 = -20 \text{ пс}^2/\text{км}$  на длине волны  $\lambda = 1,55 \text{ мкм}$ . Период солитона составляет величину порядка  $z_0 = 80 \text{ м}$  для  $T_0 = 1 \text{ пс}$ , изменяется пропорционально  $T_0^2$ , становясь равным  $z_0 = 8 \text{ км}$  при  $T_0 = 10 \text{ пс}$ . Для световодов со смещенной дисперсией  $\beta_2 = -2 \text{ пс}^2/\text{км}$ , и  $z_0$  возрастает на порядок при тех же значениях  $T_0$ .

*Солитон формируется, когда пиковая мощность, необходимая для его возбуждения, превышает некоторое пороговое значение, причем для солитонов  $N$ -го порядка эта мощность в  $N^2$  раз больше мощности возбуждения фундаментального солитона. Мощности, необходимые для генерации солитонов  $N$ -го порядка растут с увеличением  $N$  в последовательности  $1 : 4 : 9 : 16 : \dots$  На рис. 79 приведена форма солитонов, зарегистрированная в названном выше эксперименте Л. Молленауэра, а также соответствующие мощности, необходимые для генерации солитонов. Видно, что солитонам высших порядков присуща многопиковая форма импульса с большой амплитудой центрального пика и характерным «пьедесталом».*

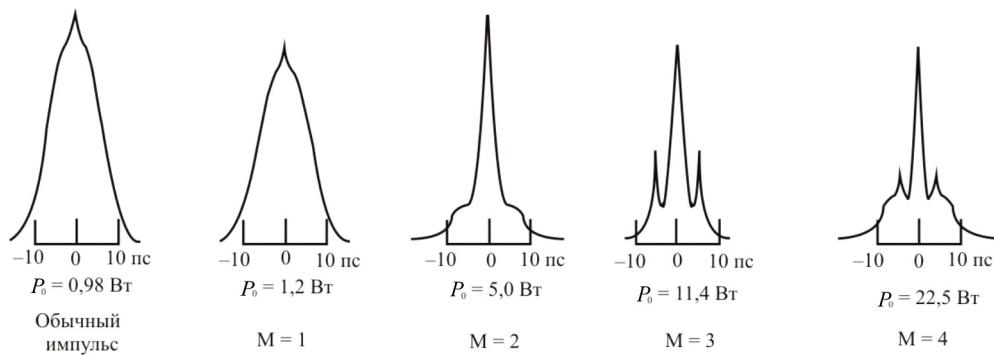


Рис. 79. Форма солитонов 1-го...4-го порядков и мощности, требуемые для их формирования

Поскольку солитон существует благодаря балансу нелинейных и дисперсионных эффектов, то для того чтобы сохранить солитонные свойства лазерного импульса, необходимо поддерживать его пиковую мощность. Поэтому оптические потери в световоде вредны, так как из-за них пиковая мощность экспоненциально убывает по длине оптической линии. В результате длительность фундаментального солитона также возрастает при его распространении (рис. 80). Здесь  $T_1(z)$  – длительность импульса,  $T_1(z) = T_0 \cdot \exp(\alpha_{\text{дБ}} \cdot z)$ ;  $\alpha_{\text{дБ}}$  – оптические потери;

$\Gamma$  – безразмерный параметр потерь в оптоволокне,  $\Gamma = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\text{дБ}} L_D$ . Показан также результат, который дает теория возмущений. Возмущенное решение является достаточно точным только для тех значений  $z$ , для которых выполняется условие  $\alpha_{\text{дБ}} z < < 1$ . Штриховой прямой показано поведение импульса при отсутствии нелинейных эффектов.

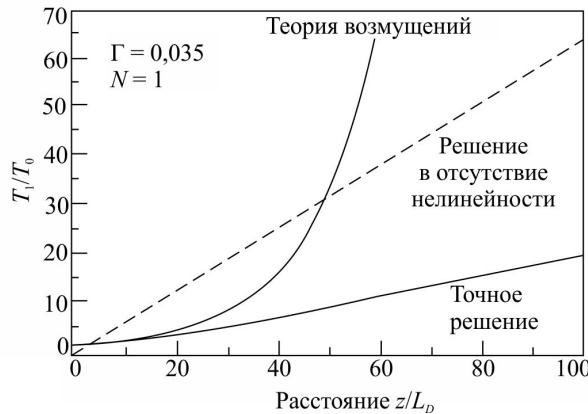


Рис. 80. Коэффициент уширения фундаментального солитона для световода с оптическими потерями

Использовать оптические солитоны в высокоскоростных линиях связи можно двояко.

В первом случае цель довольно «скромная»: солитонный эффект используют для того, чтобы увеличить относительное расстояние между ретрансляторами по сравнению с длиной всей линии, что приведет к уменьшению числа ретрансляторов. В этом случае применяется первый режим распространения импульсов, описанный на стр. 142. Он характеризуется малым уровнем мощности и практически полным отсутствием нелинейных эффектов. При этом импульсы могут распространяться как солитоны на расстояния  $\sim 100$  км. Требуемые значения пиковой мощности для передачи импульсов со скоростью 8 Гбит/с относительно невелики ( $\sim 3$  мВт). Поскольку такой уровень мощности вполне достижим для полупроводниковых лазеров, солитонный эффект легко можно использовать для улучшения работы оптических линий связи.

Во втором случае солитоны используются для передачи информации на расстояния  $\sim 1000$  км без применения электронных ретрансляторов. Для того чтобы избежать эффектов, связанных с потерями в световоде, необходимо периодически усиливать солитоны и восстанавливать

их первоначальные форму и значение пиковой мощности. Для этой цели используются либо оптические усилители, либо ВКР-усиление (схема комбинационного усилителя приведена в подразд. 2.3.1). В этом случае солитонные линии связи способны передавать информацию со скоростью, приближающейся к  $B = 100$  Гбит/с при условии компенсации потерь в оптоволокне.

*Солитонная линия связи с ВКР-усилемием*, впервые предложенная в 1983 г., показана на рис. 81.

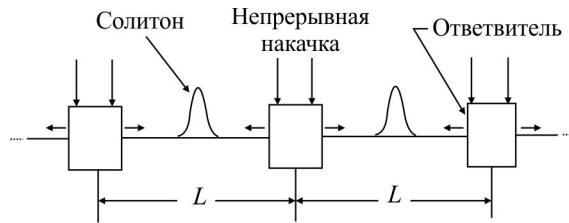


Рис. 81. Схема солитонной линии связи с ВКР-усилемием

Солитоны вводятся в «цепочку» световодов, состоящую из многих сегментов длиной  $L$ . На конце каждого сегмента через частотно-зависимый направленный ответвитель в обоих направлениях вводится излучение накачки от непрерывного лазера на длине волны 1,46 мкм. Передача информации осуществляется вблизи длины волны минимальных потерь в световоде ( $\approx 1,56$  мкм). Полная длина линии связи  $L_T$  определяется числом каскадов усиления, при превышении которого распространение солитонов становится неустойчивым.

Существуют ограничения, накладываемые на систему схемой ВКР-усиления. Произведение скорости передачи информации  $B$  на длину линии  $L_T$  для световода со смещенной дисперсией ( $\beta_2 \approx -2$  пс<sup>2</sup>/км) не может превышать определенной величины:

$$B \cdot L_T \leq 3 \cdot 10^4 \frac{\text{Гбит} \cdot \text{км}}{\text{с}}. \quad (2.44)$$

Эта величина примерно на два порядка больше предела, ограничивающего работу линейных систем. Физический смысл ограничения (2.44) состоит в том, что когерентное усиление всегда сопровождается спонтанным шумом. Этот шум может приводить к флюктуациям времени прихода импульса на детектор. Физически это происходит из-за случайного изменения групповой скорости, возникающего из-за малого

случайного сдвига несущей частоты на каждой стадии усиления. Если импульс не поступает в промежуток времени, предназначенный для его обнаружения, происходит ошибка. Обычно вероятность ошибки поддерживается на уровне не выше  $10^{-9}$ , отсюда получается ограничение (2.44). Это неравенство показывает, что по солитонной линии связи с ВКР-усилением можно передавать информацию в пределах 3000 км со скоростью 10 Гбит/с или в пределах 300 км со скоростью 100 Гбит/с, при этом флуктуации времени прихода импульса еще не приведут к ошибке.

Другое ограничение обусловлено максимально допустимым взаимодействием между солитонами и имеет следующий вид:

$$B^2 \cdot L \leq 10^4 \left( \frac{\text{Гбит}}{\text{с}} \right)^2 \cdot \text{км.} \quad (2.45)$$

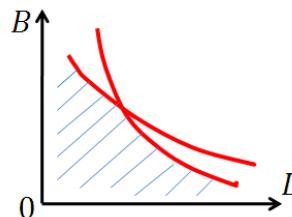


Рис. 82. Допустимая область параметров солитонной линии связи

Совокупность неравенств (2.44), (2.45) определяет допустимую область параметров солитонной линии связи (рис. 82).

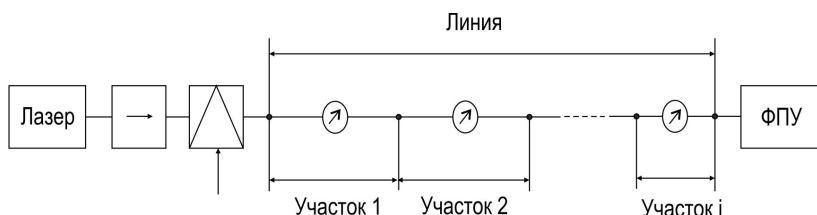


Рис. 83. Схема солитонной линии связи с различными оптическими волокнами

Структурная схема солитонной линии связи, приведенная на рис. 83, соответствует случаю построения системы без усилителей. В ней протяженный участок существования солитонов достигается благодаря использованию в линейном тракте дискретной последовательности одно-

модовых оптических волокон с постоянной дисперсией в пределах каждого  $i$ -го участка с последовательным убыванием по заданному закону от участка к участку. Последовательность солитонов, генерируемая на выходе лазера, проходит через изолятор и модулятор, в котором импульсная последовательность модулируется. На выходе линии сигналы регистрируются фотоприемным устройством (ФПУ).

Работа солитонной линии связи может быть значительно улучшена за счет использования световодов со смещенной дисперсией ( $\beta_2 \approx -2 \text{ пс}^2/\text{км}$ ). Оценки показывают, что при скорости передачи информации 15 Гбит/с полная длина линии связи может быть доведена до 2000 км. За счет уменьшения скорости передачи информации до 6 Гбит/с полная длина системы может быть увеличена до 6000 км. Практической демонстрацией больших возможностей солитонных линий связи стал эксперимент, проведенный в США, в котором импульсы длительностью 55 пс могли циркулировать в солитонном режиме по 42-километровой волоконной петле до 96 раз без существенных изменений. В этом эксперименте было показано, что солитоны можно передавать на расстояния более 4000 км.

Система передачи нового поколения Lambda Extreme Transport компании Lucent Technologies обеспечивает передачу цифровых данных на скорости до 1,56 Тбит/с в режиме DWDM (64 волновых канала по 40 Гбит/с в каждом, см. подразд. 2.1.2) на дальность до 4000 км без электрической регенерации сигнала.

Примеры характеристик некоторых экспериментальных солитонных волоконно-оптических систем передачи информации приведены в табл. 2.

Таблица 2

$\lambda, \text{ мкм}$	$B, \frac{\text{Гбит}}{\text{с}}$	$L, \text{ км}$	$D, \frac{\text{пс}}{\text{нм} \times \text{км}}$	Число усилителей	$\tau, \text{ пс}$	Передача	$B \times L, \frac{\text{Гбит}}{\text{с} \times \text{км}}$	Лаборатория
1,55	40	65	-2,8	4	7,5	Одномодовый лазер + компрессор, внешний модулятор + оптический фильтр + усилитель EDFA	2600	NTT
1,52	20	1020	-0,4	40	12	-    -	$2 \times 10^4$	NTT
1,556	10	20 тыс.	-0,45	через 26 км	18	Волоконный эрбьевый лазер + TiLiNbO <sub>3</sub> -модулятор + акустооптический коммутатор и мультиплексор Маха-Зендера	$2 \times 10^5$	AT&T

## 2.6. Оптика сверхкоротких лазерных импульсов

В первые годы развития квантовой электроники (1961–1965 гг.) короткие импульсы наносекундной длительности получали с помощью лазеров с модулированной добротностью резонатора. В таких лазерах энергия светового излучения активного вещества сначала накапливается в открытом резонаторе, составленном из двух зеркал. Затем после быстрого срабатывания электрооптического или фототропного затвора энергия выходит из резонатора в виде мощного оптического импульса, длительность которого определяется свойствами активной среды и резонатора и составляет величину, как правило, в десятки наносекунд.

Оказалось, что это далеко не предел минимальной длительности лазерных импульсов. Анализ процесса возбуждения излучения в резонаторе показал, что обычный короткий лазерный импульс состоит из набора большого числа спектральных компонент (продольных мод), что иллюстрируется рис. 84.

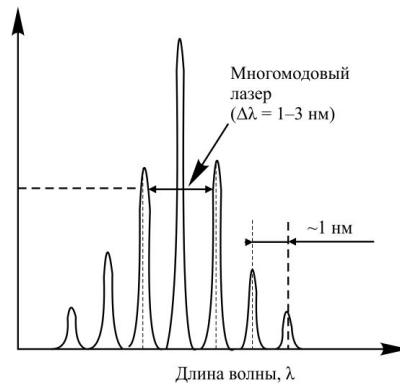


Рис. 84. Спектр многомодового лазера

Однако фазы этих спектральных составляющих, вообще говоря, никак не коррелируют друг с другом и могут принимать произвольные значения. Если же фазы каким-либо способом синхронизировать, то длительность импульса резко сокращается в сотни и тысячи раз. Такие сверхкороткие импульсы занимают пикосекундный диапазон временных процессов. Впервые пассивная синхронизация мод была осуществлена в 1965 г. в экспериментах с твердотельными лазерами. Наибольший эффект метод синхронизации дает в лазерах на красителях с очень широкой частотной полосой усиления, в которую попадает огромное число продольных мод.

Следующий этап укорочения длительности лазерных импульсов, начавшийся в 1981 г., связан с новым для оптики, но известным в радиодиапазоне явлением сжатия частотно-модулированных импульсов в диспергирующих средах. Эта техника, доведенная почти до совершенства, позволяет получать световые импульсы фемтосекундной длительности (рис. 85).



Рис. 85. Динамика изменения минимальной достигнутой длительности лазерных импульсов



Рис. 86. Поколения лазеров коротких и сверхкоротких импульсов

В 1987 г. был получен оптический импульс длительностью  $6 \text{ фс} = 6 \cdot 10^{-15} \text{ с}$  в видимом диапазоне частот, этот импульс содержал всего 3 периода световых колебаний. Немного позднее в ближнем инфракрасном диапазоне получили импульсы в один период колебаний, равный 40 фс. За счет компрессии такие оптические импульсы приобрета-

ют огромную плотность мощности, которую можно довести с помощью фокусировки до  $10^{24}$  Вт/м<sup>2</sup>. При этом напряженность светового поля достигает гигантской величины  $10^{13}$  В/м, что на порядок превышает внутриатомные поля. Это кардинально меняет характер взаимодействия оптического излучения с веществом.

История развития лазеров коротких и сверхкоротких импульсов показана на рис. 86.

### 2.6.1. Генерация сверхкоротких импульсов с помощью синхронизации мод

Генерацию сверхкоротких оптических импульсов длительностью до сотен пикосекунд можно осуществить в лазере с помощью синхронизации продольных мод. Продольная мода представляет собой стоячую электромагнитную волну, запертую между зеркалами открытого резонатора. Это напоминает стоячую волну в струне с закрепленными концами. Активное вещество, находящееся внутри резонатора, возбуждает те моды, частоты которых попадают в спектральную полосу усиления (рис. 87). В результате интерференции мод формируется оптический импульс, выходящий из лазера.

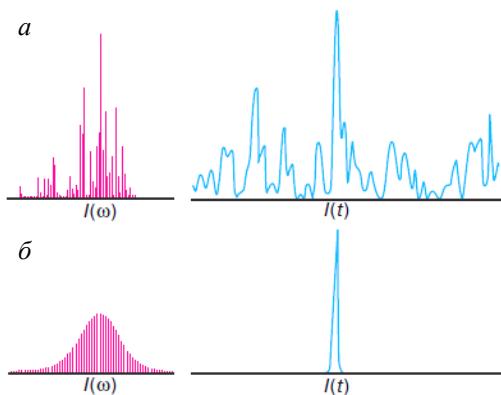


Рис. 87. Спектры (слева) и временной ход (справа) излучения лазера без синхронизации мод (*a*) и в режиме полной синхронизации мод (*б*). В случае *б* масштаб интенсивности гауссовского импульса уменьшен

Метод с использованием электрооптического (или акустооптического) затвора называют *активной* синхронизацией мод, а с использованием фототропного затвора (просветляющегося фильтра) – *пассивной*

синхронизацией. Принцип действия указанных устройств представлен на рис. 88.

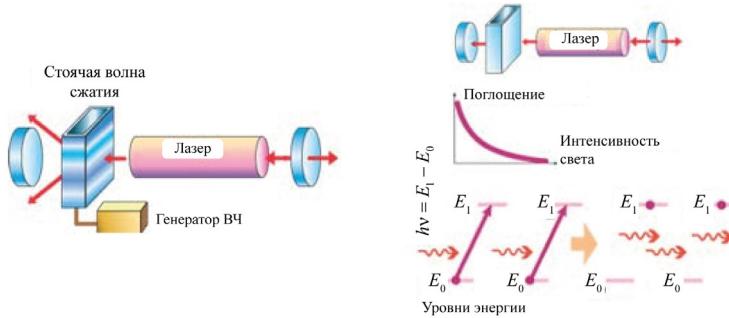


Рис. 88. Принцип действия акустооптического (слева) и фототропного (справа) затворов

Итак, лазерный импульс можно представить в виде набора из  $N$  монохроматических волн (продольных мод) с собственными частотами:

$$\omega_m = \frac{\pi m c}{l}, m = 1, 2, \dots .$$

Здесь  $l$  – расстояние между зеркалами резонатора,  $c$  – скорость света. Продольные моды разделены по частоте интервалом:

$$\Delta\omega = \frac{\pi c}{l}.$$

Тогда выражение для напряженности светового поля импульсного излучения на выходном зеркале резонатора можно записать в виде

$$E(t) = \sum_{m=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} A_m \cos[(\omega_0 + m\Delta\omega)t + \phi_m], \quad (2.46)$$

где  $\omega_0$  – несущая частота.

Результат интерференции мод зависит от соотношения между фазами  $\phi_m$ . Если фазы принимают случайные значения, то лазерное излучение имеет хаотическую амплитудную модуляцию (рис. 87, а). Иначе обстоит дело при синхронизации мод, когда все фазы принимают одно значение, например  $\phi_m = 0$ . Полагая для простоты амплитуды мод одинаковыми ( $A_m = A$ ), можно просуммировать ряд (2.46) и получить простое выражение:

$$E(t) = A \cdot \frac{\sin(0,5N\Delta\omega \cdot t)}{\sin(0,5\Delta\omega t)} \cdot \cos\omega_0 t. \quad (2.47)$$

Анализ (2.47) показывает, что лазер с синхронизацией продольных мод излучает периодическую последовательность импульсов с амплитудами, в  $N$  раз превышающими амплитуду отдельной моды. Импульсы следуют один за другим через промежуток времени

$$\Delta T = \frac{2l}{c},$$

необходимый для полного прохода импульса в резонаторе. Длительность импульсов

$$T = \frac{\Delta T}{N},$$

т.е. она в  $N$  раз меньше интервала между соседними импульсами. Представленная картина формирования сверхкоротких импульсов внешне напоминает дифракцию световой волны на решетке, составленной из  $N$  щелей.

Рассмотрим в качестве примера лазер с расстоянием между зеркалами  $l = 1,5$  м, в котором синхронизируются  $N = 100$  продольных мод. В этом случае оптические импульсы следуют с интервалом  $\Delta T = 10$  нс, а их длительность  $T = 100$  пс =  $10^{-10}$  с.

Сверхкороткие импульсы с такой длительностью находят широкое применение в научных исследованиях и различных приложениях. Однако изучение ряда быстро протекающих процессов требует использования еще более коротких импульсов, имеющих субпикосекундные и фемтосекундные длительности. Поскольку с помощью синхронизации мод в лазерах эту задачу практически решить не удается, применяют компрессию (сжатие) пикосекундных оптических импульсов. Оказалось, что для этой цели надо использовать *нелинейную диспергирующую среду*, каковой является волоконный световод.

Заметим, что чем меньше становится длительность оптического импульса, тем шире будет его частотный спектр (меньше степень монохроматичности). Отсюда следует, что для получения сверхкоротких импульсов необходимо иметь излучение с широким спектром, а затем подобрать тот или иной механизм преобразования излучения в так называемый спектрально ограниченный импульс. Именно эту задачу ре-

шают при синхронизации мод и компрессии импульсов. Изложенное в этом абзаце составляет сущность *принципа фазировки* спектральных компонент, иллюстрация которого дана на рис. 89. На первой стадии, используя фазовую самомодуляцию излучения в оптоволокне, получают широкополосный сигнал, а на второй – вводится дополнительная разность хода между спектральными компонентами.

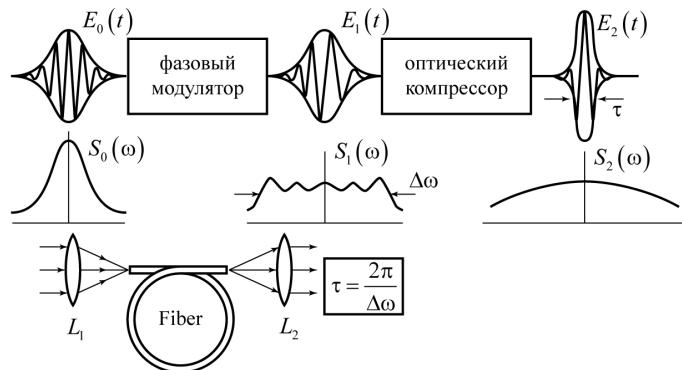


Рис. 89. Физическая иллюстрация принципа фазировки спектральных компонент оптического импульса

### 2.6.2. Методы компрессии солитонных импульсов в диспергирующих средах

В системе связи солитонный импульс играет роль информационного импульса. При увеличении скорости передачи информации расстояние между такими импульсами, а значит, и солитонами становится настолько малым, что нельзя избежать их взаимодействия. При малом расстоянии между ними такое взаимодействие может периодически приводить к коллапсу солитонов, что вызовет появление ошибок в передаваемой информации.

*Одним из методов уменьшения эффекта взаимодействия солитонов и увеличения скорости передачи информации в солитонных линиях связи является сжатие оптических импульсов.* Экспериментально были получены импульсы длительностью вплоть до  $6 \text{ фс} = 6 \cdot 10^{-15} \text{ с}$ .

Идея сжатия достаточно проста. Длительность импульса может оставаться неизменной, только если все спектральные компоненты распространяются с одной скоростью, т.е. при  $\beta_2 = 0$ . При наличии дисперсии групповых скоростей различные частотные компоненты распро-

страняются с разными скоростями. Если передний фронт импульса задержать должным образом, то выходной импульс сжимается. Для этого начальный импульс должен иметь линейную частотную модуляцию. Для сжатия импульса с положительной частотной модуляцией (частота нарастает к заднему фронту) требуется отрицательная дисперсия групповых скоростей: при этом длинноволновый передний фронт замедляется. Для сжатия импульса с отрицательной частотной модуляцией (частота нарастает к переднему фронту) требуется положительная дисперсия, для того чтобы замедлить коротковолновый передний фронт (рис. 90).



Рис. 90. Компрессия импульса с положительной (справа) и отрицательной (слева) частотной модуляцией

Таким образом, если начальная частотная модуляция противоположна по знаку частотной модуляции за счет дисперсии групповых скоростей, то это приводит к тому, что конечный оптический импульс становится короче начального импульса.

Роль линейной частотной модуляции в световодах может играть фазовая самомодуляция, а водоразделом положительной и отрицательной дисперсии групповых скоростей является, как уже отмечалось, длина волны нулевой дисперсии  $\lambda_D$ . В этой связи компрессоры импульсов, основанные на нелинейных эффектах, делятся на две категории:

- волоконно-решеточные компрессоры применяются для волокна с положительной дисперсией групповых скоростей;
- компрессоры, основанные на эффекте многосолитонного сжатия, используются для волокна с отрицательной дисперсией групповых скоростей.

В волоконно-решеточных компрессорах используется отрезок волоконного световода с положительной дисперсией, за которым следует дисперсионная линия задержки с отрицательной дисперсией, представляющая собой пару дифракционных решеток (рис. 91).

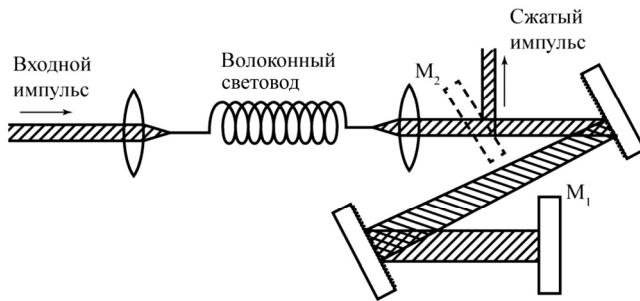


Рис. 91. Схема волоконно-решеточного компрессора

Исходный импульс вводится в одномодовый волоконный световод через микрообъектив, посредством которого импульс спектрально уширивается и приобретает положительную частотную модуляцию по всей своей длине. Выходной импульс попадает на пару решеток. Различным частотным компонентам в спектре импульса соответствуют разные углы дифракции. В результате разные частотные компоненты испытывают различную временную задержку при прохождении через систему решеток. Оказывается, что оптический путь коротковолновых компонент меньше, чем длинноволновых. В импульсе с положительной частотной модуляцией коротковолновые компоненты находятся у заднего фронта, в то время как передний фронт состоит из длинноволновых. Таким образом, проходя через такую систему задержки, передний фронт приближается к заднему, и происходит сжатие оптического импульса. Проходя пару решеток в противоположном направлении, импульс восстанавливает свое первоначальное поперечное сечение. Зеркало  $M_1$  слегка наклонено для того, чтобы разделить входной и выходной пучки. Зеркало  $M_2$  выводит сжатый импульс из компрессора без внесения дополнительных потерь.

Поскольку обычные кварцевые световоды имеют положительную дисперсию при длинах волн  $\lambda < 1,3$  мкм, волоконно-решеточные компрессоры используются до длин волн, ограниченных указанной величиной.

В эксперименте 33-пикосекундные импульсы проходили через световод длиной 105 м и пару дифракционных решеток, расстояние между которыми составляло 7,24 м. В результате сжатые импульсы имели длительность 0,41 пс, т.е. был достигнут коэффициент сжатия  $f_c = 80$  (рис. 92).

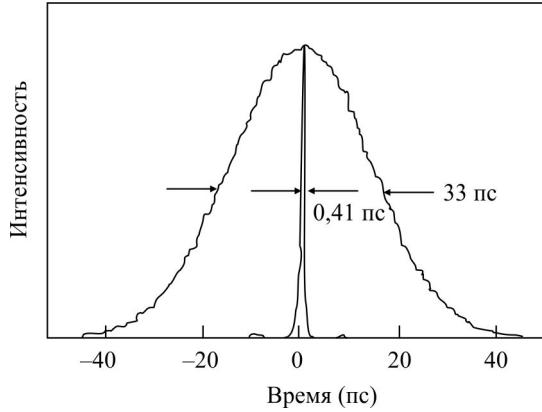


Рис. 92. Исходный и выходной импульсы в волоконно-решеточном компрессоре

В компрессорах, основанных на эффекте многосолитонного сжатия, используются солитоны высших порядков ( $N > 1$ ), которые существуют в световоде благодаря совместному действию фазовой самомодуляции и отрицательной дисперсии. В этом случае световод сам действует как компрессор, при этом исчезает необходимость использования устройства задержки в виде пары решеток. Механизм сжатия связан с фундаментальным свойством солитонов высших порядков. Как уже отмечалось, они имеют периодическую картину эволюции, когда в начале каждого периода происходит сжатие солитона (см. рис. 76). Соответствующим выбором длины световода  $L_{\text{opt}}$  можно сжать начальные импульсы, при этом коэффициент сжатия  $f_c$  зависит от порядка солитонов  $N$ .

С помощью численного моделирования (до  $N = 50$ ) были получены следующие эмпирические соотношения:

$$f_c = 4,1 \cdot N, \quad (2.48)$$

$$\frac{L_{\text{opt}}}{z_0} = \frac{0,32}{N} + \frac{1,1}{N^2}, \quad (2.49)$$

где  $z_0$  – период солитонов, определяемый по формуле  $z_0 = \pi L_D / 2$ .

Сравнение показывает, что при одних и тех же значениях  $N$  и  $z_0$  солитонный компрессор дает коэффициент сжатия в 6,5 раз больше, чем волоконно-решеточный компрессор, при этом длина световода  $L_{\text{opt}}$  короче в 5 раз. Однако качество сжатого импульса ниже, так как в нем находится лишь доля начальной энергии. Оставшаяся энергия (примерно 69 %) содержится в широком «пьедестале» (рис. 93).

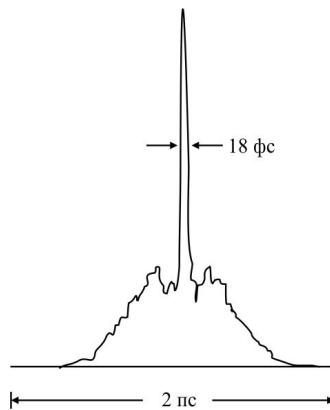


Рис. 93. Эффект многосолитонного сжатия оптического импульса ( $\lambda = 1,5$  мкм)

Для световодов из кварцевого стекла многосолитонное сжатие применяется в области отрицательной дисперсии ( $\lambda > 1,3$  мкм). В литературе приводятся данные экспериментов, в которых коэффициент сжатия в таких компрессорах был доведен до  $f_c = 5000$ .

Методы сжатия оптических импульсов представляют прекрасную иллюстрацию того, как можно практически использовать нелинейные явления в волоконно-оптических системах. Они имеют и огромную практическую значимость. Во-первых, это дает реальный способ уменьшения эффекта взаимодействия солитонов и увеличения скорости передачи информации, а во-вторых, позволяет получать импульсы длительностью лишь в несколько периодов световых волн как в видимой, так и в ближней инфракрасной областях спектра. Такие импульсы широко применяются для исследования сверхбыстрых процессов в атомах, молекулах и кристаллах.

### **2.6.3. Измерение длительности сверхкоротких импульсов**

Одной из главных задач на пути широкого применения сверхкоротких импульсов света стала разработка принципиально новых методов измерения длительностей с пикосекундным и фемтосекундным разрешением. Техника измерения, использующая фотодетекторы и осциллографы, пригодна только для наносекундных импульсов. И здесь на помощь экспериментаторам и разработчикам новых технологий пришли нелинейные оптические явления, протекание которых зависит от интенсивности световой волны.

Применяются два основных метода измерения длительности сверхкоротких импульсов:

- метод двухфотонной люминесценции (ДФЛ);
- метод генерации второй гармоники (ГВГ).

В методе ДФЛ лазерный пучок разделяется стеклянной пластинкой на два пучка равной интенсивности (рис. 94). Эти пучки после отражения от зеркал направляются с разных сторон в кювету с люминесцирующей жидкостью – органическим красителем, причем подбирается такой краситель, чтобы молекулы возбуждались двумя квантами света (двуфотонный резонанс). Возбужденные молекулы отдают запасенную энергию, излучая видимый свет. Яркость люминесценции оказывается пропорциональной интенсивности световых импульсов.

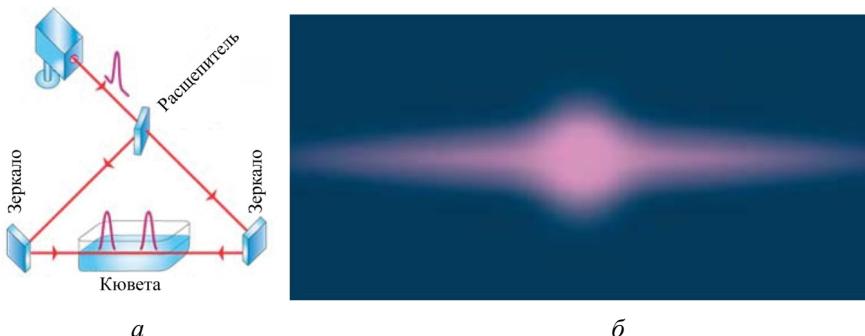


Рис. 94. Метод двухфотонной люминесценции: *а* – оптическая схема; *б* – светящийся трек, возникающий при сложении импульсов

В результате этого в кювете наблюдаются светящиеся треки, которые можно сфотографировать. В месте встречи двух импульсов, распространяющихся в кювете навстречу друг другу, интенсивность света в два раза больше, и, следовательно, свечение красителя сильнее, чем от одиночного импульса. Исследование распределения яркости люминесценции вдоль трека позволяет определить длительность оптического импульса. При регистрации пикосекундного импульса ярко светящаяся центральная область имеет протяженность порядка десятых долей миллиметра.

Другим широко используемым методом измерения является метод ГВГ. Генерация гармоники происходит в оптическом кристалле с квадратичной нелинейностью при взаимодействии двух лазерных пучков разной поляризации: обычновенной и необыкновенной. Лазерный им-

пульс расщепляется на два импульса, которые поступают в интерферометр, где приобретают взаимно перпендикулярную поляризацию. Складываясь в нелинейном кристалле, они вызывают появление второй гармоники, при этом из световых квантов двух волн с частотой  $\omega$  образуются кванты удвоенной энергии, т.е. возбуждается волна на частоте  $2\omega$  (рис. 95).

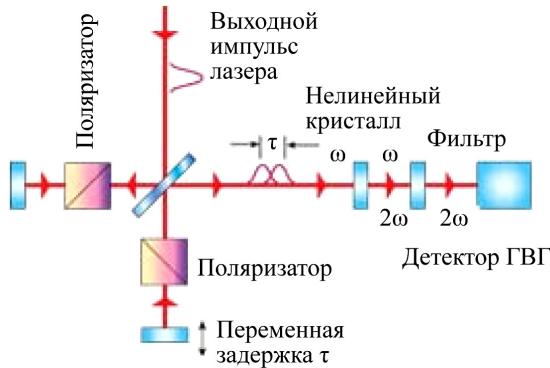


Рис. 95. Метод генерации второй гармоники

Амплитуда второй гармоники пропорциональна квадратичной восприимчивости  $\chi^{(2)}$ , толщине кристалла  $L$  и произведению амплитуд падающих волн основной частоты:

$$A(2\omega) = \text{const} \cdot \chi^{(2)} L A_1(\omega) A_2(\omega). \quad (2.50)$$

Если перейти к сверхкоротким оптическим импульсам, то вторая гармоника в соответствии с (2.50) будет возбуждаться только в месте их пересечения. Длительность импульса, а также информацию о его временном профиле получают, определяя зависимость энергии второй гармоники от величины задержки  $\tau$  одного импульса относительно другого. При этом меняется степень перекрытия взаимодействующих импульсов (а ей пропорциональна энергия импульса второй гармоники). В детекторе ГВГ контрастность получаемой фотографии значительно выше, чем в методе ДФЛ.

Современная техника получения оптических импульсов с длительностью от сотен пикосекунд до нескольких фемтосекунд и методики измерения временных процессов с таким же разрешением нашли широкое применение в межконтинентальной оптоволоконной связи, а также в системах обработки и хранения информации. Ведется освоение атто-

секундного диапазона ( $1 \text{ ас} = 10^{-18} \text{ с}$ ) с помощью формирования полу-периодных импульсов, реализующих принципиальный предел минимальной длительности.

## 2.7. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Показать, что линейная комбинация двух решений волнового уравнения (2.28) также является решением этого уравнения.
2. Почему уравнение (2.28) не является адекватным инструментом для описания оптических волн в волоконных линиях?
3. Объяснить сущность явления дисперсии групповых скоростей. Когда в оптоволокне наблюдается положительная, а когда – отрицательная дисперсия?
4. Показать, что дисперсия групповых скоростей имеет место и для линейных, и для нелинейных волн.
5. На примере различных моделей дисперсии (2.33) и (2.34) показать, что в этих случаях будет иметь место различный режим распространения оптических импульсов.
6. Как изменится картинка на рис. 67 при увеличении длины волоконно-оптической линии?
7. Дать характеристику уравнения Кортевега – де Фриза (2.35).
8. Записать и дать характеристику уравнения Кортевега – де Фриза – Бюргерса, являющегося обобщением уравнений (2.32) и (2.35) и описывающего эволюцию нелинейных волн в диспергирующей диссипативной среде.
9. Что общего и в чем разница в действии совместного механизма дисперсии и нелинейности:
  - для волн на поверхности жидкости и
  - для оптических волн в волоконной системе?
10. Сравнить структуру уравнения Кортевега – де Фриза и нелинейного уравнения Шредингера и физический смысл членов в этих уравнениях.
11. Что характеризуют дисперсионные коэффициенты  $\beta_1$  и  $\beta_2$  в обобщенном уравнении (2.37)?
12. Проверить с точки зрения размерности физических величин, что правые части формул (2.40) и (2.41) дают характерные длины (дисперсионная длина и нелинейная длина).

13. В каком из режимов, описанных в подразд. 2.5.1, возможно существование оптических солитонов?
14. В чем состоит математическое и физическое содержание понятия «модуляционная неустойчивость»?
15. Как влияют оптические потери в волокне на модуляционную неустойчивость при распространении лазерных импульсов?
16. Чем объясняется различный характер эволюции волнового пакета на рис. 73, *a* и 73, *b*?
17. Каковы основные свойства солитонов?
18. Объяснить, почему групповой солитон не может содержать слишком большое (более 20) количество волн.
19. Может ли иметь место для фундаментального солитона динамика, аналогичная той, что показана на рис. 76 для трехсолитонного импульса?
20. Пояснить условия, необходимые для формирования оптических солитонов.
21. Сравнить свойства фундаментального солитона и оптических солитонов высших порядков.
22. Пояснить значение понятия «период солитона».
23. Доказать, что образование оптического солитона – это нелинейный физический процесс.
24. Качественно объяснить изменение формы оптических солитонов с увеличением порядка  $N$  на рис. 79.
25. Почему теория возмущений и линейная теория дают столь существенное расхождение с реальным поведением фундаментального солитона, как это показано на рис. 80?
26. Как можно использовать солитоны в оптоволоконных линиях связи?
27. Дать сравнительную характеристику солитонных линий связи, показанных на рис. 81 и 83.
28. Какие физические причины вызывают ограничения на скорость передачи информации, выражаемые неравенствами (2.44) и (2.45)?
29. Чем определяется максимально возможная общая длина солитонной линии связи?
30. Почему сверхкороткие лазерные импульсы нашли широкое применение в оптоволоконных системах передачи, обработки и хранения информации?

31. В чем состоит синхронизация продольных мод лазерного импульса? Каковы пределы ее применимости?

32. Для чего в волоконных линиях передачи информации применяется сжатие оптических импульсов? До каких величин сжимаются импульсы?

33. Каким образом можно сжать импульс с положительной и отрицательной частотной модуляцией?

34. Пояснить принцип работы волоконно-решеточных компрессоров и компрессоров, основанных на эффекте многосолитонного сжатия оптических импульсов. Сравнить для указанных схем:

- величины коэффициента сжатия;
- качество сжатых импульсов.

35. Как измеряется длительность сверхкоротких лазерных импульсов?

## 2.8. Параметрические процессы в волоконной оптике

В ряде нелинейных явлений, таких как вынужденное комбинационное рассеяние и вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна, волоконный световод, являясь нелинейной средой, играет активную роль в том смысле, что в этих процессах участвуют колебания его молекул. Во многих других нелинейных явлениях оптическое волокно играет пассивную роль среды, в которой несколько оптических волн взаимодействуют через нелинейный отклик электронов внешних оболочек. Такие процессы называются *параметрическими*, поскольку они обусловлены светоиндуцированным изменением параметров среды, например показателя преломления. К параметрическим процессам относятся генерация гармоник (см. подразд. 1.2, 1.4), четырехволновое смешение и параметрическое усиление.

### 2.8.1. Четырехволновое смешение

Зависимость наведенной поляризации среды от величины приложенного поля содержит как линейные, так и нелинейные члены, величина которых зависит от нелинейных восприимчивостей:

$$P_i = P_i^{\text{лин}} + P_i^{\text{кв}} + P_i^{\text{куб}} + \dots,$$

где  $P_i^{\text{лин}}$  – линейная поляризованность,  $P_i^{\text{лин}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k$ ;  $P_i^{\text{кв}}$  – квадра-

тичная поляризованность,  $P_i^{\text{кв}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ijk}^{(2)} E_k E_j$ ;  $P_i^{\text{куб}}$  – кубичная поля-

ризованность,  $P_i^{\text{куб}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m$ , и т.д.

Возможны параметрические процессы различных порядков, причем порядок процесса совпадает с порядком восприимчивости  $\chi^{(m)}$ , ответственной за этот процесс.

Квадратичная восприимчивость  $\chi^{(2)}$  в кварцевом волокне равна нулю, по этой причине параметрические процессы второго порядка, такие как генерация второй гармоники или генерация суммарных частот, в кварцевых световодах не должны иметь места. В действительности эти процессы все же наблюдаются благодаря квадрупольному и другим тонким эффектам, но их эффективность при обычных условиях довольно низка.

Четырехволновое смешение является параметрическим процессом третьего порядка, свойства которого обусловлены рассмотрением кубичной поляризованности

$$P_i^{\text{куб}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m,$$

в которой восприимчивость  $\chi_{ikjm}^{(3)}$  является тензором четвертого ранга.

Следовательно, параметрический процесс в среде, где наименьший порядок ненулевой нелинейной восприимчивости равен трем, предполагает взаимодействие четырех оптических волн.

Физический механизм четырехволнового смешения состоит в следующем. Мощная волна накачки с частотой  $\omega_2$  за счет ВКР генерирует симметрично расположенные боковые полосы с частотами  $\omega_1$  (*стоксова*, или *сигнальная волна*) и  $\omega_3$  (*антистоксова*, или *холостая волна*). Данный процесс показан на рис. 96, а. При достижении критической мощности излучения нелинейность волокна приводит к взаимодействию трех волн с частотами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  и появлению новой четвертой волны (ложного сигнала) на частоте, являющейся комбинацией трех других частот (рис. 96, б).

Таким образом, при достижении критического уровня мощности излучения лазера, поступающего в оптоволоконную линию, эффект четырехволнового смешения в общем случае приводит к взаимодействию трех волн с частотами  $\omega_i, \omega_j, \omega_k$  и появлению новой четвертой волны на частоте, являющейся комбинацией трех других частот:

$$\omega = \omega_i \pm \omega_j \pm \omega_k, \quad (2.51)$$

т.е. за счет четырехволнового смешения в оптоволоконной линии могут возникать ложные нежелательные сигналы в спектральном диапазоне передачи информации.

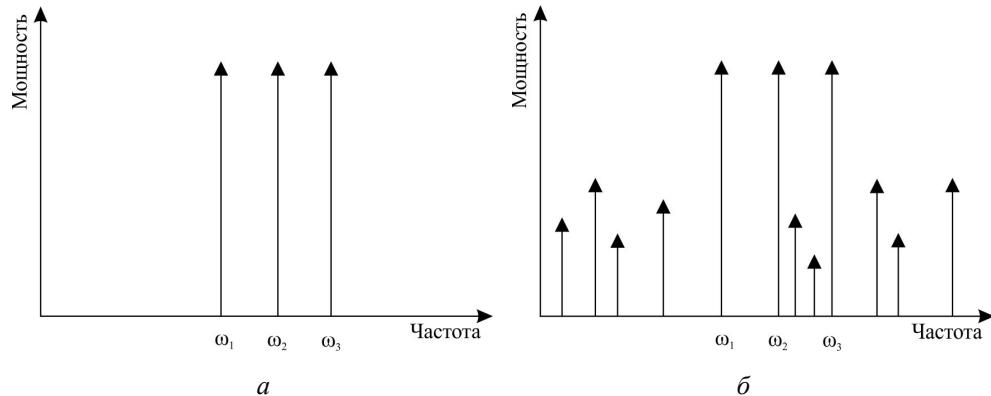


Рис. 96. Механизм четырехволнового смешения

Некоторые частоты (2.51) таких ложных сигналов могут попасть в рабочие полосы пропускания каналов. Если  $N$  – число каналов, передающих сигналы, то число таких ложных сигналов определяется величиной

$$\frac{N^2 \cdot (N - 1)}{2}.$$

Так, в четырехканальной системе DWDM возникает 24 ложных сигнала, а в 16-канальной – уже 1920 ложных сигналов. Помехи такого типа могут стать катастрофическими для приемного устройства на конце линии.

*Четырехволновое смешение является одним из самых нежелательных нелинейных оптических эффектов в оптоволоконных системах передачи информации.* Этот эффект является главным источником пересечений и потерь информационных сигналов в волоконных линиях

с частотным уплотнением каналов (DWDM). В худшем случае равного расстояния между каналами большинство новых посторонних частот накладываются на существующие и вызывают интерференцию, в лучшем случае наблюдается лишь уменьшение мощности WDM-каналов.

В терминах квантовой механики четырехволновое смешение описывается как уничтожение фотонов одной частоты и рождение фотонов другой частоты, при этом выполняются законы сохранения энергии и импульса. Можно привести примеры различных вариантов протекания таких процессов:

- передача энергии трех фотонов  $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \hbar\omega_3$  одному фотону частоты  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ . Такой случай показан на рис. 96;
- уничтожение двух фотонов с частотами  $\omega_1, \omega_2$  и одновременное рождение двух фотонов с такими частотами  $\omega_3, \omega_4$ , что  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ ;
- если в предыдущем случае  $\omega_1 = \omega_2$ , то такой процесс называется *частично вырожденным четырехволновым смешением*. Он чрезвычайно распространен в волоконных световодах, поскольку при этом относительно легко обеспечивается выполнение условия фазового синхронизма (см. подразд. 1.4). Мощная волна накачки с частотой  $\omega_1$  генерирует две симметрично расположенные боковые полосы с частотами  $\omega_3$  и  $\omega_4$ , сдвинутыми от частоты накачки на величину

$$\omega_S = \omega_1 - \omega_3 = \omega_4 - \omega_1, \quad (2.52)$$

где для определенности взято  $\omega_3 < \omega_4$ . По аналогии с вынужденным комбинационным рассеянием низкочастотная и высокочастотная спектральные полосы ( $\omega_3$  и  $\omega_4$ ) называются, как уже отмечалось, соответственно *стоксовой и антистоксовой компонентами*. Отметим также, что стоксову и антистоксову волны часто называют *сигнальной и холостой волнами*, заимствуя терминологию из физики СВЧ.

На рис. 97 показаны наблюдавшиеся в эксперименте спектры холостой волны, полученные при изменении сигнальной частоты  $\omega_3$ . Пять различных пиков соответствуют различным комбинациям мод световода. В этом эксперименте волна накачки распространялась в одной моде.

Четырехволновое смешение чувствительно к следующим фактам:

- увеличению мощности каналов передачи информации;

- уменьшению частотного интервала между каналами;
- увеличению числа каналов.

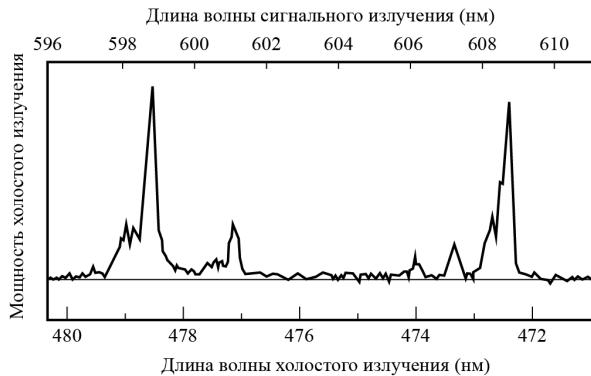


Рис. 97. Мощность и длина холостой волны  
как функция сигнальной длины волны

Влияние четырехволнового смешения в оптоволоконных линиях уменьшается:

- при увеличении эффективной площади волокна;
- увеличении абсолютного значения хроматической дисперсии (дисперсионного коэффициента  $\beta_2$ ).

*Действие четырехволнового смешения необходимо учитывать в системах, использующих волокно с ненулевой смещенной дисперсией, особенно в волокнах с большой эффективной площадью. Увеличение скорости передачи информации в канале незначительно влияет на эффективность четырехволнового смешения. Это явление также менее опасно в системах DWDM, использующих волокно с несмещенной дисперсией на длине волны  $\lambda = 1,55 \text{ мкм}$ , так как дисперсионная характеристика в этом случае является относительно пологой. Для волокна со смещенной дисперсией дисперсионная кривая имеет крутой наклон в этом спектральном диапазоне, и четырехволновое смешение необходимо учитывать.*

Моделирование четырехволнового смешения затруднено при распространении пикосекундных (сжатых) лазерных импульсов по много-модовым волокнам, поскольку при этом на протекание четырехвольновых процессов оказывают влияние и вынужденное комбинационное рассеяние, и фазовая самомодуляция, и фазовая кросс-модуляция, и дисперсия групповых скоростей.



Николас Бломберген (род. в 1920 г.) –  
нидерландский физик, лауреат  
Нобелевской премии по физике 1981 г.  
за вклад в развитие нелинейной оптики  
и лазерной спектроскопии



Чарльз Куэн Као (род. в 1933 г.) –  
американский ученый китайского  
происхождения, лауреат Нобелевской  
премии по физике 2009 г. за достижения  
в развитии оптоволоконных систем связи

### 2.8.2. Параметрическое усиление

Частично вырожденное четырехволновое смешение ( $\omega_1 = \omega_2$ ) приводит к переносу энергии из волны накачки в две волны с частотами, смещенными от частоты накачки  $\omega_2$  в стоксову и антистоксову области на величину (2.52). Если в световод вместе с накачкой вводится слабый сигнал частоты  $\omega_3$  (сигнальная волна), то он усиливается, причем одновременно генерируется новая волна частоты  $\omega_4$  (холостая волна). Этот процесс называют *параметрическим усилением*. Схема процесса представлена на рис. 98.

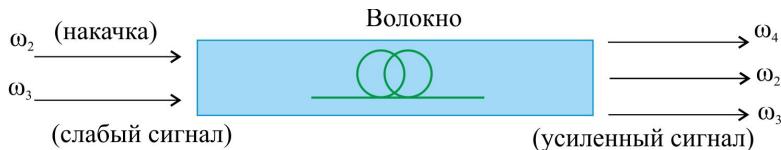


Рис. 98. Схема параметрического усиления

Параметрическое усиление эффективно происходит только в том случае, когда выполнено условие фазового синхронизма:

$$2\vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4.$$

Если в волокно вводятся волны накачки и сигнала, то интенсивности сигнальной и холостой волн на выходе световода ( $z = L$ ) в пренебрежении истощением накачки даются выражениями:

$$I_3(L) = I_3(0) \cdot \left[ 1 + \left( 1 + \frac{\sigma^2}{4g^2} \right) \cdot \operatorname{sh}^2(gL) \right], \quad (2.53)$$

$$I_4(L) = I_4(0) \cdot \left( 1 + \frac{\sigma^2}{4g^2} \right) \cdot \operatorname{sh}^2(gL),$$

где  $\sigma$  – суммарная расстройка волновых векторов сигнальной и холостой волн при суммарной начальной мощности накачки  $P_0$ ,  $\sigma = \Delta k + 2\gamma \cdot P_0$ ;  $g$  – параметрическое усиление,

$$g = \sqrt{(\gamma \cdot P_0)^2 - \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2};$$

$\operatorname{sh}(x)$  – гиперболический синус.

Система уравнений (2.53) описывает процесс усиления сигнала и генерации холостой волны.

На рис. 99 показана зависимость параметрического усиления  $g$  от  $\Delta k$  для нескольких значений  $\gamma P_0$ . Усиление максимально ( $g_{\max} = \gamma P_0$ ) при  $\sigma = 0$ , или  $\Delta k = -2\gamma P_0$ . Область, в которой существует усиление, определяется неравенством

$$-4\gamma P_0 < \Delta k < 0.$$

Смещение максимума усиления от точки  $\Delta k = 0$  обусловлено эффектами фазовой самомодуляции и кросс-модуляции.

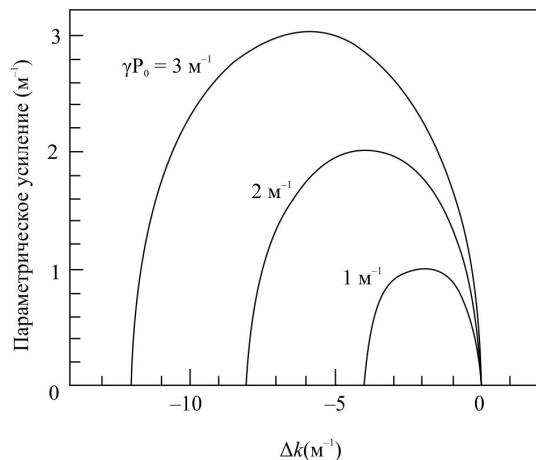


Рис. 99. Зависимость параметрического усиления от величины волновой расстройки

Коэффициент усиления сигнала за один проход по световоду определяется выражением

$$G_A = \frac{I_3(L) - I_3(0)}{I_3(0)} = \left(1 + \frac{\sigma^2}{4g^2}\right) \cdot \operatorname{sh}^2(gL). \quad (2.54)$$

Формула (2.54) показывает, что параметрическое усиление зависит от величины суммарной расстройки волновых векторов  $\sigma$ , т.е. от степени соблюдения условия фазового синхронизма. Если отсутствует фазовый синхронизм, то параметрическое усиление будет довольно малым.

В пределе

$$\sigma \gg \gamma \cdot P_0$$

из формулы (2.54) получаем:

$$G_A = (\gamma \cdot P_0)^2 \cdot \frac{\sin^2(\sigma L/2)}{(\sigma L/2)^2}. \quad (2.55)$$

В другом предельном случае, когда выполняется условие точного синхронизма ( $\sigma = 0$ ) и длина световода является большой ( $gL \gg 1$ ), коэффициент усиления за один проход по световоду преобразуется к более простому виду:

$$G_A = \frac{1}{4} \cdot \exp(2\gamma LP_0). \quad (2.56)$$

Формулы (2.54)...(2.56) получены для частично вырожденного четырехволнового смешения ( $\omega_1 = \omega_2$ ) и вырождения по мощности накачки, т.е. когда мощности двух волн накачки равны.

Параметрическое усиление используется в оптоволоконных линиях передачи информации аналогично тому, как используются ВКР-усиление и ВРМБ-усиление, в частности, для распространения сжатых оптических импульсов. Параметрические усилители применяются для обеспечения большой длины регенерационного участка, а также при использовании технологии уплотнения по длинам волн (DWDM). В основе работы параметрического усилителя, функционирующего в режиме вырождения по накачке и при отсутствии истощения накачки, лежит формула (2.56). Оценка ширины полосы усиления дает величину  $\Omega_A \sim \sim 100$  ГГц. Эта величина является промежуточной между аналогичными

величинами ВКР-усилителей и ВРМБ-усилителей (соответственно  $\Omega_A \sim 5$  ТГц и  $\Omega_A \sim 100$  МГц).

Параметрический усилитель имеет ряд специфических недостатков:

- требует соблюдения условия фазового синхронизма;
- накладывает жесткое условие на длину световода;
- требует точного учета положения и уровня усиления холостой волны;
- требует точного контроля истощения накачки и уширения ее спектра, приводящих к уменьшению параметрического усиления.

Эксперименты с такими усилителями свидетельствуют о возможности достижения больших коэффициентов усиления, однако требуют большой мощности накачки (30–70 Вт) и наличия специальных средств для поддержания синхронизма. На рис. 100 показано усиление  $G_A$  как функция мощности накачки  $P_0$  при трех значениях входной мощности сигнала  $P_3$ .

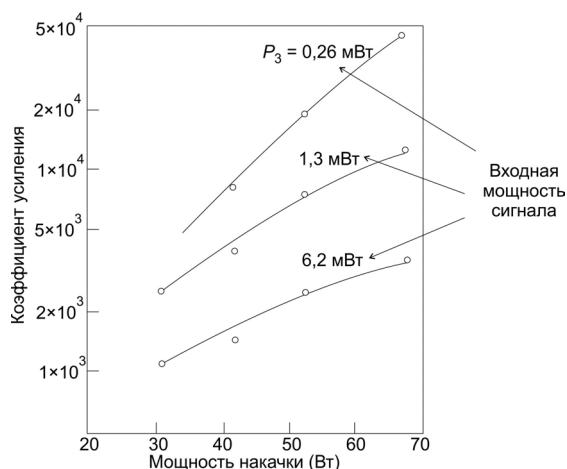


Рис. 100. Коэффициент усиления сигнала за один проход по волокну

Отклонение от экспоненциальной формы экспериментальных кривых, определяемой формулой (2.56), обусловлено насыщением усиления вследствие истощения накачки.

При накачке световода короткими импульсами возможны два эффекта, которые ослабляют параметрическое взаимодействие между волнами. Во-первых, спектр накачки уширяется вследствие фазовой самомодуляции. Если ширина спектра накачки превышает ширину поло-

сы усиления  $\Omega_A$ , то параметрическое усиление понижается подобно тому, как это происходит с ВРМБ-усилением. Во-вторых, разница групповых скоростей импульса накачки, сигнального и холостого импульсов приводит к их разбеганию. Оба этих эффекта вызывают уменьшение эффективной длины четырехволнового смешения.

### **2.8.3. Понятие о параметрической генерации света**

Отдельной и весьма яркой страницей нелинейной оптики является открытие и внедрение параметрической генерации света, примыкающей к параметрическим явлениям в волоконной оптике. Принципы параметрической генерации света были предложены в 1962 г. советскими учеными С.А. Ахмановым и Р.В. Хохловым и независимо – американскими учеными Н. Кроллом и Р. Кингстоном. Впервые в эксперименте параметрическую генерацию в нелинейном кристалле ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$  получили Д. Джордмейн и Р. Миллер (США) в 1965 г.

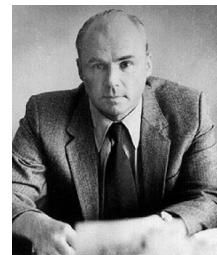
*Параметрическая генерация света* – это нелинейно-оптическое преобразование мощной световой волны накачки в когерентные световые волны меньших частот, значения которых могут перестраиваться.

Эффекты генерации суммарных и разностных частот при нелинейном преобразовании частоты излучения не ограничивают области использования нелинейных оптических явлений в волокне и других материалах. Создание параметрических генераторов света позволило получать *плавно перестраиваемое по частоте излучение*, что означает полное освоение всего оптического диапазона и дает рецепт генерации излучения на любой заданной длине волны из этого диапазона.

Рассмотрим принцип действия параметрических генераторов света. Перестройка частоты в них осуществляется на основе параметрического взаимодействия световых волн в нелинейном кристалле.

Пусть в среде взаимодействуют три световые волны, удовлетворяющие:

- закону сохранения энергии  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ;



Сергей Александрович Ахманов (1929–1991) – советский физик, один из ближайших сподвижников академика Р.В. Хохлова

(2.57)

- закону сохранения импульса  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3$ .

При этом волна на частоте  $\omega_3$  сильная, а волны на частотах  $\omega_1, \omega_2$  – слабые. Любая из слабых волн может рождаться в процессах типа

$$\omega_2 = \omega_3 - \omega_1, \quad \omega_1 = \omega_3 - \omega_2.$$

Увеличение мощности любой из них приводит к увеличению мощности другой, и наоборот. Это связано с тем, что при выполнении законов сохранения (2.57) нелинейное взаимодействие волн приводит к перекачке энергии от сильной волны к слабым волнам, аналогично тому, как это имеет место в случае генерации второй гармоники. Второе уравнение (2.57) есть условие выполнения фазового синхронизма.

Для таких процессов выполняются *соотношения Мэнли – Рой*, называемые еще законом сохранения числа фотонов:

$$\frac{dN_1}{dz} = \frac{dN_2}{dz} = -\frac{dN_3}{dz}. \quad (2.58)$$

Здесь  $N_1, N_2, N_3$  – число фотонов в волнах с частотами  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  соответственно. Физический смысл соотношений (2.58) прост. Фотоны на частотах  $\omega_1, \omega_2$  рождаются одновременно с уничтожением фотона на частоте  $\omega_3$ . Если ввести в рассмотрение интенсивность волны  $I_i$ , пропорциональную числу фотонов в волне  $N_i$  и энергии одного фотона  $\hbar\omega_i$ , то соотношения Мэнли – Роу можно интерпретировать следующим образом: *приращения интенсивности взаимодействующих волн на некотором пути, пройденном в нелинейном кристалле, относятся друг к другу как частоты этих волн*.

Итак, при воздействии на кристалл излучения с частотой  $\omega_3$  в направлении фазового синхронизма, как это следует из (2.58), излучение с частотами  $\omega_1, \omega_2$  усиливается вдоль направления распространения. Заметим, что волны на всех частотах с минимальной амплитудой и необходимым направлением распространения всегда существуют в среде при ненулевой температуре за счет флуктуаций полей. Для того чтобы эффект был заметен, необходимо увеличивать либо интенсивность поля накачки, либо длину кристалла. Использование сверхкоротких лазерных импульсов длительностью менее 100 пс позволяет создать параметрический генератор света на кристалле длиной в несколько сантиметров.

Можно поступить проще, вернув излучение на одной из частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  на вход кристалла (рис. 101), тем самым превратив усилитель в генератор, т.е. создать обратную связь.

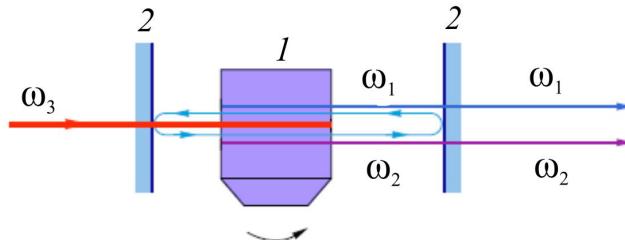


Рис. 101. Параметрический генератор света:  
1 – нелинейный кристалл; 2 – обратная связь (зеркала)

Именно на этом принципе создан параметрический генератор, в котором функцию обратной связи несет резонатор, состоящий из двух зеркал, установленных перпендикулярно оси резонатора. Именно резонатор позволяет выделить всякий раз те конкретные частоты  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , на которые «расщепляется» частота  $\omega_3$  волны накачки. В этом случае устройство способно генерировать излучение на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  с эффективностью около 10 % и выше. Какие частоты из широкого набора, удовлетворяющего первому равенству (2.57), будут при этом генерироваться? Те, которые удовлетворяют условию фазового синхронизма. При повороте кристалла либо при изменении его температуры этому условию будет удовлетворять уже другая пара частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ . Так осуществляется плавная перестройка частоты параметрического генератора.

Генератор будет работать только в том случае, когда усиление волн с частотами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  будет превосходить потери за один проход по резонатору, т.е. в случае высокой добротности. Если резонатор имеет высокую добротность на обеих частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , то говорят о *двухрезонаторном* генераторе. Если же добротность резонатора высока только на одной из двух частот, а на другой резонатор фактически отсутствует, то говорят об *однорезонаторном* генераторе. Наиболее распространенные схемы построения однорезонаторных (слева) и двухрезонаторных (справа) параметрических генераторов света показаны на рис. 102. Здесь НК – нелинейный кристалл,  $R$  – коэффициенты отражения зеркал.

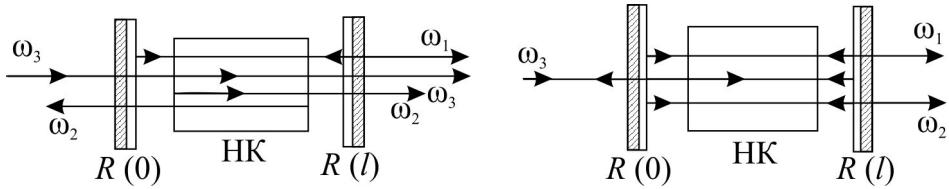


Рис. 102. Схемы построения параметрических генераторов света

## 2.9. Обращение волнового фронта. Методы получения обращенной волны

Рассмотрим монохроматическое световое поле в неоднородной среде, задаваемое уравнением

$$E(r, t) = A(r) \cos[\omega t - \varphi(r)]. \quad (2.59)$$

Тогда обращенной во времени к ней будет волна вида

$$\begin{aligned} E_{\text{обр}}(\vec{r}, t) &= A(\vec{r}) \cos[-\omega t - \varphi(\vec{r})] = \\ &= A(\vec{r}) \cos[\omega t + \varphi(\vec{r})]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Таким образом, для монохроматической волны обращение во времени эквивалентно изменению знака фазы:  $\varphi(\vec{r}) \rightarrow -\varphi(\vec{r})$  во всех точках пространства. Например, бегущей плоской волне  $E_1(z, t) = A \cos(\omega t - kz - \varphi_0)$  соответствует обращенная волна  $E_2(z, t) = A \cos(\omega t + kz + \varphi_0)$ , распространяющаяся навстречу исходной.

Для полей более сложной пространственной структуры процедуру обращения удобно иллюстрировать с помощью понятия волнового фронта. *Волновым фронтом* называется гипотетическая поверхность (или семейство поверхностей), определяемая условием постоянства фазы ( $\varphi(\vec{r}) = \text{const}$ ) и перемещающаяся вместе с волной. Нормали к этой поверхности совпадают с лучами, характеризующими локальное направление волн. Прямая и обращенная волны имеют в точности совпадающие волновые фронты, так что  $\varphi_{\text{обр}}(\vec{r}) = -\varphi(\vec{r})$  и направления их распространения противоположны друг другу (рис. 103).

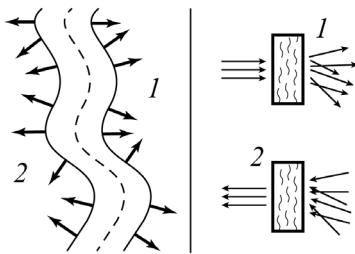


Рис. 103. Волновые фронты взаимно обращенных волн

*Обращение волнового фронта (ОВФ)* – это формирование волны, соответствующей обращенной во времени картине распространения падающей (входной) волны.

Получить обращенную волну для плоской входной волны – означает поставить плоское зеркало перпендикулярно направлению распространения. Для сферической волны – поставить сферическое зеркало с центром кривизны в источнике. Для любой другой волны – создать зеркало, совпадающее по форме с волновым фронтом.

При распространении падающей волны в неоднородной оптической среде фронт волны искажается, однако при обратном прохождении генерируемого поля через эту же среду искажения фронта изменят знак и будет иметь место их компенсация, т.е. волновой фронт падающей волны восстановится в обращенной волне. *Явление ОВФ предполагает автоматическое восстановление структуры падающей волны при обратном проходе по той же оптически неоднородной среде.*

Это явление широко используется при создании мощных лазерных систем с двухпроходными усилителями (рис. 104, а), открывает перспективы самонаведения излучения на малую мишень в задачах лазерного термоядерного синтеза (рис. 104, б), позволяет компенсировать искажения, вносимые элементами оптических схем, и корректировать сигналы, прошедшие через турбулентные или мутные среды и т.п.

Существуют два основных метода получения *обращенной волны*. Один из них основан на нелинейной оптике и предполагает создание зеркального эффекта с помощью использования вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна (ВРМБ) назад (см. подразд. 2.3.2). В этом случае в нелинейную среду вводится лазерное излучение с напряженностью поля  $E_L$ , заранее искаженное неоднородным элементом  $F$  (рис. 105). Энергия этой волны должна быть выше порога развития

ВРМБ. В результате очень слабый затравочный сигнал  $I_s(0)$ , появляющийся в результате спонтанного рассеяния, может усиливаться в триллионы раз, а наибольшее усиление как раз испытывает такая волна  $E_s$ , локальные максимумы которой всюду в пространстве совпадают с максимумами волны  $E_L$ .

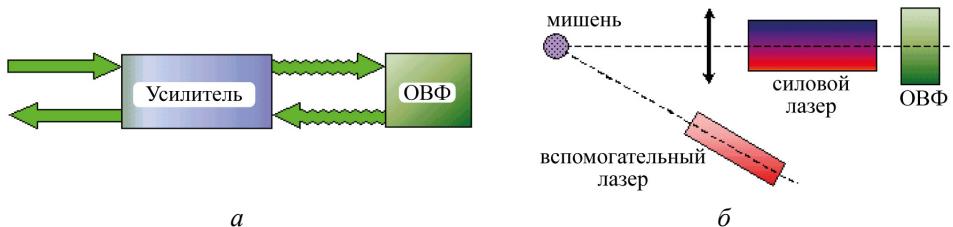
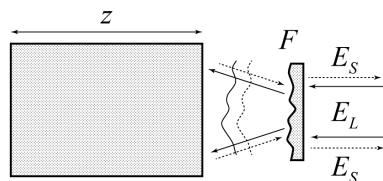


Рис. 104. Применение обращения волнового фронта



$$E_s \sim E_L \quad gI_L z \approx 25$$

$$I_s(z) = I_s(0) \exp(gI_L z)$$

Рис. 105. Реализация обращения волнового фронта с помощью использования ВРМБ

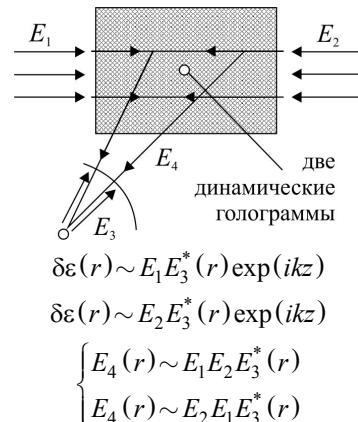


Рис. 106. Реализация обращения волнового фронта с помощью использования динамической голографии

Другой метод ОВФ основан на четырехвольновом взаимодействии и также реализуется в средах с кубической нелинейностью, освещаемых двумя точно встречными опорными волнами  $E_1$  и  $E_2$  (рис. 106). Сигнал  $E_3$ , подлежащий обращению, интерферирует в реальном масштабе времени с каждой из опорных волн. Обе возникающие голограммы с пространственной модуляцией диэлектрической проницаемости тут же считаются второй опорной волной с возбуждением четвертой волны, точно обращенной (комплексно-сопряженной) по отношению к падающему сигналу  $E_3$ .

Оба метода получения обращенной волны имеют свои достоинства и недостатки: при ВРМБ не предъявляются высокие требования к оптическому качеству среды, но нужно обеспечить выполнение пороговых условий по энергии; второй метод не является пороговым, но требует идеально однородной нелинейной среды.

## 2.10. Оценка эффективности нелинейных эффектов в волокне на основе кварцевого стекла

Измерения нелинейного показателя преломления в кварцевых световодах показывают, что произведение интенсивности излучения  $I$  на рефракционный индекс  $n_2$  является малой величиной по сравнению с линейной частью показателя преломления ( $n_2 \approx 3,2 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $n \approx 1,47$ ). Для других нелинейных кристаллов, характеристики которых приводятся в приложении, величина нелинейности может быть больше. Точно так же и измерения коэффициентов ВКР-усиления и ВРМБ-усиления показывают, что их значения в кварцевом стекле на два и более порядков меньше, чем в других нелинейных средах.

Несмотря на малые величины нелинейных характеристик в кварцевом стекле, нелинейные эффекты могут наблюдаться даже при относительно низких мощностях. Это возможно благодаря двум важным характеристикам одномодового волоконного световода:

- малому размеру моды (малому радиусу сердцевины)  $a \sim 2 \dots 4 \text{ мкм}$ ;
- чрезвычайно низким оптическим потерям  $\alpha_{\text{dB}} < 1 \text{ дБ/км}$ .

Характерный параметр эффективности нелинейного процесса в объемных средах – это произведение  $I \cdot L_{\text{эфф}}$ , где  $I$  – интенсивность используемого излучения,  $L_{\text{эфф}}$  – эффективная длина взаимодействия. Если излучение фокусируется в пятно радиусом  $a_0$ , то  $I = (\pi a_0^2)^{-1} \cdot P$ , где  $P$  – введенная в волокно оптическая мощность. Для гауссовского лазерного пучка имеем:  $L_{\text{эфф}} \approx \pi a_0^2 / \lambda$ .

Ясно, что  $I$  можно увеличить, сильнее фокусируя излучение, уменьшив тем самым  $a_0$ . Однако это ведет к уменьшению  $L_{\text{эфф}}$ , так как длина области фокусировки уменьшается при усилении фокусировки. Получаем, что для гауссовского пучка произведение

$$I \cdot L_{\text{эфф}} = (\pi a_0^2)^{-1} \cdot P(\pi a_0^2 / \lambda) = \lambda^{-1} \cdot P \quad (2.61)$$

не зависит от размера пятна  $a_0$ .

В одномодовых световодах размер пятна  $a_0$  определяется радиусом сердцевины  $a$ . Кроме того, диэлектрическим волноводам свойственно то, что постоянный размер пятна сохраняется вдоль всей длины световода  $L$ . В этом случае эффективная длина взаимодействия  $L_{\text{эфф}}$  ограничивается оптическими потерями световода  $\alpha_{\text{dB}}$ . Используя уравнение  $I(x) = I_0 \cdot \exp(-\alpha_{\text{dB}}x)$ , где  $I_0 = (\pi a_0^2)^{-1} \cdot P$ , для произведения  $I \cdot L_{\text{эфф}}$  получаем:

$$\begin{aligned} I \cdot L_{\text{эфф}} &= \int_0^L (\pi a_0^2)^{-1} P \exp(-\alpha_{\text{dB}}x) dx = \\ &= (\pi a_0^2)^{-1} \cdot P \cdot \alpha_{\text{dB}}^{-1} \cdot [1 - \exp(-\alpha_{\text{dB}} \cdot L)]. \end{aligned}$$

Сравнение полученного выражения с выражением (2.61) показывает, что эффективность нелинейного процесса в волоконных световодах может быть значительно увеличена по сравнению с соответствующей эффективностью в обычной объемной среде:

$$\frac{(I \cdot L_{\text{эфф}})_{BC}}{(I \cdot L_{\text{эфф}})_{\text{объем}}} = \frac{\lambda}{\pi a_0^2 \alpha_{\text{dB}}}, \quad (2.62)$$

где предполагается, что  $\alpha_{\text{dB}} \cdot L \gg 1$ . В видимой области спектра при  $\lambda = 0,53 \text{ мкм}$ ,  $a_0 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$  оптические потери несколько выше ( $\alpha_{\text{dB}} \approx 10 \text{ дБ/км}$ ) и отношение (2.62) составляет примерно  $10^7$ . На длине волны  $\lambda = 1,55 \text{ мкм}$ , где световод имеет минимальные потери  $\alpha_{\text{dB}} \approx 0,2 \text{ дБ/км}$ , увеличение эффективности еще выше и составляет примерно  $10^9$  раз.

Именно это огромное увеличение эффективности нелинейных процессов делает волоконно-оптические системы пригодной оптической средой для наблюдения большого разнообразия нелинейных эффектов при относительно низких мощностях, вводимых в волокно. Это обусловлено тем, что *низкая нелинейная восприимчивость кварцевого стекла при относительно малой мощности компенсируется большой протяженностью волоконных линий*.

## 2.11. Волоконные лазеры и генераторы

Впервые идея об использовании оптического волокна в качестве активной среды для генерации когерентного излучения была высказана и обоснована американским физиком Э. Снитцером в 1961 г. Через 3 года им был создан и продемонстрирован первый лазер, в качестве рабочей среды которого использовалось оптоволокно, легированное неодимом

Nd. Лазер был крайне несовершенным по причине отсутствия в то время необходимой элементной базы. Стремительное развитие волоконных лазеров в различных странах началось с начала 1980-х гг. В нашей стране это направление развивалось под руководством А.М. Прохорова и Е.М. Дианова.



Академик Александр Михайлович  
Прохоров (1916–2002) – советский физик,  
лауреат Нобелевской премии (совместно  
с Н.Г. Басовым и Ч. Таунсом)  
за изобретение лазера



Академик Евгений Михайлович Дианов  
(род. в 1936 г.) – ученик А.М. Прохорова,  
ныне возглавляет Научный центр  
волоконной оптики Российской  
академии наук

*Волоконный лазер* представляет собой оптический квантовый генератор, в котором активная среда и резонатор построены на базе оптического волокна. При полностью волоконной реализации такой лазер называется цельноволоконным, при комбинированном использовании волоконных и других элементов в конструкции лазера он называется волоконно-дискретным, или гибридным.

Волоконный лазер состоит из модуля накачки (это, как правило, широкополосные светодиоды или лазерные диоды), волоконного световода, в котором происходит генерация, и резонатора. Световод содержит активное вещество и волноводы накачки. На рис. 107 показана схема непрерывного волоконного лазера. До 2005 г. в качестве активной среды в таких лазерах использовались волоконные световоды, легированные только редкоземельными элементами из группы лантаноидов (Nd, Yb, Er, Ho, Tm, Pr), однако в 2005 г. были созданы новые активные материалы – легированные висмутом Ві стеклянные волоконные световоды. Источником накачки является высокояркий и долгоживущий лазерный диод (ЛД).

Зеркалами резонатора лазера служат волоконные брэгговские решетки (ВБР) – перпендикулярные оси лазера участки оптического волновода, в которых создается структура с модулированным показателем преломления (рис. 108). Характеристики применяемых ВБР приводятся в приложении.

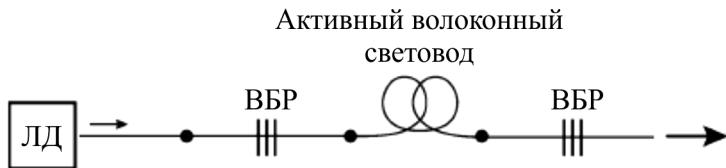


Рис. 107. Схема непрерывного волоконного лазера

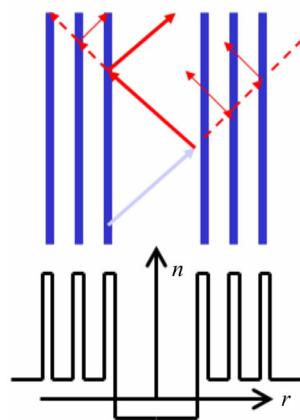


Рис. 108. Механизм распространения света  
в волоконных брэгговских структурах

Существуют различные конструкции накачки оптических волноводов, из которых наиболее употребительными являются чисто волоконные конструкции. Одним из вариантов (рис. 109) является размещение активного волокна внутри нескольких оболочек, из которых внешняя является защитной (так называемое оптоволокно с двойным покрытием – *double-clad fiber*). Первая оболочка изготавливается из чистого кварца диаметром в несколько сотен микрон, а вторая – из полимерного материала, показатель преломления которого подбирается меньшим, чем у кварца. Таким образом, первая и вторая оболочки создают многомодовый волновод с большим поперечным сечением и большой числовой апертурой, в который запускается излучение накачки. Эффективное возбуждение ионов редкоземельных элементов достигается подбором диаметров активной сердцевины и волновода накачки.

В одну защитную оболочку встраивается несколько волноводов, один из которых является активным, а другие являются волноводами накачки. Накачка осуществляется благодаря полю, проникающему в

активную среду через их стенки. Особенностью технологии является возможность ввода излучения накачки через оба торца каждого из волноводов накачки. По такой технологии можно получить выходную мощность порядка 100 Вт.

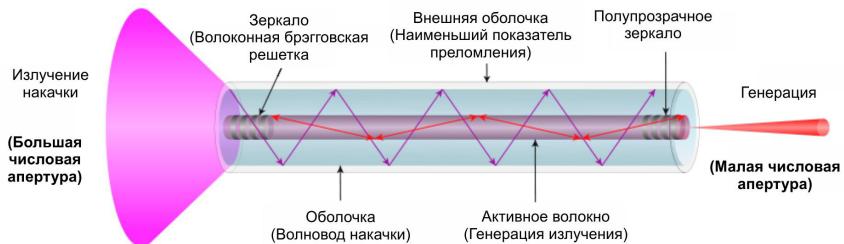


Рис. 109. Схема накачки волоконного лазера с двойным покрытием

В последние годы наблюдается стремительное развитие волоконных лазеров. Объем рынка волоконных лазеров составлял в 2007 г. 240 млн долларов США, а за 5 лет ожидается его удвоение. Особенно большие успехи достигнуты в создании мощных непрерывных волоконных Yb-лазеров, широко применяемых при обработке материалов (сварка, резка, сверление). По сравнению с мощными газовыми CO<sub>2</sub>-лазерами, которые традиционно используются для этой цели, волоконные лазеры при той же мощности обеспечивают более высокие качество и скорость обработки. Динамика роста мощности непрерывных волоконных лазеров показана на рис. 110.

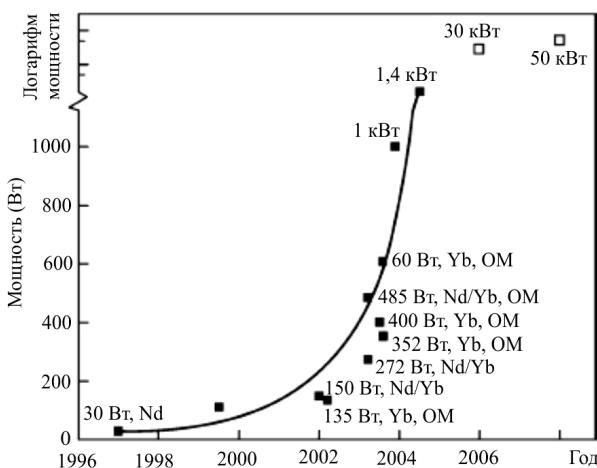


Рис. 110. Рост максимальной выходной мощности непрерывных волоконных лазеров

Волоконные лазеры превосходят другие типы лазеров практически по всем существенным параметрам, важным с точки зрения их промышленного использования. Линейка мощных и сверхмощных промышленных волоконных лазеров включает в себя модели от 100 Вт до десятков кВт (рис. 111).



Рис. 111. Промышленные волоконные Yb-лазеры серии ЛС  
мощностью (слева направо) 8 кВт, 4 кВт и 2 кВт

Волоконные световоды с низкими потерями и различным составом сердцевины позволяют эффективно преобразовывать частоту лазерного излучения с помощью вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). В таких волоконных лазерах оптическое волокно выполняет пассивную роль. Так, высоконелинейные волоконные световоды из фосфоросиликатных и германосиликатных стекол с низкими оптическими потерями стали основой семейства эффективных ВКР-лазеров, генерирующих в области длин волн 1,1–2,2 мкм при их накачке волоконным Yb-лазером. Пример конструктивного исполнения ВКР-лазера приведен на рис. 112.



Рис. 112. Волоконный ВКР-лазер

В волоконном лазере можно получать как одночастотную генерацию, так и генерацию сверхкоротких (фемтосекундных, пикосекундных) световых импульсов. Вопросы, относящиеся к оптике сверхкоротких (длительность менее 100 пс) импульсов, рассмотрены в подразд. 2.6. За счет применения оптических затворов, синхронизации мод и специальных методов компрессии в волоконных лазерах удается уйти от ситуации, когда атомы активной среды за время выхода излучения успевают много раз «сбросить» энергию, и добиться «выплескивания» накопленной энергии в виде очень короткого импульса огромной мощности (рис. 113).

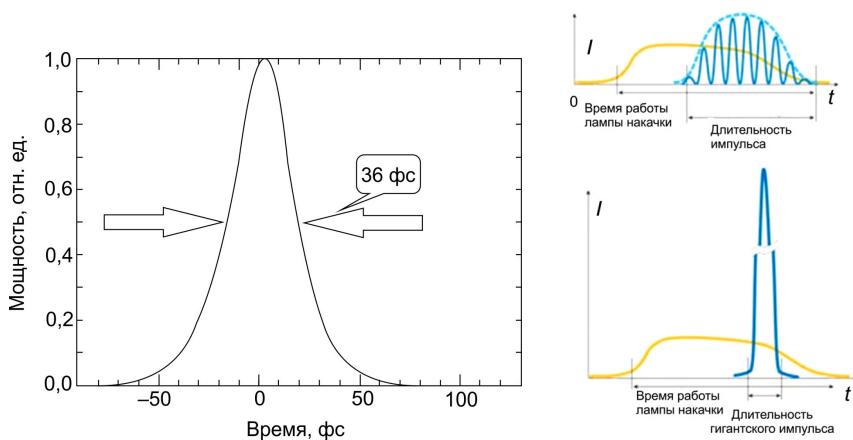


Рис. 113. Формирование сверхкороткого выходного импульса

Большой интерес проявляется в последнее время к фемтосекундным волоконным лазерам, которые, в отличие от объемных аналогов (например, титан-сапфирового лазера), более компактны и дешевы. Волоконный лазер, генерирующий импульсы длительностью около 50 фс, помещается на ладони (рис. 114). Для микрообработки прозрачных и непрозрачных материалов (металлы и полупроводники) в настоящее время созданы промышленные фемтосекундные волоконные лазеры, генерирующие импульсы длительностью от 50 до 5000 фс с энергией в импульсе  $10^{-6}$ – $10^{-4}$  Дж. Существующие лазеры сверхкоротких импульсов достигли длительности порядка 10 фс. Имеют место сообщения о создании экспериментальных систем с аттосекундной длительностью импульса ( $1 \text{ ас} = 10^{-18} \text{ с}$ ).



Рис. 114. Компактный волоконный лазер PERL

*Основными направлениями применения фемтосекундных волоконных лазеров являются:*

- разработка и совершенствование прецизионных и компактных оптических часов;
- исследования в астрофизике по поиску экзопланет и точному определению скорости расширения Вселенной;
- прецизионная обработка различных материалов, создание разнообразных микро- и наноструктур;
- медицина, биология.

Оптический импульс малой длительности в соответствии с принципом неопределенности В. Гейзенберга имеет очень широкий спектр. Отсюда следует, что для получения сверхкоротких импульсов необходимо иметь излучение с широким спектром, а затем преобразовать излучение так, как требует та или иная техническая задача (см. подразд. 2.6.1 и рис. 89). Для этого необходимо ввести в волоконный световод оптический сигнал со сверхпороговой интенсивностью, который за счет различных нелинейных эффектов (фазовая самомодуляция, вынужденное комбинационное рассеяние, ВРМБ, четырехвольновое смешение) вызовет широкую полосу вторичной генерации. Образуется так называемый «суперконтинуум», механизм формирования которого может быть различным с учетом многообразия задействуемых нелинейных эффектов и их комбинаций друг с другом. Данный принцип лежит в основе работы *волоконных генераторов суперконтинуума*. В качестве примера на рис. 115 представлены выходной спектр (слева) и конструктивное исполнение (справа) промышленного генератора суперконтинуума EFOA-UB, с шириной спектра 1000–2000 нм и средней выходной мощностью  $> 150$  мВт.

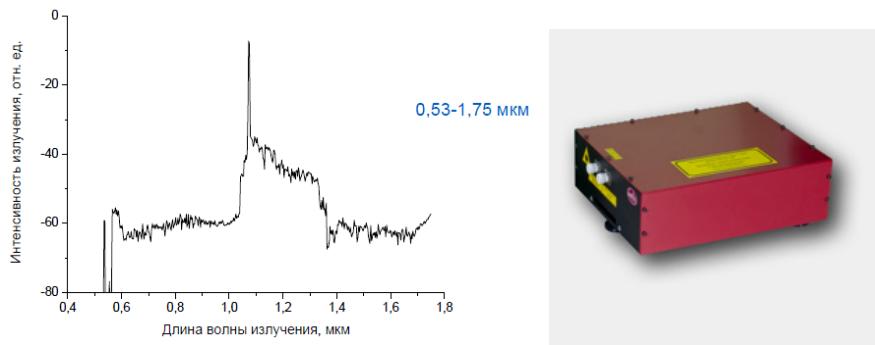


Рис. 115. Волоконный генератор суперконтинуума

Некоторые приложения генерации суперконтинуума представлены в табл. 3.

Таблица 3

	Импульсная накачка	Непрерывная накачка
Измерение оптических частот	$\beta_2 < 0$	—
Оптические часы	$\beta_2 < 0$	—
Томография	+	+
WDM	$\beta_2 > 0$	—
ВКР-усилители	+	+
Генерация УКИ	+	—
Спектроскопия с временным разрешением	+	—

Еще одним видом волоконных лазеров являются *солитонные лазеры*. Их основная идея состоит в использовании волоконного световода для осуществления синхронной подачи части энергии обратно в резонатор лазера, работающего в режиме синхронизации мод. Поскольку световод из-за влияния нелинейных эффектов изменяет форму импульса, формируя в зависимости от пиковой мощности фундаментальный солитон или солитон высшего порядка, инжектируемый импульс будет по форме отличаться от импульса, генерируемого самим лазером. После нескольких циклов формируется стационарное состояние, в котором импульсы являются солитонами данного световода. Длительностью импульсов можно управлять, изменения длину световода.

На рис. 116 изображена схема солитонного лазера, примененная впервые Молленгаузером и Столеном. Здесь  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  – полностью отражающие зеркала,  $M_0$  – частично отражающее (~70 %) зеркало,  $S$  –

пластиинка для разделения светового пучка на две равные части, В – двулучепреломляющие пластиинки для перестройки длины волны лазера,  $L_1$  и  $L_2$  – микрообъективы для ввода излучения в отрезок одномодового световода, поддерживающего поляризацию.

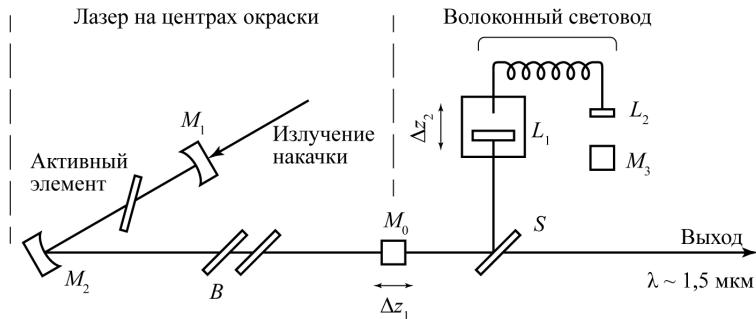


Рис. 116. Схема солитонного лазера

При отсутствии волоконного резонатора сам лазер на центрах окраски генерирует импульсы длительностью  $\geq 8$  пс, перестраиваемые в диапазоне 1,4–1,6 мкм. При использовании волокна для обеспечения синхронной обратной связи длительность лазерных импульсов сокращается в зависимости от длины световода до 0,2–2 пс. Измерения показали, что импульсы имеют форму, близкую к гиперболическому секансу. Это подтверждает, что импульсы в волоконном световоде являются оптическими солитонами. Используя данный метод, можно получить импульсы длительностью до 50 фс.

## 2.12. Современные проблемы и перспективы развития нелинейной волоконной оптики

Уже сегодня волоконно-оптические технологии, в том числе связанные с нелинейной волоконной оптикой, определяют уровень развития таких важных сфер государственной деятельности, как экономика, образование, оборона, инфраструктура государственного управления. В литературе широко обсуждается необходимость создания нового поколения оптоволоконных систем, с одной стороны, обеспечивающих скорости передачи информации по одному волоконному световоду 50–100 Тбит/с и выше (1 Тбит =  $10^{12}$  бит), а с другой – имеющих меньшее потребление энергии и более низкую стоимость.

Сейчас область волоконно-оптической связи вышла на качественно новый уровень. Связано это с внедрением технологий спектрального уплотнения каналов (*Dense Wavelength Division Multiplexing – DWDM*). Суть ее в том, что в световоде создается не один, а несколько оптических каналов, отличающихся длиной волны, по каждому из которых передается относительно небольшой поток информации. Раньше он составлял 2,5 Гбит/с, сейчас в одном канале передаются потоки 10 Гбит/с и более (до 100 Гбит/с). И таких каналов в оптоволоконном световоде можно «нарезать» более сотни. Таким образом, благодаря технологии спектрального уплотнения каналов мы можем говорить о переходе к терабитным системам цифровой связи (рис. 117).

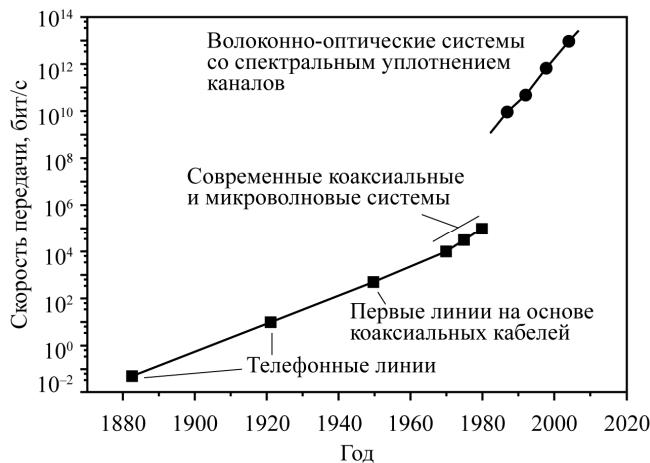


Рис. 117. Рост скорости передачи информации

В системах связи и передачи информации со спектральным уплотнением каналов полная скорость передачи по одному волоконному световоду

$$B(\text{бит/с}) = N \cdot b(\text{бит/с}),$$

где  $N$  – число спектральных каналов, вводимых в один световод,  $b$  – скорость передачи информации в одном канале. Задача увеличения  $B$  может быть решена одновременным увеличением  $N$  и  $b$ .

В настоящее время чаще всего  $b = 10$  Гбит/с, но еще в 2008 г. продемонстрированы коммерческие системы с  $b = 40$  Гбит/с и начаты работы по созданию систем с  $b = 100$  Гбит/с. По оценкам, уже сейчас имеются коммерческие линии со скоростью передачи информации по одному волоконному световоду  $B = 1\dots2$  Тбит/с и экспериментальные

системы до 70 Тбит/с. Увеличение числа спектральных каналов в одной волоконной линии неизбежно приведет к расширению спектральной области передачи информации. В настоящее время в DWDM-системах используется в основном спектральная область 1530–1625 нм в соответствии с утвержденным Международным союзом электросвязи (ITU) частотным планом для телекоммуникационных систем (диапазоны С и L на рис. 118).

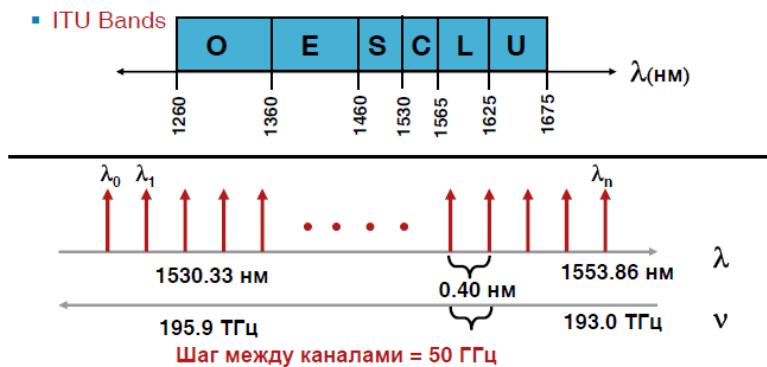


Рис. 118. Частотный план для телекоммуникационных систем

По мнению специалистов, будущие оптоволоконные системы связи будут использовать всю спектральную область 1300–1625 нм. Это, в свою очередь, потребует разработки эффективных волоконных лазеров и широкополосных волоконных усилителей, которые для спектрального диапазона 1300–1500 нм пока отсутствуют.

Другим следствием увеличения числа каналов в одном волоконном световоде является существенный рост мощности сигналов в сердцевине одномодового световода, что может привести к перекрестным помехам из-за нелинейного взаимодействия оптических сигналов (рис. 119). Отсюда вытекают ограничения в возможности мультиплексирования каналов.

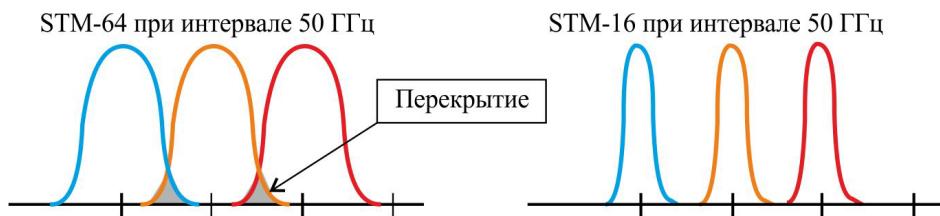


Рис. 119. Спектральное размещение каналов в волокне

Для исключения нелинейного перекрытия спектров соседних каналов следует уменьшать скорость передачи в расчете на канал (например, переход от режима STM-64 к режиму STM-16 на рис. 119). Можно идти и другим путем – создавать новое поколение передающих волоконных световодов либо с большим диаметром сердцевины (поля моды) одномодового световода, либо на основе материала сердцевины с меньшей нелинейностью.

В настоящее время разрабатываются следующие подходы к увеличению скорости передачи информации по одному волоконному световоду:

- многоуровневая модуляция оптического излучения;
- создание многосердцевинных волоконных световодов;
- создание волоконных световодов с модовым уплотнением каналов;
- создание микроструктурированных (или фотонно-кристаллических) волоконных световодов.

Рассмотрим последнее направление более подробно. Основные преимущества волоконных лазерных систем и нелинейно-оптических устройств обусловлены, в том числе, геометрией используемого волокна. В настоящее время все шире используются оптические волокна нового типа, представляющие собой изготовленную из плавленого кварца или другого материала нано- или микроструктуру с периодической либо апериодической системой цилиндрических воздушных отверстий, ориентированных вдоль оси волокна. Подобная нано- или микроструктура обычно изготавливается путем вытяжки из заготовки, набранной из капиллярных трубок со сплошным кварцевым стержнем в центре. Это и есть микроструктурированные волокна.

Принцип построения микроструктурированных (МС) волокон иллюстрируется на рис. 120.

Дефект микроструктуры, соответствующий отсутствию одного или нескольких воздушных отверстий (в центре на рис. 120, б), может выполнять функцию, аналогичную функции сердцевины стандартного волокна, и обеспечивать волноводный режим распространения излучения. Волноводные моды в МС-волокнах формируются в результате интерференции отраженных и рассеянных волн. Размер сердцевины получаемых волокон варьируется от одного до нескольких десятков микрон.

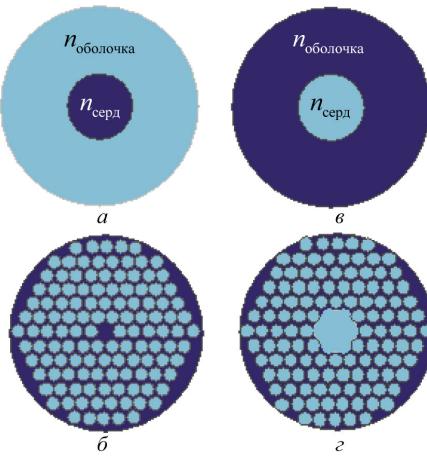


Рис. 120. Оптические волокна различной архитектуры:  
 $a$  – стандартное волокно;  $b$  – микроструктурированное волокно;  $c$  – стандартное полое волокно со сплошной оболочкой;  $d$  – полое волокно с фотонно-кристаллической оболочкой

Наряду с обычными волноводными режимами, обеспечиваемыми явлением полного внутреннего отражения, МС-волокна при определенных условиях поддерживают волноводные моды электромагнитного излучения, формируемые за счет высокой отражательной способности оболочки волокна в области фотонных запрещенных зон. Такие режимы волноводного распространения реализуются в волокнах с оболочкой в виде двумерно периодической нано- или микроструктуры (двумерного фотонного кристалла) и полой либо твердотельной сердцевиной (рис. 120,  $b$ ,  $c$ ). Фотонная запрещенная зона, возникающая в спектре пропускания двумерной периодической оболочки волокон данного типа, обеспечивает высокий коэффициент отражения для излучения, распространяющегося вдоль полой сердцевины, позволяя существенно снизить оптические потери, присущие модам обычных полых волноводов со сплошной оболочкой и быстро растущие с уменьшением диаметра полой сердцевины.

Уникальность МС-световодов для оптических технологий и волоконных лазерных систем обусловлена возможностью активного формирования частотного профиля дисперсии собственных мод таких волокон путем изменения их структуры. *Такие световоды позволяют реализовать сложные частотные профили дисперсии, которые не могут быть сформированы для стандартных оптических волокон. Как след-*

*ствие, в микроструктурированных волокнах наблюдаются новые нелинейно-оптические явления и новые режимы спектрально-временного преобразования сверхкоротких лазерных импульсов.*

На рис. 120, *a*, *b*, *в* представлены фотоизображения поперечного сечения МС-волокон с большой разностью показателя преломления сердцевины и эффективного показателя преломления оболочки, обеспечивающей высоким удельным содержанием воздуха в оболочке. Волокна этого типа позволяют достичь высокой степени локализации электромагнитного поля в сердцевине, что приводит к высоким значениям коэффициента нелинейности, определяющего эффективность нелинейно-оптических взаимодействий в волокне при заданной пиковой мощности лазерного импульса. Высокоэффективные волоконно-оптические преобразователи частоты сверхкоротких импульсов и источники излучения с широким непрерывным спектром (суперконтиума), разработанные на основе МС-световодов с высокой оптической нелинейностью (см. рис. 120, *a*, *b*, *в*), позволяют решать фундаментальные задачи в области оптической метрологии и оптики сверхкоротких лазерных импульсов, а также активно используются для целей лазерной биомедицины, нелинейной спектроскопии и микроскопии.

Благодаря возможности активного формирования частотного профиля дисперсии МС-световоды все шире используются в качестве элементов, осуществляющих требуемый баланс или компенсацию дисперсии в волоконно-оптических лазерных генераторах, позволяющих получать сверхкороткие лазерные импульсы с высоким качеством временной огибающей. Благодаря возможности управления профилем дисперсии и высокой оптической нелинейности, достигаемой за счет малого размера световедущей жилы, *МС-волокна позволяют реализовать эффективные схемы оптической параметрической генерации света на кубической оптической нелинейности материала волокна.*

Естественное ограничение на плотность энергии лазерного излучения в оптической системе связано с оптическим пробоем материала, из которого изготовлены оптические элементы. Для повышения энергии лазерных импульсов, формируемых волоконными лазерами, требуется увеличение площади поперечного сечения волокна. Стандартные световоды с большой площадью сердцевины, однако, как правило, характеризуются сложным модовым составом и не позволяют получить лазерное излучение с высоким качеством поперечного профиля интен-

сивности. Эта проблема также может быть решена путем микроструктурирования оболочки волокна. Воздушные отверстия достаточно малого диаметра в оболочке МС-волокна осуществляют фильтрацию собственных мод высокого порядка, позволяя реализовать одномодовый режим передачи излучения в световодах с большой площадью поперечного сечения (рис. 121, *г*). При этом для локализации излучения накачки во внутренней части МС-волокна и обеспечения наибольшего пространственного перекрытия излучения накачки и лазерного излучения в поперечном сечении волокна внутренняя микроструктурированная часть волокна изолируется от оболочки с помощью кольцевой системы воздушных отверстий большого диаметра.

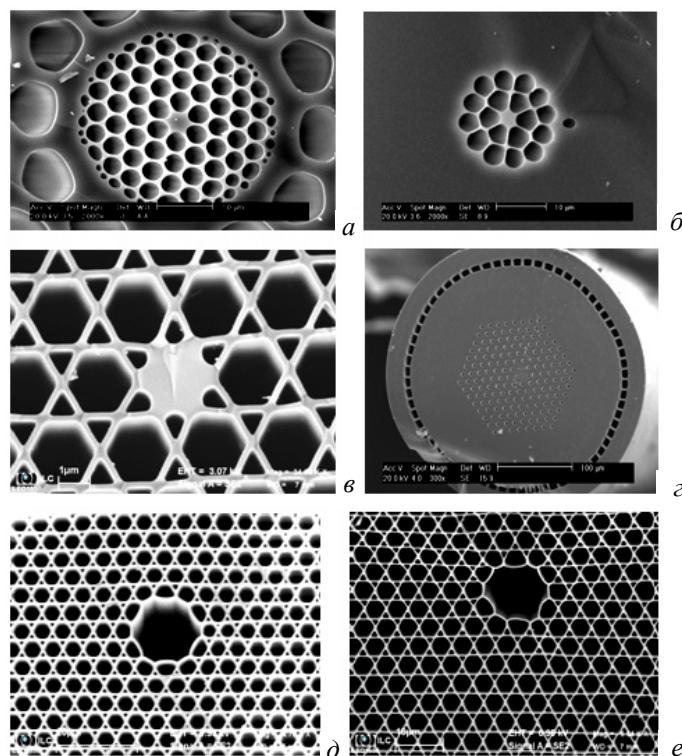


Рис. 121. Фотоизображения поперечных сечений микроструктурированных световодов: *а, б, в* – волокна с высокой оптической нелинейностью; *г* – световод с большой площадью сердцевины; *д, е* – полое волокно

Радикальное увеличение энергии лазерных импульсов в устройствах волоконной оптики может быть достигнуто за счет использования волноводов с полой сердцевиной. Для стандартных полых волноводов

капиллярного типа, однако, потери быстро (пропорционально  $a^{-3}$ ) растут с уменьшением радиуса полой сердцевины волновода  $a$ . Поэтому такие волноводы не позволяют реализовать одномодовый режим распространения и достичь высокой интенсивности для импульсов небольшой пиковой мощности. Потери собственных мод, локализованных в полой сердцевине волновода, могут быть существенно уменьшены при использовании двумерно периодической (фотонно-кристаллической) оболочки (рис. 121, *d, e*). В условиях сильной связи падающей и отраженной волн, реализующейся в ограниченной полосе частот, называемой фотонной запрещенной зоной, периодическая структура характеризуется высоким коэффициентом отражения, позволяющим реализовать волноводное распространение в полой сердцевине волновода с предельно низкими потерями. В настоящее время изготовлены волоконные световоды с воздушной сердцевиной, имеющие минимальные оптические потери 1,7 дБ/км. Спектр оптических потерь такого световода показан на рис. 122.

Среди других преимуществ волоконных световодов на основе фотонных кристаллов следует отметить *возможность изменения в значительно более широких пределах, чем в обычных световодах, таких важных параметров, как дисперсия, коэффициент нелинейности, размер поля моды*.

Сейчас во многих научных центрах мира проводятся интенсивные исследования по созданию волоконных световодов на основе фотонных кристаллов. Нет сомнения, что уже в недалеком будущем они найдут широкое коммерческое применение.

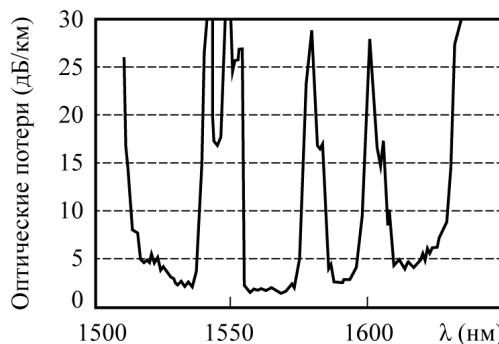


Рис. 122. Спектр оптических потерь в волоконных световодах с воздушной сердцевиной

В волоконных лазерных системах полые волноводы с фотонно-кристаллической оболочкой используются для компрессии мощных световых импульсов, позволяя формировать на выходе системы световые импульсы мегаваттного уровня пиковой мощности длительностью порядка 100 фс.

Таким образом, *МС-волокна играют ключевую роль в создании новых волоконно-оптических систем для генерации сверхкоротких лазерных импульсов и управления их параметрами*.

Академик Е.М. Дианов выделяет три основные проблемы в современной нелинейной волоконной оптике:

**1. Проблема широкополосного оптического усиления.** Спектральная область современных световодов, в которой возможна передача оптических сигналов с относительно низкими потерями, очень широка: 1,2–1,6 мкм. Сейчас же в основном используются только два участка спектра: в районе 1,3 мкм и в районе 1,55 мкм. Возможность использования всей указанной области (и, соответственно, существенного увеличения пропускной способности) связана с решением проблемы широкополосного усиления.

**2. Необходимость иметь широкополосные лазеры**, которые генерируют излучение на длинах волн с малым шагом ( $\sim 0,5$  нм). Современные полупроводниковые лазеры не могут обеспечить стабильную длину волны, так как она сильно зависит от температуры. Здесь целесообразно идти по пути совершенствования волоконных лазеров на основе редкоземельных элементов и воздействия на них нелинейных оптических эффектов.

**3. Проблема, связанная с совершенствованием конструкции самих волоконных световодов**, например на основе микроструктурированных волокон. Это один из эффективных способов ослабления ограничений на мощность оптического излучения, вводимого в световод.

При обсуждении перспектив развития нелинейной волоконной оптики следует помнить об одном из основных требований к волоконно-оптическим системам связи и передачи информации – уменьшении энергопотребления такими системами и снижении их стоимости.

Известно, например, что в настоящее время Интернет потребляет больше энергии, чем вся авиация в мире. Эта энергия идет на преобразования в волоконно-оптических сетях оптических сигналов в электронные и обратно. Решение здесь очевидное, но не простое – полно-

стью оптическая обработка сигналов. Еще одним решением проблемы снижения потребления энергии и стоимости является интеграция оптических и электронных схем на одной кремниевой подложке. Оба подхода подразумевают разработку новой элементной базы, в том числе высоконелинейных волоконных световодов и планарных волноводов. В ближайшие годы в качестве эффективных оптических коммутирующих элементов, по-видимому, будут созданы оптоэлектронные системы, содержащие устройства, разнородные по физическим принципам их работы. Именно комплексность может обеспечить оптоэлектронным системам такие свойства, которые выгодно отличают их от чисто электронных и чисто оптических.

## 2.13. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Почему можно пренебречь параметрическими процессами второго порядка в кварцевых волокнах?
2. Почему четырехволновое смешение является одним из самых нежелательных нелинейных оптических эффектов в оптоволоконных системах передачи информации?
3. Объяснить, в чем смысл физической ситуации, иллюстрируемой на рис. 96.
4. Как зависит вероятность появления в приемном устройстве оптоволоконной линии ложных сигналов от числа используемых каналов и почему?
5. Почему случай частично вырожденного четырехволнового смешения является с практической точки зрения важным для оптоволоконных линий?
6. Как можно уменьшить влияние четырехволнового смешения в оптоволоконных линиях?
7. Сравнить свойства параметрического усиления со свойствами ВКР-усиления и ВРМБ-усиления.
8. Используя формулу (2.56), оценить длину световода  $L$ , при которой можно получить значения коэффициента параметрического усиления  $G_A$  за один проход по световоду, представленные на рис. 100.
9. Какова связь между поляризацией среды на разностной частоте и параметрической генерацией света?

10. Объяснить, как определить пару частот, которые будут усиливаться в параметрическом генераторе света.
11. Как осуществляется плавная регулировка частоты в параметрическом генераторе света?
12. Каков физический смысл соотношений Мэнли – Рой (2.58)?
13. В чем состоит явление обращения волнового фронта и как оно используется?
14. Сравнить методы получения обращенной световой волны.
15. Почему эффективность нелинейных процессов в оптоволоконных системах передачи информации может быть значительно больше по сравнению с соответствующей эффективностью в объемной оптической среде?
16. Пояснить принцип действия волоконного лазера непрерывного действия.
17. Для чего в волоконных лазерах применяются брэгговские решетки?
18. Каковы пути повышения выходной мощности волоконных лазеров?
19. Объяснить назначение волоконных генераторов суперконтируума и физические принципы их работы.
20. Какие нелинейные оптические явления используются в работе волоконных лазеров и генераторов?
21. Объяснить значение такого направления развития нелинейной волоконной оптики, как совершенствование технологий DWDM.
22. За счет чего применение технологии DWDM позволяет вести передачу информации в волоконном световоде с терабитными скоростями (рис. 117)?
23. Каковы причины ограничений мультиплексирования каналов при использовании технологий DWDM?
24. Оценить преимущества и недостатки оптических волокон различной архитектуры, представленных на рис. 120.
25. Каковы преимущества фотонно-кристаллических волоконных световодов для улучшения характеристик оптоволоконных линий передачи информации?
26. Что представляют собой фотонные запрещенные зоны в микроструктурированных волокнах?

27. Дать физическое объяснение низким оптическим потерям в спектре волоконного световода на рис. 122.

28. Каковы пути решения проблемы создания широкополосных лазеров с высокостабильными характеристиками для внедрения технологий спектрального уплотнения каналов?

29. Как решается в настоящее время проблема полностью оптической обработки сигналов в информационных системах?

30. Как решается в настоящее время проблема ослабления ограничений на оптическую мощность, вводимую в волоконный световод?

### 3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

#### 3.1. Примеры решения задач

Задача 1. Определить в одномерном случае дипольный момент  $p$  ангармонического осциллятора (электрона), наведенный монохроматическим полем:  $E(t) = A \cdot \cos \omega t$ . Вычислить восприимчивость среды  $\chi$ , если концентрация осцилляторов равна  $N_0$ . Принять, что слабая ангармоничность ( $\beta x \ll \omega_0^2$ ) обусловлена только наличием квадратичного члена в выражении для возвращающей силы:

$$F(x) = m_e (-\omega_0^2 x + \beta x^2).$$

Затуханием колебаний пренебречь.

##### *Решение*

Уравнение динамики колебательного движения осциллятора с учетом модели взаимодействия, принятой в задаче, имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \left( \frac{e}{m_e} \right) \cdot A \cos \omega t + \beta x^2. \quad (3.1)$$

Это нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение может быть найдено методом последовательных приближений и представлено как сумма  $x_1(t)$  – решения линейного уравнения вынужденных колебаний

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \left( \frac{e}{m_e} \right) \cdot A \cos \omega t \quad (3.2)$$

и  $x_2(t)$  – частного решения нелинейного уравнения (3.1). В соответствии с методикой, примененной в подразд. 1.7.2, находим:

$$p = -ex = \frac{\left( \frac{e^2 A}{m_e} \right)}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t + \frac{\beta}{2} \cdot \frac{\left( \frac{eA}{m_e} \right)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \left[ \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right]. \quad (3.3)$$

Формула (3.3) получается из формулы (1.47) при условии  $\delta = 0$ .

Находим поляризованность среды:  $P = N_0 p$ , а с другой стороны, имеем:

$$P = \epsilon_0 \cdot [\chi^{(1)} A \cos \omega t + \chi^{(2)} A^2 \cos^2 \omega t] = \epsilon_0 \cdot [\chi^{(1)} A \cos \omega t + \chi^{(2)} A^2 (1 + \cos 2\omega t)/2],$$

где учтено, что более высокие порядки в формуле (3.3) отсутствуют. Отсюда получаем, что восприимчивость среды  $\chi$  содержит линейную  $\chi^{(1)}$  и квадратичную  $\chi^{(2)}$  составляющие, для которых находим следующие расчетные формулы:

$$\chi^{(1)} = \frac{N_0 e^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

$$\chi^{(2)} = \frac{\beta N_0 e^2}{\epsilon_0 m_e^2} \cdot \frac{\left[ \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right]}{(\omega_0^2 - \omega^2)(1 + \cos 2\omega t)}.$$

Задача 2. Определить оптическую длину пути интенсивной плоской световой волны в оптоволоконном световоде длиной  $L = 1$  м из дигидрофосфата калия, слабонелинейного кристаллического материала с постоянным для заданной длины волны коэффициентом поглощения  $\mu = 0,05 \text{ см}^{-1}$ , коэффициентом преломления  $n_0 = 1,49$  и рефракционным индексом  $n_2 = 3,5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ . Членами второго и более высоких порядков в разложении показателя преломления  $n = n(I)$  пренебречь. Начальная интенсивность  $I_0 = 10^{15} \text{ Вт/см}^2$ .

### Решение

В соответствии с условием используем выражение для показателя преломления:  $n(I) = n_0 + n_2 I$ , а также воспользуемся законом Бугера:  $I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu x)$ . Находим оптическую длину пути:

$$\begin{aligned} L_{\text{опт}} &= \int_0^L n[I(x)] dx = \int_0^L (n_0 + n_2 I_0 \cdot \exp(-\mu x)) dx = \\ &= n_0 L + \frac{n_2 I_0}{\mu} \cdot [1 - \exp(-\mu L)]. \end{aligned}$$

Подставляя численные значения, получаем:  $L_{\text{опт}} = 1,56 \text{ м}$ .

Задача 3. Считая известной зависимость показателя преломления оптического кристалла от длины волны излучения  $n = n(\lambda)$ , получить

формулу для нахождения групповой скорости  $v_{\text{гр}}$  световых волн в данном кристалле как функцию длины волны излучения.

### Решение

Из соотношения для фазовой скорости  $v_{\phi}$  световой волны

$$v_{\phi} = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{\omega}{k},$$

где  $\omega$  – циклическая частота,  $k$  – волновое число, получаем:

$$dk = \frac{1}{c} \cdot \left[ n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega} \right] \cdot d\omega.$$

По определению групповая скорость

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \cdot \frac{dn}{d\omega}}.$$

Используя соотношения:  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega n}$  и  $\frac{dn}{d\omega} = \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\omega}$ , окончательно находим:

$$v_{\text{гр}}(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda) - \lambda \cdot \frac{dn}{d\lambda}}.$$

Задача 4. Супергауссовский оптический импульс, распространяющийся по оптоволоконной линии, характеризуется зависимостью интенсивности:

$$I(T) = I_0 \cdot \exp\left[-\left(\frac{T}{\tau}\right)^{2m}\right], \quad (3.4)$$

где  $m$  – безразмерный параметр,  $T$  – время в системе отсчета, движущейся вместе с импульсом,  $\tau$  – полуширина импульса. Определить, в какой точке импульса (т.е. при каком значении отношения  $\frac{T}{\tau}$  для

фиксированной величины  $\tau$ ) будет иметь место максимальный частотный сдвиг, вызванный фазовой самомодуляцией. Для расчета принять: 1)  $m = 1$ ; 2)  $m = 3$ ; 3)  $m = 5$ .

### Решение

Дополнительный фазовый сдвиг, приобретаемый световым импульсом при распространении по оптоволокну за счет фазовой самомодуляции (см. формулу (2.11)),

$$\Delta\phi(T) = \frac{2\pi}{\lambda} L n_2 \cdot I(T),$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения,  $L$  – расстояние, пройденное импульсом в волокне,  $n_2$  – рефракционный индекс волокна.

Поскольку частотный сдвиг  $\delta\omega = -\frac{d}{dT}\Delta\phi$ , то с учетом формулы (3.4) находим:

$$\delta\omega(T) = \delta\omega_0 \cdot \left(\frac{T}{\tau}\right)^{2m-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{T}{\tau}\right)^{2m}\right], \quad (3.5)$$

где  $\delta\omega_0 = \frac{4\pi n_2 L I_0}{\lambda \tau}$ . Необходимым условием максимума функции (3.5)

является

$$\frac{d}{dT}\delta\omega = 0.$$

Вычисляя производную и приравнивая ее нулю, получаем  $\delta\omega = \delta\omega_{\max}$  при выполнении равенства

$$\frac{T}{\tau} = \sqrt[2m]{\frac{2m-1}{2m}}.$$

При  $m = 1$  максимальный частотный сдвиг имеет место в точке  $T \approx 0,71\tau$ , при  $m = 3$  – в точке  $T \approx 0,97\tau$ , при  $m = 5$  – в точке  $T \approx 0,99\tau$ .

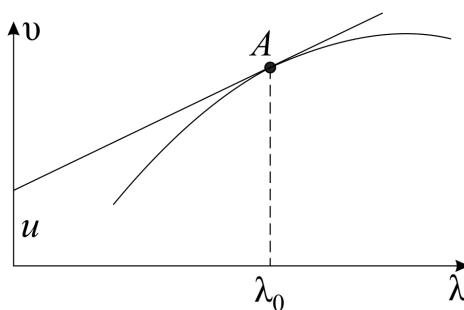
### 3.2. Перечень задач

1. Имея в виду, что квадратичная восприимчивость нелинейной среды  $\chi^{(2)}_{ijk}$  в общем случае является тензорной величиной, и используя свойство симметрии относительно перестановки двух последних индексов:  $\chi^{(2)}_{ijk} = \chi^{(2)}_{ikj}$ , определить максимально возможное число независимых компонентов тензора  $\chi^{(2)}_{ijk}$ . Объяснить, почему для многих оптических кристаллов это число значительно меньше.

2. На основе модели линейных осцилляторов с затуханием найти выражение для комплексной диэлектрической проницаемости  $\epsilon = \epsilon(\omega)$  среды, находящейся под воздействием плоской монохроматической световой волны с циклической частотой  $\omega$ .

3. Оценить отношение сил  $\frac{F_H}{F_E}$ , действующих на оптический электрон со стороны магнитной и электрической составляющих интенсивной монохроматической световой волны, имеющей частоту  $v = 5 \cdot 10^{14}$  Гц и интенсивность  $I = 10^{14}$  Вт/м<sup>2</sup>. Диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно:  $\epsilon = 2$  и  $\mu = 1$ .

4. Показать, что касательная в точке  $A$  с абсциссой  $\lambda_0$  к кривой  $v = v(\lambda)$ , где  $v$  – фазовая скорость световой волны,  $\lambda$  – длина волны, отсекает на оси ординат отрезок, равный групповой скорости волны при  $\lambda = \lambda_0$  (рисунок).



5. Получить выражения, характеризующие вклад линейной и нелинейной частей разложения показателя преломления

$$n(I) = n_0 + n_2 I + n_4 I^2$$

в оптическую длину пути  $L_{\text{опт}}$  плоской интенсивной световой волны, распространяющейся в слабонелинейном волоконном световоде длиной  $L$  с коэффициентом поглощения  $\mu = \text{const}$ . Начальная интенсивность волны  $I_0$ .

6. На рис. 9 (стр. 26) приведен график изменения интенсивности второй гармоники с расстоянием при наличии волновой расстройки ( $\Delta\kappa \neq 0$ ). Аналитически эта зависимость может быть выражена формулой

$$I_2(z) = \frac{A}{(\Delta\kappa)^2} \cdot \sin^2 \frac{\Delta\kappa \cdot z}{2},$$

где  $A$  – некоторый множитель, не зависящий ни от  $z$ , ни от  $\Delta k$ . Построить этот график при точном выполнении волнового синхронизма ( $\Delta k=0$ ). Дать физическое объяснение построенному графику.

7. Определить максимальное теоретически возможное число мод, которые одновременно могут распространяться в волоконном световоде с нулевой дисперсией и со ступенчатым распределением показателя преломления. Для расчетов принять следующие исходные данные:

- длина волны излучения  $\lambda = 1,3$  мкм;
- относительная разность показателей преломления центральной жилы и оболочки  $\Delta = 3\%$ ;
- материал центральной жилы – кварцевое стекло (показатель преломления равен 1,47);
- радиус центральной жилы  $a = 15$  мкм.

8. Пусть дисперсионное соотношение имеет вид следующего разложения в ряд Тейлора:

$$\omega(k) = \omega_0 + \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_0 \cdot (k - k_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_0 \cdot (k - k_0)^2 + \dots, \quad (3.6)$$

и известна зависимость показателя преломления оптического волокна от длины волны излучения:  $n = n(\lambda)$ . Показать, что:

- коэффициент  $\left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_0$  в разложении (3.6) пропорционален дисперсии групповой скорости  $v_{gp}$ ;

$$\bullet \text{ имеет место соотношение } \frac{dv_{gp}}{d\lambda} = v_{gp}^2 \cdot \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2n}{d\lambda^2}.$$

9. Оценить минимальное значение пиковой мощности, необходимое для формирования фундаментальных солитонов (солитонов первого порядка) в оптоволоконной линии с эффективной площадью  $S_{\text{эфф}} = 50$  мкм<sup>2</sup> и дисперсионным коэффициентом  $\beta_2 = -20$  пс<sup>2</sup>/км на длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм. Начальную длину импульсов  $T_0$  принять равной 2 пс. Рефракционный индекс  $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-20}$  м<sup>2</sup>/Вт.

10. На солитонные линии связи с ВКР-усилением и смещенной дисперсией накладывается не только ограничение, связанное с наличием спонтанных шумов в линии:

$$B \cdot L_T \leq 3 \cdot 10^4 \frac{\text{Гбит}}{\text{с}} \cdot \text{км}, \quad (3.7)$$

где  $B$  – скорость передачи информации,  $L_T$  – полная длина линии, но и ограничение, обусловленное минимально допустимым взаимодействием между солитонами:

$$B^2 \cdot L \leq 10^4 \left( \frac{\text{Гбит}}{\text{с}} \right)^2 \cdot \text{км}, \quad (3.8)$$

где  $L$  – расстояние между каскадами усиления, число которых на линии равно  $N$ ,  $L = L_T/(N + 1)$ .

Отложив по оси абсцисс величину  $L_T$  в км, а по оси ординат – величину  $B$  в Гбит/с, показать графически области, определяемые ограничениями (3.7) и (3.8). Вычислить величину  $B^*$ , при которой влияние минимально допустимых спонтанных шумов в линии и влияние минимально допустимого взаимодействия между солитонами становятся одинаковыми. Для расчетов принять  $L_T = 2000$  км,  $N = 45$ .

### 3.3. Образец контрольно-измерительных материалов

Вариант № \_\_\_\_\_

1. (1 балл) В формуле для нелинейной поляризованности оптоволоконного световода из кварцевого стекла

$$P_i^{\text{нелин}} = \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ijk}^{(2)} E_k E_j + \epsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m + \dots$$

отношение квадратичной восприимчивости к кубичной восприимчивости...

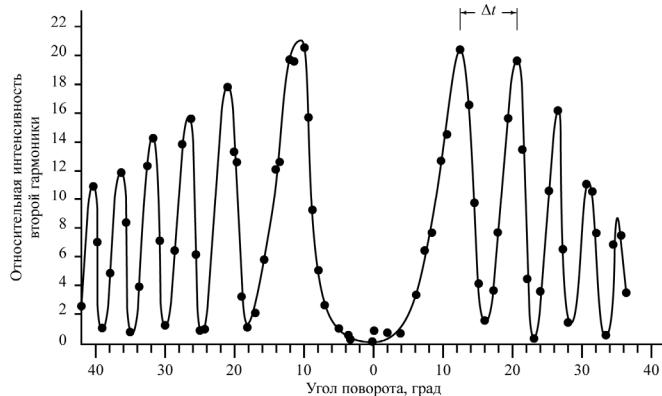
- 1) является безразмерной величиной;
- 2) приближенно равно нулю;
- 3) равно бесконечности;
- 4) равно соответствующему отношению для других типов волокон;
- 5) правильного ответа не приведено.

2. (1 балл) Сужение оптических импульсов при распространении в волоконной линии может быть вызвано действием...

- 1) фазовой самомодуляции;

- 2) нормальной дисперсии;
- 3) аномальной дисперсии;
- 4) совместным действием фазовой самомодуляции и нормальной дисперсии;
- 5) совместным действием нормальной и аномальной дисперсии.

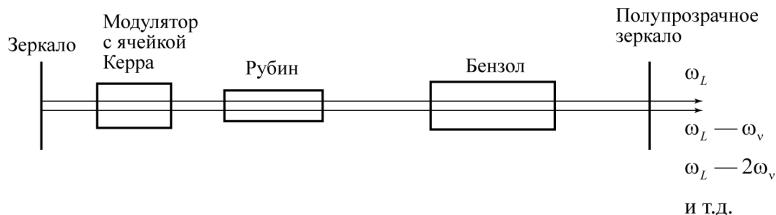
3. (1 балл) На рисунке представлена экспериментальная зависимость интенсивности второй гармоники излучения рубинового лазера от угла между направлением распространения излучения и перпендикуляром к поверхности тонкой пластинки из нелинейного кристаллического материала.



По этим данным можно определить...

- 1) компонент тензора кубической восприимчивости;
- 2) величину коэффициента поглощения излучения;
- 3) длины когерентности;
- 4) коэффициента параметрического усиления;
- 5) групповой скорости.

4. (1 балл) На рисунке (a) представлена схема генератора излучения, использующего эффект вынужденного комбинационного рассеяния.



Наибольшее значение частоты красной (стоксовой) компоненты равно...

- 1)  $\omega_L - 2\omega_v$ ;
- 2)  $\omega_L - \omega_v$ ;
- 3)  $\omega_L$ ;
- 4)  $\omega_L + \omega_v$ ;
- 5)  $\omega_L + 2\omega_v$ .

5. (1 балл) При распространении оптических сигналов мощность, вводимая в волоконный световод, уменьшается в 100 раз на каждых 40 км длины волокна. Это означает, что оптические потери в световоде составляют...

- 1) 100 дБ/км;
- 2) 40 дБ/км;
- 3) 0,01 дБ/км;
- 4) 0,2 дБ/км;
- 5) 0,5 дБ/км.

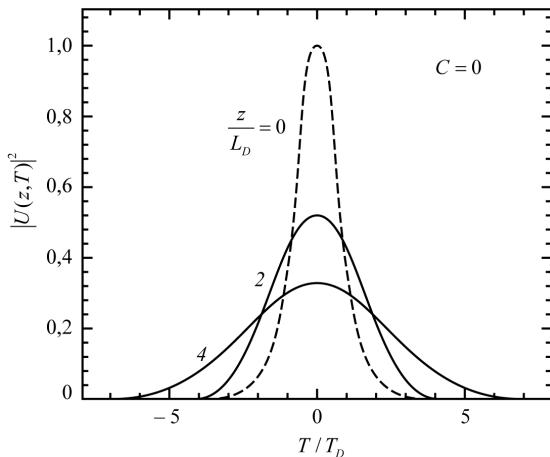
6. (1 балл) В квантовой модели взаимодействия интенсивного излучения с веществом частота Раби характеризует...

- 1) осцилляции оптического электрона между резонансными состояниями;
- 2) частоту внешнего излучения;
- 3) собственные колебания оптического электрона;
- 4) частоту переизлучения второй гармоники;
- 5) правильного ответа не приведено.

7. (1 балл) Многофотонное уравнение для внешнего фотоэффекта имеет вид ( $k$  – число фотонов,  $A$  – работа выхода,  $W_{\max}$  – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов):

- 1)  $\hbar\omega = A + kW_{\max}$ ;
- 2)  $k\hbar\omega = A + W_{\max}$ ;
- 3)  $\hbar\omega = kA + W_{\max}$ ;
- 4)  $k\hbar\omega = W_{\max}$ ;
- 5)  $k\hbar\omega = A$ .

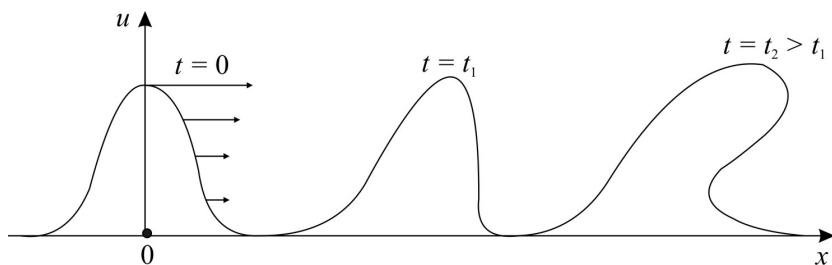
8. (1 балл) На рисунке показаны кривые дисперсионного уширения гауссовского оптического импульса в волоконном световоде при постоянном значении дисперсионного коэффициента  $\beta_2$ .



Кривые отличаются:

- 1) разными нелинейными восприимчивостями;
- 2) разными значениями рефракционного индекса;
- 3) разными коэффициентами ангармоничности;
- 4) разными системами отсчета времени;
- 5) разными длинами пути в волокне.

9. (1 балл) Показанный на рисунке механизм эволюции волны обусловлен действием:

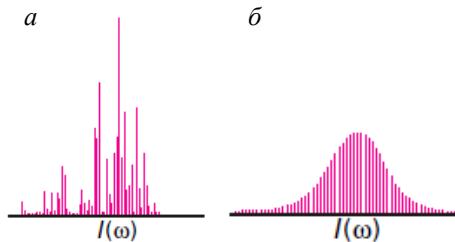


- 1) релятивистских эффектов;
- 2) дисперсии;
- 3) фазовой самомодуляции;
- 4) нелинейности;
- 5) вынужденного рассеяния.

10. (1 балл) Влияние четырехволнового смешения в оптоволоконных линиях уменьшается:

- 1) при увеличении числа каналов;
- 2) увеличении мощности каналов;
- 3) увеличении эффективной площади волокна;
- 4) уменьшении частотного интервала между каналами;
- 5) уменьшении дисперсии.

11. (1 балл) Спектры *a* и *б* волоконного лазера, показанные на рисунке, отличаются...



- 1) степенью синхронизации мод;
- 2) полосой усиления;
- 3) шириной;
- 4) степенью когерентности излучения;
- 5) входной мощностью.

12. (1 балл) По отношению к монохроматической световой волне

$$E(z,t) = A \cos(\omega t + kz)$$

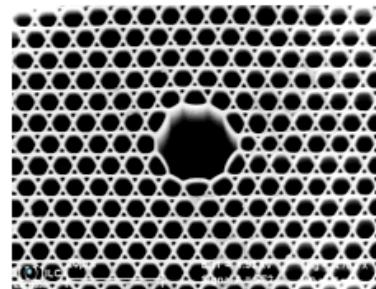
обращенный волновой фронт имеет световую волну:

- 1)  $E(z,t) = A \cos(\omega t + k(z - z_0))$ ;
- 2)  $E(z,t) = A \cos(\omega t - kz)$ ;
- 3)  $E(z,t) = A \cos(-\omega t - kz)$ ;
- 4)  $E(z,t) = A \cos \omega t \cdot \cos kz$ ;
- 5)  $E(z,t) = A(z) \cos \omega t$ .

13. (2 балла) В чем заключается применение вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна в волоконной оптике? Привести при-

меры, когда этим эффектом можно пренебречь в оптоволоконных линиях связи, а когда – нельзя.

14. (2 балла) Пояснить физический механизм переноса светового излучения и технические преимущества для волоконного световода, фотоизображение поперечного сечения которого представлено на рисунке.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Возникновение нелинейной волоконной оптики является следствием появления лазеров, т.е. революции в технике источников света, а также вызвано достижениями в применении волоконных световодов с низкими оптическими потерями. В то же время развитие нелинейной волоконной оптики происходит в контексте развития нелинейной физики в целом и связано с тем, что за последние 25–30 лет в различных областях физики на передний план вышли задачи качественно нового типа.

Нелинейные эффекты в волоконной оптике во многом определяют работу волоконных линий связи, лазеров, генераторов и усилителей, современных и перспективных устройств оптических систем передачи, хранения и обработки информации.

В качестве *кратких выводов* к рассмотренному в настоящем учебном пособии материалу можно отметить следующее:

1. Нелинейные эффекты в оптических волокнах играют важную роль при повышении мощности распространяющихся по волокну сигналов. В настоящее время в связи с активным совершенствованием мощных оптических излучателей и высококачественных оптических сред область практического применения нелинейной оптики непрерывно расширяется, при этом величина пороговой мощности, при которой наблюдаются эффекты нелинейности, имеет тенденцию к снижению.

2. Создание нелинейной волоконной оптики как новой области науки, позволяющей обеспечить с помощью фотонов передачу информации на расстояние, стало возможным после конструирования оптоволоконных линий с низкими оптическими потерями. Если первые волоконные световоды, изготовленные в 50-е гг. XX в., имели потери  $\sim 10^3$  дБ/км, то в современных образцах достигнуты предельно низкие величины  $\sim 0,2$  дБ/км.

3. Нелинейные оптические эффекты могут приводить как к нежелательным последствиям, затрудняющим использование оптических волокон для передачи информации на большие расстояния (например, четырехволновое смешение), так и к весьма полезным явлениям, например к формированию оптических солитонов, позволяющих увеличить дальность и пропускную способность волоконных линий связи.

Оптическая нелинейность лежит в основе новых физических явлений, таких как генерация сверхкоротких лазерных импульсов, генерация суперконтинуума и других.

4. Оптические волокна являются уникальным физическим объектом для изучения нелинейных оптических эффектов как в видимой, так и в ближней инфракрасной областях спектра и исследования быстро-протекающих процессов в атомах, молекулах и кристаллах. Нелинейная оптика – это чрезвычайно подходящий «полигон» для изучения нелинейных волн, например солитонов и близких к ним волновых пакетов.

Среди активно развивающихся *направлений нелинейной волоконной оптики* можно выделить следующие:

- создание полностью оптических (фотонных) переключающих элементов и устройств динамической памяти, не содержащих «электронной начинки», а также комбинированных оптоэлектронных устройств для обработки и хранения информации, в том числе на основе нелинейных эффектов в оптоволокне;
- разработка оптических волокон, легированных ионами редкоземельных химических элементов (эрбий Er, самарий Sm, иттербий Yb, неодим Nd, голмий Ho) и висмутом Bi. Нелинейности в таких волокнах в основном связаны с населенностью уровней легирующего элемента и возможностью оптического усиления на длине волны соответствующего перехода. Такие образцы могут использоваться в перестраиваемых лазерах и широкополосных усилителях;
- разработка волоконных лазеров сверхкоротких оптических импульсовnano- и фемтосекундного диапазона с широкой областью применения;
- создание фотонно-кристаллических световодов – оптических волноводов нового типа, отличающиеся по своей архитектуре, принципам действия и свойствам от обычных световодов. Благодаря своим уникальным свойствам световоды этого класса являются мощным средством оптических технологий и интересным объектом для фундаментальных исследований, позволяющим наблюдать новые физические эффекты. Являясь одним из наиболее значительных достижений оптических технологий за последнее десятилетие, фотонно-кристаллические световоды открывают новое направление в оптической физике, приводя к революционным изменениям в области оптической метрологии, нелинейной оптики и оптики сверхкоротких импульсов. Начатые в по-

рядке инициативных научно-исследовательских проектов работы российских ученых и технологов, направленные на развитие новых оптических технологий на основе использования фотонно-кристаллических волокон, в последние годы получили государственную поддержку в рамках российской федеральной целевой научно-технической программы.

Нелинейные оптические эффекты широко используются в самых различных областях современной оптической техники: в высокоточных оптических датчиках, биосенсорах, кремниевой фотонике, интерферометрии, волоконно-оптических линиях связи. Это направление науки и техники быстро развивается.

Оптические системы передачи информации, появившиеся в начале 60-х гг. XX в., прошли несколько принципиальных этапов развития и сегодня представляют собой основную базу совершенствования всех проводных телекоммуникаций. Они применяются на всех участках сетей связи: магистральных и внутризоновых, местных транспортных и сетях доступа вплоть до терминалов пользователей – всюду они заняли свои позиции благодаря широкополосности и помехоустойчивости. Несомненно, будущее принадлежит коммуникационным сетям, в которых процессы преобразования, передачи и коммутации сигналов будут происходить исключительно в оптическом диапазоне частот.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Мир, 1996. – 323 с.
2. Бломберген Н. Нелинейная оптика. – М.: Мир, 1966. – 424 с.
3. Шен И. Принципы нелинейной оптики. – М.: Мир, 1989. – 560 с.
4. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. – М.: Физматлит, 2004. – 512 с.
5. Цернике Ф., Мидвинтер Д. Прикладная нелинейная оптика. – М.: Мир, 1976. – 262 с.
6. Шуберт М., Вильгельми Б. Введение в нелинейную оптику. – Ч. 1. М.: Мир, 1973. – 245 с.; Ч. 2. М.: Мир, 1979. – 512 с.
7. Беспалов В.И., Пасманик Г.А. Нелинейная оптика. – М.: Наука, 1980. – 282 с.
8. Бейли Д., Райт Э. Волоконная оптика: теория и практика. – М.: Кудиц – Пресс, 2008. – 320 с.
9. Чео П. Волоконная оптика. Приборы и системы. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 279 с.
10. Унгер Х. Планарные и волоконные оптические волноводы. – М.: Мир, 1980. – 312 с.
11. Клышко Д.Н. Фотоны и нелинейная оптика. – М.: Наука, 1980. – 265 с.
12. Делоне Н.Б. Взаимодействие лазерного излучения с веществом. – М.: Наука, 1989. – 278 с.
13. Теория многофотонных процессов в атомах / Л.П. Рапопорт [и др.]. – М.: Энергоатомиздат, 1978. – 276 с.
14. Сухоруков А.П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. – М.: Наука, 1988. – 232 с.
15. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения / С. Солимено [и др.]. – М.: Мир, 1989. – 664 с.
16. Сущинский М.М. Вынужденное рассеяние света. – М.: Наука, 1985.
17. Келих С. Молекулярная нелинейная оптика. – М.: Наука, 1981.
18. Ландсберг Г.С. Оптика: учеб. пособие для вузов. – М.: Физматлит, 2003. – 848 с.
19. Филиппов А.Т. Многоликий солитон. – М.: Наука, 1990. – 225 с.

20. Солитоны / под ред. Р. Буллафа, Ф. Кодри. – М.: Мир, 1983. – 408 с.
21. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. – М.: Мир, 1983. – 325 с.
22. Оптические солитоны / Ю.С. Кившарь [и др.]. – М.: Физматлит, 2005.
23. Карпман В.И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. – М.: Наука, 1973. – 215 с.
24. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные волны. – М.: Наука, 2010. – 296 с.
25. Розанов Н.Н. Нелинейная оптика: учеб. пособие. Ч. 1. Уравнения распространения излучения и нелинейный отклик среды. – СПб: СПбГУИТМО, 2008. – 95 с.
26. Булгакова С.А., Дмитриев А.Л. Нелинейно-оптические устройства обработки информации: учеб. пособие. – СПб: СПбГУИТМО, 2009. – 56 с.
27. Взаимодействие лазерного излучения с веществом (силовая оптика) / М.Н. Либенсон [и др.]. – Ч. 1. Механизмы поглощения и диссипации энергии в веществе. – СПб: СПбГУИТМО, 2005. – 84 с.
28. Клюев В.Г. Нелинейные явления в оптоволоконных системах: учеб. пособие для вузов. – Воронеж: ВГУ, 2008. – 59 с.
29. Беспрозванных В.Г., Первадчук В.П. Нелинейная оптика: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 2011. – 200 с.
30. Мелких А.В., Повзнер А.А. Физика нелинейных явлений: учеб. пособие. – Екатеринбург: УГТУ – УПИ, 2009. – 144 с.
31. Влияние фазовой самомодуляции на вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна в волоконно-оптических линиях связи / В.Ю. Голышев [и др.] // ЖТФ. – 2004. – Т. 74, вып. 7. – С. 66–69.
32. Фазовая самомодуляция излучения в волоконно-оптических линиях связи / В.Ю. Голышев [и др.] // Квантовая электроника. – 2006. – Т. 36, № 10. – С. 946–950.
33. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. Модуляционная неустойчивость волнового пакета в периодически-неоднородном нелинейном волоконном световоде // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, № 1. – С. 50–54.

34. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. Модуляционная неустойчивость оптического излучения в одномодовых усиливающих световодах // Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33, № 3. – С. 268–270.
35. Желтиков А.М. Нелинейная оптика микроструктурированных волокон // УФН. – 2004. – Т. 174, № 1. – С. 73–105.
36. Желтиков А.М. Развитие технологии фотонно-кристаллических световодов в России // Российские нанотехнологии. – 2007. – Т. 2, № 1. – С. 70–78.
37. Дианов Е.М. Волоконная оптика: сорок лет спустя // Квантовая электроника. – 2010. – Т. 40, № 1. – С. 1–6.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### П.1. Характеристики некоторых нелинейных оптических материалов

№ п/п	Материал, химическая формула	Показатель преломления (для длины волны $\lambda$ )	Диапазон прозрачности, мкм	Коэффициент поглощения, $\text{см}^{-1}$
1	Кварцевое стекло $\text{SiO}_2$	1,46 ( $\lambda = 0,63$ мкм)	0,17...1,57	0,05
2	Дигидрофосфат калия $\text{KH}_2\text{PO}_4$	1,49 ( $\lambda = 1,06$ мкм)	0,18...1,6	0,05
3	Йодат лития $\text{LiIO}_3$	1,86 ( $\lambda = 1,06$ мкм)	0,28...6,0	< 0,1
4	Селенид кадмия $\text{CdSe}$	2,52 ( $\lambda = 1,06$ мкм)	0,75...25,0	0,02
5	Ниобат калия $\text{KNbO}_3$	2,18 (среднее значение)	0,4...4,0	< 0,01
6	Ниобат лития $\text{LiNbO}_3$	2,23 ( $\lambda = 1,06$ мкм)	0,4...5,5	< 0,01
7	Селенид галлия $\text{GaSe}$	2,90 ( $\lambda = 1,06$ мкм)	0,62...20,0	0,45
8	Тиогаллат серебра $\text{AgGaS}_2$	2,45 ( $\lambda = 1,06$ мкм)	0,47...13,0	0,01
9	Триборат лития $\text{LiB}_3\text{O}_5$	1,59 (среднее значение)	0,15...3,2	0,001

## П.2. Характеристики применяемых волоконных брэгговских решеток

### Волоконные брэгговские решетки

#### Спецификации

##### 1. Волоконные решетки для применения в системах датчиков физических величин

Резонансная длина волны $l$ , нм	800–1600
Коэффициент отражения $R$ , %	1–99,9
Спектральная ширина резонанса на полувысоте DI, нм	0,2–1
Вносимые потери $a$ , дБ	< 0,1
Упаковка	полимерное покрытие

##### 2. Волоконные решетки для стабилизации длины волны полупроводниковых лазеров

Резонансная длина волны $l$ , нм	800–1600
Коэффициент отражения $R$ , %	0,5–10
Спектральная ширина резонанса на полувысоте DI, нм	0,2–1
Вносимые потери $a$ , дБ	< 0,1
Упаковка	полимерное покрытие

##### 3. Волоконные решетки для рамановских волоконных лазеров

Резонансная длина волны $l$ , нм	800–2500*
Коэффициент отражения $R$ , %	1–99,9
Спектральная ширина резонанса на полувысоте DI, нм	0,2–1
Вносимые потери $a$ , дБ	< 0,1
Упаковка	полимерное покрытие

##### 4. Волоконные решетки для спектрального уплотнения каналов (DWDM – 100 GHz)

Резонансная длина волны $l$ , нм	ITU стандарт <+/-0,025
Коэффициент отражения $R$ , %	> 99,9
Спектральная ширина (-80 дБ в пропускании) DI, нм	> 0,15
Вносимые потери $a$ , дБ	< 0,1
Потери оболочечных мод $a$ , дБ	< 0,5
Температурная чувствительность $dI/dT$ , пм/К	< 0,5
Рабочий температурный диапазон, С	0...+70
Упаковка	атермальная

Учебное издание

Беспрозванных Владимир Геннадьевич,  
Первадчук Владимир Павлович

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ВОЛОКОННОЙ ОПТИКЕ

*Учебное пособие*

Редактор и корректор *E.I. Хазанжи*

---

Подписано в печать 27.11.2011. Формат 70×100/16.

Усл. печ. л. 18,4.

Тираж 100 экз. Заказ № 253/2011.

---

Издательство  
Пермского национального  
исследовательского политехнического университета.  
Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.  
Тел. (342) 219-80-33.