

## PRÀCTICA 4: PROPAGACIÓ DE LA LLUM EN UNA FIBRA ÒPTICA

L'algoritme que farem servir a la primera part de la pràctica per analitzar la propagació de la llum recolza en el principi de Fermat :

*El camí recorregut per la llum en propagar-se des d'un punt a un altre és el que fa que el temps de propagació de la llum sigui mínim.*

El principi de Fermat permet, per exemple, deduir la propagació rectilínea de la llum en un medi homogeni, Així com les lleis de la reflexió i la refracció.

La velocitat de la llum en un medi  $v$  és funció de la velocitat de la llum en el buit  $c$  i de l'índex de refracció del medi  $n$

$$v = \frac{c}{n}$$

Suposem que volem trobar el camí que segueix la llum per anar des d'un punt A situat en un medi d'índex de refracció  $n_1$  a un punt B situat en un medi d'índex  $n_2$ . Si els dos medis estan separats per una superfície plana, la solució del problema ve donada per la llei de refracció de Snell. Aquest resultat es pot trobar analíticament a partir del principi de Fermat variant aleatòriament el punt de contacte amb la superfície, tot buscant la solució que minimitza el temps (veure volum II, Tipler).

El programa que heu de fer ha de començar considerant una trajectòria aleatòria entre dos punts, que ha d'anar variant també aleatòriament, però que només acceptarà aquells canvis que redueixen el temps de propagació, d'acord amb el principi de Fermat. Més concretament, els passos a seguir haurien de ser:

1. La llum es propaga d'esquerra a dreta a través de  $N$  regions. L'amplada de cada regió  $i$  val 1, l'índex de refracció és uniforme en cadascuna d'elles  $n(i)$  i la velocitat de propagació de la llum és  $v(i)$ . Considereu un sistema d'unitats en què la velocitat de propagació de la llum en el buit  $c$  val 1.
2. Com que la llum es propaga en línia recta en cada regió, la trajectòria vindrà donada per les coordenades  $y(i)$  en cada separació.
3. Les coordenades de la font i del detector són respectivament  $(0, y(0))$  i  $(N, y(N))$ .
4. La trajectòria inicial ve donada per una elecció aleatòria dels valors de  $y(i)$ .
5. Es considera una  $i$  a l'atzar ( $0 < i < N$ ) i es fa un canvi aleatori en el valor de  $y(i)$  entre  $-d$  i  $+d$ . Calculeu si aquest canvi fa disminuir el temps que triga la llum. En cas afirmatiu, accepteu el canvi i continueu el procés.
6. Cada canvi ha de visualitzar-se a la pantalla.

A) Amb aquest senzill algorisme se us demanen els següents exercicis:

- a) Com a comprovació del bon funcionament del programa, verifiqueu la llei de Snell. Considereu  $N = 10$  i separeu les regions en dos medis: el primer, aire ( $n_1 = 1$ ) i el segon, vidre ( $n_2 = 1.5$ ). Trobeu la trajectòria de la llum i afegiu al programa els càlculs dels angles d'incidència i de refracció corresponents al resultat obtingut per tal de veure que és compatible amb la llei de Snell.

b) Repetiu a) amb  $n_1 = 1.5$  (vidre) i  $n_2 = 1.33$  (aigua).

B) Finalment, utilitzeu la llei de Snell per estudiar el recorregut de la llum en una fibra òptica. Considereu una fibra òptica GRIN amb índex variable. La variació de  $n$  amb la distància al centre del nucli és

$$n(r) = n_1 \sqrt{1 - 2\Delta (r/a)^a} \quad 0 \leq r < a$$

on  $a$  és el radi del nucli,  $n_1$  l'índex de refracció en el centre del nucli,  $n_2$  és l'índex del recobriment, i  $\Delta = (n_1 - n_2) / n_1$ . Supposeu que teniu una fibra amb  $n_1 = 1.47$  i  $\Delta = 0.01$ . Separeu-la en  $N$  regions (entre 20 i 50) amb índex ajustats a la fórmula.

a) Dibuixeu el camí recorregut per la llum quan es propaga des de l'eix de la fibra, formant un cert angle inicial  $\theta$  amb aquest.

b) Estudieu el comportament per diferents angles  $\theta$ , i per diferents valors d' $\alpha$  (1, 2 i 3). Comenteu els resultats.