

Systemy liczbowe

Damian Kurpiewski

Popularne systemy liczbowe

Dziesiętny:

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Binarny:

$\{0, 1\}$

Ósemkowy:

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Szesnastkowy:

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$

Przykład

418_{10}

$=$

$1\ 1010\ 0010_2$

$=$

642_8

$=$

$1A2_{16}$

Konwersja z dziesiętnego



Dzielimy przez podstawę systemu



Resztę zapisujemy do wyniku



Wynik czytamy od końca

Przykład – konwersja na system binarny

Dzielimy	Reszta z dzielenia
24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	

Przykład – konwersja na system binarny


Dzielimy	Reszta z dzielenia
24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	



Kierunek czytania

Przykład – konwersja na system binarny

Dzielimy	Reszta z dzielenia
24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	



Kierunek czytania

$$24_{10} = 11000_2$$

Ćwiczenia

Przelicz na system binarny, ósemkowy i szesnastkowy:

- 16_{10}
- 120_{10}
- 2016_{10}
- 156_{10}
- 333_{10}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $16_{10} = 10000_2 = 20_8 = 10_{16}$
- $120_{10} = 1111000_2 = 170_8 = 78_{16}$
- $2016_{10} = 11111100000_2 = 3740_8 = 7E0_{16}$
- $156_{10} = 10011100_2 = 234_8 = 9C_{16}$
- $333_{10} = 101001101_2 = 515_8 = 14D_{16}$



Konwersja do dziesiętnego



Każdej cyfrze przyporządkowujemy
potęgę



Zaczynamy od potęgi 0 z prawej strony



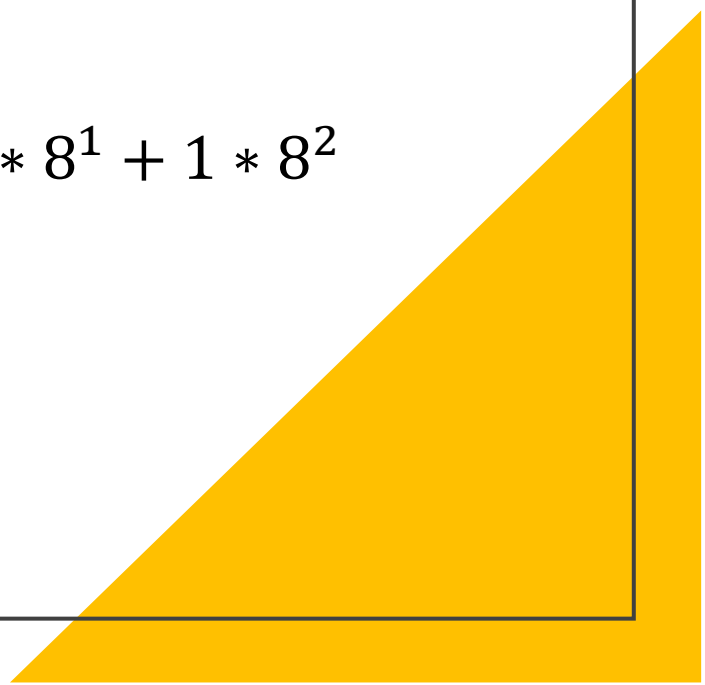
Potęgi mnożymy przez cyfry



Wyniki sumujemy

Przykład

$$11001_2 = 1 * 2^0 + 0 * 2^1 + 0 * 2^2 + 1 * 2^3 + 1 * 2^4$$

$$153_8 = 3 * 8^0 + 5 * 8^1 + 1 * 8^2$$
A large yellow right-angled triangle is positioned in the bottom right corner of the slide, with its hypotenuse running from the bottom left towards the top right.

Ćwiczenia

Przelicz na system dziesiętny:

- 10_2
- 13_8
- $A2_{16}$
- 110101_2
- 163_8

- $15DE_{16}$
- 101010_2
- 2701_8
- $EFDC_{16}$

Ćwiczenia - rozwiązania

- $10_2 = 2_{10}$
- $13_8 = 11_{10}$
- $A2_{16} = 12_{10}$
- $110101_2 = 53_{10}$
- $163_8 = 115_{10}$
- $15DE_{16} = 5598_{10}$
- $101010_2 = 42_{10}$
- $2701_8 = 1473_{10}$
- $EFDC_{16} = 61404_{10}$

Kod U2

- Kod uzupełnień do dwóch
- Pozwala na zapis liczb ujemnych w systemie binarnym
- Pierwszy bit jest bitem znaku

Konwersja do U2

Określamy, na ilu bitach ma zostać zapisana liczba

Obliczamy postać binarną wartości bezwzględnej

Uzupełniamy zerami do porządanej liczby bitów

Zamieniamy cyfry na przeciwne

Dodajemy binarną jedynkę

Przykład – zapis na 8 bitach

Konwertujemy wartość bezwzględną:

$$|-25_{10}| = 11001_2$$

Uzupełniamy do 8 bitów:

00011001

Zamieniamy bity na przeciwne:

11100110

Dodajemy binarną jedynkę:

11100111

$$-25_{10} = 11100111_{U2}$$

Ćwiczenia

Przelicz z dziesiętnego na U2 i zapisz na 8 bitach:

- -1_{10}
- -126_{10}
- -12_{10}
- -101_{10}
- -56_{10}
- -92_{10}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $-1_{10} = 11111111_{U2}$
- $-126_{10} = 10000010_{U2}$
- $-12_{10} = 11110100_{U2}$
- $-101_{10} = 10011011_{U2}$
- $-56_{10} = 11001000_{U2}$
- $-92_{10} = 10100100_{U2}$

Konwersja z U2

Pierwszy bit (najbardziej znaczący) mnożymy przez -1



Dalsza konwersja jak w standardowym przypadku

Przykład

$$10011001_{U_2} = -2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^0 = -103$$

$$00011001_{U_2} = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 25$$

Ćwiczenia

Przelicz z U2 na dziesiętny:

- 1001_{U2}
- 10011001_{U2}
- 11111111_{U2}
- 11100101_{U2}
- 10101010_{U2}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $1001_{U2} = -7$
- $10011001_{U2} = -123$
- $11111111_{U2} = -1$
- $11100101_{U2} = -27$
- $10101010_{U2} = -86$

The background of the image is a dark, textured surface filled with glowing orange and white digital characters. These characters include binary digits (0s and 1s), decimal numbers, and mathematical symbols like plus and minus signs, arranged in a grid-like pattern that recedes into the distance, creating a sense of depth and digital complexity.

Liczby rzeczywiste w systemie binarnym

Zapis stałoprzecinkowy

- „Przecinek” znajduje się w określonym miejscu
- Wyraźnie oddzielona część całkowita od ułamkowej
- Osobna konwersja części całkowitej i części ułamkowej

Konwersja do binarnego

Część całkowitą konwertujemy standardowo

Część ułamkową zamiast dzielić, mnożymy przez 2

Część całkowitą zapisujemy do wyniku

Odczytujemy „od góry do dołu”

Uważamy na ułamki okresowe

Przykład

Mnożymy	Część całkowita
0.75	
0.5	1
0.0	1

Przykład


Mnożymy	Część całkowita	
0.75		
0.5	1	
0.0	1	



Kierunek czytania

Przykład

Mnożymy	Część całkowita	
0.75		
0.5	1	Kierunek czytania
0.0	1	



$$0.75_{10} = 0.11_2$$

Ćwiczenia

Zamień na liczbę binarną, z dokładnością do 10 cyfr po przecinku:

- 0.8125_{10}
- 0.16_{10}
- 0.3_{10}
- 0.125_{10}
- 0.7_{10}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $0.8125_{10} = 0.1101_2$
- $0.16_{10} = 0.0010100011_2$
- $0.3_{10} = 0.0(1001)_2$
- $0.125_{10} = 0.001_2$
- $0.7_{10} = 0.1(0110)_2$

Konwersja na dziesiętny



Część całkowitą konwertujemy standardowo



Część ułamkową zapisujemy z potęgami ujemnymi, zaczynając od -1



Cyfry mnożymy przez potęgi



Wynik sumujemy

Ćwiczenia

Zamień na liczbę dziesiętną:

- 0.011_2
- 0.11_2
- 0.0101_2
- 0.1101_2
- 0.1111_2

Ćwiczenia - rozwiązania

- $0.011_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
- $0.11_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
- $0.0101_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$
- $0.1101_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$
- $0.1111_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$



Zapis zmiennoprzecinkowy

Składa się z trzech liczb:

- Mantysy
- Podstawy systemu
- Cechy

$$L = m * p^c$$

Konwersja do dziesiętnego

Pierwsza część liczby to cecha, druga to mantysa

Przyjmijmy następujący format FP:

- Cecha jest 4-bitową liczbą całkowitą zapisaną w kodzie U2
- Mantysa jest 4-bitową liczbą stałoprzecinkową zapisaną w kodzie U2, z przecinkiem pomiędzy drugim a trzecim bitem

Konwertujemy cechę i mantysę, a następnie podstawiamy do wzoru

Przykład

$$10001010_{FP}$$

$$c = 1000_{U2} = -8$$

$$m = 10,10_{U2} = -1\frac{1}{2}$$

$$L = -1\frac{1}{2} * 2^{-8}$$

Ćwiczenia

Zamień na liczbę dziesiętną:

- 10111101_{FP}
- 00010100_{FP}
- 11010111_{FP}
- 11111001_{FP}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $10111101_{\text{FP}} = -\frac{3}{4} * 2^{-5}$
- $00010100_{\text{FP}} = 1 * 2^1$
- $11010111_{\text{FP}} = 1\frac{3}{4} * 2^{-3}$
- $11111001_{\text{FP}} = -1\frac{3}{4} * 2^{-1}$