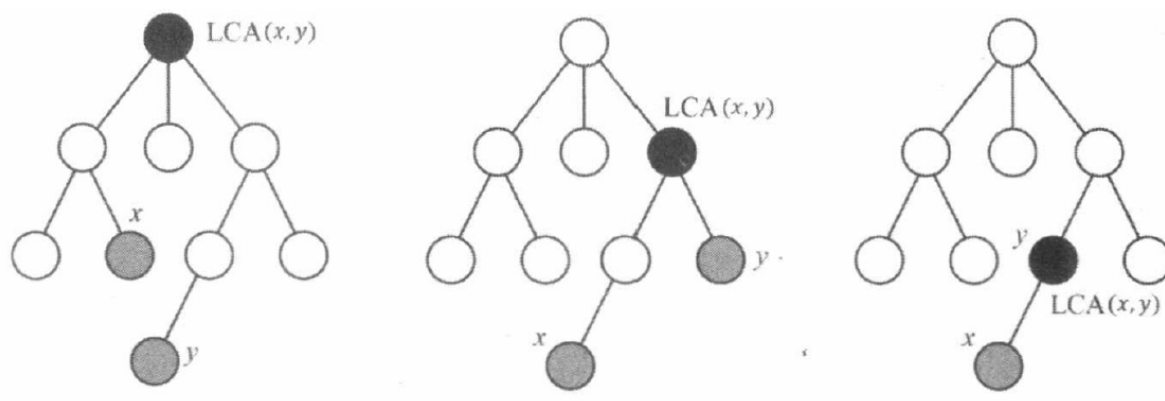


# 最近公共祖先 LCA

lowest common ancestor

给定一棵有根树，若节点 $z$ 既是节点 $x$ 的祖先，也是节点 $y$ 的祖先，则称 $z$ 是 $x$ 和 $y$ 的公共祖先。在 $x$ 和 $y$ 的所有公共祖先中，深度最大的一个成为 $x$ 和 $y$ 的最近公共祖先，记为  $\text{lca}(x, y)$ 。



## 树上倍增法

设  $f[x][k]$  表示 $x$ 的 $2^k$ 祖先，即从 $x$ 向根节点走 $2^k$ 步到达的节点。如果该节点不存在，令  $f[x][k]=0$ 。

$f[x][0]$  就是 $x$ 的父节点，否则，对于所有的  $k \in [1, \log n]$ ， $f[x][k] = f[f[x][k-1]][k-1]$ 。

1. 设 $d[x]$ 表示 $x$ 的深度。可以设 $d[x] \geq d[y]$ ，否则交换 $x$ 和 $y$ 。
2. 用二进制拆分思想，把 $x$ 向上调整至和 $y$ 同一深度。
3. 此时 $d[x] = d[y]$ ，且  $f[x][k] \neq f[y][k]$ ，则 $x$ 和 $y$ 一起向上跳，令  $x = f[x][k]$ ， $y = f[y][k]$ 。直至跳到 $\text{lca}(x, y)$ 下面一层。
4.  $x$ 和 $y$ 的父节点  $f[x][0]$  就是最近公共祖先。

## 快乐刷题

- [P501 祖孙询问](#)