

# 多重背包问题

- [P139 多重背包问题1](#)
- [P140 多重背包问题2](#)
- [P141 多重背包问题3](#)

## 朴素法

时间复杂度:  $O(nms)$

```
1 while(n--){
2     int v, w, s;
3     cin >> v >> w >> s;
4     for(int j = m; j >= v; j--){
5         for(int k = 1; k <= s && k * v <= j; k++){
6             f[j] = max(f[j], f[j - k * v] + k * w);
7         }
8     }
```

## 二进制分解思想

时间复杂度:  $O(nm \log s)$

设第 $i$ 种物品总数 $s[i]$ ，将第 $i$ 种物品分成若干件物品，其中每一件物品有一个系数，这件物品的费用和价值乘以这个系数，系数分别为 $1, 2, 4, \dots, 2^{k-1}$ ， $s[i] - 2^k + 1$ ， $k$ 是满足 $s[i] - 2^k + 1 > 0$ 的最大整数。

例如：第 $i$ 种物品有10个，分解为1, 2, 4, 3,  $k=3$ 。

```
1 while(n--){
2     int v, w, s;
3     cin >> v >> w >> s;
4     for(int k = 1; k <= s; k *= 2){
5         s -= k;
6         nodes.push_back({v * k, w * k});
7     }
8     if(s > 0) nodes.push_back({v * s, w * s});
9 }
10
11 for(auto node : nodes){
12     for(int j = m; j >= node.v; j--){
13         f[j] = max(f[j], f[j - node.v] + node.w);
14     }
```

## 单调队列优化

时间复杂度:  $O(nm)$

$$f[i][j] = \max(f[i-1][j], f[i-1][j-v]+w, f[i-1][j-2v]+2w, f[i-1][j-3v]+3w, \dots, f[i-1][j-sv]+sw)$$


```

1  while(n--){
2      int v, w, s;
3      cin >> v >> w >> s;
4      memcpy(g, f, sizeof f);
5
6      for(int r = 0; r < v; r++){
7          int hh = 0, tt = -1;
8          for(int j = r; j <= m; j += v){
9              while(hh <= tt && j - s * v > q[hh]) hh++;
10             while(hh <= tt && g[q[tt]] + (j - q[tt]) / v * w <= g[j])
11                 tt--;
12             q[++tt] = j;
13             if(hh <= tt) f[j] = g[q[hh]] + (j - q[hh]) / v * w;
14         }
15     }

```

## 状态压缩

- [P292 小国王](#)
- [P297 玉米田](#)
- [P298 \[NOI 2001\] 炮兵阵地](#)