

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г.ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г.Шухова)**

Лабораторная работа №5
дисциплина «Теория цифровых автоматов»
по теме «Синтез и анализ многовыходных комбинационных схем в базисе
И-ИЛИ-НЕ»

Выполнил: студент группы ВТ-31
Проверил:

Макаров Д.С.
Рязанов Ю.Д.

Белгород 2019

Лабораторная работа №5

«Синтез и анализ многовыходных комбинационных схем в базисе И-ИЛИ-НЕ»

Цель работы: научиться строить эффективные по быстродействию и затратам оборудования многовыходные комбинационные схемы..

Вариант 9

Задание:

1. Составить таблицу истинности системы булевых функций, которая состоит из трех функций $f_1(X)$, $f_2(X)$ и $f_3(X)$, где $X = x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$. Булева функция $f_i(X)$ для k -го варианта определяется как $f_i(X) = g_{k+i-1}(X) \wedge g_{k+3}(X)$, где $g_j(X)$ — булева функция, представленная в таблице 1 (см. лабораторную работу № 1) в строке j . Для составления таблицы истинности рекомендуется написать программу.
2. Получить систему минимальных дизъюнктивных нормальных форм булевых функций $f_1(X)$, $f_2(X)$ и $f_3(X)$.
3. Применить факторизационный метод синтеза многоярусной комбинационной схемы в базисе И-ИЛИ-НЕ с двухвходовыми элементами И и ИЛИ по системе минимальных дизъюнктивных нормальных форм булевых функций $f_1(X)$, $f_2(X)$ и $f_3(X)$.
4. Получить минимальную дизъюнктивную нормальную форму системы булевых функций $f_1(X)$, $f_2(X)$ и $f_3(X)$.
5. Применить факторизационный метод синтеза многоярусной комбинационной схемы в базисе И-ИЛИ-НЕ с двухвходовыми элементами И и ИЛИ по минимальной дизъюнктивной нормальной форме системы булевых функций $f_1(X)$, $f_2(X)$ и $f_3(X)$.
6. Написать программы, моделирующие работу схем, полученных в пунктах 3 и 5, на всех входных наборах и строящие таблицу истинности каждой схемы. Сравнить полученные таблицы истинности с таблицей истинности исходной системы булевых функций.
7. Сравнить полученные в пунктах 3 и 5 схемы по Квайну и по быстродействию.

Ход работы

$$f_1 = f_{v9} \wedge f_{v12}$$

$$f_2 = f_{v9} \wedge f_{v12}$$

$$f_3 = f_{v9} \wedge f_{v12}$$

$$f_{v9} = 3 < (x_4 x_5 + x_1 x_2 x_3) < 8$$

$$f_{v10} = 4 \leq (x_1x_2x_3 + x_4x_5) \leq 6$$

$$f_{v11} = 5 \leq (x_2x_3 + x_4x_5x_1) \leq 8$$

$$f_{v12} = -2 \leq (x_1x_2 - x_3x_4x_5) \leq 1$$

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	f_v9	f_v10	f_v11	f_v12	f1	f2	f3
1	00000	0	0	0	1	0	0	0
2	00001	0	0	0	1	0	0	0
3	00010	0	0	0	1	0	0	0
4	00011	0	0	1	0	0	0	0
5	00100	0	0	0	0	0	0	0
6	00101	0	0	0	0	0	0	0
7	00110	0	0	1	0	0	0	0
8	00111	1	1	1	0	0	0	0
9	01000	0	0	0	1	0	0	0
10	01001	0	0	0	1	0	0	0
11	01010	1	1	1	1	1	1	1
12	01011	1	1	1	1	1	1	1
13	01100	0	0	0	0	0	0	0
14	01101	1	1	1	0	0	0	0
15	01110	1	1	1	0	0	0	0
16	01111	1	1	0	0	0	0	0
17	10000	1	1	0	0	0	0	0
18	10001	1	1	0	1	1	1	0
19	10010	1	1	1	1	1	1	1
20	10011	1	0	1	1	1	0	1
21	10100	1	1	0	1	1	1	0
22	10101	1	1	0	0	0	0	0
23	10110	1	0	1	0	0	0	0
24	10111	0	0	1	0	0	0	0
25	11000	1	1	0	0	0	0	0
26	11001	1	0	1	0	0	0	0
27	11010	0	0	1	1	0	0	1
28	11011	0	0	0	1	0	0	0
29	11100	1	0	0	1	1	0	0
30	11101	0	0	1	1	0	0	1
31	11110	0	0	1	0	0	0	0
32	11111	0	0	0	0	0	0	0

Система минимальных булевых функций

f_1

СДНФ

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?
[11]	01010	
[12]	01011	
[18]	10001	
[19]	10010	
[20]	10011	
[21]	10100	
[29]	11100	

Список простых импликант

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?
[11, 12]	0101-	*
[18, 20]	100-1	*
[19, 20]	1001-	*
[21, 29]	1-100	*

Таблица простых импликант

Простая импликанта	11	12	18	19	20	21	29
0101-	*	*					
100-1			*		*		
1001-				*	*		
1-100						*	*

$$(\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4) \vee (x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_5) \vee (x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4) \vee (x_1x_3\bar{x}_4\bar{x}_5)$$

Простые импликанты	\bar{x}_1	x_2	\bar{x}_2	x_3	\bar{x}_3	x_4	\bar{x}_4	x_5	\bar{x}_5	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
u_1	-	-		-	-						*	*			
u_2	-		-	-				*		*					
u_3	-		-	-		*				*					
u_4	-			-			-		-				*	*	
z_1	-		-	*											*
z_2				*		*									
z_3	*	*													
z_4						*		*							
z_5	*			*											
z_6	*		*												

	u_1	u_2	u_3	u_4	v_1	v_2
f	-	-	-	-	*	*
v_1	*	*				
v_2			*	*		

f_2
СДНФ

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?
[11]	01010	
[12]	01011	
[18]	10001	*
[19]	10010	*
[21]	10100	*

Список простых импликант

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?
[18]	10001	*
[19]	10010	*
[21]	10100	*
[11, 12]	0101-	*

Таблица простых импликант

Простая импликанта	11	12	18	19	21
10001			*		
10010				*	
10100					*
0101-	*	*			

$$(x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5) \vee (x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5) \vee (x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4)$$

Простые импликанты	x_1	x_2	\bar{x}_2	x_3	\bar{x}_3	x_4	\bar{x}_4	x_5	\bar{x}_5	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7
u_1	-		-		-		-	-			-	*				*
u_2	-		-		-	-			-	*			*			
u_3	-		-	-			-		-	*					*	
u_4		-			-	-							*	*		

Простые импликанты		x_1	\bar{x}_1	x_2	\bar{x}_2	x_3	\bar{x}_3	x_4	\bar{x}_4	x_5	\bar{x}_5	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7
z_1	-			-						*			*					
z_2	*			*														
z_3								*		*								
z_4						*		*										
z_5		*		*														
z_6						*		*										
z_7						*							*					

	u_1	u_2	u_3	u_4	v_1	v_2
f	-	-	-	-	*	*
v_1	*	*				
v_2			*	*		

f_3
СДНФ

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?
[11]	01010	
[12]	01011	
[19]	10010	
[20]	10011	
[27]	11010	
[30]	11101	*

Список простых импликант

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?
[30]	11101	*
[11, 12]	0101-	*
[11, 27]	-1010	*
[19, 20]	1001-	*
[19, 27]	1-010	*

Таблица простых импликант

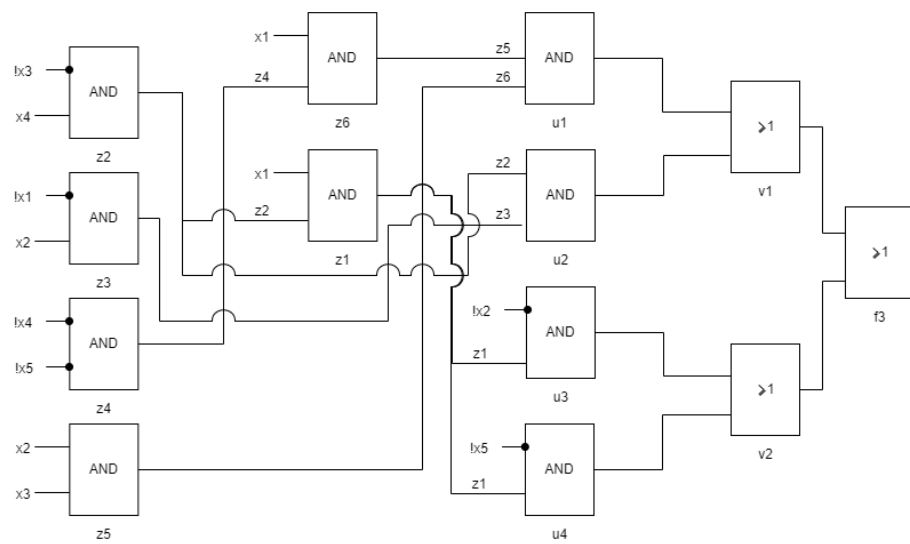
Простая импликанта	11	12	19	20	27	30
11101						*
0101-		*	*			

Простая импликанта	11	12	19	20	27	30
-1010	*				*	
1001-			*	*		
1-010			*		*	

$$(x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 x_5) \vee (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \vee (x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4) \vee (x_1 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5)$$

Простые импликанты		\bar{x}_1	x_2	\bar{x}_2	x_3	\bar{x}_3	x_4	\bar{x}_4	x_5	\bar{x}_5	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
u_1	-		-		-			-	-					-	*	*
u_2		-	-			-	-					*	*			
u_3	-			*		-	-				*					
u_4	-					-	-		*		*					
z_1	*					-	-					*				
z_2						*	*									
z_3		*	*													
z_4								*	*							
z_5			*		*											
z_6	*													*		

	u_1	u_2	u_3	u_4	v_1	v_2
f	-	-	-	-	*	*
v_1	*	*				
v_2			*	*		



Минимальная система булевых функций СДНФ

№	$x_1x_2x_3x_4x_5$	Простая импликанта?	Признаки принадлежности
{11}	01010		{1, 2, 3}
{12}	01011		{1, 2, 3}
{18}	10001		{1, 2}
{19}	10010		{1, 2, 3}
{20}	10011		{1, 3}
{21}	10100		{1, 2}
{27}	11010		{3}
{29}	11100		{1}
{30}	11101	*	{3}

$$\mathbf{11-12:} \quad 0101 -_{\{1,2,3\}} \vee 01010_{\{1,2,3\}} \vee 01011_{\{1,2,3\}} = 0101 -_{\{1,2,3\}}$$

$$\mathbf{11-27:} \quad -1010_{\{3\}} \vee 01010_{\{1,2,3\}} \vee 11010_{\{3\}} = -1010_{\{3\}} \vee 01010_{\{1,2,3\}}$$

$$\mathbf{18-20:} \quad 100 - 1_{\{1\}} \vee 10001_{\{1,2\}} \vee 10011_{\{1,3\}} = 100 - 1_{\{1\}} \vee 10001_{\{2\}} \vee 10011_{\{3\}}$$

$$\mathbf{19-20:} \quad 1001 -_{\{1,3\}} \vee 10010_{\{1,2,3\}} \vee 10011_{\{1,3\}} = 1001 -_{\{1,3\}} \vee 10010_{\{2\}}$$

$$\mathbf{19-27:} \quad 1 - 010_{\{3\}} \vee 10010_{\{1,2,3\}} \vee 11010_{\{3\}} = 1 - 010_{\{3\}} \vee 10010_{\{1,2\}}$$

$$\mathbf{21-29:} \quad 1 - 100_{\{1\}} \vee 10100_{\{1,2\}} \vee 11100_{\{1\}} = 1 - 100_{\{1\}} \vee 10100_{\{2\}}$$

Простые импликанты:

- $11101_{\{3\}}$
- $0101 -_{\{1,2,3\}}$
- $-1010_{\{3\}}$
- $100 - 1_{\{1\}}$
- $10001_{\{2\}}$
- $1001 -_{\{1,3\}}$
- $1 - 010_{\{3\}}$
- $10010_{\{2\}}$
- $1 - 100_{\{1\}}$
- $10100_{\{2\}}$

Простые импликанты	11			12			18			19			20			21			27
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$\checkmark 11101_{\{3\}}$																			

Простые импликанты	11	12	18	19	20	21	27
$\checkmark 0101 -_{\{1,2,3\}}$	*	*	*	*	*		
$\checkmark - 1010_{\{3\}}$		*					
$\checkmark 100 - 1_{\{1\}}$			*		*		
$\checkmark 10001_{\{2\}}$			*				
$\checkmark 1001 -_{\{1,3\}}$				*	*	*	
$1 - 010_{\{3\}}$					*		
$\checkmark 10010_{\{2\}}$				*	*		
$\checkmark 1 - 100_{\{1\}}$						*	
$\checkmark 10100_{\{2\}}$							*

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_5 \vee x_1 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$$

$$f_2 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$$

$$f_3 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5$$

	x_1	\bar{x}_1	x_2	\bar{x}_2	x_3	\bar{x}_3	x_4	\bar{x}_4	x_5	\bar{x}_5	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}
u_1		*	-		-	-								*						
u_2			-		-	-			*					*						
u_3	-			-	-	-			-				*							
u_4	-			-	-	-	*		-				*							
u_5	-			-	-	-						*								
u_6	-			-	-	-			*			*								
u_7	-				-	-			-		*									
u_8	-		*		-	-			-		*									
u_9	-		-		-	-			-						*		*			
z_1	-				-	-				*					*					
z_2	-			-		-	*									*				
z_3	-			-		-			*							*				
z_4			*			-	-											*		
z_5	-				-			*												*
z_6	-			-		*													*	
z_7			*						*											
z_8					*	*														
z_9	*			*																
z_{10}	*				*															

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
f_1	-		-		-		-			*	*			

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
f_2	-			-		-		-				*	*	
f_3	-	-			-				-	*				*
v_1	*				*									
v_2			*				*							
v_3	*			*										
v_4						*		*						
v_5		*							*					

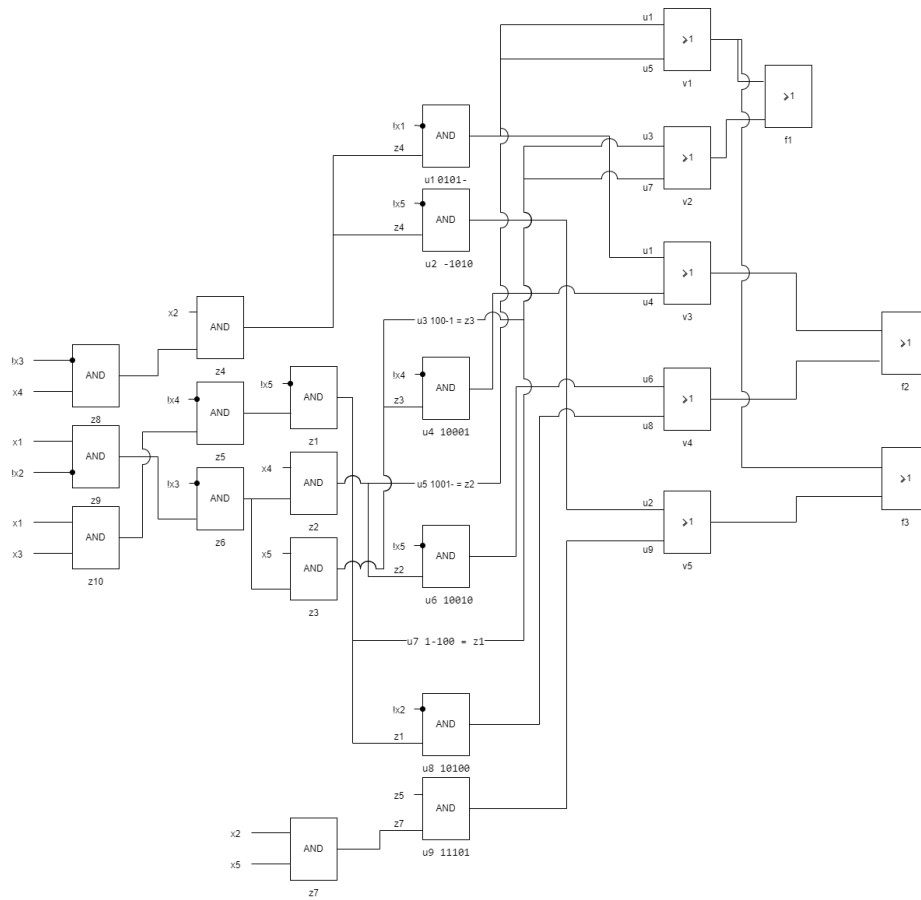


Рис. 2: Схема для задания 2

Приложение

Содержимое файла funcTest.py

```
from binVectors import gen_bin_vector_5 as gen_bin_vector
from tabulate import tabulate

def truth_table(vector):
    result = []
    for i in range(0, len(vector)):
        args = vector[i][0]
        sch = schema(args)
        result.append([
            i+1,
            args,
            int(f(f_v9, f_v12, args)),
            int(sch[0]),
            int(t1_sch_f1(args)),
            int(f(f_v10, f_v12, args)),
            int(sch[1]),
            int(t1_sch_f2(args)),
            int(f(f_v11, f_v12, args)),
            int(sch[2]),
            int(t1_sch_f3(args))
        ])
    return result

def f_v9(str_val):
    x1 = str_val[0]
    x2 = str_val[1]
    x3 = str_val[2]
    x4 = str_val[3]
    x5 = str_val[4]
    return (
        3 < (int(x4 + x5, 2) + int(x1 + x2 + x3, 2)) < 8
    )

def f_v10(str_val):
    x1 = str_val[0]
    x2 = str_val[1]
    x3 = str_val[2]
    x4 = str_val[3]
    x5 = str_val[4]
    return (
        4 <= (int(x4 + x5, 2) + int(x1 + x2 + x3, 2)) <= 6
    )

def f_v11(str_val):
    x1 = str_val[0]
    x2 = str_val[1]
    x3 = str_val[2]
    x4 = str_val[3]
    x5 = str_val[4]
    return (
        5 <= (int(x2 + x3, 2) + int(x4 + x5 + x1, 2)) <= 8
    )

def f_v12(str_val):
    x1 = str_val[0]
    x2 = str_val[1]
    x3 = str_val[2]
```

```

x4 = str_val[3]
x5 = str_val[4]
return (
    -2 <= (int(x1 + x2,2) - int(x3 + x4 + x5,2)) <= 1
)

def f(f1,f2,str_val):
    return f1(str_val) and f2(str_val)

def t1_sch_f1(str_val):
    x1 = bool(int(str_val[0]))
    x2 = bool(int(str_val[1]))
    x3 = bool(int(str_val[2]))
    x4 = bool(int(str_val[3]))
    x5 = bool(int(str_val[4]))

    z2 = not x3 and x4
    z3 = not x1 and x2
    z4 = not x4 and not x5
    z5 = x1 and x3
    z6 = x1 and not x2

    z1 = not x3 and z6

    u1 = z2 and z3
    u4 = z4 and z5
    u2 = z1 and x5
    u3 = z1 and x4

    v1 = u1 or u2
    v2 = u3 or u4

    f = v1 or v2
    return f

def t1_sch_f2(str_val):
    x1 = bool(int(str_val[0]))
    x2 = bool(int(str_val[1]))
    x3 = bool(int(str_val[2]))
    x4 = bool(int(str_val[3]))
    x5 = bool(int(str_val[4]))

    z2 = not x2 and x1
    z3 = not x4 and x5
    z4 = not x3 and x4
    z5 = not x1 and x2
    z6 = x3 and not x4

    z7 = z2 and not x3
    z1 = z2 and not x5

    u1 = z7 and z3
    u2 = z1 and z4
    u3 = z1 and z6
    u4 = z4 and z5

    v1 = u1 or u2
    v2 = u3 or u4

    f = v1 or v2

```

```

    return f

def t1_sch_f3(str_val):
    x1 = bool(int(str_val[0]))
    x2 = bool(int(str_val[1]))
    x3 = bool(int(str_val[2]))
    x4 = bool(int(str_val[3]))
    x5 = bool(int(str_val[4]))

    z2 = not x3 and x4
    z3 = not x1 and x2
    z4 = not x4 and not x5
    z5 = x2 and x3

    z6 = x1 and z4
    z1 = x1 and z2

    u1 = z5 and z6
    u2 = z2 and z3
    u3 = not x2 and z1
    u4 = not x5 and z1

    v1 = u1 or u2
    v2 = u3 or u4

    f = v1 or v2
    return f

def schema(str_val):
    x1 = bool(int(str_val[0]))
    x2 = bool(int(str_val[1]))
    x3 = bool(int(str_val[2]))
    x4 = bool(int(str_val[3]))
    x5 = bool(int(str_val[4]))

    z7 = x2 and x5
    z8 = not x3 and x4
    z9 = x1 and not x2
    z10 = x1 and x3

    z4 = x2 and z8
    z5 = not x4 and z10
    z6 = not x3 and z9

    z1 = not x5 and z5
    z2 = x4 and z6
    z3 = x5 and z6

    u1 = not x1 and z4
    u2 = not x5 and z4
    u3 = z3
    u4 = not x4 and z3
    u5 = z2
    u6 = not x5 and z2
    u7 = z1
    u8 = not x2 and z1
    u9 = z5 and z7

    v1 = u1 or u5
    v2 = u3 or u7

```

```

v3 = u1 or u4
v4 = u6 or u8
v5 = u2 or u9

f1 = v1 or v2
f2 = v3 or v4
f3 = v1 or v5
return (f1,f2,f3)
table_head =
↪ ["P", "$x_1x_2x_3x_4x_5$", "f1", 't1_sch_f1', 't2_sch_f1', "f2", 't1_sch_f2', 't2_sch_f2', "f3", 't1_sch_f3']
table = truth_table(gen_bin_vector())
print(tabulate(table,table_head,tablefmt="simple"))

```