ВСЕМУ ПИЗДЕЦ ВСЕМ ПОКА

1. Моделирование. Классификация видов моделирования.

Моделирование - это описание поведения системы с помощью различных символов. Под поведением системы понимаются числовые значения ее выходных координат, числовые значения внутренних параметров, появление некоторых событий.

Виды моделирования:
Технические системы
Для построения этих моделей используют законы физики. В зависимости от принимаемых допущений и вида системы, модель может описываться обыкновенным дифференциальными уравнениеми, или уравнениями в частных производных. Обыкновенные дифференциальные уравнения будут в том случае, если элементы системы имеют сосредоточенные(???) характеристики.
Дифференциальное уравнение это уравнение, связывающее неизвестную функцию и ее производные. Решением дифференциального уравнения является функция.
Системы с распределенными параметрами
Такие системы используют в том случае, если характеристики тела, для которого записывается уравнение, нельзя использовать в виде точечной массы и необходимо учитывать распределение характеристик по всему телу.
Имитационное моделирование
Имитационное моделирование предназначено для моделирования поведения стохастических систем с большим числом связей между элементами разного вида(технические, экономические, социальные…), при наличии случайных факторов.

Сложность моделирования большого числа поведения разных элементов в каждый момент времени.

Агентное моделирование

Агентное моделирование позволяет детально рассматривать элементы. Системы с сосредоточенными параметрами, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями.

2. Методология IDEF0.

Система моделирования IDEF0 позволяет разработать модель сложного процесса на уровне отдельных действий с целью определения всех необходимых для процесса элементов - материальных, юридических и т. д. и их взаимосвязи. Она позволяет не упускать при работе над новой системой необходимые элементы и ускорить сроки создания системы. Другой технической задачей моделирования является создание методов моделирования стохастических(вероятностных) систем.

Основные положения:

- Модель - искусственный объект, представляющий собой отображение системы и ее компонентов. Описывает, что происходит в системе.
- Блочное моделирование и его графическое представление - представление изучаемой системы в виде набора взаимодействующих и взаимосвязанных блоков (блок = функция).
- Лаконичность и точность
- Передача информации - средства idef0 облегчают передачу информации от одного разработчика модели другому.
- Строгость и формализм - соблюдение правил построения модели
- Итеративное моделирование - разработка модели выполняется пошагово.
- Отделение “организации” от “функций” - нежелательно допускать привязку функций исследуемой системы к существующей организационной структуре моделируемого объекта.

Синтаксис:

- Блоки - функция, должен иметь имя и номер, имя должно быть глаголом или глагольным оборотом, размер должен быть достаточным, чтобы вместить имя и пр.
- Сверху управление, снизу механизм, слева вход, справа выход.
- Стрелки - показывают, какие данные или материальные объекты должны поступить на вход функции. Углы - 90 градусов, стрелки рисуются прямыми сплошными линиями, сост. только из вертикальных и горизонтальных отрезков, концы должны касаться блоков.

Диаграммы: контекстная, декомпозиция, дерево узлов, только для экспозиции (FEO)

Построение функц. модели:

- Область моделирования - Широта (определение границ модели) и глубина (на каком уровне детализации модель завершена).
- Цель моделирования - причина создания модели и ее назначение.
- Точка зрения - позиция автора, выбирается с целью получить как можно больше полезной информации при разработке модели.
- Временные рамки модели - AS-IS и TO-BE.

3. Методология DFD

DFD (data flow diagrams) - диаграммы потоков данных, нотация, предназначенная для моделирования информационных систем с точки зрения хранения, обработки и передачи данных. Отвечает на такие вопросы: из чего состоит ИС и что нужно, чтобы обработать информацию. Появилась и развивалась до UML.
Состоит из:
Процесс - функция или последовательность действий, которые нужно предпринять, чтобы обработать информацию. Название - глагол, но нет строгой системы требований, как в IDEF0.

- Внешние сущности - любые объекты, которые не входят в саму систему, но являются для нее источником информации либо получателями какой нибудь информации из системы после обработки данных.
- Хранилище данных - внутреннее хранилище данных для процессов в системе. БД, таблицы итд.
- Поток данных - стрелки, которые показывают, какая информация входит, а какая исходит из определенного блока.

Правила:
Каждый процесс должен иметь хотя бы один вход и один выход.
Процесс обработки данных должен иметь внешнюю входящую стрелку.
Стрелки не могут связывать напрямую хранилища данных. все связи идут через процессы.
Все процессы должны быть связаны либо с другими процессами, либо с другими хранилищами данных.

4. Методология IDEF3

Используется для моделирования бизнес-процессов.
Система описывается как упорядоченная последовательность событий с одновременным описанием объектов, имеющих отношение к моделируемому процессу.
Средства документирования и моделирования позволяют выполнять:

- Документировать имеющиеся данные о технологии процесса.
- Определять и анализировать точки влияния потоков сопутствующего документооборота на сценарий выполняемых процессов.
- Определять ситуации, в которых требуется принятие решения, влияющего на жизненный цикл процесса.
- Содействовать принятию оптимальных решений при реорганизации технологических или эксплуатационных свойств конечного продукта.
- Содействовать принятию оптимальных решений при реорганизации.
- Разрабатывать имитационные модели технологических процессов, по принципу “Как будет, если…”.

Компоненты:

- Процессы
- Стрелки или связи
- Перекрестки (логические элементы И, ИЛИ, XOR)
- Объекты ссылок

5. Линеаризация систем уравнений

(л. Антона, с. 12) или (лекции с прошлого года, 10 стр)

При разработке новых систем первым этапом их создания является определение элементов системы, связей между ними и получение мат. зависимостей, описывающих характеристики системы, которые интересуют разработчика.
Часто бывает так, что для определения этих характеристик не нужно создавать нелинейную мат. модель. Достаточно использовать линейную модель.
Существует 2 способа линеаризации модели:

Пусть необходимо проанализировать поведение системы в небольшой окрестности относительно положения равновесия, и составление полной, сложной модели в этом случае не оправдано. Тогда используют линеаризованную модель, которую можно получить из нелинейной путем замены нелинейных зависимостей линейными, что бывает трудоемким, либо получить сразу при составлении уравнений, используя линеаризованные зависимости.
При малых отклонениях угла от нуля, используя разложение в ряд Тейлора, можно записать $\sin \phi \approx \phi$, $\cos\phi \approx 1$.

(2 способа не нашел, памагитя)

6. Математический аппарат для создания моделей статики, динамики

Ряд Тейлора для малых углов
Дифуры

7. Системы с сосредоточенными параметрами и распределенными, их отличия

Система с сосредоточенными параметрами - система, в которой тела, на которые действуют силы можно заменить материальными точками.
При математическом моделировании систем с сосредоточенными параметрами в статике используют закон механики, согласно которому для линейного движения в условии равновесия сумма всех сил, действующих на систему материальных точек по каждой координате, равна нулю.
Системы с распределенными параметрами - уравнения описываются в частных производных, т.е. неизвестная функция, зависит от нескольких аргументов.
В системах с сосредоточенными параметрами тела, взаимодействующие между собой, можно представить в качестве материальных точек, таким образом опустив некоторые из характеристик этого тела (например, в системе с балкой и чем-то еще можно пренебречь ИЗГИБАЕМОСТЬЮ балки)

8. Метод сил

9. Уравнения Лагранжа второго рода для получения уравнений динамики

(л. Антона, с. 22)

В этом методе для получения уравнения необходимо написать формулы кинетической и потенциальной энергии системы. Дифференциальные уравнения поведения системы получаются путем дифференцирования формул кинетической и потенциальной энергии. При использовании этого метода не нужно находить силы и моменты, достаточно просто написать уравнения кинетической и потенциальной энергии и продифференцировать их. Этот метод называется формализмом Лагранжа.
T - кинетическая энергия
P - потенциальная энергия
qi (i = 1, 2...n) - координаты
t - время

$$(d/dt)(dT/dqi) - (dT/dqi) + (dP/dqi) = 0$$

10. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).

(лекции Антона, 28 стр.)

Состоит метод в следующем: определяют законы распределения возмущающих случайных факторов, т.е. находят их функции плотности вероятности, разрабатывают датчики получения случайных чисел по этим функциям.

Если мат модель системы учитывающая действия случайных факторов v1 и v2, обращаются к датчикам случайных величин и получают конкретные значения, получают решение системы при данных v11 и v21. Снова обращаются к датчикам и получают v12 и v22 и так далее.

Находим оценку мат. ожидания:

$$\hat{m}_x = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \hat{m}_x)^2}{\underbrace{N-1}_{\text{число степеней свободы}}}$$

11. Аналитический метод оценки характеристик стохастических систем

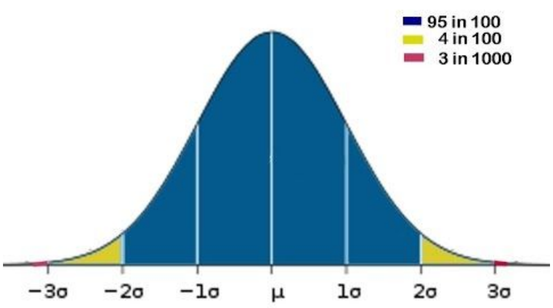
(л. Антона, с. 27, с середины первого листа)

Необходимо определить среднее значение случайное величины, дисперсию случайной величины. Если у системы есть несколько выходных координат, то определяют корреляцию этих координат.

12. Стохастические (вероятностные) системы

(лекции Антона, 25 стр)

Стохастическими системами называют такие системы, на которые в процессе их функционирования действуют случайные факторы - внутренние или внешние, влияющие на качество работы системы.
Пушка - первая стохастическая система.
Отличием стохастических систем от детерминированных является то, что в детерминированных системах на заданный момент времени надо определить одно конкретное значение требуемой координаты, а в стохастических на заданный момент времени может быть бесконечно кол-во значений выходной координаты.
Наиболее полной характеристикой возможных значений случайной величины является функция плотности вероятности f(x). При этом $\int f(x) = 1$, и f(x) всегда положительна.
Нормальное распределение - гауссиан



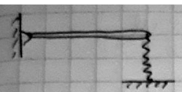
Случайной величиной называется величина, числовое значение которой заранее предсказать невозможно.

13. Детерминированная система, ее математическое описание

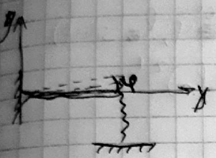
https://studfiles.net/preview/5553697/page:9/
Вроде как популярно написано, завтра перепишу сюда

ЗАДАЧИ

3.

№3  $m_б, l_б, k_y, l_п$

В малых углах:



$F_{тяж.} = +m_б g \varphi$

$F_y = -k_y x$, $x \cdot l_б \varphi$ =>

$F_y = -k_y l_б \varphi$

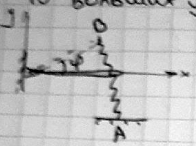
$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}$, $I = m_б \cdot l_б^2$

$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} m_б g \varphi$

$M_y = F_y \cdot l_б$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж} + M_y}{I}$

В больших углах:



$F_{тяж} = m_б g \sin\varphi$

$F_y = -k_y \cdot x$

Найдём x: $A(l_б; -l_п)$, $B(l_б \cos\varphi; l_б \sin\varphi)$

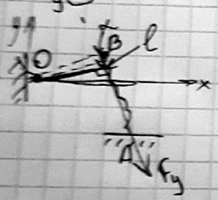
$|AB| = \sqrt{(l_б \cos\varphi - l_б)^2 + (l_б \sin\varphi + l_п)^2}$

$x = |AB| - l_п$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}$, $I = m_б \cdot l_б^2$

$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} \cdot m_б g \sin\varphi$

M_y ⊖



$\cos\alpha = \frac{\vec{BO} \cdot \vec{BA}}{|\vec{BO}| \cdot |\vec{BA}|}$

$\vec{BO} = (-l_б \cos\varphi; -l_б \sin\varphi)$

$\vec{BA} = (l_б - l_б \cos\varphi; -l_п - l_б \sin\varphi)$

$$\cos\varphi = \frac{(-l_б \cos\varphi) \cdot (l_б - l_б \cos\varphi) + (-l_б \sin\varphi)(-l_п - l_б \sin\varphi)}{\sqrt{(-l_б \cos\varphi)^2 + (-l_б \sin\varphi)^2} \cdot \sqrt{(l_б - l_б \cos\varphi)^2 + (-l_п - l_б \sin\varphi)^2}}$$

$l = l_б \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

⊖ $M_y = F_y \cdot l$; $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж} + M_y}{I}$

4.

№4

$m_б$ $l_б$ k_1 k_2 h_1 h_2

В малых углах

$F_{тяж} = mg\varphi$

$F_{y1} = -k_1 x_1$, $x_1 = l_б\varphi$

$F_{y2} = -k_2 x_2$, $x_2 = l_б\varphi$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}$, $I = m_б l_б^2$

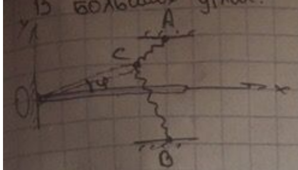
$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} mg\varphi$

$M_{y1} = F_{y1} \cdot l_б$

$M_{y2} = F_{y2} \cdot l_б$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж} + M_{y1} + M_{y2}}{I}$

В больших углах:



$F_{тяж} = m_б g \sin\varphi$

$F_{y1} = -k_1 x_1$, $x_1 = h_1 - |AC|$,

$A(l_б; h_1)$, $C(l_б\cos\varphi; l_б\sin\varphi)$, $B(l_б; -h_2)$

$|AC| = \sqrt{(l_б\cos\varphi - l_б)^2 + (l_б\sin\varphi - h_1)^2}$

$F_{y2} = -k_2 x_2$, $x_2 = h_2 - |BC|$,

$|BC| = \sqrt{(l_б\cos\varphi - l_б)^2 + (l_б\sin\varphi + h_2)^2}$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}$ ⊖, $I = ml^2$

$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} m_б g \sin\varphi$

$M_{y1} = F_{y1} \cdot l_1$, l_1 ⊖

$\cos\alpha = -\cos(180° - \alpha) = -\frac{\vec{CA} \cdot \vec{CO}}{|\vec{CA}| \cdot |\vec{CO}|}$

$\vec{CA} = (l_б - l_б\cos\varphi; h_1 - l_б\sin\varphi)$

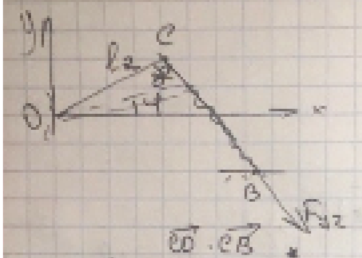
$\vec{CO} = (-l_б\cos\varphi; -l_б\sin\varphi)$

$$\cos\alpha = -\frac{(l_б - l_б\cos\varphi)\cdot(-l_б\cos\varphi) + (h_1 - l_б\sin\varphi)\cdot(-l_б\sin\varphi)}{\sqrt{(l_б - l_б\cos\varphi)^2 + (h_1 - l_б\sin\varphi)^2} \cdot \sqrt{(-l_б\cos\varphi)^2 + (-l_б\sin\varphi)^2}}$$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

⊖ $l_1 = l_б \cdot \sin\alpha$

$M_{y2} = F_{y2} \cdot l_2, \quad l_2 ⊖$



$$\cos\gamma = \frac{\vec{CO} \cdot \vec{CB}}{|\vec{CO}| \cdot |\vec{CB}|}$$

$\vec{CO} = (-l_6\cos\varphi; -l_6\sin\varphi)$

$\vec{CB} = (l_5 - l_6\cos\varphi; -h_2 - l_6\sin\varphi)$

$$\cos\gamma = \frac{(-l_6\cos\varphi)(l_5 - l_6\cos\varphi) + (-l_6\sin\varphi)(-h_2 - l_6\sin\varphi)}{\sqrt{(-l_6\cos\varphi)^2 + (-l_6\sin\varphi)^2} \cdot \sqrt{(l_5 - l_6\cos\varphi)^2 + (-h_2 - l_6\sin\varphi)^2}}$$

$\sin\gamma = \sqrt{1 - \cos^2\gamma}$

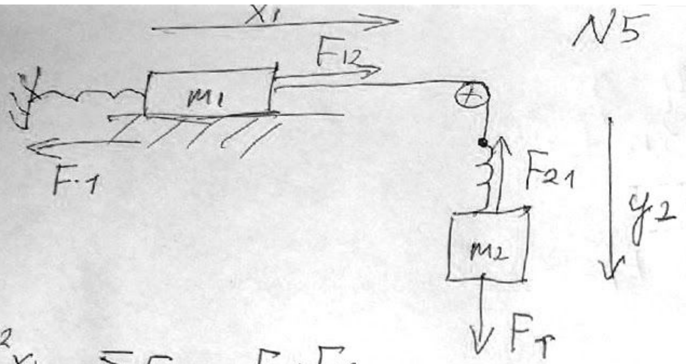
$\Rightarrow l_2 = l_6 \cdot \sin\gamma$

$$⊖ \quad \frac{M_{дв} + M_{y1} + M_{y2}}{I}$$

5.

N5

m_1, m_2, k_1, k_2



$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = \dfrac{\sum F_i}{m_1} = \dfrac{F_1 + F_{12}}{m_1} \\ \dfrac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = \dfrac{\sum F_i}{m_2} = \dfrac{F_{21} + F_T}{m_2} \end{cases}$$

$F_1 = -k_1 \cancel{x} x_1$

$F_T = m_2 g$

$F_{12} = -F_{21}$

$F_{12} = k_2 \Delta$

$F_{21} = -k_2 \Delta$

$\Delta = y_2 - x_1$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = \dfrac{-k_1 x_1 + k_2 \Delta}{m_1} = \dfrac{-k_1 x + k_2(y_2 - x_1)}{m_1} \\ \dfrac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = \dfrac{m_2 g - k_2 \Delta}{m_2} = \dfrac{m_2 g - k_2(y_2 - x_1)}{m_2} \end{cases}$$

6.

2. Вычислить m_y, σ_y функции
$y = \cos^2(x+v)$.
Дано: $m_v = 0$, σ_v.

линеаризация относительно v

6

$$\sum_{n=0}^{k} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \cancel{\frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k}.$$

$f(x,v) = \cos^2(x+v)$

$f'_v(x, v=0) = [$ линеаризация по v => производная тоже по v $] = -2\cos(x+v)\cdot\sin(x+v)\big|_{v=0} = -2\cos x \sin x = -\sin 2x$

$y \approx \cos^2 x - \sin 2x \cdot v$

$m_y = M[\cos^2 x] - M[v\sin 2x] = \cos^2 x - \sin 2x \cdot M_v = \cos^2 x$

$\sigma_y^2 = \left[D[X] = M\left[(X - M[X])^2\right]\right] = M[(y - m_y)^2] = M[(\cancel{\cos^2 x} - v\sin 2x - \cancel{\cos^2 x})^2] = \sin^2 2x \cdot M[v^2]$

$\sigma_v^2 = [$ • В силу линейности математического ожидания, справедлива формула: $D[X] = M[X^2] - (M[X])^2$ $] = M[v^2] - M_v^2 \Rightarrow M[v^2] = \sigma_v^2$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \sigma_v^2 \cdot \sin^2 2x \\ m_y &= \cos^2 x \end{aligned}}$$

7.

7

1. ... отличия.
2. Вычислить m_y, σ_y^2 выражения
$y = e^{(x+v)} + \sin^2(vx)$.
$m_v = 0$, σ_v известно

$y = e^{(x+v)} + \sin^2(vx)$

Дано: $m_v = 0$, σ_v $\quad \boxed{y \approx e^x + e^x v}$

$f(x, v=0) = e^x + \sin^2 0 = e^x$

$f'_v(x,v) = e^{(x+v)} + 2\sin(vx)\cdot\cos(vx)\cdot x \Rightarrow f'_v(x, v=0) = e^x$

$m_y = M[e^x] + M[e^x v] = e^x + e^x M_v = e^x$

$\sigma_y^2 = M[y^2] - (M[y])^2 = M[y^2] - e^{2x} = M[\cancel{e^{2x}} + 2e^{2x}v + e^{2x}v^2] - \cancel{e^{2x}} =$

$= 2e^{2x} m_v + e^{2x} M[v^2] = e^{2x} M[v^2] =$

$[\sigma_v^2 = M[v^2] - M_v^2 \Rightarrow M[v^2] = \sigma_v^2]$

$= e^{2x}\sigma_v^2$

8.

№8

$m_y,\ \sigma_y^2$ – ?

$y = \sin^2(x+v)$

$m_v = 0 \quad \sigma_v$ – дано.

$f(x, v=0) = \sin^2 x$

$f'(x,v) = 2\sin(x+v)\cos(x+v)$

$f'(x, v=0) = 2\sin x\cos x$

$y \approx \sin^2 x + 2\sin x\cos x\cdot v$

$m_y = M[\sin^2 x] + M[2\sin x\cos x\cdot v) = \sin^2 x + 2\sin x\cos x\, M[v]$

$= \underline{\sin^2 x}$

$\sigma_y^2 = M[y^2] - (M[y])^2 = M[y^2] - \sin^4 x = \underline{M}$

$= M[\sin^4 x + 4\sin^3 x\cos x\cdot v + 4\sin^2 x\cos^2 x\cdot v^2] - \sin^4 x$

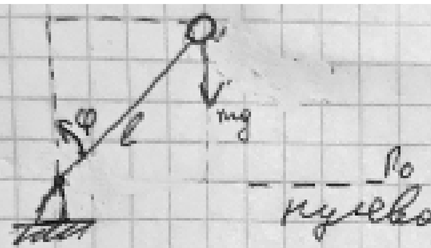
$= 4\sin^3 x\cos x\cdot M[v] + 4\sin^2 x\cos^2 x\, M[v^2] =$

$= 4\sin^2 x\cos^2 x\, M[v^2] = [\sigma_v^2 = M[v^2] - M[v] \Rightarrow \sigma_v^2 = M[v^2]]$

$= \underline{4\sin^2 x\cos^2 x\,\sigma_v^2}$

12.

12.



1 ст. св. : φ

нулевой потенциал

$T = J\omega^2/2 = ml^2\omega^2/2$

$\Pi = \Pi_{пр} + \Pi_g = \dfrac{k_{пр}\cdot\varphi^2}{2} + mgl\cdot\cos\varphi$

$\dot{\varphi} = \omega$; $\dfrac{\partial T}{\partial\varphi} = 0$; $\dfrac{\partial\Pi}{\partial\varphi} = k_{пр}\cdot\varphi - mgl\cdot\sin(\varphi)$

$\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial\omega}\right) = \dfrac{d}{dt}\left(ml^2\omega\right) = ml^2\dot{\omega} = ml^2\dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$

$ml^2\cdot\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} + k_{пр}\varphi - mgl\cdot\sin(\varphi)$

$\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = \dfrac{mgl\cdot\sin(\varphi) - k_{пр}\cdot\varphi}{ml^2}$