1 Билет

1. Моделирование. Классификация видов моделирования.

2. Вычислить m_y, σ_y^2 выражения $y = \sin(x+v) + x + v$. $m_v = 0$, σ_v^2 известно

> По лекции:

Моделирование – совокупность формул, правил, зависимостей, которая позволяет анализировать те или иные свойства исследуемого явления или процесса.

Виды моделирования есть такие:

1. Системная динамика (в основном используется для предприятий).

2. Имитационное моделирование предназначено для моделирования поведения стохастических систем с большим числом связей между элементами разного вида (технические, экономические, социальные...), при наличии случайных факторов. Сложностью этой задачи явл. необходимость моделировать поведение большого числа разных элементов в каждый момент времени.

3. Агентное моделирование позволяет детально рассматривать элементы. Системы с сосредоточенными параметрами, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями.

В зависимости от того, учитываются ли в математической модели системы случайные факторы или нет, модель может быть стохастической или детерминированной.

① $y = \sin(x+V) + x + V$

$f(X, V=0) = \sin X + X$

$f'(X,V) = \cos(x+V) + 1 \Rightarrow f'(x, V=0) = \cos X + 1$

$\cancel{y \approx (\sin x + X) + (1 + \cos(x+V}$

$y \approx (\sin x + X) + (1 + \cos X) V$

$M_y = M[\sin x + X] + M[(1+\cos X) V] = \sin x + X + (1 + \cos X) M_V = X + \sin X$

$\sigma_y^2 = M[y^2] - (M[y])^2 =$

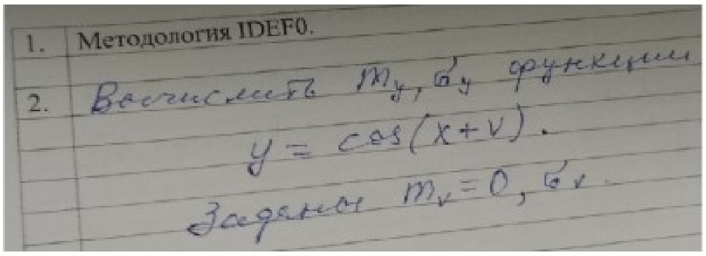
$= M[\cancel{(\sin x + X)^2} + 2(x+\sin x)(1+\cos x)V + (1+\cos x)^2 V^2] - \cancel{(x+\sin x)^2} =$

$= 2(x+\sin x)(1+\cos X) M_V + (1+\cos x)^2 M[V^2] = (1+\cos x)^2 M[V^2] =$

$\sigma_V^2 = M[V^2] - M_V^2 \Rightarrow M[V^2] = \sigma_V^2$

$= (1+\cos X)^2 \sigma_V^2$

2 Билет



1. Методология IDEF0.
2. Вычислить m_y, σ_y функции $y = \cos(x+v)$. Заданы $m_v = 0$, σ_v.

IDEF0 — методология функционального моделирования и графическая нотация, предназначенная для формализации и описания бизнес-процессов.

IDEF0 модели состоят из трех типов документов и имеют перекрестные ссылки друг на друга: графических диаграмм, текста и глоссария.

Стандарт IDEF0 представляет организацию как набор модулей, здесь существует правило - наиболее важная функция находится в верхнем левом углу, кроме того есть правило стороны:

Описание выглядит как «чёрный ящик» с входами, выходами, управлением и механизмом, который постепенно детализируется до необходимого уровня.

- Компоненты диаграммы описания процесса

блоки стрелки диаграммы правила

- Семантика языка IDEF0

- Имя блока, описывающее функцию, должно быть глаголом или глагольным оборотом
- Метки сегментов позволяют конкретизировать данные или материальные объекты
- Чтобы связать стрелку с меткой, следует использовать “тильду”
- В метках стрелок не должны использоваться следующие термины: функция, вход, управление, выход, механизм, вызов
- Стрелки и их сегменты, как отдельные, так и связанные в “пучок”, помечаются существительными или оборотами существительного.

- Концептуальные положения IDEF0

1. Модель
2. Блочное моделирование и его графическое представление
3. Лаконичность и точность
4. Передача информации
5. Строгость и формализм
6. Итеративное моделирование
7. Отделение «организации» от «функций».

ЗАДАЧА НА СЛЕД. СТР.

№2

$\cancel{y=\cos(x+v)}$

$f(x,v)=\cos(x+v)$

$f'(x,v=0)=-\sin(x+v)|_{v=0}=-\sin x$

$y\approx\cos x+(-\sin x)\cdot v$

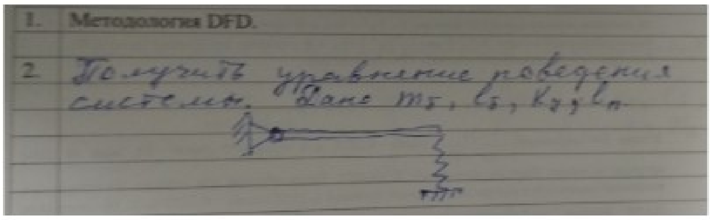
$M_y=M[\cos x]-M[\sin x\cdot v]=\cos x$

$G_y^2=M[(y-m_y)^2]=M[(\cos x-v\sin x-\cos x)^2]=M[v^2\sin^2 x]=M[v^2]\cdot M[\sin^2 x]$

$G_v^2=M[v^2]-M_v^2 \Rightarrow M[v^2]=G_v^2$

$G_y^2=G_v^2\cdot M[\sin^2 x]$

3 Билет (СПИСЫВАЙ БЫСТРЕЕ, ОЧЕНЬ МНОГО СПИСЫВАТЬ!!!)


1. Методология DFD.
2. Получить уравнение поведения системы. Дано m_5, l_5, k_7, l_n

Методология DFD создавалась как средство проектирования программных систем. DFD имеет богатый набор элементов, адекватно отражающих их специфику (например, хранилища данных являются прообразами файлов или баз данных).

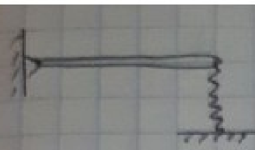
Диаграммы потоков данных… :

- Являются средством моделирования функциональных требований к проектируемой системе;
- Создаются для моделирования существующего процесса движения информации;
- Используются для описания документооборота, обработки информации;
- Применяются как дополнение к модели IDEFO для более наглядного отображения текущих операций документооборота (обмена информацией);
- Обеспечивают проведение анализа и определения основных направлений реинжиниринга информационных систем.

Исторически сложилось так, что для описания диаграмм DFD используются две нотации — Йордана и Гейна-Сарсон, отличающиеся синтаксисом.

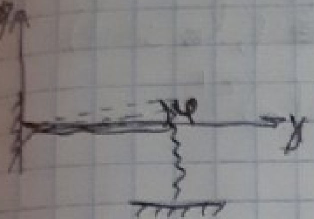
Любая DFD-диаграмма может содержать работы (процесс), системы/подсистемы, внешние сущности (внешние ссылки), стрелки (потоки данных), хранилище данных (накопитель):

№3



$m_б, l_б, k_y, l_п$

В малых углах:



$F_{тяж.} = +m_б g \varphi$

$F_y = -k_y x$, $x = l_б \varphi$ =>

$F_y = -k_y l_б \varphi$

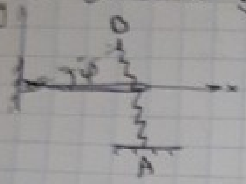
$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}, \quad I = m_б \cdot l_б^2$$

$$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} m_б \cdot g \varphi$$

$$M_y = F_y \cdot l_б$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж} + M_y}{I}$$

В больших углах:



$F_{тяж} = m_б \, g \sin\varphi$

$F_y = -k_y \cdot x$

Найдём x: $A(l_б; -l_п)$, $B(l_б \cdot \cos\varphi; l_б \cdot \sin\varphi)$

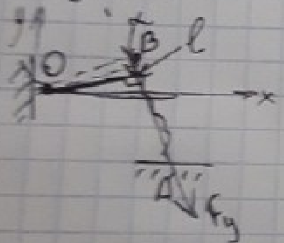
$|AB| = \sqrt{(l_б \cos\varphi - l_б)^2 + (l_б \sin\varphi + l_п)^2}$

$x = |AB| - l_п$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}$, $I = m_б \cdot l_б^2$

$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} \cdot m_б g \sin\varphi$

M_y (=)



$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BA}}{|\overrightarrow{BO}| \cdot |\overrightarrow{BA}|}$

$\overrightarrow{BO} = (-l_б \cos\varphi; -l_б \sin\varphi)$

$\overrightarrow{BA} = (l_б - l_б \cos\varphi; -l_п - l_б \sin\varphi)$

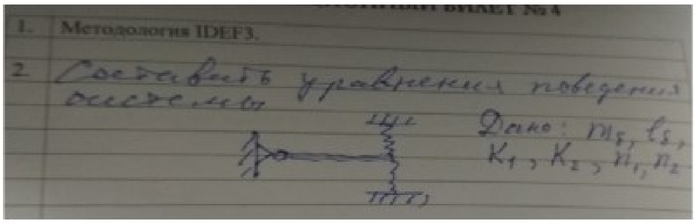
$$\cos\varphi = \frac{(-l_б \cos\varphi) \cdot (l_б - l_б \cos\varphi) + (-l_б \sin\varphi)(-l_п - l_б \sin\varphi)}{\sqrt{(-l_б \cos\varphi)^2 + (-l_б \sin\varphi)^2} \cdot \sqrt{(l_б - l_б \cos\varphi)^2 + (-l_п - l_б \sin\varphi)^2}}$$

$l = l_б \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

(=) $M_y = F_y \cdot l$; $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж} + M_y}{I}$

4 Билет (МНОГО, СПИСЫВАЙ БЫСТРО!!!)

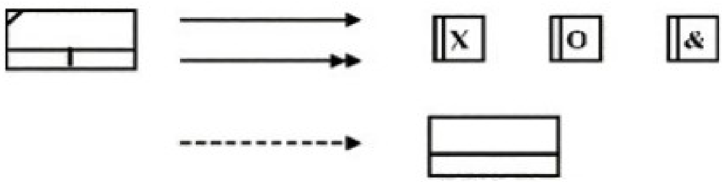


IDEF3 – методология документирования процессов, происходящих в системе, которая используется, например, при исследовании технологических процессов на предприятиях. С помощью IDEF3 описываются сценарий и последовательность операций для каждого процесса. IDEF3 имеет прямую взаимосвязь с методологией IDEF0 – каждая функция может быть представлена в виде отдельного процесса средствами IDEF3.

Основой модели IDEF3 служит так называемый сценарий бизнес-процесса, который выделяет последовательность действий или подпроцессов анализируемой системы. Сценарий для большинства моделей должен быть документирован.

- Компоненты диаграммы описания процесса

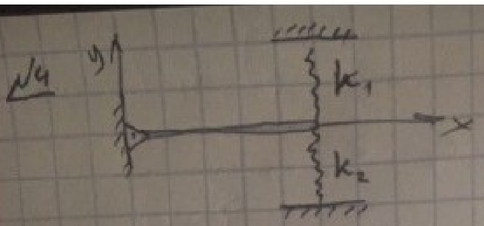
Диаграмма IDEF3 Process Flow Description может состоять из 7 основных описательных блоков:



работы (boxes, activities)	стрелки или связи (arrows, links)	Перекрёстки (junctions)	объекты ссылок

- IDEF3 позволяют выполнять следующие задачи:

1. Документировать имеющиеся данные о технологии процесса;
2. Определять и анализировать точки влияния потоков сопутствующего документооборота на сценарий технологических процессов;
3. Определять ситуации, в которых требуется принятие решения, влияющего на жизненный цикл процесса (например, изменение технологических свойств конечного продукта);
4. Содействовать принятию оптимальных решений при реорганизации технологических процессов;
5. Разрабатывать имитационные модели технологических процессов по принципу «как будет, если...».



$m_б \quad l_б \quad k_1 \quad k_2 \quad u_1 \quad u_2$

В малых углах.

$F_{тяж} = m_б g \varphi$

$F_{y1} = -k_1 x_1$, $x_1 = l_б \varphi$

$F_{y2} = -k_2 x_2$, $x_2 = l_б \varphi$

$\frac{d\varphi^2}{dt^2} = \frac{\Sigma M}{I}$, $I = m_б l_б^2$

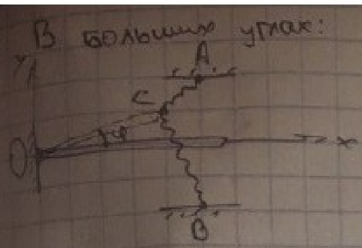
$M_{тяж} = -\frac{l_б}{2} m g \varphi$

$M_{y1} = F_{y1} \cdot l_б$

$M_{y2} = F_{y2} \cdot l_б$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж} + M_{y1} + M_{y2}}{I}$

В больших углах:



$F_{тяж} = m_б g \sin\varphi$

$F_{y1} = -k_1 x_1$, $x_1 = u_1 - |AC|$,

$A(l_б; u_1)$, $C(l_б\cos\varphi; l_б\sin\varphi)$, $B(l_б; -u_2)$

$|AC| = \sqrt{(l_б\cos\varphi - l_б)^2 + (l_б\sin\varphi - u_1)^2}$

$F_{y2} = -k_2 x_2$, $x_2 = u_2 - |BC|$,

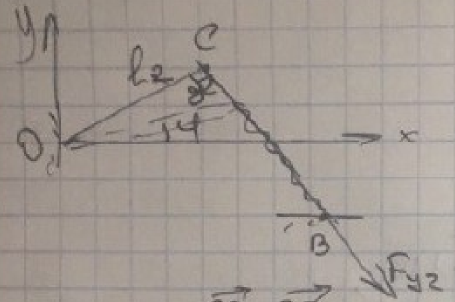
$|BC| = \sqrt{(l_б\cos\varphi - l_б)^2 + (l_б\sin\varphi + u_2)^2}$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M_O}{I}$, $I = m l^2$

$M_{y1} = F_{y1} \cdot l_1, \; l_1 =$

$\cos\alpha = -\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{\vec{CA} \cdot \vec{CO}}{|\vec{CA}| \cdot |\vec{CO}|}$ *

$M_{y2} = F_{y2} \cdot l_2, \; l_2 =$



$$\cos\gamma = \frac{\vec{CO} \cdot \vec{CB}}{|\vec{CO}| \cdot |\vec{CB}|}$$ *

$\vec{CO} = (-l_{\text{б}}\cos\varphi; -l_{\text{б}}\sin\varphi)$

$\vec{CB} = (l_{\text{б}} - l_{\text{б}}\cos\varphi; -h_2 - l_{\text{б}}\sin\varphi)$

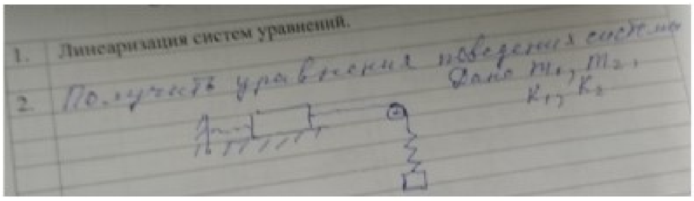
$$\cos\gamma = \frac{(-l_{\text{б}}\cos\varphi)(l_{\text{б}} - l_{\text{б}}\cos\varphi) + (-l_{\text{б}}\sin\varphi)(-h_2 - l_{\text{б}}\sin\varphi)}{\sqrt{(-l_{\text{б}}\cos\varphi)^2 + (-l_{\text{б}}\sin\varphi)^2} \cdot \sqrt{(l_{\text{б}} - l_{\text{б}}\cos\varphi)^2 + (-h_2 - l_{\text{б}}\sin\varphi)^2}}$$

$\sin\gamma = \sqrt{1 - \cos^2\gamma}$

$= l_2 = l_{\text{б}} \cdot \sin\gamma$

$$= \frac{M_{тяж} + M_{y1} + M_{y2}}{I}$$

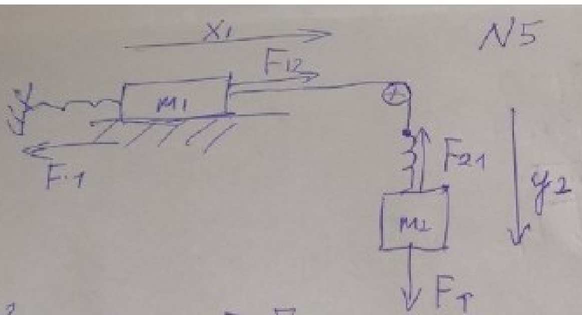
5 Билет



1. Линеаризация систем уравнений.
2. Получить уравнения поведения системы. Дано m_1, m_2, k_1, k_2

Линеаризованную модель, можно получить из нелинейной путем замены нелинейных зависимостей линейными, что бывает трудоемким, либо получить сразу при составлении уравнений, используя линеаризованные зависимости. В большинстве задач нелинейность наиболее часто возникает вследствие необходимости вычислять значения тригонометрических функций. При малых отклонениях угла от нуля, используя разложение в ряд Тейлора.

N5 m_1, m_2, k_1, k_2



$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = \dfrac{\sum F_i}{m_1} = \dfrac{F_1 + F_{12}}{m_1} \\ \dfrac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = \dfrac{\sum F_j}{m_2} = \dfrac{F_{21} + F_T}{m_2} \end{cases}$$

$F_1 = -k_1 x_1$

$F_T = m_2 g$

$F_{12} = -F_{21}$ $\quad F_{12} = k_2 \Delta$

$F_{21} = -k_2 \Delta$

$\Delta = y_2 - x_1$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = \dfrac{-k_1 x_1 + k_2 \Delta}{m_1} = \dfrac{-k_1 x_1 + k_2 (y_2 - x_1)}{m_1} \\ \dfrac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = \dfrac{m_2 g - k_2 \Delta}{m_2} = \dfrac{m_2 g - k_2 (y_2 - x_1)}{m_2} \end{cases}$$

6 Билет

1.	Математический аппарат для создания математических моделей статики, динамики.
2.	Вычислить m_y, σ_y функции $y = \cos^2(X+V)$ Дано: $m_v = 0, \sigma_v$.

1. Определяют элементы, которые надо учитывать в модели системы.

2. Определяют вид функциональных зависимостей, описывающих поведение элементов.

3. Определяют виды связей между элементами системы (функциональная или стохастическая, логическая или вербальная).

4. Определяют управляющие воздействия в системе.

5. Определяют внешние факторы, действующие на систему, их тип (стохастические или детерминированные). Для стохастических определяют законы распределения или вероятностные характеристики (математическое ожидание, дисперсия, корреляционные моменты).

6. Разрабатывают алгоритмы для реализации функциональных зависимостей и связей (аналитические зависимости в случае возможности их получения, логические, вербальные).

7. Разрабатывают на каком-либо алгоритмическом языке программу для реализации этих алгоритмов и датчики случайных чисел для стохастических систем.

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \cancel{\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n}$$

$$f(x,v) = \cos^2(x+v)$$

$$f'_v(x, v=0) = [\text{ линеаризация по v => производная тоже по v }] = -2\cos(x+v)\cdot\sin(x+v)\Big|_{v=0} = -2\cos x \sin x = -\sin 2x$$

$$y \approx \cos^2 x - \sin 2x \cdot v$$

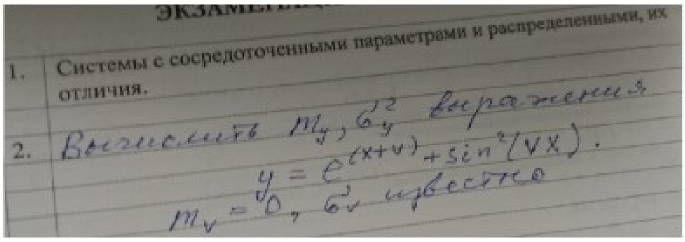
$$m_y = M[\cos^2 x] - M[v \sin 2x] = \cos^2 x - \sin 2x \cdot M_v = \cos^2 x$$

$$\sigma_y^2 = \left[D[X] = M\left[(X - M[X])^2\right]\right] = M[(y-m_y)^2] = M[(\cancel{\cos^2 x} - v\sin 2x - \cancel{\cos^2 x})^2] = \sin^2 2x \cdot M[v^2]$$

$$\sigma_v^2 = \left[\begin{array}{l}\text{В силу линейности математического ожидания, справедлива формула:}\\ D[X] = M[X^2] - (M[X])^2\end{array}\right] = M[v^2] - M_v^2 \Rightarrow M[v^2] = \sigma_v^2$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\sigma_y^2 = \sigma_v^2 \cdot \sin^2 2x \\ m_y = \cos^2 x\end{array}}$$

7 Билет



ЭКЗАМЕНАЦ...

1.	Системы с сосредоточенными параметрами и распределенными, их отличия.
2.	Вычислить m_y, σ_y^2 выражения $y = e^{(x+v)} + \sin^2(vx)$. $m_v = 0$, σ_v известно

Система с **сосредоточенными** параметрами – система, в которой тела, на которые действуют силы можно заменить материальными точками. Если тело представляет балку, то считаем, что она не деформируется. Для создания математических моделей технических систем используют законы физики, механики, электротехники.

При математическом моделировании систем с сосредоточенными параметрами в статике используют закон механики, согласно которому для линейного движения в условии равновесия сумма всех сил, действующих на систему материальных точек по каждой координате, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{Nx} F_{xi}=0, \sum_{i=1}^{Ny} F_{yi}=0, \sum_{i=1}^{Nz} F_{zi}=0,$$

Математической основой для моделирования систем с **распределенными** параметрами является раздел математики, называемый уравнениями математической физики. В этой дисциплине составляют дифференциальные уравнения процессов, которые описываются уравнениями в частных производных. Уравнения в частных производных – такие уравнения, в которых решение, т.е. неизвестная функция, зависит от нескольких аргументов: от времени и координат. Например, изменение температуры по длине трубы водопровода зависит от координаты точки, в которой измеряется температура, и времени (x,y,z,t).

$$y = e^{(x+v)} + \sin^2(vx)$$

Дано: $m_v = 0$, σ_v $\quad \boxed{y \approx e^x + e^x v}$

$$f(x, v=0) = e^x + \sin^2 0 = e^x$$

$$f'_v(x,v) = e^{(x+v)} + 2\sin(vx)\cdot\cos(vx)\cdot x \Rightarrow f'_v(x, v=0) = e^x$$

$$m_y = M[e^x] + M[e^x v] = e^x + e^x M_v = e^x$$

$$\sigma_y^2 = M[y^2] - (M[y])^2 = M[y^2] - e^{2x} = M[\cancel{e^{2x}} + 2e^{2x}v + e^{2x}v^2] - \cancel{e^{2x}} =$$

$$2e^{2x}m_v + e^{2x}m[v^2] = e^{2x}M[v^2] =$$

$$[\sigma_v^2 = M[v^2] - M_v^2 \Rightarrow M[v^2] = \sigma_v^2]$$

$$= e^{2x}\sigma_v^2$$

8 Билет

1. Метод сил.
2. Вычислить m_y, σ_y функции
$$y = \sin^2(X+V);$$
Дано $m_V = 0$, σ_V.

Суть этого метода заключается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от дополнительных связей как внешних, так и внутренних, а их действие заменяется соответствующими силами и моментами. Их величины, в дальнейшем, подбираются так, чтобы перемещения системы соответствовали тем бы ограничениям, которые на нее накладываются отброшенными связями.

Система, освобожденная от дополнительных связей, становится статически определимой. Она носит название основной системы. Для каждой статически неопределимой заданной системы можно подобрать, как правило, различные основные системы, однако их должно объединять следующее условие - основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой (т.е. не должна менять свою геометрию без деформаций элементов).

№8

M_y, σ_y^2 - ?

$y = \sin^2(x+V)$

$M_V = 0$ σ_V - дано.

$f(x, V=0) = \sin^2 x$

$f'(x, V) = 2\sin(x+V)\cos(x+V)$

$f'(x, V=0) = 2\sin x\cos x$

$y \approx \sin^2 x + 2\sin x\cos x \cdot V$

$M_y = M[\sin^2 x] + M[2\sin x\cos x\cdot V] = \sin^2 x + 2\sin x\cos x\, M[V]$

$= \sin^2 x$

$\sigma_y^2 = M[y^2] - (M[y])^2 = M[y^2] - \sin^4 x =$

$= M[\sin^4 x + 4\sin^3 x\cos x\cdot V + 4\sin^2 x\cos^2 x\cdot V^2] - \sin^4 x$

$= 4\sin^3 x\cos x \cdot M[V] + 4\sin^2 x\cos^2 x\, M[V^2] =$

$= 4\sin^2 x\cos^2 x\, M[V^2] = [\sigma_V^2 = M[V^2] - M[V] \Rightarrow \sigma_V^2 = M[V^2]]$

$= 4\sin^2 x\cos^2 x\,\sigma_V^2$

9 Билет

Уравнение Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}-Q_j=0$$

Если система тел обладает потенциальной энергией, то сила, обусловленная потенциальной энергией, действующая на j-й элемент, будет равна

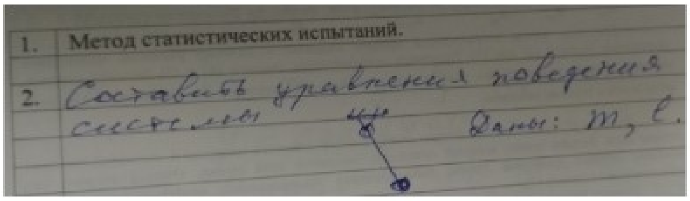
$$Q_{\Pi_j}=\frac{-\partial \Pi}{\partial q_j}$$

, где П – выражение для потенциальной энергии.

Окончательный вариант:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}=Q_{A_j}$$

10 Билет



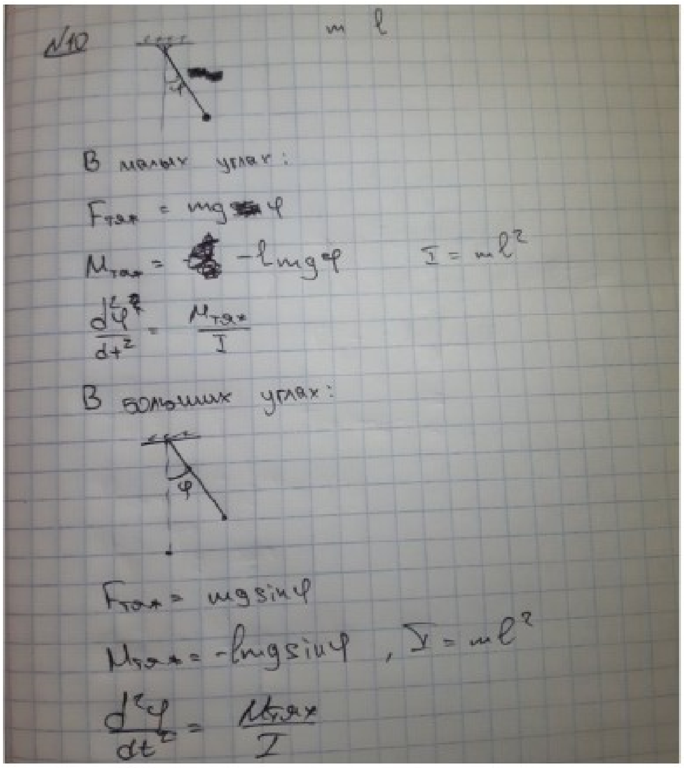
1. Метод статистических испытаний.
2. Составить уравнения поведения системы Даны: m, l.

Основная идея метода: вместо аналитического решения задачи либо проводят эксперименты, испытания, непосредственно рассматриваемые в задаче, либо эти испытания заменяют другими, имеющими с исходными одинаковую вероятностную структуру (т.е. рассматриваемые в задаче случайные явления имитируют, моделируют другими случайными явлениями).

Определенные по результатам достаточно большого числа испытаний характеристики случайных явлений (относительные частоты, средние арифметические) используют в качестве приближенного решения задачи (в качестве оценок вероятностей, математических ожиданий). Допустимость этого приближения основывается на законе больших чисел.

Метод статистических испытаний применяют для решения не только тех задач, в которых в явном виде имеются случайные явления, но также и для решения многих математических задач, не содержащих таких явлений. В этом случае искусственно подбирают такое случайное явление, характеристики которого связаны с результатами решения исходной задачи. Для определения числовых значений этих характеристик используется метод статистических испытаний.

Т.к. достаточно высокая точность решения при использовании метода статистических испытаний гарантируется, как правило, только при проведении большого числа испытаний, этот метод можно реализовать только на ЭВМ. Поэтому данный метод часто называют «машинным».



№10 m l

В малых углах:

$F_{тяж} = mg\varphi$

$M_{тяж} = -lmg\varphi$ $I = ml^2$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж}}{I}$

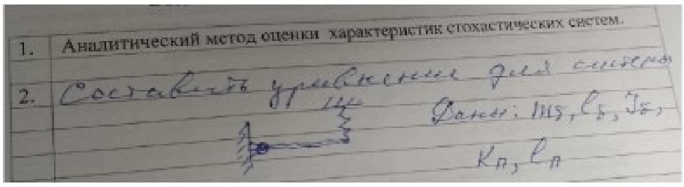
В больших углах:

$F_{тяж} = mg\sin\varphi$

$M_{тяж} = -lmg\sin\varphi$, $I = ml^2$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_{тяж}}{I}$

11 Билет



1.	Аналитический метод оценки характеристик стохастических систем.
2.	Составить уравнение для системы. Дано: $m_б, l_б, J_б, K_п, l_п$

$$y = f(t, v), v^T = [v_1, v_2, \dots, v_n]$$

Аналит. методы анализа базируются на разложении ур-я поведения системы в ряд Тейлора по случайным величинам, в зависимости от учитываемых в разложении Тейлора членов получаются разные точности.

Простой пример:

Разложенение в ряд Тейлора, раскладываем в окрестности точки v=0.

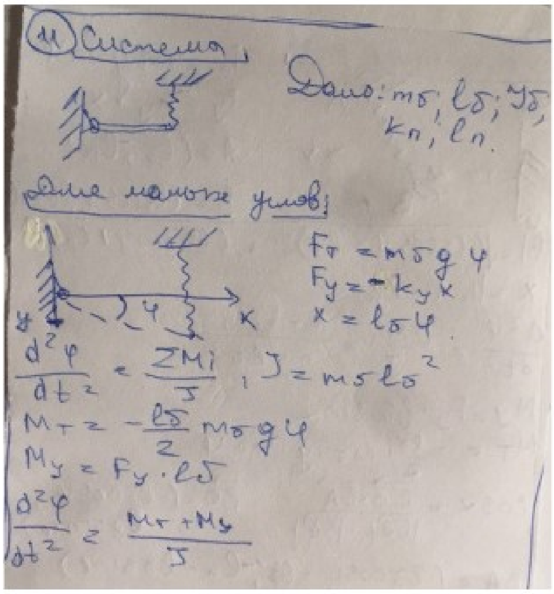
$$y \approx f(t, v{=}0) + \frac{df(t, v{=}0)}{dv} v$$

Вычислим мат. Ожидание этого выражения.

$$M[y] \approx M[f(t, v{=}0)] + M\left[\frac{df(t, v{=}0)}{dv} v\right]$$

Алгоритм для вычисления дисперсии:

$$G_y^2 = M[(y - m_y)^2] = \left(\frac{df(t, v{=}0)}{dv}\right)^2 * G_v^2$$



(11) Система

Дано: $m_б; l_б; J_б; k_п; l_п$.

Для малых углов:

$F_т = m_б g \varphi$

$F_y = -k_y x$

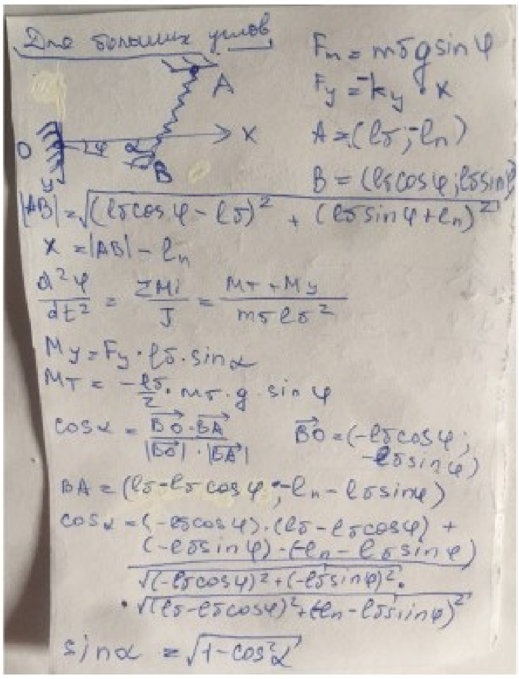
$x = l_б \varphi$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M_i}{J}$, $J = m_б l_б^2$

$M_т = -\frac{l_б}{2} m_б g \varphi$

$M_y = F_y \cdot l_б$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M_т + M_y}{J}$



Для больших углов

$F_т = m_б g \sin\varphi$

$F_y = -k_y \cdot x$

$A = (l_б; -l_п)$

$B = (l_б\cos\varphi; l_б\sin\varphi)$

$|AB| = \sqrt{(l_б\cos\varphi - l_б)^2 + (l_б\sin\varphi + l_п)^2}$

$x = |AB| - l_п$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\Sigma M_i}{J} = \frac{M_т + M_y}{m_б l_б^2}$

$M_y = F_y \cdot l_б \cdot \sin\alpha$

$M_т = -\frac{l_б}{2} \cdot m_б \cdot g \cdot \sin\varphi$

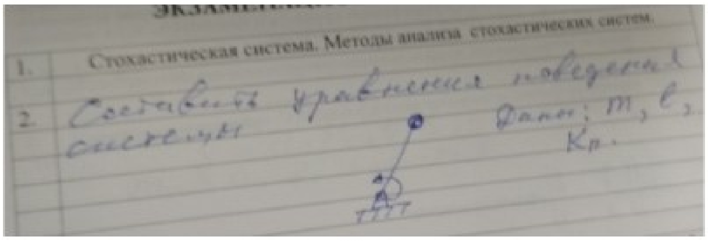
$\cos\alpha = \frac{\vec{BO}\cdot\vec{BA}}{|\vec{BO}|\cdot|\vec{BA}|}$ $\quad \vec{BO} = (-l_б\cos\varphi; -l_б\sin\varphi)$

$\vec{BA} = (l_б - l_б\cos\varphi; -l_п - l_б\sin\varphi)$

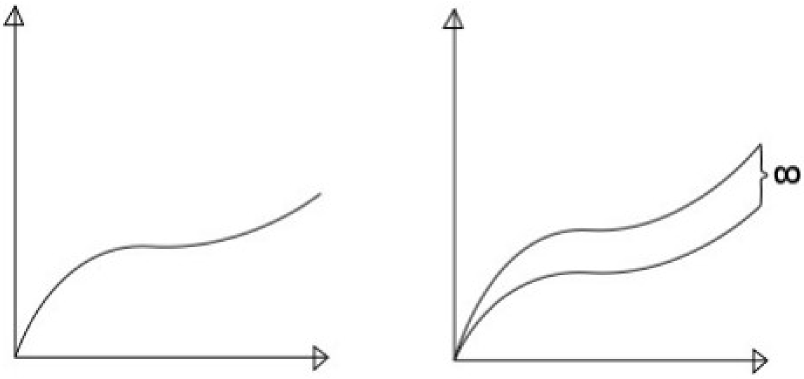
$\cos\alpha = \frac{(-l_б\cos\varphi)\cdot(l_б - l_б\cos\varphi) + (-l_б\sin\varphi)\cdot(-l_п - l_б\sin\varphi)}{\sqrt{(-l_б\cos\varphi)^2 + (-l_б\sin\varphi)^2}\cdot\sqrt{(l_б - l_б\cos\varphi)^2 + (-l_п - l_б\sin\varphi)^2}}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

12 Билет


1. Стохастическая система. Методы анализа стохастических систем.
2. Составить уравнения поведения системы Дано: m, ℓ, Kп.

Стохастические системы - системы изменения в которых носят случайный характер и в отличии от детерминированных систем на заданный момент времени может быть ∞ мн-во разных значений координат. При случайных воздействиях данных о состоянии системы недостаточно для предсказания в последующий момент времени.



На практике для анализа стохастических систем используют корреляционную теорию для анализа технических систем. В этой теории определяют ср. значение случ. велечины, дисперсию случ. велечены и если есть несколько выходных координат, то определяют кореляционный момент.

$$m_x = \int_a^b f(x)\,x\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,x_i * \Delta x$$

При анализе реальных техн. систем этими формулами воспользоваться невозможно, т.к. не известна f(x) и определить её аналитически практически не возможно, поэтому пользуются методом мат. статистики, который заключается в проведении экспериментальных расчётов системой при разных значениях возмущающих случайных факторов и называется этот метод методом стат. испытаний, который состоит из: определения закона распределения случайных возмущающих факторов и затем создания датчиков, которые будут получать случайные числа по этим вероятностям.

13 Билет

1. Детерминированная система, ее математическое описание.
2. Восчислить m_y, σ_y функции

$$y = \ln(x+v) + (x+v)^2$$

Дано: $m_v = 0$; σ_v:

Детерминированная система (по лекции) - Динамическая система, уравнения движения, параметры и начальные условия которой известны и не являются стохастическими или случайными. Некоторые движения детерминированных систем могут казаться случайными.

Мат. описание зависит от поставленной задачи, мат. описание может быть, как алгебраическими, так и дифференциальными уравнениями.

------------ Либо ------------

Детерминированная система (по интернету) — это система, в которой все её элементы однозначно определены детерминированными величинами и могут быть рассчитаны или предсказаны на момент принятия решения, а также определен конечный набор факторов, учитываемых в системах.

Детерминированной величиной считается величина, траектория которой однозначно определяется ее взаимосвязями с другими величинами. В детерминированных моделях однозначно определены все факторы, оказывающие влияние на развитие ситуации принятия решения, известны точные значения параметров на момент принятия решения.

Мат. описание зависит от поставленной задачи, мат. описание может быть, как алгебраическими, так и дифференциальными уравнениями.

13 $\quad y = \ln(x+v) + (x+v)^2$

$$f(x, v=0) = \ln x + x^2$$

$$f'(x,v) = \frac{1}{x+v} + 2(x+v) \Rightarrow f'(x, v=0) = \frac{1}{x} + 2x$$

$$y \approx (\ln x + x^2) + \left(\frac{1}{x} + 2x\right) v$$

$$M_y = \ln x + x^2 + \left(\frac{1}{x} + 2x\right) \cdot m_v = \ln x + x^2$$

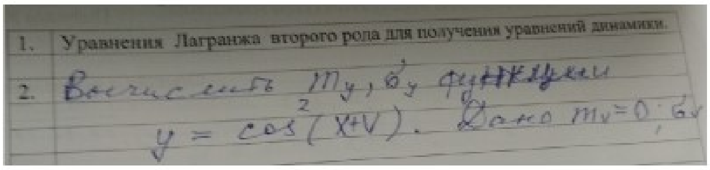
$$\sigma_y^2 = M[y^2] - (M[y])^2 = M\left[\cancel{(\ln x + x^2)^2} + 2(\ln x + x^2)\left(\frac{1}{x}+2x\right)v + \left(\frac{1}{x}+2x\right)^2 v^2\right] -$$

$$- \cancel{(\ln x + x^2)^2} = \underbrace{2(\ln x + x^2)\left(\frac{1}{x} + 2x\right) M_v}_{=0} + \left(\frac{1}{x} + 2x\right)^2 M[v^2]$$

$$\cancel{M_v}\ \sigma_v^2 = M[v^2] - M_v^2 \Rightarrow M[v^2] = \sigma_v^2$$

$$\Rightarrow \sigma_y^2 = \left(\frac{1}{x} + 2x\right)^2 \cdot \sigma_v^2$$

14 Билет



1.	Уравнения Лагранжа второго рода для получения уравнений динамики.
2.	Вычислить m_y, σ_y функции $y = \cos^2(X+V)$. Дано $m_v = 0$; σ_v

Уравнение Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j = 0$$

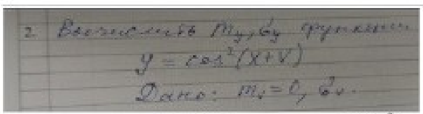
Если система тел обладает потенциальной энергией, то сила, обусловленная потенциальной энергией, действующая на j-й элемент, будет равна

$$Q_{\Pi_j} = \frac{-\partial \Pi}{\partial q_j}$$

, где П – выражение для потенциальной энергии.

Окончательный вариант:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_{A_j}$$



2. Вычислить m_y, σ_y функции
$y = \cos^2(X+V)$
Дано: $m_v = 0$, σ_v.

линеаризация относительно v

14

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \cancel{\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n}$$

$f(x,v) = \cos^2(x+v)$

$f'_v(x, v=0) = [$ линеаризация по v => производная тоже по v $] = -2\cos(x+v)\cdot\sin(x+v)\Big|_{v=0} = -2\cos x\sin x = -\sin 2x$

$y \approx \cos^2 x - \sin 2x \cdot v$

$m_y = M[\cos^2 x] - M[v\sin 2x] = \cos^2 x - \sin 2x \cdot M_v = \cos^2 x$

$\sigma_y^2 = [D[X] = M[(X - M[X])^2]] = M[(y - m_y)^2] = M[(\cancel{\cos^2 x} - v\sin 2x - \cancel{\cos^2 x})^2] = \sin^2 2x \cdot M[v^2]$

$\sigma_v^2 = [$ В силу линейности математического ожидания, справедлива формула: $D[X] = M[X^2] - (M[X])^2] = M[v^2] - M_v^2 \Rightarrow M[v^2] = \sigma_v^2$

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_y^2 &= \sigma_v^2 \cdot \sin^2 2x \\ m_y &= \cos^2 x\end{aligned}}$$