

1. Моделирование. Классификация видов моделирования.

> По лекции:

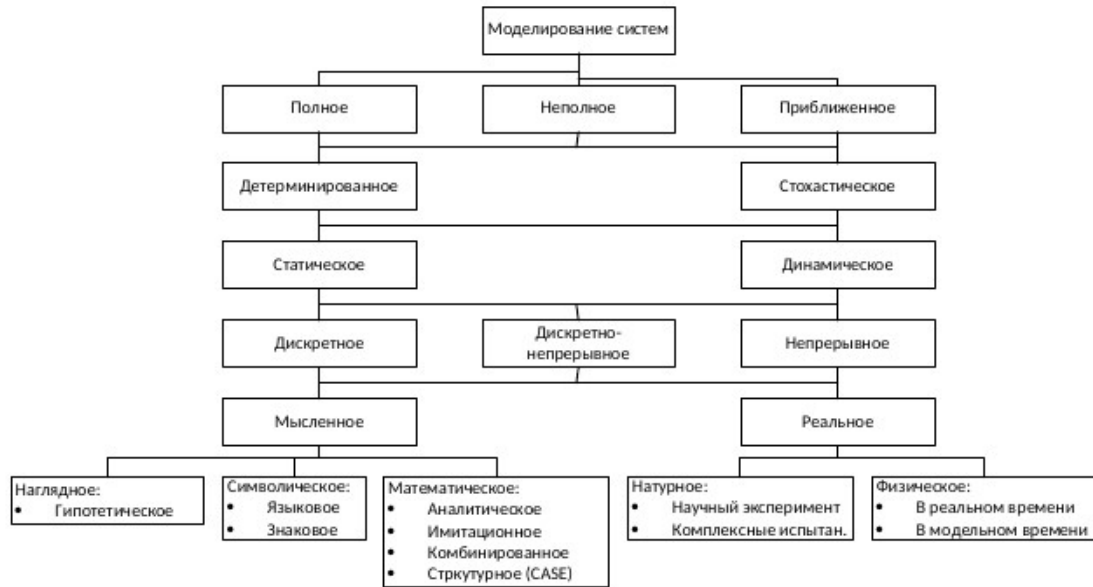
Математическая модель – совокупность формул, правил, зависимостей, которая позволяет анализировать те или иные свойства исследуемого явления или процесса. Виды математических моделей. В зависимости от сложности исследования системы, от способа получения решения математические модели бывают:

1. Аналитические – такие модели, которые позволяют прогнозировать поведение системы с помощью аналитических формул. Такие модели были распространены, когда анализируемые системы были еще не очень сложные и могли описываться аналитическими зависимостями.

2. Имитационные. По мере усложнения систем, учета случайных факторов в них, усложнения учитываемых в элементах системы зависимостей, исследователи поняли, что аналитически описать такие системы невозможно. Поэтому для описания и анализа таких систем начало развиваться имитационное моделирование. Сильный толчок для такого моделирования дало появление ЭВМ.

В зависимости от того, учитываются ли в математической модели системы случайные факторы или нет, модель может быть стохастической или детерминированной. В стохастических системах, в отличие от детерминированных, учитываются случайные факторы, для которых может быть либо известен закон распределения, либо нет. Учет вероятностных факторов в системе существенно усложняет задачу, так как выходные характеристики системы в этом случае тоже становятся случайными величинами и для определения их вероятностных характеристик необходимо использовать специальные методы расчета – либо аналитические, либо метод статистических испытаний. Технические системы можно рассматривать как системы с сосредоточенными, либо с распределенными параметрами. Это зависит от того, повлияет ли задание системы в виде материальных точек на качество прогноза ее поведения.

> По Интернету:



- При **полном** моделировании модели идентичны объекту во времени и пространстве.
- Для **неполного** моделирования эта идентичность не сохраняется.
- В основе **приближенного** моделирования лежит подобие, при котором некоторые стороны реального объекта не моделируются совсем. Теория подобия утверждает, что абсолютное подобие возможно лишь при замене одного объекта другим точно таким же. Поэтому при моделировании абсолютное подобие не имеет места. Исследователи стремятся к тому, чтобы модель хорошо отображала только исследуемый аспект системы.
- **Детерминированное** моделирование отображает процессы, в которых предполагается отсутствие случайных воздействий.
- **Стохастическое** моделирование учитывает вероятностные процессы и события.
- **Статическое** моделирование служит для описания состояния объекта в фиксированный момент времени, а динамическое — для исследования объекта во времени. При этом оперируют аналоговыми (непрерывными), дискретными и смешанными моделями.
- **Мысленное моделирование** применяется тогда, когда модели не реализуемы в заданном интервале времени либо отсутствуют условия для их физического создания (например, ситуация микромира). Мысленное моделирование реальных систем реализуется в виде наглядного, символического и математического.
- При **наглядном** моделировании на базе представлений человека о реальных объектах создаются наглядные модели, отображающие явления и процессы, протекающие в объекте. Примером таких моделей являются учебные плакаты, рисунки, схемы, диаграммы.
- В основу **гипотетического** моделирования закладывается гипотеза о закономерностях протекания процесса в реальном объекте, которая отражает уровень знаний исследователя об объекте и базируется на причинно-следственных связях между входом и выходом изучаемого объекта. Этот вид моделирования используется, когда знаний об объекте недостаточно для построения формальных моделей.
- **Символическое** моделирование представляет собой искусственный процесс создания логического объекта, который замещает реальный и выражает его основные свойства с помощью определенной системы знаков и символов.
- В основе **языкового** моделирования лежит некоторый тезаурус, который образуется из набора понятий исследуемой предметной области, причем этот набор должен быть фиксированным. Под

тезаурусом понимается словарь, отражающий связи между словами или иными элементами данного языка, предназначенный для поиска слов по их смыслу.

2. Методология IDEF0

IDEF0 — методология функционального моделирования и графическая нотация, предназначенная для формализации и описания бизнес-процессов. Отличительной особенностью IDEF0 является её акцент на соподчинённость объектов. В IDEF0 рассматриваются логические отношения между работами, а не их временная последовательность (поток работ).

IDEF0 модели состоят из трех типов документов и имеют перекрестные ссылки друг на друга: графических диаграмм, текста и глоссария.

Стандарт IDEF0 представляет организацию как набор модулей, здесь существует правило - наиболее важная функция находится в верхнем левом углу, кроме того есть правило стороны:



Описание выглядит как «чёрный ящик» с входами, выходами, управлением и механизмом, который постепенно детализируется до необходимого уровня. Также для того чтобы быть правильно понятым, существуют словари описания активностей и стрелок. В этих словарях можно дать описания того, какой смысл вкладывается в данную активность либо стрелку.

➤ Компоненты диаграммы описания процесса

блоки стрелки диаграммы правила

➤ Семантика языка IDEF0

- Имя блока, описывающее функцию, должно быть глаголом или глагольным оборотом
- Метки сегментов позволяют конкретизировать данные или материальные объекты
- Чтобы связать стрелку с меткой, следует использовать "тильду"
- В метках стрелок не должны использоваться следующие термины: функция, вход, управление, выход, механизм, вызов
- Стрелки и их сегменты, как отдельные, так и связанные в "пучок", помечаются существительными или оборотами существительного.

➤ Концептуальные положения IDEF0

1. Модель
2. Блочное моделирование и его графическое представление
3. Лаконичность и точность
4. Передача информации
5. Строгость и формализм
6. Итеративное моделирование
7. Отделение «организации» от «функций».

3. Методология DFD.

Методология DFD создавалась как средство проектирования программных систем. DFD имеет богатый набор элементов, адекватно отражающих их специфику (например, хранилища данных являются прообразами файлов или баз данных).

Диаграммы потоков данных... :

- Являются средством моделирования функциональных требований к проектируемой системе;
- Создаются для моделирования существующего процесса движения информации;
- Используются для описания документооборота, обработки информации;
- Применяются как дополнение к модели IDEFO для более наглядного отображения текущих операций документооборота (обмена информацией);
- Обеспечивают проведение анализа и определения основных направлений реинжиниринга информационных систем.

Исторически сложилось так, что для описания диаграмм DFD используются две нотации — Йордана и Гейна-Сарсон, отличающиеся синтаксисом.

Любая DFD-диаграмма может содержать работы (процесс), системы/подсистемы, внешние сущности (внешние ссылки), стрелки (потоки данных), хранилище данных (накопитель):



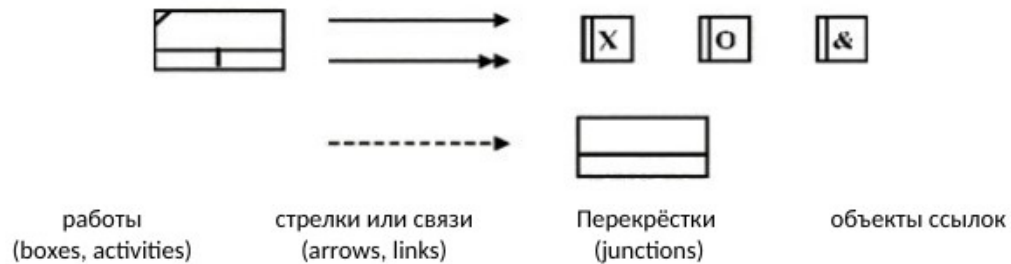
4. Методология IDEF3

IDEF3 – методология документирования процессов, происходящих в системе, которая используется, например, при исследовании технологических процессов на предприятиях. С помощью IDEF3 описываются сценарий и последовательность операций для каждого процесса. IDEF3 имеет прямую взаимосвязь с методологией IDEF0 – каждая функция может быть представлена в виде отдельного процесса средствами IDEF3.

Основой модели IDEF3 служит так называемый сценарий бизнес-процесса, который выделяет последовательность действий или подпроцессов анализируемой системы. Сценарий для большинства моделей должен быть документирован.

➤ Компоненты диаграммы описания процесса

Диаграмма IDEF3 Process Flow Description может состоять из 7 основных описательных блоков:



➤ IDEF3 позволяют выполнять следующие задачи:

1. Документировать имеющиеся данные о технологии процесса;
2. Определять и анализировать точки влияния потоков сопутствующего документооборота на сценарий технологических процессов;
3. Определять ситуации, в которых требуется принятие решения, влияющего на жизненный цикл процесса (например, изменение технологических свойств конечного продукта);
4. Содействовать принятию оптимальных решений при реорганизации технологических процессов;
5. Разрабатывать имитационные модели технологических процессов по принципу «как будет, если...».

5. Линеаризация систем уравнений

Полученные дифференциальные уравнения, описывающие поведение системы, в общем случае являются нелинейными, позволяют анализировать ее поведение в большом диапазоне координат и характеризуются сложными зависимостями. Решение их возможно только численными методами. Однако бывают ситуации, когда необходимо проанализировать поведение системы в небольшой окрестности относительно положения равновесия, и составление полной, сложной модели в этом случае не оправдано. Тогда используют линеаризованную модель, которую можно получить из нелинейной путем замены нелинейных зависимостей линейными, что бывает трудоемким, либо получить сразу при составлении уравнений, используя линеаризованные зависимости. В большинстве задач нелинейность наиболее часто возникает вследствие необходимости вычислять значения тригонометрических функций. При малых отклонениях угла от нуля, используя разложение в ряд Тейлора.

6. Математический аппарат для создания математических моделей статистики, динамики

(ВОЗМОЖНО НЕПРАВИЛЬНО!!!)

1. Определяют элементы, которые надо учитывать в модели системы.
2. Определяют вид функциональных зависимостей, описывающих поведение элементов. В зависимости от глубины учета явлений, протекающих в элементарной системе, они могут быть статическими или динамическими, учитывающими случайные факторы (стохастические) или нет (детерминированные), могут характеризоваться количественными либо только качественными оценками результатов их функционирования – логические, вербальные (словесные).
3. Определяют виды связей между элементами системы (функциональная или стохастическая, логическая или вербальная).
4. Определяют управляющие воздействия в системе.
5. Определяют внешние факторы, действующие на систему, их тип (стохастические или детерминированные). Для стохастических определяют законы распределения или вероятностные характеристики (математическое ожидание, дисперсия, корреляционные моменты).
6. Разрабатывают алгоритмы для реализации функциональных зависимостей и связей (аналитические зависимости в случае возможности их получения, логические, вербальные).
7. Разрабатывают на каком-либо алгоритмическом языке программу для реализации этих алгоритмов и датчики случайных чисел для стохастических систем.

7. Системы с сосредоточенными параметрами и распределенными, их отличия.

Система с **сосредоточенными** параметрами – система, в которой тела, на которые действуют силы можно заменить материальными точками. Если тело представляет балку, то считаем, что она не деформируется. Для создания математических моделей технических систем используют законы физики, механики, электротехники.

При математическом моделировании систем с сосредоточенными параметрами в статике используют закон механики, согласно которому для линейного движения в условии равновесия сумма всех сил, действующих на систему материальных точек по каждой координате, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{N_x} F_{xi}=0, \sum_{i=1}^{N_y} F_{yi}=0, \sum_{i=1}^{N_z} F_{zi}=0,$$

где F_{xi} , F_{yi} , F_{zi} – силы, действующие в системе по координатам x, y, z соответственно, а при угловом

равна нулю сумма моментов $\sum_{i=1}^{N_x} M_{xi}=0, \sum_{i=1}^{N_y} M_{yi}=0, \sum_{i=1}^{N_z} M_{zi}=0$, где индексы x, y, z указывают оси, вокруг которых действуют моменты.

Математической основой для моделирования систем с **распределенными** параметрами является раздел математики, называемый уравнениями математической физики. В этой дисциплине составляют дифференциальные уравнения процессов, которые описываются уравнениями в частных производных. Уравнения в частных производных – такие уравнения, в которых решение, т.е. неизвестная функция, зависит от нескольких аргументов: от времени и координат. Например, изменение температуры по длине трубы водопровода зависит от координаты точки, в которой измеряется температура, и времени (x, y, z, t).

8. Метод сил.

Суть этого метода заключается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от дополнительных связей как внешних, так и внутренних, а их действие заменяется соответствующими силами и моментами. Их величины, в дальнейшем, подбираются так, чтобы перемещения системы соответствовали тем бы ограничениям, которые на нее накладываются отброшенными связями.

Система, освобожденная от дополнительных связей, становится статически определимой. Она носит название основной системы. Для каждой статически неопределимой заданной системы можно подобрать, как правило, различные основные системы, однако их должно объединять следующее условие - основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой (т.е. не должна менять свою геометрию без деформаций элементов).

9. Уравнения Лагранжа второго рода для получения уравнений динамики.

Уравнение Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j = 0$$

Если система тел обладает потенциальной энергией, то сила, обусловленная потенциальной энергией, действующая на j-й элемент, будет равна

$$Q_{\Pi_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j}$$

, где Π – выражение для потенциальной энергии.

Окончательный вариант:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_j$$

10. Метод статистических испытаний

Основная идея метода: вместо аналитического решения задачи либо проводят эксперименты, испытания, непосредственно рассматриваемые в задаче, либо эти испытания заменяют другими, имеющими с исходными одинаковую вероятностную структуру (т.е. рассматриваемые в задаче случайные явления имитируют, моделируют другими случайными явлениями).

Определенные по результатам достаточно большого числа испытаний характеристики случайных явлений (относительные частоты, средние арифметические) используют в качестве приближенного решения задачи (в качестве оценок вероятностей, математических ожиданий). Допустимость этого приближения основывается на законе больших чисел.

Метод статистических испытаний применяют для решения не только тех задач, в которых в явном виде имеются случайные явления, но также и для решения многих математических задач, не содержащих таких явлений. В этом случае искусственно подбирают такое случайное явление, характеристики которого связаны с результатами решения исходной задачи. Для определения числовых значений этих характеристик используется метод статистических испытаний.

Т.к. достаточно высокая точность решения при использовании метода статистических испытаний гарантируется, как правило, только при проведении большого числа испытаний, этот метод можно реализовать только на ЭВМ. Поэтому данный метод часто называют «машинным».

11. Аналитический метод оценки характеристик стохастических систем.

$$y = f(t, v), v^T = [v_1, v_2, \dots, v_n]$$

Примем мат. Ожидание вектора $v=0$, корреляционная матрица ошибок известна, и она диагональна. На главной диагонали стоят дисперсии, а вне моменты корреляции. Если корреляционные моменты $=0$, то случ. процессы не коллериованны.

Аналит. методы анализа базируются на разложении ур-я поведения системы в ряд Тейлора по случайным величинам, в зависимости от учитываемых в разложении Тейлора членов получают разные точности.

Простой пример:

Разложение в ряд Тейлора, раскладываем в окрестности точки $v=0$.

$$y \approx f(t, v=0) + \frac{df(t, v=0)}{dv} v$$

Вычислим мат. Ожидание этого выражения.

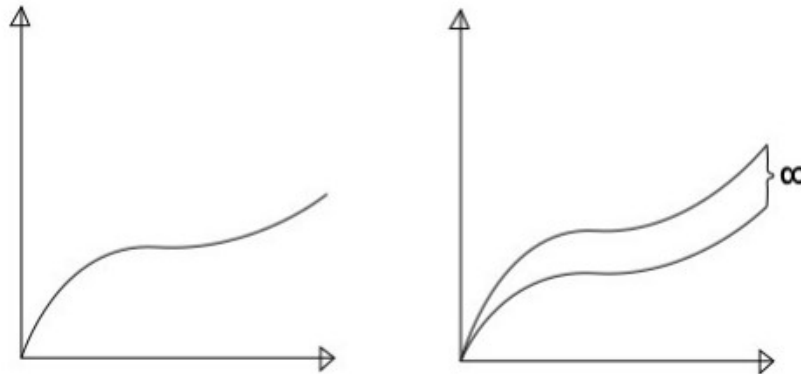
$$M[y] \approx M[f(t, v=0)] + M\left[\frac{df(t, v=0)}{dv} v\right]$$

Алгоритм для вычисления дисперсии:

$$G_y^2 = M[(y - m_y)^2] = \left(\frac{df(t, v=0)}{dv}\right)^2 * G_v^2$$

12. Стохастическая система. Методы анализа стохастических систем.

Стохастические системы - системы изменения в которых носят случайный характер и в отличие от детерминированных систем на заданный момент времени может быть ∞ мн-во разных значений координат. При случайных воздействиях данных о состоянии системы недостаточно для предсказания в последующий момент времени.



На практике для анализа стохастических систем используют корреляционную теорию для анализа технических систем. В этой теории определяют ср. значение случ. величины, дисперсию случ. величины и если есть несколько выходных координат, то определяют корреляционный момент.

$$m_x = \int_a^b f(x) x dx \approx \sum_{i=1}^n f(x_i) x_i \Delta x$$

При анализе реальных техн. систем этими формулами воспользоваться невозможно, т.к. не известна $f(x)$ и определить её аналитически практически не возможно, поэтому пользуются методом мат. статистики, который заключается в проведении экспериментальных расчётов системой при разных значениях возмущающих случайных факторов и называется этот метод методом стат. испытаний, который состоит из: определения закона распределения случайных возмущающих факторов и затем создания датчиков, которые будут получать случайные числа по этим вероятностям.

13. Детерминированная система, ее математическое описание.

Детерминированная система (по лекции) - Динамическая система, уравнения движения, параметры и начальные условия которой известны и не являются стохастическими или случайными. Некоторые движения детерминированных систем могут казаться случайными.

Мат. описание зависит от поставленной задачи, мат. описание может быть, как алгебраическими, так и дифференциальными уравнениями.

----- Либо -----

Детерминированная система (по интернету) — это система, в которой все её элементы однозначно определены детерминированными величинами и могут быть рассчитаны или предсказаны на момент принятия решения, а также определен конечный набор факторов, учитываемых в системах.

Детерминированной величиной считается величина, траектория которой однозначно определяется ее взаимосвязями с другими величинами. В детерминированных моделях однозначно определены все факторы, оказывающие влияние на развитие ситуации принятия решения, известны точные значения параметров на момент принятия решения.

Мат. описание зависит от поставленной задачи, мат. описание может быть, как алгебраическими, так и дифференциальными уравнениями.