



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΓΛΩΣΣΕΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ II

4η Σειρά Ασκήσεων

Συστήματα Τύπων

Μαυρογεώργης Νικόλαος
03113087

Μέρος Πρώτο - Αυτοεφαρμογή

Έστω, ότι υπάρχει περιβάλλον Γ και τύπος τ , έτσι ώστε να ισχύει $\Gamma \vdash xx : \tau$.
Γνωρίζουμε ότι ισχύει ο ακόλουθος κανόνας τύπων:

$$\text{FUNCTION APPLICATION} \quad \frac{\Gamma \vdash e_1 : \tau \rightarrow \tau' \quad \Gamma \vdash e_2 : \tau}{\Gamma \vdash e_1 e_2 : \tau'}$$

ο οποίος για $e_1 = e_2 = x$ γίνεται:

$$\text{FUNCTION APPLICATION} \quad \frac{\Gamma \vdash x : \tau \rightarrow \tau' \quad \Gamma \vdash x : \tau}{\Gamma \vdash xx : \tau'}$$

Από το λήμμα αντιστροφής (το οποίο αποδεικνύεται άμεσα) για αυτόν τον κανόνα, ισχύει ότι: Αν $\Gamma \vdash xx : \tau$, τότε πρέπει να υπάρχει τύπος aux , τέτοιος ώστε $x : aux \rightarrow \tau$, αλλά και $x : aux$. Προφανώς, οι τύποι aux και $\tau \rightarrow aux$, δεν μπορεί να ταυτίζονται, επομένως καταλήξαμε σε άτοπο.

Άρα, δεν υπάρχει περιβάλλον Γ και τύπος τ , έτσι ώστε να ισχύει $\Gamma \vdash xx : \tau$.

Μέρος Δεύτερο - Αναφορές και Αναδρομή

Για διευκόλυνση έχουμε συμπεριλάβει και τα `let bindings` στη γλώσσα μας.

1. Ένα πρόγραμμα που δεν τερματίζει, θα μπορούσε να είναι η κλήση μιας αναδρομικής συνάρτησης που καλεί τον εαυτό της επ' άπειρον. Η συνάρτηση είναι η:

```
endless ≡ λ.n : Nat.  
  let  
    r = ref (λx : Nat.x + 1)  
  in  
    let  
      f = λn : Nat.(!r)n  
    in  
      r := f;  
      f n
```

Οπότε, η κλήση (`endless 1`), είναι ένα πρόγραμμα που δεν τερματίζει.

2. Η συνάρτηση `fact` για τον υπολογισμό του παραγοντικού, είναι η εξής:

```
fact ≡ λ .n : Nat.  
  let  
    r = ref (λ x : Nat.x + 1)  
  in  
    let  
      f = λ n : Nat.if n <= 1 then 1 else n * (!!r)(n - 1)  
    in  
      r := f;  
      f n
```