



开课单位： 数学科学学院 学生所在学院：

(2019 年春季学期)

课程编号	C17000104015	学分/学时	5/80	试 卷	■A 卷 □B 卷
课程名称	线性代数与概率统计 1		课程类别	■公共课 □基础课 □专业课	
专业/年级	理工专业 17 年级		修读方式	■必修 □选修	
出题教师	粘成志		考试方式	■闭卷 □开卷 □其它	

一. (共 18 分, 每小题 3 分);

1-----4 B C D A 5. $(1, -2, 1)^T$ 6. $k > 0$

二: 本题共 10 分

$(A-2E)X=A$

2 分

$$\text{解法 1 } (A-2E, A) = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 3 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 8 \text{ 分}$$

$$\text{解法 2 } (A-2E)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, X = (A-2E)^{-1}A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 8 \text{ 分}$$

三: (共 10 分)

解 (1) $\beta = b\alpha_1 + c\alpha_2 + \alpha_3$

2 分

$$\begin{cases} 1 = b + c + 1 \\ 1 = 2b + 3c + 1, \text{ 解得 } a = 3, b = 2, c = -2 \\ 1 = b + 2c + 3 \end{cases} \quad 4 \text{ 分}$$

$$(2) (\alpha_2, \alpha_3, \beta) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha_2, \alpha_3, \beta \text{ 线性无关} \quad 4 \text{ 分}$$

四: (共 12 分)

$$\text{解: 二次型的矩阵 } A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ 特征值为 } -1, 1, 2 \quad 4 \text{ 分}$$

$$|A| = -1 - k^2 = -2, k = 1 \quad 2 \text{ 分}$$

$$Q = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad 6 \text{ 分}$$

五：（共 24 分，每小题 3 分）

1---4: A, C, D, A ; 5. $2n+n^2$ 6. T_3

六 (共 10 分)

(1) $P\{-1 < X < 1\} = 1 - e^{-1}$ 4 分

(2) $EY = \frac{1}{3}$. 6 分

七：（共 10 分）

(1) $k = \frac{1}{1 - e^{-1}}$ 2 分

(2) $f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < x < 1 \\ 1 - e^{-1}, & \text{其他} \end{cases}$, $f(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$, 相互独立 4 分

(3) $F_M(m) = \begin{cases} 0, & m \leq 0 \\ \frac{(1 - e^{-m})^2}{1 - e^{-1}}, & 0 < m < 1 \\ 1 - e^{-m}, & m \geq 1 \end{cases}$ 6 分

八 (共 10 分)

$EX = \frac{\theta + 1}{\theta}$, 令 $\frac{\theta + 1}{\theta} = \bar{X}$, 解得 $\hat{\theta} = \frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}}$ 为 θ 的矩估计量。..... 4 分

似然函数: $L(\theta) = \theta^n (x_1 x_2 \cdots x_n)^{\theta-1}$,

取对数: $\ln L(\theta) = n \ln \theta + (\theta - 1) \ln(x_1 x_2 \cdots x_n)$ 求导并令 $L'(\theta) = 0$ 得 $\hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$

为 θ 的最大似然估计量。..... 6 分