青岛大学 QINGDAO UNIVERSITY

本专科课程考试试题
参考答案及评分标准

开课单位： 数学科学学院 （2020 年秋季学期）

课程编号	C17000104015	学分/学时	5/86	试 卷	■A 卷 □B 卷
课程名称	线性代数与概率统计 1		课程类别	■公共课 □基础课 □专业课	
专业/年级	理工专业 19 年级		修读方式	■必修 □选修	
出题教师			考试方式	■闭卷 □开卷 □其它	

一．（每题 3 分，共 18 分）

1. D 2. A 3. B 4. D 5. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 6. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

二、（每小题 4 分，共 8 分）

（1）$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-35$ （2）$R(A)=3$

三、（满分 12 分）

$$(A,b)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -9 & 7 & t \\ 3 & 1 & -14 & 11 & 1 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & t-2 \\ 3 & -2 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & t-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2t+2 \end{pmatrix}$$（4 分）

当$t=1$时，方程组有无穷多解 （2 分）

通解为$x=\begin{pmatrix} 5c_1-4c_2 \\ -c_1+c_2+1 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$，$c_1,c_2$为任意常数。（6 分）或$x=c_1\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

四、（第 1 小题 8 分，第 2 小题 4 分）

（1）二次型矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，特征方程式$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & 2-\lambda & 1 \\ 1 & 1 & 2-\lambda \end{vmatrix}=(4-\lambda)(\lambda-1)^2=0$，

得特征值 4,1,1， （4 分）

对应的基础解系$(1,1,1)^T,(-1,1,0)^T,(-1,0,1)^T$ （2 分）

正交化，单位化，得正交矩阵 $P=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$，标准形为 $f=4y_1^2+y_2^2+y_3^3$（2 分）

（2）$D_1=|2|>0$，$D_2=2a-1>0,a>\frac{1}{2}$，$D_3=3a-2>0,a>\frac{2}{3}$，综合得$a>\frac{2}{3}$

五、（每小题 3 分，共 18 分）

1.B　2.B　3.D　4. $\underline{1.5-\Phi(1)}$.　5. $\underline{\lambda}$.　6. $f(y)=\begin{cases}1, & 0<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

六、（每小题 6 分）

解：设事件：H_i：第i台机床加工的零件，A：取到一件合格品

（1）有全概率公式 $P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(H_i)P(A|H_i)$

$$=0.5\times0.94+0.3\times0.9+0.2\times0.95=0.93$$

（2）由贝叶斯公式 $P(H_1|\overline{A})=\dfrac{P(H_1\overline{A})}{P(\overline{A})}=\dfrac{0.5\times0.06}{1-0.93}=\dfrac{3}{7}$；

$$P(H_2|\overline{A})=\frac{P(H_2\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.3\times0.1}{1-0.93}=\frac{3}{7};$$

$$P(H_3|\overline{A})=\frac{P(H_3\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.2\times0.05}{1-0.93}=\frac{1}{7};$$

第 1，2 台机床加工的可能性大。

七、（每小题 4 分）

（1）　$\iint\limits_{R^2}f(x,y)dxxdy=\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}ke^{-x}e^{-2y}dydx=\dfrac{k}{2}=1,k=2$

（2）　$P\{X+Y\le1\}=\int_0^1e^{-x}\int_0^{1-x}2e^{-2y}dy=1-2e^{-1}+e^{-2}=(1-e^{-1})^2$

（3）　$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_0^{+\infty}2e^{-x}e^{-2y}dx=2e^{-2y}(0<y<+\infty)$，故 Y 指数分布，$DY=\dfrac{1}{4}$

八、（每小题 4 分，满分 8 分）

设样本的观测值为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，

（1）样本似然函数为 $L(\theta)=f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)$

$$=(\theta+1)^n(x_1x_2\cdots x_n)^\theta$$

取对数，$\ln L(\theta)=n\ln(\theta+1)+\theta\ln(x_1x_2\cdots x_n)$

令 $\ln' L(\theta)=\dfrac{n}{\theta+1}+\ln(x_1x_2\cdots x_n)=0$，得最大似然估计值为 $\hat{\theta}=-\dfrac{n}{\ln(x_1x_2\cdots x_n)}-1$

（2）$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1(\theta+1)x^{\theta+1}dx=\dfrac{\theta+1}{\theta+2}$

令：$EX=\overline{X}$，得常数的矩估计是 $\hat{\theta}=\dfrac{2\overline{X}-1}{1-\overline{X}}$