青島大学 QINGDAO UNIVERSITY

本专科课程考试试题
参考答案及评分标准

开课单位：　数学科学学院　学生所在学院：　　　　　　（2016　～2017　年秋季季学期）

课程编号	C17000104015	学分/学时	5/90	试　卷	■A 卷　□B 卷
课程名称	线性代数与概率统计 I	课程类别	■公共课　□基础课　□专业课		
专业/年级	理工　专业　2015　年级	修读方式	■必修　□选修		
出题教师		考试方式	■闭卷　□开卷　□其它		

已批准

一．　（共 24 分，每小题 3 分）；

D B D D D,　　　C B D

二：（共 6 分）

（1）$A\,B^T=\begin{bmatrix}8 & 6\\ 18 & 10\\ 3 & 10\end{bmatrix}$，　（3 分）　　（2）　$|4\mathbf{A}|=-128$　　（3 分）

三：（共 6 分）

（1）R（A）=2，　（4 分）　　（2）极大无关组 α_1，α_2；（答案不唯一）　（2 分）

四：（共 7 分）

（1）写出对应的初等变换 $\begin{bmatrix}1 & 0 & -3/2 & 3/4 & 5/4\\ 0 & 1 & -3/2 & -7/4 & -1/4\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$　（3 分）

（2）通解：$c_1(3/2,3/2,1,0)^T+c_2(-3/4,7/4,0,1)^T+(5/4,-1/4,0,0)^T$　（4 分）

注意：答案不唯一

五：（共 7 分）

（1）$\begin{cases}\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=a=1\\ \lambda_1\lambda_2\lambda_3=|A|=2(2a+b^2)=-12\end{cases}$　　故 $a=1,b=\pm2$　（2 分）

（2）

（i）$a=1,b=2$ 时，可得 $\lambda_1=-3,\lambda_2=\lambda_3=2$.

$\lambda_1=-3$ 时，对应特征方程组基础解系为 $(-1,0,2)^T$，

$\lambda_{2,3}=2$ 时，对应特征方程组基础解系为 $(0,1,0)^T,(2,0,1)^T$，

上述 3 个向量已两两正交，将其单位化后可得 $\xi_1=\frac{1}{\sqrt5}(-1,0,2)^T,\xi_2=(0,1,0)^T,\xi_3=\frac{1}{\sqrt5}(2,0,1)^T$

令 $Q=(\xi_1,\xi_2,\xi_3)$，则 $Q=(\xi_1,\xi_2,\xi_3)$ 为正交矩阵，正交变换为 $\mathbf{x}=Q\mathbf{y}$，二次型的标准型为 $-3y_1^2+2y_2^2+2y_3^2$

（ii）$a=1,b=-2$ 时，可得 $\lambda_1=-3,\lambda_2=\lambda_3=2$.

$\lambda_1=-3$ 时，对应特征方程组基础解系为 $(1,0,2)^T$，

$\lambda_{2,3}=2$时，对应特征方程组基础解系为$(0,1,0)^T,(-2,0,1)^T$，

上述 3 个向量已两两正交，将其单位化后可得$\xi_1=\frac{1}{\sqrt{5}}(1,0,2)^T,\xi_2=(0,1,0)^T,\xi_3=\frac{1}{\sqrt{5}}(-2,0,1)^T$

令$Q=(\xi_1,\xi_2,\xi_3)$，则$Q=(\xi_1,\xi_2,\xi_3)$为正交矩阵，正交变换为$\mathbf{x}=Q\mathbf{y}$，二次型的标准型为$-3y_1^2+2y_2^2+2y_3^2$

（做对一种情况给 3 分，全对给 5 分）

六：（共 24 分，每小题 3 分）

B D C B D， A A D

七： (共 7 分)

（1） 3/16； （3 分） （2）0, 12/5 （4 分） （3）1 （3 分）

八： (共 7 分)

（1）$P(X=0,Y=1)=\frac{1}{10},P(X=0,Y=2)=\frac{3}{20},P(X=1,Y=1)=\frac{3}{10},P(X=0,Y=2)=\frac{9}{20},$

（4 分）

（2）$Z=XY=0,1,2,P(Z=0)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4},P(Z=1)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10},P(Z=2)=\frac{9}{20}$

（3 分）

（3）$E(Z)=\frac{6}{5}$ （3 分）

九：（共 6 分）

$E(Z)=\int_{\beta}^{+\infty}\frac{x}{\sqrt{\theta}}e^{-\frac{x-\beta}{\sqrt{\theta}}}dx=\sqrt{\theta}+\beta$，$D(Z)=\int_{\beta}^{+\infty}\frac{(x-\beta-\sqrt{\theta})^2}{\sqrt{\theta}}e^{-\frac{x-\beta}{\sqrt{\theta}}}dx=\theta$ （3 分）

$\begin{cases}E(X)=\sqrt{\theta}+\beta=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\\ E(X^2)=DX+(EX)^2=\theta+(\sqrt{\theta}+\beta)^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i)^2\end{cases}$ 可得矩估计量为 $\begin{cases}\hat{\theta}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\\ \hat{\beta}=\overline{X}-\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}\end{cases}$

（3 分）