

四、(本题 10 分)

得分	
----	--

求正交变换 $x = Py$ ，化二次型 $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$ 为标准形.

五、本题满分 6 分

得分	
----	--

设向量组 a_1, a_2, a_3 线性无关，证明向量组 $a_1 + 2a_2 + 3a_3$ ； $2a_1 + 2a_2 + 4a_3$ ，
 $3a_1 + a_2 + 3a_3$ 线性无关.

六、选择与填空（每题 3 分，共 18 分）

得分	
----	--

- 1、设 A, B 为随机事件， $A \supset B$ ，则 $\overline{A \cup B} =$ ()
- (A) \overline{A} (B) \overline{B} (C) $A\overline{B}$ (D) \overline{AB}
- 2、设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，则 $P\{X \leq 2 | X \geq 1\} =$ ()
- (A) e^{-2} (B) $1 - e^{-2}$ (C) e^{-1} (D) $1 - e^{-1}$
- 3、设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$ ，则 $Y = 3 - 2X$ 的概率密度为 ()
- (A) $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y-3}{2})$ (B) $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y-3}{2})$
- (C) $-\frac{1}{2}f_X(\frac{y-3}{2})$ (D) $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y+3}{2})$
- 4、设随机变量 X, Y 相互独立且同分布，记 $U = X + Y$ ， $V = X - Y$ ，则随机变量 U 与 V 必然 ()
- (A) 相互独立 (B) 不独立 (C) 相关系数不为零 (D) 相关系数为零
- 5、设 $X \sim N(-1, 2)$ ， $Y \sim N(1, 3)$ ，且 X, Y 相互独立，则 $X + 2Y \sim$ _____.
- 6、设 $X \sim U(-1, 3)$ ，若由切比雪夫不等式有 $P\{|X - 1| < \varepsilon\} \geq \frac{2}{3}$ ，则 $\varepsilon =$ _____.

七. (本题 10 分)

得分	
----	--

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & -1 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

- (1) 求 X 的分布函数
- (2) 求 EX

八 (本题满分 12 分)

得分	
----	--

设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}axy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

- (1) 求常数 a
- (2) 求 (X,Y) 的两个边缘概率密度 $f_x(x)$ 、 $f_y(y)$
- (3) 求概率 $P\{X \geq Y\}$

九 (本题 10 分)

得分	
----	--

已知总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0\end{cases}$, 其中未知参数 $\theta > 0$.

设 X_1,X_2,\cdots,X_n 为来自总体 X 的一个样本,

- (1) 求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$
- (2) 证明 $\hat{\theta}$ 是无偏估计量