2015.1

青島大學 QINGDAO UNIVERSITY

本专科课程考试试题

参考答案及评分标准

开课单位：数学科学学院　学生所在学院：　　　　（2014 ～2015 年 秋季学期）

课程编号	2010505	学分/学时	5/90	试　卷	■A 卷　□B 卷
课程名称	工程数学 1		课程类别	■公共课　□基础课　□专业课	
专业/年级	理工类　专业　年级		修读方式	■必修　□选修	
出题教师	许　成		考试方式	■闭卷　□开卷　□其它	

一　（共 21 分，每小题 3 分）

1----4：　A, C, B, D ；　5。$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$；6：$k(1,1,\cdots,1)^T$；7：2

二　（共 7 分）

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 8/3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -7 & -8/3 \end{vmatrix} = 55$$

三　（共 7 分）

1. 极大无关组 α_1,α_2；$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$；

2. 用极大无关组线性表出其他向量

$$\alpha_3 = 3\alpha_1 - 2\alpha_2; \alpha_4 = 2\alpha_1 - \alpha_2$$

四　（共 8 分）

1　写出对应的初等变换：

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

2　基础解系：

$(1,-2,1,0)^T;(1,-2,0,1)^T$；　通解：$c_1(1,-2,1,0)^T + c_2(1,-2,0,1)^T + (-1,1,0,0)^T$

五　（共 7 分）

1：　$B\alpha_1 = (A^5 - 4A^3 + E)\alpha_1 = -2\alpha_1$

A 的全部特征值是 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$，B 的全部特征值是 $\lambda_i^5 - 4\lambda_i^3 + 1$,即：-2,1,1

α_1 是 B 的特征值 -2 的特征向量；B 的特征值 1 的特征向量满足：$\alpha_1^T x = 0$,即：$x_1 - x_2 + x_3 = 0$,解得：$\alpha_2 = (1,1,0)^T$，$\alpha_3 = (-1,0,1)^T$；全部特征向量：$k_1\alpha_1,(k_1 \neq 0)$；$k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3$ (k_2, k_3 不同时为零)

2015.1

2：令 $P=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$，则 $P^{-1}=\begin{bmatrix}1/3 & -1/3 & 1/3\\ 1/3 & 2/3 & 1/3\\ -1/3 & 1/3 & 2/3\end{bmatrix}$

$$P^{-1}BP=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad B=P\begin{bmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}P^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

六． （共 24 分，每小题 3 分）；

1---4：B, C, D, D ； 5：N(2, 17) 6. 0.2， 7：3, 4/3； 8：np^2

七． (共 9 分)

1. $1=\int_0^1 kxdx=\frac{1}{2}k\Rightarrow k=2$； 2. $F(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ x^2, & 0\le x\le 1;\\ 1, & x>1.\end{cases}$

3. $p=F(1/2)-F(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$

八． (共 8 分)

1.$EX=1\times\frac{3}{4}+3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$；$EY=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$；$EXY=1\times1\times\frac{3}{8}+1\times2\times\frac{3}{8}+3\times3\times\frac{1}{8}=\frac{9}{4}$

2.不相互独立。因为 $0=p(X=1,Y=0)\neq p(X=1)p(Y=0)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{8}=\frac{3}{32}$

九． (共 9 分，每小题 3 分)

$$1.F_Y(y)=P(X^2\le y)=\begin{cases}0, y\le 0;\\ p(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})=p(-\sqrt{y}\le X\le 0)+p(0\le X\le\sqrt{y})\\ =\frac{\sqrt{y}}{2}+\frac{\sqrt{y}}{4}=\frac{3\sqrt{y}}{4}, 0<y<1;\\ p(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})=p(-1\le X\le 0)+p(0\le X\le\sqrt{y})\\ =\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{y}}{4}, 1\le y<4;\\ 1, \quad y\ge 4.\end{cases}$$

2.$EX=\frac{1}{4}, EY=EX^2=\frac{5}{6}, EXY=EX^3=\frac{7}{8}, \mathrm{cov}(X,Y)=E(XY)-EXEY=\frac{2}{3}$

3.$F(-\frac{1}{2},4)=P(X\le-\frac{1}{2},Y\le 4)=P(X\le-\frac{1}{2},X^2\le 4)=P(-2\le X\le-\frac{1}{2})$

$=P(-1\le X\le-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$