



青岛大学

QINGDAO UNIVERSITY

本科课程考试试题

参考答案及评分标准

开课单位： 数学与统计学院

学生所在学院：

(2019~2020 年 秋 季学期)

课程编号	C17000104015	学分/学时	5/5	试 卷	■A 卷 □B 卷
课程名称	《线性代数与概率统计 I》		课程类别	■公共课 □基础课 □专业课	
专业/年级			修读方式	■必修 □选修	
出题教师	粘成志		考试方式	■闭卷 □开卷 □其他	

一、(18 分)

1、A ; 2、B ; 3、B ; 4、C ; 5、 $-\frac{1}{2}$ 6、-3

二、(8 分)

解： $|A| = -4 \neq 0$, 矩阵可逆 4 分

$$A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad 4 \text{ 分}$$

三、(8 分)

$$\text{解: } (A, b) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -2 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 4 \text{ 分}$$

$$\text{通解 } x = \begin{pmatrix} -6c+3 \\ 2c-1 \\ c \end{pmatrix} \text{ 或 } x = c \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } c \text{ 为任意常数。} \quad 4 \text{ 分}$$

四、(10 分)

$$\text{解: 二次型的矩阵 } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{特征多项式 } |A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 2 \\ 0 & 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = -(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-5),$$

特征值为 $\lambda=1, 2, 5$

6 分

$$\text{对应的特征向量 } p_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} p_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ 所求正交矩阵 } P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad 4 \text{ 分}$$

五、(6 分)

证明：令 $\lambda_1(a_1 + 2a_2 + 3a_3) + \lambda_2(2a_1 + 2a_2 + 4a_3) + \lambda_3(3a_1 + a_2 + 3a_3) = O$ 2 分

整理： $(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 3\lambda_3)a_1 + (2\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3)a_2 + (3\lambda_1 + 4\lambda_2 + 3\lambda_3)a_3 = O$

因为 a_1, a_2, a_3 线性无关，

$$\text{得：} \begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ 3\lambda_1 + 4\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \end{cases}, \text{解得 } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,$$

故向量组线性无关。

4 分

六 (18 分)

1、*A* 2、*D* 3、*B* 4、*D* 5、*N* (1,14) 6、2

七、(10 分)

$$\text{解：(1) } F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin x, & -1 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad 6 \text{ 分}$$

$$(2) EX = 0 \quad 4 \text{ 分}$$

八、(12 分)

解 (1) $a = 1$

$$(2) f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; f_Y(y) = \begin{cases} \frac{y}{2}, & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$(3) P\{X \geq Y\} = \frac{1}{8}$$

九 (10 分) 解：(1) 似然函数 $L(\theta) = \frac{1}{\theta^n} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\theta}}$ ，最大似然估计量为 $\hat{\theta} = \bar{X}$

(2) $E\hat{\theta} = E\bar{X} = \theta$ ，故 $\hat{\theta}$ 是无偏估计量。

注：出题教师负责制订课程考试试题参考答案及评分标准（列出答案要点即可），不够可另附页。