

课程名称 线性代数与概率统计 I A 卷 ☒ B 卷 ☐

注意事项: 答卷前, 考生务必把答题纸上密封线内各项内容填写清楚并且填写在密封线与装订线之间 (学号应与教务在线中学号相同), 否则可能得不到成绩。答案必须写在边框内。

1、设 D 为九阶行列式, $t(k_1, k_2, \dots, k_9)$ 表示 k_1, k_2, \dots, k_9 排列的逆序数, 则 $t(123456789)D$ 等于 ()

A、-1 B、D C、0 D、1.

A、 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. B、 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$. C、 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. D、 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3、设 A 是 $m \times n (m < n)$ 矩阵, C 是 n 阶可逆矩阵, 秩 $(A) = r$, 秩 $(AC) = r_1$, 则 ()

A、 $n > r_1 > r$, B、 $r_1 > r > n$, C、 $r = r_1$, D、 $r_1 = n$

4、已知向量组 $\alpha_1, \cdots, \alpha_m$ 线性相关, 则 ()

A、该向量组的任何部分组必线性相关. B、该向量组的任何部分组必线性无关.
C、该向量组的秩小于 m . D、该向量组的最大线性无关组是唯一的.

5、设 n 阶方阵 A 、 B 满足 $AB=O$, $B \neq O$, 则必有 ()

A、 $A=O$ B、 A 为可逆方阵 C、 $|B| \neq 0$ D、 $|A|=0$

6、设 A^* 为 n 阶方阵 ($n \geq 2$) A 的伴随矩阵, 则 ()

A、若 A 的秩为 1, 则 A^* 的秩也有为 1, B、若 A 的秩为 $n-1$, 则 A^* 的秩也为 $n-1$,
C、若 A 为满秩方阵, 则 A^* 也是满秩方阵, D、若 A 为非零矩阵, 则 A^* 也就是非零矩阵.

7、若 A 为 n 阶可逆阵, 且 $|A| \neq 0$, 则下列命题不一定正确的是 ()

A. $AA^T = A^T A$; B. $AA^{-1} = A^{-1}A$; C. $AA^* = A^*A$; D. $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

8、设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = -\frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{4}{3}x_1x_3 + \frac{4}{3}x_2x_3$, 则()

A、 f 为正定的, B、 f 为负定的, C、 f 的秩为1, D、 f 既不正定, 也不负定.

[illegible]

1、设 A 为三阶方阵，向量 α_1, α_2 为 A 的分别属于特征值 $-1, 1$ 的特征向量，而 α_3 满足 $A\alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_3$ ，研究向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性相关性。（7 分）

2、设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 求可逆矩阵 P ，使 $P^{-1}AP$ 为对角阵. (8分)

得分

四、证明题（共 5 分）

若实对称矩阵 A 的所有特征值的绝对值都等于 1, 证明: A 是正交矩阵.

得分

五、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

- 1、若事件 A 、 B 适合 $P(AB)=0$, 则以下说法正确的是()。
- A、 A 与 B 互斥(互不相容) B、 $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$
- C、 A 与 B 同时出现是不可能事件 D、 $P(A)>0$, 则 $P(B|A)=0$
- 2、设当事件 A 、 B 同时发生时必导致事件 C 发生, 则()。
- A、 $P(AB)=P(C)$ B、 $P(AB)\geq P(C)$
- C、 $P(C)\geq P(A)+P(B)-1$ D、 $P(C)\leq P(A)+P(B)-1$

- 3、若定义分布函数 $F(x)=P\{X\leq x\}$, 则函数 $F(x)$ 是某一随机变量 X 的分布函数的充要条件是()。
- A、 $0\leq F(x)\leq 1$ B、 $0\leq F(x)\leq 1$, 且 $F(-\infty)=0, F(+\infty)=1$
- C、 $F(x)$ 单调不减, 且 $F(-\infty)=0, F(+\infty)=1$
- D、 $F(x)$ 单调不减, 函数 $F(x)$ 右连续, 且 $F(-\infty)=0, F(+\infty)=1$
- 4、设随机变量 X 的概率密度为 $\varphi(x), Y=1-2X$, 则 Y 的分布密度为()。
- A、 $\frac{1}{2}\varphi(\frac{1-y}{2})$ B、 $1-\varphi(\frac{1-y}{2})$ C、 $-\varphi(\frac{y-1}{2})$ D、 $2\varphi(1-2y)$
- 5、相关系数 ρ 的取值范围是()。
- A、 $[0, +\infty)$ B、 $[-1, 1]$ C、 $[0, 1]$ D、 $[-\infty, +\infty]$
- 6、对于任意两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY)=(EX)(EY)$, 则有()。
- A、 $D(XY)=D(X)D(Y)$ B、 $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$
- C、 X 和 Y 独立 D、 X 和 Y 不独立
- 7、设随机变量 X 满足等式 $P\{|X-EX|\geq 2\}=1/16$, 则必有()。
- A、 $DX=\frac{1}{4}$ B、 $DX>\frac{1}{4}$ C、 $DX<\frac{1}{4}$ D、 $P\{|X-EX|<2\}=\frac{15}{16}$
- 8、设 n 个随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布 $D(X_i)=\sigma^2$, $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$, $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2$ 则()。
- A、 S 是 σ 的无偏差估计量 B、 S 是 σ 的最大似然估计量
- C、 S 与 \bar{X} 相互独立 D、 S 是 σ 的相合估计量

得分

六、计算题（每小题 6 分，共 12 分）

- 1、已知连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ Ax^2, & 0\leq x<\sqrt{2} \\ 1, & x\geq\sqrt{2} \end{cases}$, (1)确定常数 A ; (2)计算 $P\{0.2<X\leq 2.5\}$; (3)求 X 的概率密度。(6 分)

学号: _____ 姓名: _____ 专业: _____ 班级: _____ 年级: _____ 学院: _____

2、设随机变量 (X,Y) 在圆域 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上服从均匀分布, 求(1) (X,Y) 关于 Y 的边缘概率密度 $\varphi_2(y)$; (2)在 $Y = y$ 的条件下, 关于 X 的条件概率密度 $\varphi(x|y), (-1 < y < 1)$ 。(6分)

得分	
----	--

七、解答题（共8分）

设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $\varphi(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(2x+3y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & x \leq 0, y \leq 0 \end{cases}$ 。

试求(1)系数 A 的值, (2) (X,Y) 落在三角形区域 $D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 6\}$ 的概率, (3) (X,Y) 的联合分布函数。

得分	
----	--

八、解答题（共6分）

设总体 $X \sim N(a, \sigma^2)$, 求方差 σ^2 的极大似然估计量, 假设其中 a 已知。