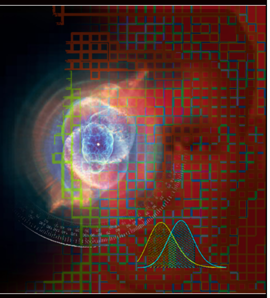
Introdução à

Visão Computacional

e ao

Processamento de Imagens



Roberto Hirata Jr. e João E. Kogler Jr.

4ª aula

Transformações pontuais em imagens binárias e em níveis de cinza

Transformações entre imagens

- Até agora vimos como fazer transformações entre imagens usando LUT e histogramas.
- Normalmente, essas transformações são feitas para melhorar a visualização das imagens e não para “facilitar” o trabalho de extração de informações.
- Tanto que muitas vezes ela é feita no dispositivo visualizador diretamente.
- A partir de agora vamos estudar transformações cujo domínio e o contra-domínio sejam o conjunto das imagens.

$$\phi : \text{imagens} \longrightarrow \text{imagens}$$

Operador Adição

- A adição é uma operação binária conhecida de nós desde bem pequenos.
- Quando tratamos de imagens, os operandos são imagens:

$$+(f, g)$$

- onde f e g são duas imagens.

Operador Adição

- Porém, também é usual definir a adição de uma imagem a uma constante. Neste caso, a constante é adicionada a todos os pixels da imagem. Isso é equivalente a somar uma imagens constante.

$$+(f, K)$$

- onde f é uma imagem e K uma constante.

Operador Adição - saturação

- A adição respeita os limites da imagem

$$\dot{+}(a,b) = \begin{cases} a+b & \text{if } 0 \leq a+b \leq K \\ K & \text{if } a+b > K \end{cases}$$

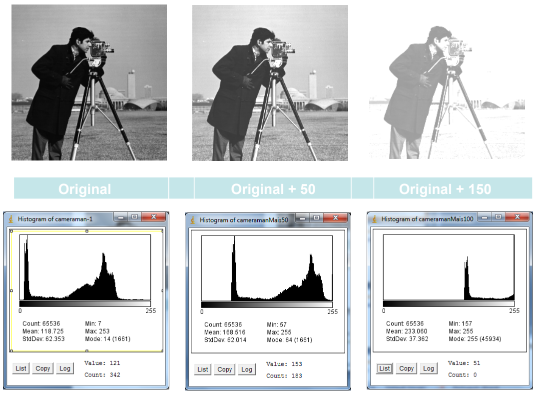
- onde a e b são números naturais e K é o maior valor do intervalo

Operador Adição 2 - saturação

- Neste caso, há limites diferentes para entrada e saída.

$$\dot{+}(a,b) = \begin{cases} a+b & \text{if } 0 \leq a+b \leq K_1 \\ K_2 & \text{if } a+b > K_1 \end{cases}$$

- onde $K_1(K_2)$ é o máximo valor possível da imagem de entrada (saída)



Original | Original + 50 | Original + 150

Operador Adição

- Vamos somar uma imagem em outra, mantendo o limite da entrada e da saída.

frame 0 | frame 1 | frame 0 + frame 1

Operador Adição

- Vamos somar uma imagem em outra, agora com o limite da entrada e da saída -16bits

frame 0 | frame 1 | frame 0 + frame 1

Operador Adição

- Vamos somar uma imagem em outra, mudando o limite da saída.

frame 0 | frame 1 | frame 0 + frame 1

Operador Subtração

- O operador subtração é equivalente ao operador adição.

$$\dot{-}(f,g)$$

$$\dot{-}(f,K)$$

Operador Subtração

- Formalmente,

$$-(f,g)(x) = f(x) - g(x), x \in E$$

$$-(f,K)(x) = f(x) - K, x \in E$$

onde f , g são duas imagens, K é uma constante válida e E é o domínio da imagem.

Operador Subtração - saturação

- A adição respeita os limites da imagem

$$\dot{-}(a,b) = \begin{cases} a-b & \text{if } 0 \leq a-b \leq K \\ 0 & \text{if } 0 < a-b \end{cases}$$

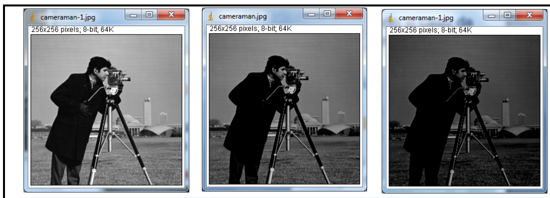
- onde a e b são números naturais e K é o maior valor do intervalo

Operador Subtração 2

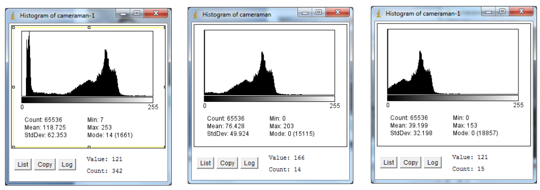
- Neste caso, há limites diferentes para entrada e saída.

$$\dot{-}(a,b) = \begin{cases} a-b & \text{if } -K_1-1 \leq a-b \leq K_1 \\ -K_2-1 & \text{if } a-b < -K_1-1 \end{cases}$$

- onde $K_1(K_2)$ é o máximo valor possível da imagem de entrada (saída)



Original | Original - 50 | Original - 100



Operador Subtração

- Vamos subtrair uma imagem da outra, mantendo o limite da entrada e da saída.

frame 0 | frame 1 | frame 1 - frame 0

Operador Subtração

- Vamos subtrair uma imagem da outra, agora com o limite da entrada e da saída -32bits

frame 0 | frame 1 | frame 1 - frame 0

Operador Subtração

- Agora vamos subtrair uma imagem da outra, mudando o limite da saída.

frame 0 | frame 1 | frame 1 - frame 0

Operador Multiplicação

- A multiplicação pode ser feita usando-se um número inteiro, que equivale a somar a imagem com ela mesma várias vezes.
- Ou multiplicar uma imagem por outra, isto é, ponto a ponto, multiplicam-se os valores.

Operador Multiplicação

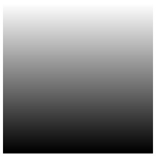


Imagem Original

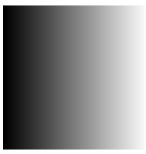


Imagem gradiente

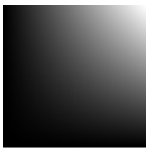


Imagem resultante

Operador Multiplicação

Imagem Original

Rose

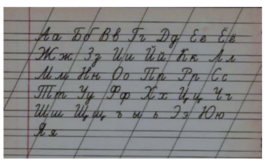
Imagem rótulo

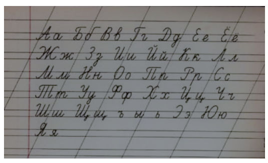
Imagem resultante

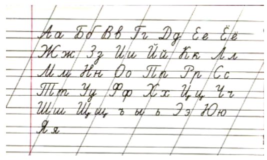
Operador Divisão

- A divisão pode ser feita usando-se um número inteiro diferente de 0.
- Ou dividir uma imagem por outra, isto é, ponto a ponto, dividem-se os valores e acerta-se o intervalo.

Operador Divisão







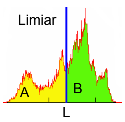
Operador Diferença Absoluta

Operador E

Operador Ou

Limiarização (Thresholding)

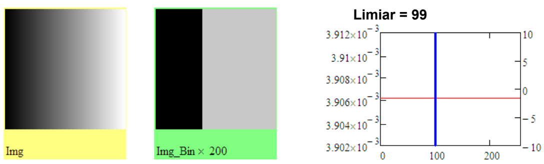
Limiarização

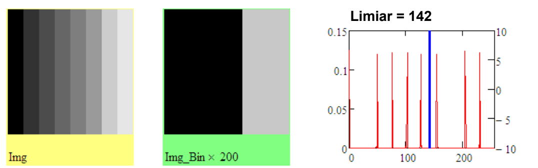


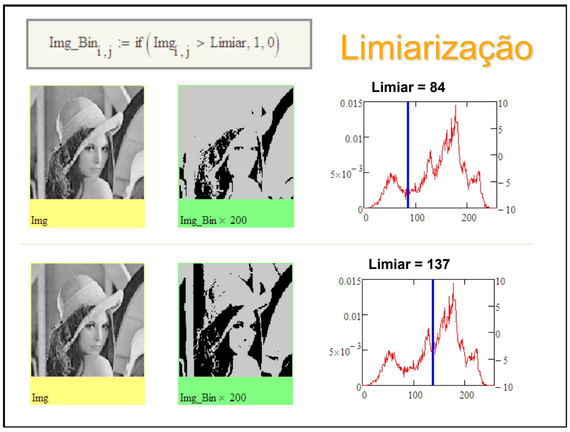
- Limiar (threshold) → valor limite L para tomar uma decisão
  - X ≤ L → decisão A
  - X > L → decisão B
- No caso de limiarização da intensidade, ou limiarização de níveis de cinza (*grey-level thresholding*):
  - X = intensidade ou nível de cinza
  - Decisão → classificar o nível X como pertencente à classe A ou B
  - A limiarização particiona o histograma em 2 distribuições que correspondem a duas *classes*
- A limiarização é um caso particular de classificação de regiões
  - Classificação binária com critério global baseado no histograma

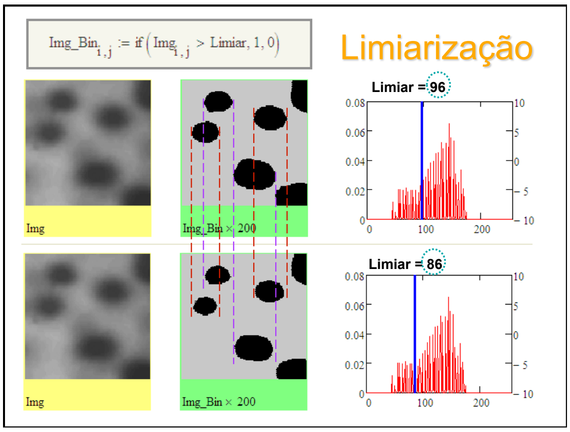
Limiarização

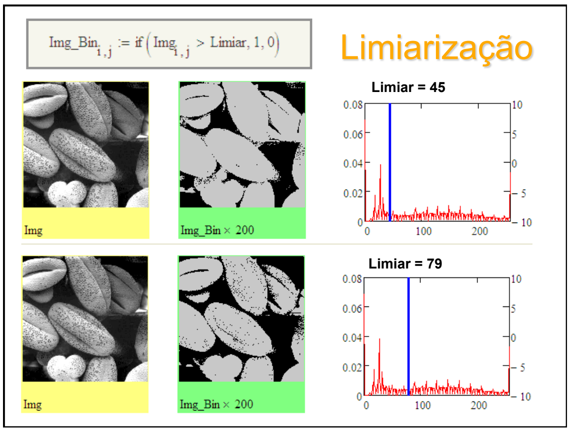
$$Img\_Bin_{i,j} := \text{if}\left(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0\right)$$

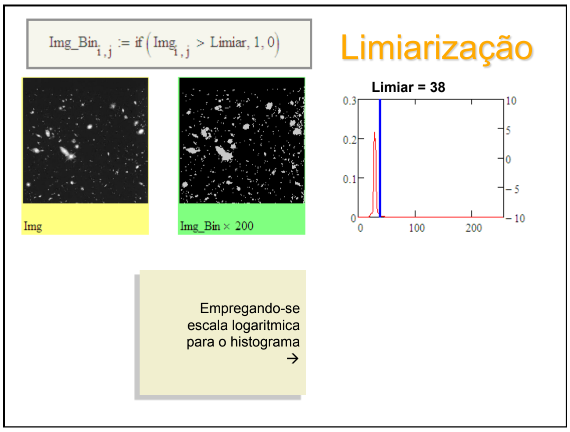


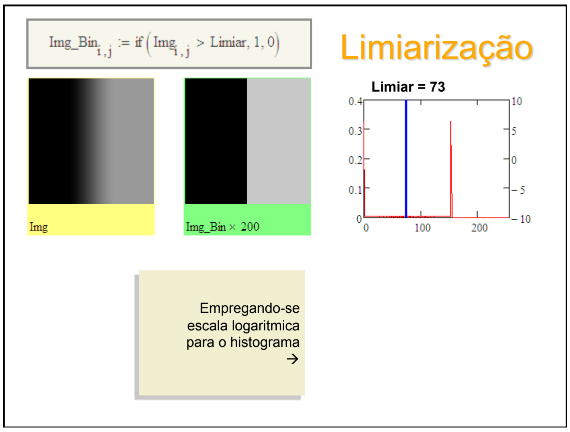


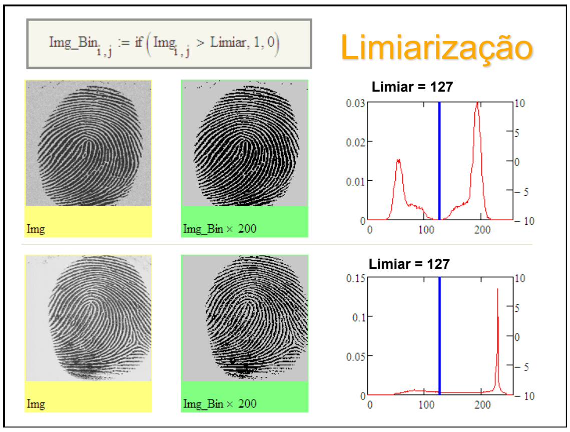

Img_Bin_{i,j} := if(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0)
Limiarização
Limiar = 84
Limiar = 137
Img
Img_Bin × 200

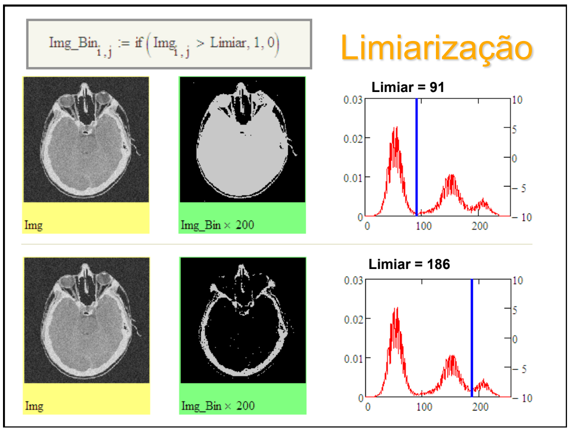

Img_Bin_{i,j} := if(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0)
Limiarização
Limiar = 96
Limiar = 86
Img
Img_Bin × 200

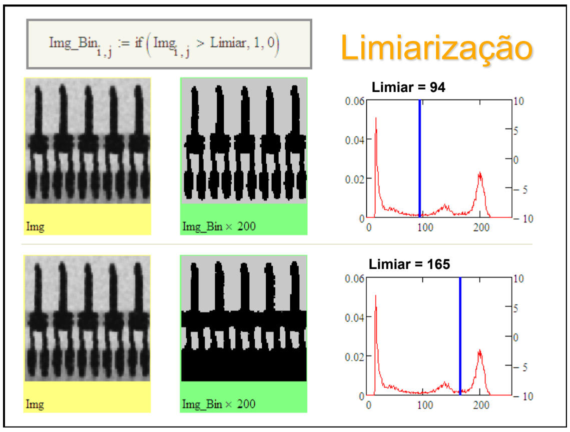

Img_Bin_{i,j} := if(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0)
Limiarização
Limiar = 45
Limiar = 79
Img
Img_Bin × 200


Img_Bin_{i,j} := if(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0)
Limiarização
Limiar = 38
Img
Img_Bin × 200
Empregando-se escala logaritmica para o histograma →

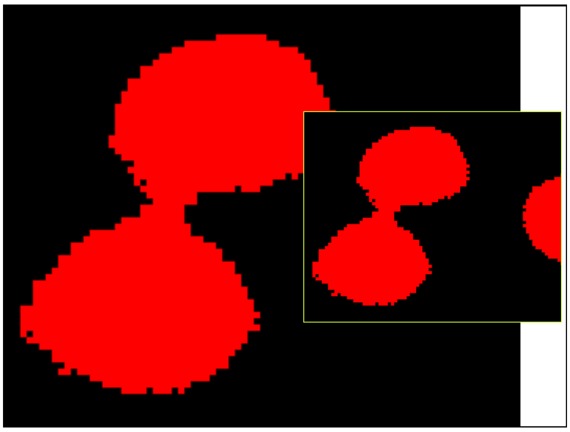

Img_Bin_{i,j} := if(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0)
Limiarização
Limiar = 73
Img
Img_Bin × 200
Empregando-se escala logaritmica para o histograma →

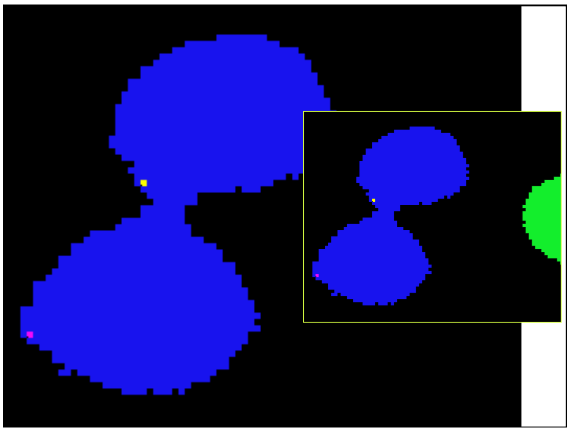

Img_Bin_{i,j} := if(Img_{i,j} > Limiar, 1, 0)
Limiarização
Limiar = 127
Limiar = 127
Img
Img_Bin × 200

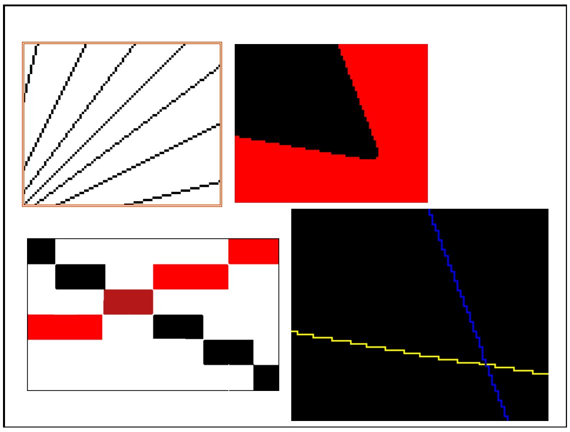


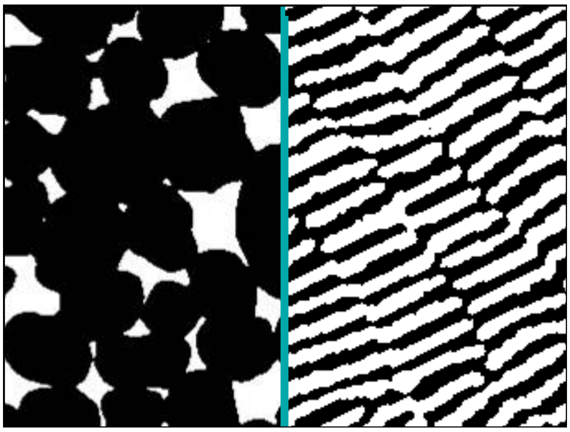


Topologia digital
Imagens Binárias









Topologia Digital

Topologia digital. É importante?

- Definição de conexidade e componentes conexas de um conjunto
- Classificação de pontos interiores, exteriores e de borda
- Formulação do teorema da curva de Jordan (um conjunto pode ser representado por suas bordas)
- Caracterização de invariantes topológicos (ex. número de Euler)
- Conservação da homotopia (ex. thinning)

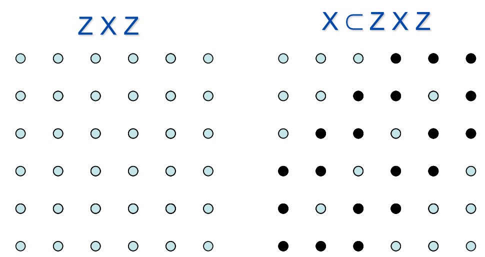
Noções de Topologia digital

- Objetos discretos, quando representam objetos contínuos, devem herdar certas características geométricas (propriedades geométricas).
- “O fosso cerca o castelo”
- Implicação geométrica: não dá para sair do castelo sem atravessar o fosso.

Noções de Topologia digital

- O plano digital pode ser modelado como o conjunto Z X Z, i.e., todos os pontos do plano real R X R com coordenadas inteiras.
  - Em processamento de imagens, o plano digital pode ser usado como um modelo para o mapa de intensidades das imagens P&B (objetos são representados por subconjuntos do plano digital)

Noções de Topologia digital



Representação formal de imagem

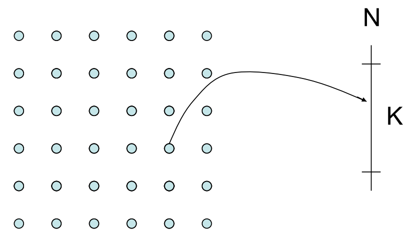
- Um imagem pode ser modelada por um mapa de intensidades. Esse mapa é uma aplicação de um subconjunto finito E de Z X Z num subconjunto limitado do naturais, ou num subconjunto limitado dos racionais (com representação binária).

$$f : E \rightarrow K, K \subset N$$

- Denotamos a imagem usualmente por f e o conjunto de todas as imagens de E em K por K^E

Representação formal

$$f : E \rightarrow K, K \subset N$$



Representação formal

- Uma imagem pode ser modelada por um mapa com apenas duas intensidades e, nesse caso, usualmente a chamamos de imagem digital binária que pode ser definida por:

$$f : E \rightarrow K, K = \{0, k\}$$

Usualmente, k = 1, ou 255.

Representação formal

- Uma imagem pode ser modelada por um mapa com apenas duas intensidades e, nesse caso, usualmente a chamamos de imagem digital em níveis de cinza que pode ser definida por:

$$f : E \rightarrow K, K = [0, k], k \in N$$

Usualmente, k = 255.

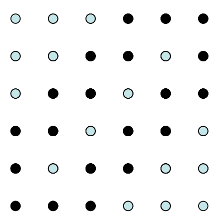
Exemplo

Exemplo de uma imagem binária 6 x 6

0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0

Comparação conjunto X função

Comparação de representações



0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0

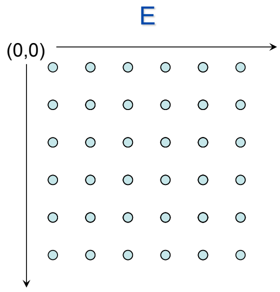
Exemplo

Exemplo de um mapa níveis de cinza 5 x 5

0	0	0	0	0
250	255	0	0	110
205	200	181	100	104
0	190	195	205	179
0	0	0	203	0

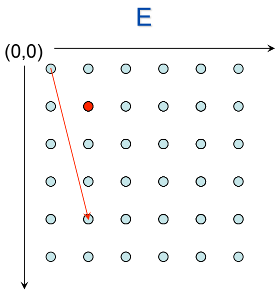
Noções de Topologia digital

Coordenadas: em geral, coloca-se o centro no canto superior esquerdo de E e os eixos são orientados desta forma:



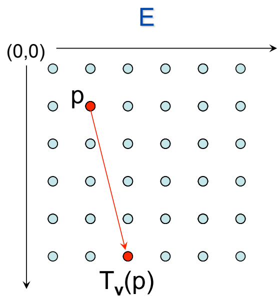
Noções de Topologia digital

Pode-se então definir a translação de um ponto p do plano digital por um vetor **v**



Noções de Topologia digital

Pode-se então definir a translação de um ponto p do plano digital por um vetor **v**



Noções de Topologia digital

– 4-vizinhos: dado um ponto $p \in Z \times Z$, p = (x,y), os 4-vizinhos de p são os vizinhos diretos, acima, abaixo, à direita e à esquerda.

	y-1	y	y+1
x-1		$N_2(p)$	
x	$N_4(p)$	P	$N_8(p)$
x+1		$N_6(p)$	

Noções de Topologia digital

– 8-vizinhos: os 8-vizinhos de p os vizinhos diretos e os indiretos, isto é, são todos os pontos com coordenadas inteiras (k,l) tais que:

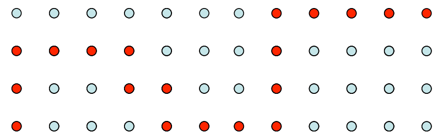
	y-1	y	y+1
x-1	$N_3(p)$	$N_2(p)$	$N_1(p)$
x	$N_4(p)$	p	$N_8(p)$
x+1	$N_5(p)$	$N_6(p)$	$N_7(p)$

Noções de Topologia digital

- O conjunto dos 8-vizinhos do ponto p união com ele mesmo é denotado usualmente por $\mathcal{N}_8(p)$.
- O conjunto dos 4-vizinhos do ponto p união com ele mesmo é denotado usualmente por $\mathcal{N}_4(p)$.

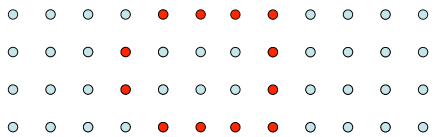
Topologia digital

- Seja $\mathcal{K} \in \{4,8\}$ e I = {0, 1, … n}. Um $\mathcal{K}$-caminho digital, ou simplesmente caminho $\mathcal{P}$ é uma seqüência $\{p_i\}_{i \in I}$ de pontos em Z X Z tais que p_i e p_j são $\mathcal{K}$-vizinhos entre si sempre que | i – j | = 1.



Topologia digital

- Um ponto é dito terminal se seu índice é 0, ou n, e ele tem apenas um vizinho pertencente ao caminho.
- Um caminho tal que $p_0 = p_n$ é dito caminho fechado.



Topologia digital

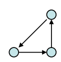
- Um subconjunto $\mathcal{S}$ de Z X Z é dito um conjunto $\mathcal{K}$-conexo se por quaisquer dois pontos p e q de $\mathcal{S}$ houver um caminho $\mathcal{P}$ que passa por p e q e totalmente contido em $\mathcal{S}$.
- Uma componente conexa de um conjunto $\mathcal{S}$ de Z X Z é um conjunto conexo maximal de $\mathcal{S}$.

Teorema da curva de Jordan (versão digital)

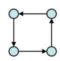
- Dada uma curva fechada simples (sem cruzamentos) $\mathcal{P}$ em um plano digital Z X Z, então, Z X Z \ $\mathcal{P}$ consiste em exatamente dois conjuntos conexos.
- Um dos conjuntos é limitado e é chamado de interior com respeito a $\mathcal{P}$ e o outro é ilimitado e é chamado exterior com respeito a $\mathcal{P}$.

Topologia digital

Primeiro problema:



8-conexo

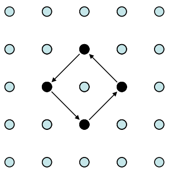


4-conexo

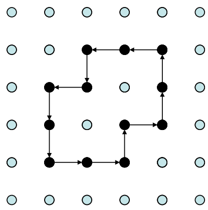
- Uma 8-curva fechada simples deve ter no mínimo 4 pontos
- Uma 4-curva fechada simples deve ter no mínimo 8 pontos

Topologia digital

Segundo problema: Paradoxo da conectividade



1 componente 8-conexa



3 componentes 4-conexas

Topologia digital

- Em 1979, Rosenfeld provou que o teorema da curva de Jordan é verdadeiro se a curva e seu complemento são equipados com topologias diferentes.
- Denotemos por:
  - **$\mathcal{K}'$ = 4 se $\mathcal{K}$ = 8**
  - **$\mathcal{K}'$ = 8 se $\mathcal{K}$ = 4**

Teorema da curva de Jordan (segunda versão digital)

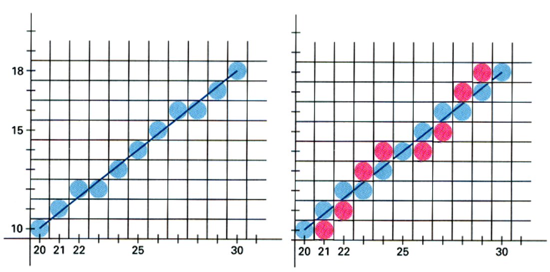
- Dada uma $\mathcal{K}$ - curva fechada simples $\mathcal{P}$ em um plano digital Z X Z, então, Z X Z \ $\mathcal{P}$ consiste em exatamente dois

  $\mathcal{K}'$ - conjuntos conexos.
- Um dos conjuntos é limitado e é chamado de interior com respeito a $\mathcal{P}$ e o outro é ilimitado e é chamado exterior com respeito a $\mathcal{P}$.

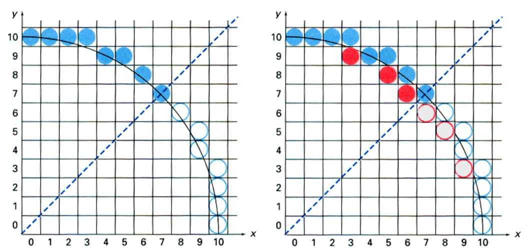
Topologia Digital

- A topologia da imagem determina como conectar os pixels
- Ao separar regiões da imagem, devemos rotular seus pixels, dizendo a qual região pertencem
- A regra de conectividade derivada da topologia (4 ou 8) determinará se devemos incluir, ou não, um pixel na vizinhança de outros
- Serve também para definir as regras de construção de modelos a serem ajustados a contornos e regiões

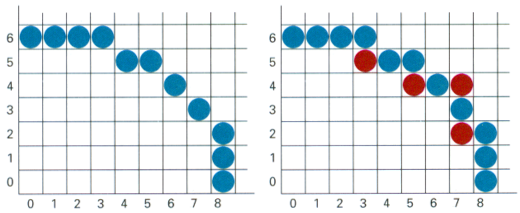
Exemplo 1 - Reta



Exemplo 2 - Circunferência



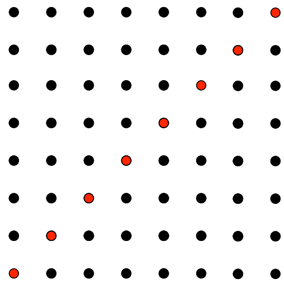
Exemplo 3 - Elipse



Qual a conectividade a ser usada para as curvas (contornos) ?

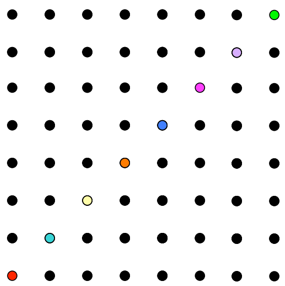
Na figura ao lado tem-se 1 contorno separando 2 regiões.

Como deve ser a conectividade ?



Qual a conectividade?

Se escolhemos 4 para os contornos e 8 para as regiões, teremos 8 componentes conexas no contorno e 1 componente nas regiões da figura ao lado



Qual a conectividade?

Se escolhemos 8 para os contornos e 4 para as regiões, teremos 2 componentes conexas para as regiões na figura ao lado e 1 para o contorno