Теоретические вопросы к экзамену по ЭВМ

М. А. Ложников

Задача 1. *Алгоритм быстрой сортировки QuickSort. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[31, 21, 24, 29, 29, 31, 11, 27, 24, 27]`.

Задача 2. *Модифицируйте алгоритм QuickSort для сортировки в порядке невозрастания. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[39, 31, 27, 13, 17, 18, 14, 20, 31, 17]`.

Задача 3. *Чему равно время работы алгоритма QuickSort, когда все элементы массива одинаковы по величине.*

Задача 4. *Покажите, что если все элементы массива различны и расположены в убывающем порядке, то время работы процедуры QuickSort равно* $\Theta(N^2)$.

Задача 5. *Алгоритм пирамидальной сортировки HeapSort. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[31, 32, 34, 13, 28, 20, 28, 36, 30, 20]`.

Задача 6. *Алгоритм сортировки подсчётом CountingSort. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[4, 4, 5, 4, 8, 4, 6, 3, 5, 2, 8, 1, 3, 5, 2]`.

Задача 7. *Алгоритм QFindStatP поиска порядковой статистики за время* $\Theta(N)$ *в среднем. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[36, 39, 37, 25, 12, 12, 11, 32, 29, 10]`.

Задача 8. *Алгоритм QFindStatD поиска порядковой статистики за время* $\Theta(N)$ *для случая* $|a_i| \ll N$. *Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[22, 28, 32, 10, 12, 34, 35, 34, 26, 34]`.

Задача 9. *Алгоритм QFindStat5 поиска порядковой статистики за время* $\Theta(N)$ *в худшем случае. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[38, 28, 32, 17, 32, 20, 29, 25, 15, 14]`.

Задача 10. *Модифицируйте алгоритм HeapSort для сортировки в неубывающем порядке. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[39, 17, 25, 22, 29, 26, 39, 34, 14, 28]`.

Задача 11. *Проиллюстрируйте работу алгоритма HeapSort на бумаге на примере заданной последовательности чисел. На каждом шаге алгоритма последовательность следует изображать в виде дерева.*

Задача 12. *Остаётся ли справедливой оценка амортизированной стоимости стековых операций, равная* $O(1)$, *если включить в множество стековых операций операцию MultiPush, помещающую в стек* k *элементов?*

Задача 13. *Покажите, что если бы в пример с* k*-битовым счётчиком была включена операция Decrement, стоимость* n *операций была бы равной* $\Theta(nk)$.

Задача 14. *Предположим, что над структурой данных выполняется* n *операций. Стоимость* i*-ой по порядку операции равна* i, *если* i *— точная степень двойки, и 1 в противном случае. Определите с помощью группового анализа амортизированную стоимость операции.*

Задача 15. *Предположим, что над стеком выполняется последовательность операций; размер стека при этом никогда не превышает k. После каждых k операций проводится резервное копирование стека. Присвоив различным стековым операциям амортизированные стоимости, покажите, что стоимость n стековых операций, включая копирование стека, равна $O(n)$.*

Задача 16. *Предположим, что нам нужно иметь возможность не только увеличивать показания счётчика, но и сбрасывать его (то есть делать так, чтобы значения всех битов были равну 0). Считая, что время проверки или модификации одного бита составляет $\Theta(1)$, покажите, как осуществить реализацию счётчика в виде массива битов, чтобы для выполнения произвольной последовательности из n операций Increment и Reset над изначально обнулённым счётчиком потребовалось бы время $O(n)$.*

Указание. *Отслеживайте в счётчике самый старший разряд, содержащий единицу.*

Задача 17. *Чему равна полная стоимость выполнения n стековых операций Push, Pop и Multipop, если предположить, что в начале стек содержит s_0 объектов, а в конце — s_n объектов?*

Задача 18. *Предположим, что изначально показание счётчика не равно нулю, а определяется числом, содержащим в двоичном представлении b единиц. Покажите, что стоимость выполнения n операций Increment равна $O(n)$ при условии, что $n = \Omega(b)$. (Не следует полагать, что b — константа.)*

Задача 19. *Алгоритм Рабина-Карпа для поиска подстроки в строке. Проиллюстрируйте работу алгоритма на примере поиска образца* `ab` *в строке* `aaabcbaab`.

Задача 20. *Алгоритм поиска подстроки в строке при помощи конечных автоматов. Проиллюстрируйте работу алгоритма на примере поиска образца* `ab` *в строке* `aaabcbaab`.

Задача 21. *Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта поиска подстроки в строке. Проиллюстрируйте работу алгоритма на примере поиска образца* `ab` *в строке* `aaabcbaab`.

Задача 22. *Предположим, что в образце P все символы различны. Покажите, как ускорить процедуру NaiveStringMatcher, чтобы время её выполнения при обработке n-символьного текста T было равно $O(n)$.*

Задача 23. *Покажите, как обобщить метод Рабина-Карпа, чтобы он позволял решать задачу поиска заданного образца размером $m \times m$ в символьном массиве размером $n \times n$. Образец можно сдвигать по вертикали и по горизонтали, но нельзя вращать.*

Задача 24. *Сконструируйте автомат поиска подстрок для образца $P =$* `aabab` *и проиллюстрируйте его работу при обработке текста $T =$* `aaababaabaababaab`.

Задача 25. *Изобразите диаграмму состояний для автомата поиска подстрок, если образец имеет вид* `ababbabbababbababbabb`, *а алфавит — $\Sigma =$* {`a`, `b`}.

Задача 26. *Вычислите префиксную функцию для образца* `ababbabbabbababbabb`.

Задача 27. *Покажите, что время работы процедуры KnuthMorrisPratt равно $\Theta(n)$.*

Задача 28. *Алгоритмы поиска и удаления элемента из хэш-таблицы с разрешением коллизий методом линейных проб.*

Задача 29. *Устройство хэш-функций на основе умножения и хэш-функций на основе деления.*

Задача 30. *Продемонстрируйте на бумаге происходящее при вставке в хэш-таблицу с разрешением коллизий методом линейных проб набора заданных элементов. Таблица имеет заданное число ячеек N. Хэш-функция имеет вид $h(k) = k \bmod N$.*

Задача 31. *Пусть (u, v) — ребро минимального веса в связном графе G. Покажите, что (u, v) принадлежит некоторому минимальному остовному дереву графа G.*

Задача 32. *Алгоритм Крускала может возвращать разные остовные деревья для одного и того же входного графа G в зависимости от взаимного расположения рёбер с одинаковым весом при сортировке. Покажите, что для любого минимального остовного дерева T графа G можно указать способ сортировки рёбер G, для которого алгоритм Крускала даст минимальное остовное дерево T.*

Задача 33. *Приведите простой пример ориентированного графа с отрицательными весами рёбер, для которого алгоритм Дейкстры даёт неправильные ответы. Объясните, почему так происходит.*

Задача 34. *Алгоритм обхода графа в ширину.*

Задача 35. *Алгоритм обхода графа в глубину.*

Задача 36. *Алгоритм Крускала поиска минимального остовного дерева графа.*

Задача 37. *Алгоритм Беллмана-Форда.*

Задача 38. *Алгоритм Дейкстры.*

Задача 39. *Алгоритм сортировки слиянием. Модификация алгоритма без использования рекурсии. Проиллюстрировать работу алгоритма на примере последовательности* `[23, 16, 30, 37, 12, 32, 36, 29, 29, 24]`.

Задача 40. *Красно-чёрные деревья. Алгоритм добавления элемента в красно-чёрное дерево.*

Задача 41. *Красно-чёрные деревья. Алгоритм удаления элемента из красно-чёрного дерева.*

Задача 42. *B-деревья. Алгоритмы поиска, добавления и удаления элементов.*

Задача 43. *Сбалансированные деревья. Алгоритм добавления элемента в AVL дерево.*