

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им М.В.Ломоносова
Механико-математический факультет
Кафедра теории вероятностей

КУРСОВАЯ РАБОТА

“Принцип безарбитражности на примере опционов и свопов, 2”
"The principle of non-arbitrage on the example of options and swaps, 2"

Выполнил:

студент 3 курса 331 группы
Ковальчук А.А.

Научный руководитель:

доц. кафедры теории вероятностей
Жуленёв С.В.

Содержание

- 1 Введение
- 2 Принцип безарбитражности на примере опционов
 - 2.1. Постановка задачи
 - 2.2. Решение
- 3 Принцип безарбитражности на примере свопов
 - 3.1. Постановка задачи
 - 3.2. Решение
- 4 Список используемой литературы

1. Введение

В классической финансовой математике принцип безарбитражности является основополагающим. Также он играет важную роль в стохастической финансовой математике. Суть принципа можно изложить кратко: это принцип, при котором на рынке отсутствуют арбитражные возможности, то есть возможности безрискового перевода средств с одного рынка на другой с целью использования разницы в процентных ставках, обменных курсах или товарных ценах. Однако суть и значимость самого принципа можно понять только на конкретных примерах. В данной работе принцип безарбитражности будет разбираться на примере опционов и свопов, путем решения конкретных задач.

2. Принцип безарбитражности на примере опционов

2.1. Постановка задачи

Введём следующие обозначения:

- S_t - стоимость 1 акции, т.е. базового актива на момент t , $S_0 = S$
- P_t - стоимость опциона “пут” на момент времени t , $P_0 = P$
- C_t - премия продавца — стоимость опциона “колл” на момент времени t , $C_0 = C$
- T - момент предъявления опциона к исполнению, $(0, T)$ - срок жизни опциона
- K - цена исполнения опциона
- $\tau = T - t$, где t произвольный момент времени срока жизни опциона
- ν - ежегодная безрисковая ставка непрерывного начисления
- f_T - платежное обязательство или выгода в момент времени t , которую владелец может получить в этот момент, $f_T = (S_t - K)^+$

Необходимо привести другое доказательство леммы 2.7 из [1]. Правое неравенство в (2.5) необходимо вывести из принципа безарбитражности. А именно, мы будем доказывать правую часть неравенства:

$$S_t - K \leq C_t^A - P_t^A \leq S_t - Ke^{-\nu\tau}$$

2.2. Решение

1. Левая часть неравенства доказана в [1]. Докажем правую часть неравенства через принцип безарбитражности. То есть покажем, что $C_t^A - P_t^A \leq S_t - Ke^{-\nu\tau}$.
2. Предположим, что данное неравенство не выполняется, то есть $L \equiv C_t^A - P_t^A - S_t + Ke^{-\nu\tau} > 0$. Тогда совершаем следующие действия для получения арбитражной прибыли:

- Покупаем опцион “пут” (его стоимость равна P_t^A)
- Покупаем акцию (её стоимость равна S_t)
- Продаем опцион “колл” (его стоимость равна C_t^A)
- Берем в долг сумму $Ke^{-\nu\tau}$

Итого имеем: $C_t^A + Ke^{-\nu\tau} - P_t^A - S_t \equiv L > 0$ (по предположению). Далее для получения арбитражной прибыли кладем выручку на счет в банк.

3. Если владелец опциона “колл” исполнит его в некоторый момент θ , $t < \theta \leq T$, то так как $S_\theta > K$, то мы отдаем ему акцию за сумму K и кладем ее на счёт. В результате, возвращая долг K в момент времени T , остаемся с суммой на счету $K(e^{\nu(T-\theta)} - 1) + Le^{\nu\tau}$.

4. Если же опцион “колл” не исполняется, т.е. $S_T < K$, то мы можем продать акцию за K , исполняя тем самым опцион “пут”, и, возвращая долг в момент T , остаемся с суммой $Le^{\nu\tau}$.

3. Принцип безарбитражности на примере свопов

2.1. Постановка задачи

Компания X желает занять американские доллары по фиксированной ставке. Компания Y желает взять в долг японские иены по фиксированной ставке. Суммы, необходимые компаниям, с учетом текущего валютного курса приблизительно одинаковы. Процентные ставки по кредитам с учетом налогов приведены в следующей таблице.

	Иенна	Доллары
Компания X	5.0%	9.6%
Компания Y	6.5%	10%

Необходимо разработать своп, приносящий банку, действующему, как посредник, 50 базисных пунктов в год (1 базисный пункт = 0.01%) и одинаково выгодный для обеих компаний. Необходимо также учесть риски, связанные с колебаниями валютного курса.

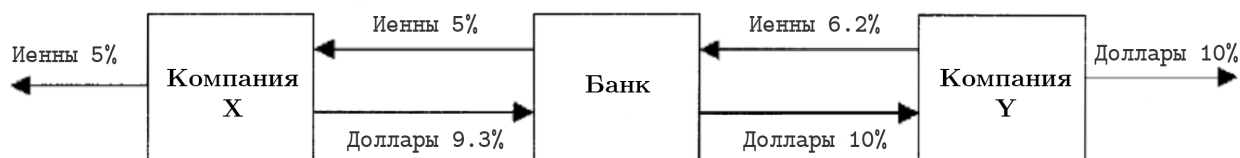
2.2. Решение

1. Для начала необходимо определить, имеются ли предпосылки для заключения взаимовыгодного свопа между компаниями X и Y . По таблице определяем, что компания X имеет сравнительное преимущество на рынке иен, но собирается приобретать доллары. Аналогично компания Y имеет сравнительное преимущество на долларовом рынке, но собирается приобретать иены. Таким образом, появляются предпосылки для свопа.

2. По таблице определяем, что ежегодная разница в курсах для иены равна 1.5% и 0.4% для доллара. Таким образом, общий выигрыш от заключения свопа равен $1.5\% - 0.4\% = 1.1\%$ ежегодно.

3. Банк требует 50 базисных пунктов или 0.5% ежегодно. Следовательно, на X и Y остается по $(1.1\% - 0.5\%):2 = 0.3\%$ на каждую. Следовательно, имеем, что своп должен давать возможность для компании X взять доллары под $9.6 - 0.3 = 9.3\%$ ежегодно. Аналогично для компании Y имеем $6.5 - 0.3 = 6.2\%$ ежегодно.

4. Организация свопа представлена на графике ниже. Все риски связанные с колебанием валютного курса несет банк:



4. Список литературы

- [1] С. В. Жуленёв, Финансовая математика. Введение в классическую теорию. Часть 2. Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2012.
- [2] John C. Hull, Options, Futures and Other Derivatives (6th Edition), Publishing house “Williams”, 2008.