7.3 函数 $f(x)=8e^{1-x}+7\log(x)$，log 表示自然对数，

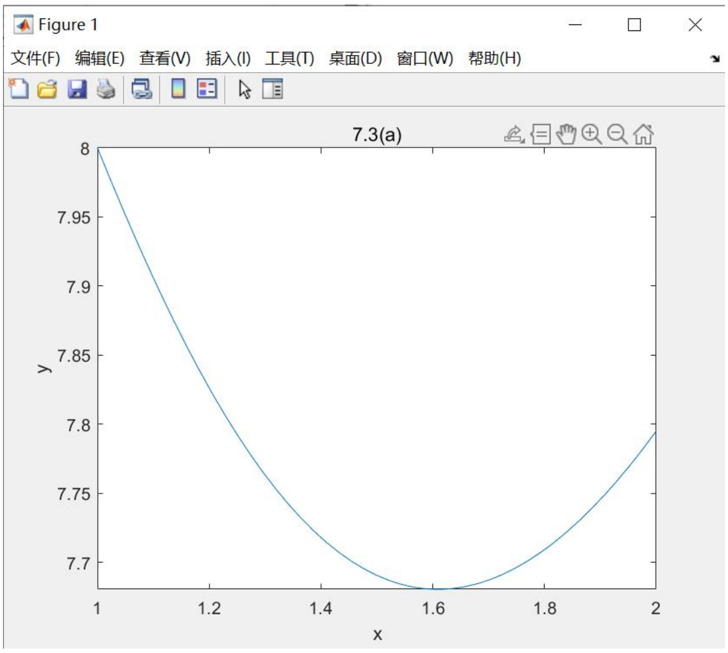
a. 利用 MATLAB 绘制函数 $f(x)$ 在区间[1，2]上随 $x$ 的变化曲线，并验证函数 $f$ 在[1，2]上的确是单峰的。

b. 编写一个 MATLAB 程序，利用黄金分割法将函数 $f$ 的极小点所在区间从[1，2]压缩到长度只有 0.23。利用习题 7.2 中给出的表格列出所有中间结果。

c. 重复问题 b，将黄金分割法替换为斐波那契数列法，$\varepsilon=0.05$。利用习题 7.2 中给出的表格列出所有中间结果。

a. 绘制曲线：

```
fplot(@(x) 8*exp(1-x)+7*log(x),[1,2]);
xlabel('x');
ylabel('y');
title('7.3(a)');
```




验证单峰：

```
syms x;
f = 8*exp(1-x) + 7*log(x);
f_prime = diff(f,x);
points = solve(f_prime == 0, x);
points = double(points);
points = points(points >=1 & points <= 2);
if length(points) <= 1
    disp('f在[1,2]上是单峰的');
else
    disp('f在[1,2]上不是单峰的');
end
```

得到结果：

```
f在[1,2]上是单峰的
```

b. 黄金分割

```
f = @(x)8*exp(1-x)+7*log(x);
left = 1;
right = 2;
tol = 0.23;
rho = (3 - sqrt(5)) / 2;
golden_ratio = 1 - rho;
N = log(tol/ (right - left))/ log(golden_ratio);
a = left + rho * (right - left);
b = left + (1 - rho)*(right - left);
for i = 1: ceil(N)
    fprintf(['Iteration', num2str(i)]);
    f_a = f(a);
    f_b = f(b);
    fprintf(['\na=',num2str(a),' b=',num2str(b),' f(a)=',num2str(f_a),' f(b)=',num2str(f_b)]);
    if f_a < f_b
        c = b;
        b = a;
        a = left + rho * (c-left);
        right = right - rho * (right - left);
    else
        c = a;
        a = b;
        b = c + (1 - rho)*(right - c);
        left = left + rho * (right - left);
    end
    new_interval = [left, right];
    fprintf(['\nnew_interval: ', num2str(new_interval),'\n']);
end
```

得到结果：

```
>> b_goldensection
Iteration1
a=1.382 b=1.618 f(a)=7.7247 f(b)=7.6805
new_interval: 1.382           2
Iteration2
a=1.618 b=1.7639 f(a)=7.6805 f(b)=7.6995
new_interval: 1.382      1.7639
Iteration3
a=1.5279 b=1.618 f(a)=7.686 f(b)=7.6805
new_interval: 1.5279      1.7639
Iteration4
a=1.618 b=1.6738 f(a)=7.6805 f(b)=7.6838
new_interval: 1.5279      1.6738
```

| 迭代次数 k | $a_k$ | $b_k$ | $f(a_k)$ | $f(b_k)$ | 新区间 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.382 | 1.618 | 7.7247 | 7.6805 | [1.382, 2] |
| 2 | 1.618 | 1.7639 | 7.6805 | 7.6995 | [1.382, 1.7639] |
| 3 | 1.5279 | 1.618 | 7.686 | 7.6805 | [1.5279, 1.7639] |
| 4 | 1.618 | 1.6738 | 7.6805 | 7.6838 | [1.5279, 1.6738] |

**c. 斐波那契数列法**

```
f = @(x)8*exp(1-x)+7*log(x);
left = 1;
right = 2;
tol = 0.23;
e=0.05;
F_min = (right-left)*(1+2*e)/tol;
F(1) = 1;
F(2) = 2;
N = 2;
while true
    F(N+1) = F(N) + F(N-1);
    if F(N+1) > F_min
        break;
    end
    N = N + 1;
end
rho = 1 - F(N)/F(N+1);
a = left + rho * (right - left);
b = left + (1 - rho)*(right - left);
for i = 1: N
    %此处与黄金分割法区分，涉及到 rho 的迭代
    if i == N
        rho = 1/2 - e;
    else
        rho = 1- F(N+1-i)/F(N+2-i);
    end
    if i < N-1
        rho_latter_one = 1- F(N-i)/F(N+1-i);
    else
        rho_latter_one = 1/2 - e;
    end
    fprintf(['Iteration', num2str(i),' rho:', num2str(rho)]);
    f_a = f(a);
    f_b = f(b);
    fprintf(['\na=',num2str(a),' b=',num2str(b),' f(a)=',num2str(f_a),'
f(b)=',num2str(f_b)]);
```

```
    if f_a < f_b
        c = b;
        b = a;
        a = left + rho_latter_one * (c - left);
        right = right - rho * (right - left);
    else
        c = a;
        a = b;
        b = c + (1 - rho_latter_one) * (right - c);
        left = left + rho * (right - left);
    end
    new_interval = [left, right];
    fprintf(['\nnew_interval: ', num2str(new_interval),'\n']);
end
```

得到结果：

```
>> c_fibonacci
Iteration1 rho:0.4
a=1.4 b=1.6 f(a)=7.7179 f(b)=7.6805
new_interval: 1.4           2
Iteration2 rho:0.33333
a=1.6 b=1.8 f(a)=7.6805 f(b)=7.7091
new_interval: 1.4         1.8
Iteration3 rho:0.45
a=1.58 b=1.6 f(a)=7.6812 f(b)=7.6805
new_interval: 1.58         1.8
```

| 迭代次数 k | ρ | $a_k$ | $b_k$ | $f(a_k)$ | $f(b_k)$ | 新区间 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.4 | 1.4 | 1.6 | 7.7179 | 7.6805 | [1.4, 2] |
| 2 | 0.33333 | 1.6 | 1.8 | 7.6805 | 7.7091 | [1.4, 1.8] |
| 3 | 0.45 | 1.58 | 1.6 | 7.6812 | 7.6805 | [1.58, 1.8] |

**7.10** 利用 MATLAB 编程实现割线法。

a. 编写 MATLAB 程序，利用割线法求解方程 $g(x)=0$，迭代的停止规则为 $|x^{(k+1)}-x^{(k)}|<|x^{(k)}|\varepsilon$，$\varepsilon>0$ 为给定常数。

b. 函数 $g(x)=(2x-1)^2+4(4-1024x)^4$，利用割线法求解方程 $g(x)=0$ 的根，初始值为 $x^{(-1)}=0$，$x^{(0)}=1$，$\varepsilon=10^{-5}$，并给出在所求出的根下，函数 $g(x)$ 的值。

a.

```
function [x,v] = secant(g,x1,x2,e)
%使用割线法求解求解 g(x)=0
%确认参数--割线法迭代--更新变量
```

```
if nargin < 4
    e = 1e-5;
    if nargin < 3
        x1 = 0;
        x2 = 1;
        if nargin < 1
            disp('至少需要提供函数 g');
        end
    end
end
while abs(x2-x1) >= abs(x1)*e
    x0 = x1;
    x1 = x2;
    g0 = g(x0);
    g1 = g(x1);
    x2 = x1 - g1*(x1-x0)/(g1-g0);
end
x = x2;
v = g(x);
fprintf('x=%g g(x)=%g\n', x, v);
end
```

b.

```
g = @(x)(2*x-1)^2 + 4*(4-1024*x)^4;
secant(g,0,1,1e-5);
```

得到结果：

```
>> solve_g
x=0.00386641 g(x)=0.984605
```