

William Stallings
Computer Organization
and Architecture
9th Edition

Chapter 10 Computer Arithmetic

Arithmetic & Logic Unit (ALU)

- Bagian dari komputer yang melakukan operasi aritmatika dan logis pada data
- Priorita pekerjaan utama semua elemen lain dari sistem komputer adalah untuk membawa data ke ALU untuk diproses dan kemudian mengambil hasilnya kembali
- Melalui penggunaan perangkat logika digital sederhana yang dapat menyimpan digit biner dan melakukan operasi logika Boolean sederhana



Input dan Output ALU

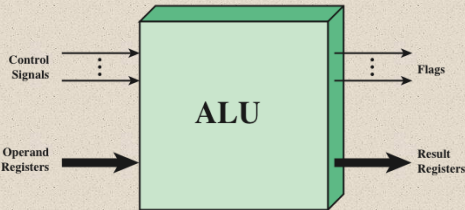


Figure 10.1 ALU Inputs and Outputs

Representasi Integer



- Dalam sistem bilangan biner, bilangan arbitrer dapat direpresentasikan dengan:
 - Digital 0 dan 1
 - Tanda Minus(untuk bilangan negatif)
 - *radix point* (untuk bilangan pecahan)
- Untuk tujuan penyimpanan dan pemrosesan komputer, ALU tidak memerlukan simbol khusus untuk tanda minus dan radix point
- Hanya digit biner (0,1) yang dapat digunakan untuk mewakili bilangan



Pengertian Sistem bilangan

Merupakan tata aturan atau susunan dalam menentukan nilai suatu bilangan, antara lain sistem desimal, biner, hexadesimal, oktal, BCD, Grey Code, Excess-3 dan lain-lainnya yang dibagi berdasarkan basis yang digunakan dalam penentuan nilai dari bilangan tersebut. Sistem bilangan yang umum dipakai adalah sistem bilangan desimal.

Sistem Bilangan

Sistem	Radiks	Himpunan/elemen Digit	Contoh
Desimal	r=10	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}	255 ₁₀
Biner	r=2	{0,1}	11111111 ₂
Oktal	r= 8	{0,1,2,3,4,5,6,7}	377 ₈
Hexadesimal	r=16	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A, B, C, D, E, F}	FF ₁₆

Desimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Biner	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Bilangan Desimal

- Sistem Bilangan Desimal (Decimal Numbering System) dengan basis 10,
 - Menggunakan 10 macam simbol bilangan, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
 - Cara penulisan -> 743 D, 743(10) , 743(D), 743(d), dll.
 - Contoh bilangan desimal : 8598

Bilangan Desimal

- Sistem-Sistem Bilangan secara matematis:

$$\text{Bilangan : } D_r = d_{n-1}d_{n-2} \cdots d_1d_0 \cdots d_{-1} \cdots d_{-n}$$

$$\text{Nilai : } D_r = \sum_{i=-n}^{n-1} d_i \times r^i$$

$$\begin{aligned} \text{Contoh: } 5185.68_{10} &= 5 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2} \\ &= 5 \times 1000 + 1 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times 1 + 8 \times 0.1 \end{aligned}$$

10

BILANGAN BINER

- Sistem Bilangan Biner (Binary Numbering System) dengan basis 2,
 - Menggunakan 2 macam simbol bilangan, yaitu 0(OFF) dan 1(On)
 - Cara penulisan -> 101 B, 101(2) , 101(B), 101(b), dll.
 - Contoh sistem bilangan biner 1101011(b)

BILANGAN BINER

- Bit ke-0 (bit paling kanan) dari bilangan biner merupakan *bit yang tidak signifikan* (LSB, *Least Significant Bit*).
- Bit paling kiri dari bilangan biner merupakan *bit yang paling signifikan* (MSB, *Most Significant Bit*).
- Contoh :

B0	B5	B4	B3	B2	B1
0	1	0	0	1	1
	↓			↓	
	MSB			LSB	

Catt.

Untuk pekerjaan dalam elektronika digital, Anda harus menghafal simbol biner yang digunakan untuk cacah paling sedikit sampai 9.

BILANGAN OCTAL

- Sistem Bilangan Octal (Octenary Numbering System), dengan basis 8,
 - Menggunakan 8 macam simbol bilangan, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 - Cara penulisan -> 743 O, 743(8) , 743(O), 743(o), dll.

BILANGAN HEXADESIMAL

- Sistem Bilangan Hexadesimal (Hexadenary Numbering System) dg basis 16,
 - menggunakan 16 macam simbol bilangan, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5 ,6, 7, 8, 9, A,B, C, D, E, F
 - Cara penulisan -> 743 H, 743(16) , 743(H), 743(h), dll.

Konversi Bilangan

- Konversi dari bilangan Desimal ke Biner, Oktal dan Hexadecimal dengan cara membagi bilangan Desimal dengan basis bilangan masing-masing hingga :
- sisa akhir <= basis -> tidak dibagi lagi

Konversi Bilangan

1. Desimal → Biner

Cara I :
Ex : 133₍₁₀₎ =₍₂₎

133	
128	2 ⁷
5	
4	2 ²
1	
1	2 ⁰
0	

$$133_{10} = 10000101_2$$

Cara II :
Ex : 122₍₁₀₎ =₍₂₎

2	122	0
2	61	1
2	30	0
2	15	1
2	7	1
2	3	1
1		

$$122_{10} = 1111010_2$$

♦ Konversi untuk bilangan pecahan, harus dikalikan sampai diperoleh nilai 0 dibelakang koma
 ex : $0,6875_{10} = \dots_{(2)}$

$0,6875$	$0,375$	$0,750$	$0,500$
$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$
$1,375$	$0,75$	$1,500$	$1,000$

$0,6875_{10} = 0,1011_2$

b. Desimal → Oktal
 ex : $486_{10} = \dots_8$

8	486	sisa 6	LSB
8	746		
8	60	sisa 4	
8	7	sisa 7	
	0		MSB

■ Pecahan
 ex : $0,1875_{10} = \dots_8$

$0,1875$	$0,500$
$\times 8$	$\times 8$
$1,500$	$4,000$

c. Desimal → Heksadesimal
 ex : $498_{10} = \dots_{16}$

16	498	sisa 2
16	31	sisa 15 = F
	1	

$498_{10} = 1F2_H$

■ Pecahan
 ex : $0,5_{10} = \dots_{16}$

$0,5$	$\times 16$	$8,000$
		$0,5_{10} = 0,8_H$

2. Biner
 a. Biner → desimal

ex : $1010110_2 = (1 \times 2^6) + (0 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$
 $= 64 + 0 + 16 + 0 + 4 + 2 + 0$
 $= 86_{10}$

cara cepat :

1	0	1	0	1	1	0
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
64	32	16	8	4	2	1

$1 \rightarrow 86$

(jumlahkan bilangan yang tidak dicoret)

$1011,1010 = (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3}) + (0 \times 2^{-4})$
 $= 8 + 0 + 2 + 1 + 0,5 + 0 + 0,125 + 0$
 $= 11,625_{10}$

b. Biner → oktal
 Setara dengan pengelompokan biner 3 bit
 ex : $\underline{010} \underline{111} \underline{101}_2 = 275_8$

c. Biner → Heksadesimal
 Setara dengan pengelompokan biner 4 bit
 ex : $\underline{1101} \underline{0110} \underline{1010}_2 = D6A_{16}$

3. Oktal
 a. Oktal → Desimal
 ex : $326_8 = (3 \times 8^2) + (2 \times 8^1) + (6 \times 8^0)$
 $= 192 + 16 + 6$
 $= 214_{10}$

b. Oktal → Biner
 ex : $624_8 \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 110010100_2

$624_8 =$

$110 \ 010 \ 100$

4. Hexadesimal
 a. Hexadesimal → Desimal
 ex : $2A6_{16} = (2 \times 16^2) + (10 \times 16^1) + (6 \times 16^0)$
 $= 512 + 160 + 6$
 $= 678_{10}$

b. Hexadesimal → Biner
 ex : $A9_{16} \rightarrow \downarrow \downarrow$
 10101001_2

$A9_{16} =$

$1010 \ 1001$

Latihan Soal :
 $210 = \dots_8 = \dots_2 = \dots_H = \dots_{10}$

Operasi Aritmatika Biner

• Penjumlahan:
 • $0 + 0 = 0$ carry 0
 • $0 + 1 = 1$ carry 0
 • $1 + 0 = 1$ carry 0
 • $1 + 1 = 0$ carry 1
 • Contoh
 $15 + 20 = 35 \rightarrow 1111_2 + 10100_2 = 100011_2$
 $\rightarrow 1111$
 $10100 +$
 100011

• Pengurangan:
 • $0 - 0 = 0$
 • $1 - 1 = 0$
 • $1 - 0 = 1$
 • $0 - 1 = 1$ borrow 1
 • Contoh
 $29 - 11 = 18 \rightarrow 11101_2 - 1011_2 = 10010_2$
 $\rightarrow 11101$
 $1011 -$
 10010

Operasi Aritmatika Biner

• Perkalian Biner:
 • $0 \times 0 = 0$
 • $0 \times 1 = 0$
 • $1 \times 0 = 0$
 • $1 \times 1 = 1$
 • Contoh
 $14 \times 12 = 168 \rightarrow 1110_2 \times 1100_2 = 10101000_2$
 $\rightarrow 1110$
 $1100 \times$
 0000
 0000
 1110
 $1110 \rightarrow$
 10101000

• Pembagian Biner:
 Aturan pembagian pada biner :
 1. $0/1 = 0$
 2. $1/1 = 1$
 Contoh
 $125/5 = 25 \rightarrow 25$
 $1111101/1001 = 1101$
 $\rightarrow 1101$
 1001
 1111101
 1001
 0001
 0001
 0001
 0

Bilangan Biner Bertanda

• Bit Tanda (sign bit):
 • bit paling kiri dalam bilangan biner bertanda
 • '0' = positif, '1' = negatif

• Komplemen-1:
 • semua bit dikomplemenkan

• Komplemen-2:
 • komplemen-1 + 1

• Aturan dasar penjumlahan octal
 • Jika hasil penjumlahan lebih dari 8 maka hasil penjumlahan dikurangi 8 dan akan memiliki carry 1
 • Contoh
 $125 + 46 = 173_8 \rightarrow 5 + 6 = 11 - 8 = 3 \rightarrow \text{carry } 1$
 $2 + 4 = 6 + 1 = 7$
 $1 + 0 = 1$

125
 46
 173

• Aturan dasar pengurangan octal
 • Jika meminjam maka di tambah 8 dan jika dipinjam dikurangi 1
 • Contoh $125 - 67 = 36 \rightarrow 5 - 7 + 8(\text{pinjam}) = 6$
 $2 - 6 + 10(\text{pinjam}) = 3$
 1 habis karena dipinjam sebelumnya jadi totalnya 36

Operasi Aritmatika Biner

• Contoh :
 1. Konversikan $+35_{10}$ ke bentuk 2's complement-nya
 Jawab : $35 = 0100011$
 2's compl : 0100011

2. Konversikan -35_{10} ke bentuk 2's complement-nya
 Jawab : $35 = 010011$
 1's compl : $101100 + 1 :$
 2's compl : 101101

3. Konversikan bentuk 2's complement $1101 \ 1101$ kembali ke bentuk desimal-nya
 Jawab : 2's compl : $1101 \ 1101$
 1's compl : $0010 \ 0010 + 1$
 biner : $0010 \ 0011$
 desimal : $+35$

4. Konversikan -98_{10} ke bentuk 2's complement-nya
 Jawab : biner : $0110 \ 0010$
 1's compl : $1001 \ 1101 + 1$
 2's compl : $1001 \ 1110$

• Langkah-langkah perkalian octal
 1. Kalikan masing-masing kolom secara desimal
 2. Ubah dari desimal ke octal
 3. Tuliskan hasil dari digit paling kanan hasil octal
 4. Apabila hasil perkalian tiap-tiap kolom terdiri dari 2 digit, maka digit paling kiri merupakan carry untuk ditambahkan pada hasil perkalian kolom selanjutnya
 5. Tahap terakhir jumlahkan tiap-tiap kolom dengan memberikan jarak 1 angka ke kiri. C

• Contoh : $146_8 \times 12_8 = 1774_8$
 146
 $\times 12$
 314
 $2 \times 6 = 12_{10} = 14_8 \rightarrow 4$ merupakan hasil dari $12 \div 8$ dan 1 adalah carry
 $1(\text{carry}) + 2 \times 4 = 9_{10} = 11_8 \rightarrow 1$ merupakan hasil dari $9 \div 8$ dan 1 adalah carry
 $1(\text{carry}) + 2 \times 1 = 3_{10} = 3_8 \rightarrow$ hasil akhir 314_8 dengan sisa 0

146
 $\times 12$
 314
 $1 \times 6 = 6_{10} = 6_8$ sisa 0
 $1 \times 4 = 4_{10} = 4_8$ sisa 0
 $1 \times 1 = 1_{10} = 1_8$ sisa 0
 Hasil akhir 1774_8

146
 $\times 12$
 1774

Operasi Aritmatika Octal

Operasi Aritmatika Octal

Operasi Aritmatika Octal

- Langkah-langkah pembagian
- Contoh $374 / 25 = 14$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 25 \overline{) 374} \\ \underline{50} \\ 124 \\ \underline{100} \\ 24 \end{array}$$

Penjelasan:

$$5 \times 1 = 5_{10} = 5_8$$

$$2 \times 1 = 2_{10} = 2_8$$

$$5 \times 4 + 20_{10} = 24_8 \text{ merupakan hasil dari } 20 = (8 \times 2) \text{ dan } 2 \text{ adalah carrynya karena melewati } 2 \text{ kali octal}$$

$$2 \times 4 + 2 \text{ (carry)} = 10_{10} = 12_8 \text{ merupakan hasil dari } 10 = 8 \text{ dan } 1 \text{ adalah carrynya jadi hasil dari } 25 \times 14 \text{ adalah } 124_8$$

33

Operasi Aritmatika Hexadesimal

- Operasi Perkalian hexadecimal

• $AC \times 18 = 1224$

$$\begin{array}{r} AC \\ \times 18 \\ \hline 8AC \\ 1E00 \\ \hline 1224 \end{array}$$

8(carry) + B(11) x C(12) = 132₁₆ = 8 4₁₆

8(carry) + B(11) x A(10) = 118₁₆ = 7E₁₆ -> 764₁₆

• $AC \times 1B = 1224$

$$\begin{array}{r} AC \\ \times 1B \\ \hline AC \\ 1E00 \\ \hline 1224 \end{array}$$

1 x C(12) = 12₁₆ = 12(C)₁₆

1 x A(10) = 10₁₆ = 10(A)₁₆ -> AC₁₆

• $764 + AC = 1224$

$$\begin{array}{r} 764 \\ + AC \\ \hline 1224 \end{array}$$

6 + C(12) = 18₁₆ = 1 2₁₆ 2 merupakan hasil dari pengurangan 18-16 dan 1 adalah carry

7 + A(10) + 1(carry) = 18₁₆ = 1 2₁₆ 2 merupakan hasil dari pengurangan 18-16 dan 1 adalah carry Hasil akhir, 1224₁₆

Operasi Aritmatika Hexadesimal

- Operasi penjumlahan heksadesimal sama seperti penjumlahan pada desimal (hanya untuk angka diatas 9 diganti huruf)

• $10 = A$ $11 = B$ $12 = C$ $13 = D$ $14 = E$ $15 = F$

- Contoh

B25

12A +

C4F

- Penjelasan:

5 + A(10) = 15 (F)

2 + 2 = 4

B(11) + 1 = 12 (C) Jadi Hasil Akhirnya, C4F

Operasi Aritmatika Hexadesimal

- Operasi penjumlahan heksadesimal sama seperti penjumlahan pada desimal (hanya untuk angka diatas 9 diganti huruf)

• $10 = A$ $11 = B$ $12 = C$ $13 = D$ $14 = E$ $15 = F$

- Contoh

B25

12A +

C4F

- Penjelasan:

5 + A(10) = 15 (F)

2 + 2 = 4

B(11) + 1 = 12 (C) Jadi Hasil Akhirnya, C4F

Operasi Aritmatika Hexadesimal

- Operasi Pengurangan hexadecimal

- Contoh

$3242_{16} - 1987_{16} = 18BB_{16}$

3242

1987 -

18BB

2 - 7 + 16 (pinjam) = 11 (B)

4 - 8 - 1 (dipinjam) + 16(pinjam) = 11 (B)

2 - 9 - 1 (dipinjam) + 16(pinjam) = 8

3 - 1 - 1 (dipinjam) = 1

Jadi hasil akhirnya 18BB