【流体仿真】一、有限体积法

一、有限体积法的基本原理

1.1 有限体积法基本原理

有限体积法是将计算区域划分为一系列控制体积，将待解微分方程对每一个控制体积积分得出离散方程。有限体积法的关键是在导出离散方程过程中，需要对界面上的被求函数本身及其导数的分布作出某种形式的假定。用有限体积法导出的离散方程可以保证具有守恒特性，而且离散方程系数物理意义明确，计算量相对较小。

有限体积法(Finite Volume Method)又称为控制体积法(Control Volume Method, CVM)。其基本思路是:将计算区域划分为网格，并使每个网格点周围有一个互不重复的控制体积:将待解微分方程(控制方程)对每一个控制体积积分，从而得出一组离散方程。其中的未知数是网格点上的因变量中。为了求出控制体积的积分，必须假定φ值在网格点之间的变化规律。从积分区域的选取方法看来，有限体积法属于加权余量法中的子域法，从未知解的近似方法看来，有限体积法属于采用局部近似的离散方法。简言之，子域法加离散，就是有限体积法的基本方法。

有限体积法的核心体现在区域离散方式上，区域离散化的实质就是用有限个离散点来代替原来的连续空间。有限体积法的区域离散实施过程是：把所计算的区域划分为多个互不重叠的子区域，即计算网格（grid），然后确定每个子区域中的节点位置及该节点所代表的控制体积。区域离散化过程结束后，可以得到以下四种几何要素：

1、节点（node）：需要求解的未知物理量的几何位置。

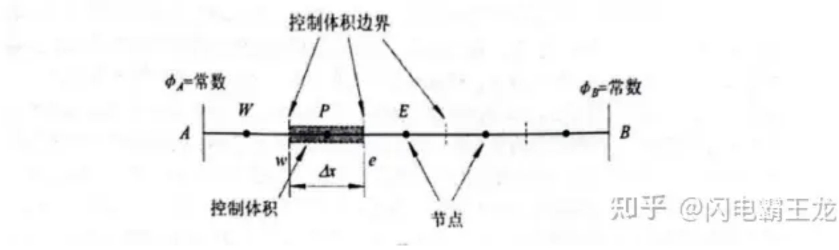
2、控制体积（control volume）：应用控制方程或守恒定律的最小几何单位。

3、界面（face）：它规定了与各节点相对应的控制体积的分界面位置。

4、网格线（grid line）：联结相邻两节点而形成的曲线簇

我们把节点看成是控制体积的代表，在离散过程中，将一个控制体积上的物理量定义并存储在该节点处。

1.2 求解一维稳态问题的有限体积法



一维问题的有限体积法计算网格

无论是连续性方程、动量方程还是能量方程，都可以写成如下的通式。一维问题的控制方程：

$$\frac{d(\rho u \phi)}{dx} = \frac{d\left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right)}{dx} + S$$

称之为一维模型方程，方程中包含对流项、扩散项及源项。方程中的 ϕ 是广义变量，可以为速度、温度或浓度等一些待求的物理量， Γ 是相应于 ϕ 的广义扩散系数，S 是广义源项。

这里给出的是方程的守恒形式，这是因为采用有限体积法建立离散方程时，必须使用守恒形式。应用有限体积法求解方程所对应的对流-扩散问题，主要步骤如下：

1.在计算区域内生成计算网格，包括节点及其控制体积。

2.将守恒型的控制方程在每个控制体积上做积分（积分时要用到界面处未知量Φ及其导数的插值计算公式，即离散格式），得到离散后的关于节点未知量的代数方程组。

3.求解代数方程式，得到个计算节点的Φ值。

有限体积法的第一步是将计算域划分为离散的控制体积，在点A和点B之间的空间域上放置一系列的节点，将控制体积的边界（面）取在两个节点中间得位置，这样，每个节点由一个控制体积所包围。

有限体积法关键一步是在控制体积上积分控制方程，以在控制体积节点上产生离散的方程，对一维模型方程，在图中所示的控制体积P上做积分，有：

$$\int_{\Delta V}\frac{d(\rho u\phi)}{dx}dV=\int_{\Delta V}\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right)dV+\int_{\Delta V}SdV$$

这里是错误的，上面是梯度，这里必须除以dx

其中△V是控制体积的体积值，当控制体很微小时，△V可以表示为△x•A，这里A是控制体积界面的面积，从而有：

$$(\rho u\phi A)_e-(\rho u\phi A)_w=\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_e-\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_w+S\Delta V$$

上式中对流项和扩散项均已转化为控制体积界面上的值，有限体积法最显著的特点之一就是老师方程中具有明确的物理插值，即界面的物理量要通过插值的方式由节点的物理量表示。

为了建立所需要形式的离散方程，我们需要找出如何表示界面e和w处的ρ、u、Γ、Φ，有限体积法规定，ρ、u、Γ、Φ和等物理量均是在节点处定义和计算的。因此，为了计算界面上的这些物理参数，需要有一个物理参数在节点间的近似分布，可以想象，线性近似是可用来计算界面特性值的最直接、也是最简单的方式。这种分布叫做中心差分。如果网格是均匀的，则单个物理参数的线性插值结果是：

$$\Gamma_e=\frac{\Gamma_P+\Gamma_E}{2}$$

$$\Gamma_w=\frac{\Gamma_E+\Gamma_P}{2}$$

与梯度项相关的扩散通量的线性插值结果是：

$$\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_e=\Gamma_eA_e\left[\frac{\phi_E-\phi_P}{(\delta x)_e}\right]$$

$$\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_w=\Gamma_wA_w\left[\frac{\phi_E-\phi_P}{(\delta x)_w}\right]$$

对于源项S，它通常是时间和物理量Φ的函数，为了简化处理，经常将S转化为如下线性方式：

$$S=S_C+S_P\phi_P$$

其中S_C是常数，S_P是随时间和物理量变化的项，将以上线性插值的结果代回方程可得：

$$(\rho u)_eA_e\frac{\phi_P+\phi_E}{2}-(\rho u)_wA_w\frac{\phi_W+\phi_P}{2}=\Gamma_eA_e\left[\frac{\phi_E-\phi_P}{(\delta x)_e}\right]-\Gamma_wA_w\left[\frac{\phi_E-\phi_P}{(\delta x)_w}\right]$$
$$+\left(S_C+S_P\phi_P\right)\Delta V$$

整理后得：

$$\left(\frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}A_e+\frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}A_w-S_P\Delta V\right)\phi_P=\left(\frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}A_w+\frac{(\rho u)_w}{2}A_w\right)\phi_w$$
$$+\left(\frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}A_e+\frac{(\rho u)_e}{2}A_e\right)\phi_e+S_C\Delta V$$

记为：

$$a_P\phi_P=a_W\phi_W+a_E\phi_E+b$$

式中：

$$a_w=\frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}A_w+\frac{(\rho u)_w}{2}A_w$$

$$a_E=\frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}A_e-\frac{(\rho u)_e}{2}A_e$$

$$a_P = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}A_e + \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}A_w = a_E + a_W + \frac{(\rho u)_e}{2}A_e - \frac{(\rho u)_w}{2}A_w - S_p\Delta V$$

$$b = S_C\Delta V$$

对于一维问题，控制体积界面e和w处的面积A均为1，即单位面积，▵V=▵X。则系数转化为：

$$a_w = \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w} + \frac{(\rho u)_w}{2}$$

$$a_E = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e} - \frac{(\rho u)_e}{2}$$

$$a_P = a_E + a_w + \frac{(\rho u)_e}{2} - \frac{(\rho u)_w}{2} - S_P\Delta x$$

$$b = S_C\Delta x$$

1.3 Fluent 流体分析软件

CAE（Computer Aided Engineering）计算机辅助工程：指用计算机辅助求解分析复杂工程和产品的物理性能，把工程（生产）的各个环节有机的组织起来。使用Fluent分析软件进行流体分析就是计算机辅助工程的重要组成部分。

FLUENT 是目前处于世界领先地位的CFD软件之一，广泛用于模拟各种流体流动、传热、燃烧和污染物运移等问题。

FLUENT 是一个用于模拟和分析在复杂几何区域内的流体流动与热交换问题的专用 CFD 软件。FLUENT提供了灵活的网格特性，可方便地使用结构网格和非结构网格对各种复杂区域进行网格划分。对于二维问题，可生成三角形单元网格和四边形单元网格;对于三维问题,提供的网格单元包括四面体、六面体、棱锥、楔形体及杂交网格等。FLUEN还允许用户根据求解规模、精度及效率等因素，对网格进行整体或局部的细化和粗化。对于具有较大梯度的流动区域，FLUENT提供的网格自适应特性可让用户在很高的精度下得到流场的解。

FLUENT 通过交互的菜单界面与用户进行交互，用户可通过多窗口方式随时观察计算的进程和计算结果。计算结果可以用云图、等值线图、矢量图、XY散点图等多种方式显示、存储和打印，甚至传送给其他CFD或FEM软件。FLUENT提供了用户编程接口，让用户定制或控制相关的计算和输入输出。从本质上讲，FLUENT只是一个求解器。FLUENT本身提供的主要功能包括导入网格模型、提供计算的物理模型、施加边界条件和材料特性、求解和后处理。

1.4 有限体积法在计算流体中的具体应用

FLUENT泛用于航空、汽车、透平机械、水利、电子、发电、建筑设计、材料加工、加工设备、环境保护等领域，其主要的模拟能力包括:用非结构自适应网格求解2D或3D区域内的流动;不可压或可压流动;稳态分析或瞬态分析;无粘、层流和湍流;牛顿流体或非牛顿流体;热、质量、动量、湍流和化学组分的体积源项模型;各种形式的热交换，如自然对流、强迫对流、混合对流、辐射热传导等;惯性(静止)坐标系非惯性(旋转)坐标系模型;多重运动参考系，包括滑动网格界面、转子与定子相互作用的动静结合模型;化学组分的混合与反应模型，包括燃烧子模型和表面沉积反应模型;粒子、水滴、汽泡等离散相的运动轨迹计算，与连续相的耦合计算;相变模型(如熔化或凝固)等。

二、有限体积法的解题步骤

2.1 CFD的求解步骤

首先应该制订求解方案，在这一过程中需要考虑的因素包括以下内容。

(1)定CFD模型目标。确定要从CFD模型中获得什么样结果，怎样使用这些结果需要怎样的模型精度。

(2)选择算型。在这要考虑怎样对物理系统进行抽象概括，计算域包括哪些区域，在模型计算域的边界上使用什么样的边界条件，模型按二维还是三维构造，什么样的网格拓朴结构最适合于该问题。

(3)选择物理模型。考虑该流动是无粘、层流，还是湍流，流动是稳态还是非稳态，热交换重要与否，流体是用可压还是不可压方式来处理，是否多相流动，是否需要应用其他物理模型。

(4)求解。这个确定该问题是否可以利用求解器现有的公式和算法直接求解，是否需要增加其他的参数(如构造新的源项)，是否有更好的求解方式可使求解过程更快速地收敛，使用多重网格计算机的内存是否够用，得到收敛解需要多久的时间。

在此基础上进行软件仿真，在软件仿真中要注意网格的密度、各种后处理的具体要求。如果有必要的话，需要重新调整相关参数重新求解。

最后针对仿真的结果进行后处理，FLUENT的后处理可以使用软件内部的后处理工具或者使用ANSYS CFD-Post。常见的CFD结果的分析方法包括等值面、矢量面、等值图、流线、迹线、XY曲线图及动画等。

CFD整体求解流程如下图。

2.2 Fluent 软件求解步骤

使用Fluent软件进行模拟的操作步骤与ANSYS有限元模拟步骤相似，其流程如下图。

对仿真结果需要进行后处理，后处理的基本流程包括：

1、确定位置；

2、如果需要的话，创建变量/表达式来提取数据；

3、在给定位置处生成数据，可以是定量数据也可以是定性数据；

4、生成报告。

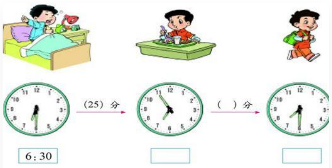
发布于 2023-05-15 11:44・IP 属地河北

计算流体力学（CFD） 实验流体力学 机械工程

文章被以下专栏收录

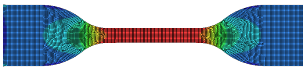
济研机械
机械设计、机械现代化设计理论等。

推荐阅读



超级实用：常用单位换算公式（果断收藏）

压缩机网 发表于压缩机网

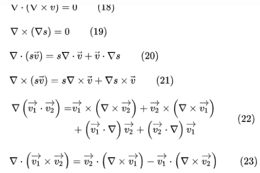


有限元非线性分析中的负体积(Negative volume)问题及...

1Mo3qvpm

变分法(5)——确定体积的几何体中球体的表面积最小

Jaysny



有限体积法（2）数学基础——向量

珐式小蛋糕