1. Demand：求解三维空间无碰撞的存续联通路径
2. Project Address：<https://github.com/bladesaber/MAPF_Pipeline>
3. Algorithm Structure:

算法组成：

1. 求解三维空间存续无碰撞路径
   1. 参考方案1: CBS[10] + A-star + CAT(Conflict Avoidance Table)[12]
   2. 参考方案2: Prioritized Planning[19, 20] + A-star

初步评价：方案1的求解路径为理论最短路径，但求解空间大，需要计算资源大，求解时间长。在方案初步结果确认后，可考虑添加Operator Decomposition[6,7,8]与Bypass[17]方法进行优化。方案2的求解路径为次优路径，但无法保证一定有求解结果。

1. 所得路径进行局部平滑
   1. 参考方案1：Hyprid A-star
   2. 参考方案2：Bezier Smoothing（以路径点为控制点）

初步评价：后续需要结合流体方面的函数设计

1. 管道效果可视化
   1. 参考方案1：基于PyVista库实现（参考https://docs.pyvista.org/）
   2. 参考方案2（候选）：基于Mayavi库实现
2. Plan：

2023-03-10：

1. 计划2023-04-01前完成算法组成（1）中两个方案（基于C++）。不确认在三维空间上A-star会不会由于搜索空间过大的问题导致崩溃，因此初期Grid空间设计为（50x50x50）先做尝试。
2. 之后需要一个粗糙的可视化代码（基于Python）。
3. 需要部分模拟应用场景的参数，对比以上两种算法求解该部分场景的Metric差异，以及对比人工设计与算法求解路径的差异（忽略局部路径平滑），已确认下一步是否继续进行。

2023-04-03：

确认新的一个版本的一些特点：

1. Conflict检测在连续空间进行：Ball Tree或KD Tree 或 常规计算
2. 采用类似Hybrid A-star的算法结构：
   1. 改用Greedy search可能更合适，不确定
   2. State近似采用（X， Y， Z， alpha， beta）
   3. 采用Any Angel方法，线与球体最短距离进行测障
   4. 启发式或者限制条件都是为了减少搜索节点，我目前不太确认好的方法，所以我打算使用粗糙的限制，例如不允许搜索方向与目标方向接近反向的角度，或者搜索空间限制。我需要考虑角度的启发式（二维曲线的三维离散化，相切平面线，不一定非要准确解析解，可以用模糊的解，但会造成高估启发式）
   5. 我认为解析解是否需要的
3. 采用Any Angel的方法进行修改
4. 采用约束优化的方法进行最后的曲线平滑Paper Reference:

Survey：

1. A Survey of the Multi-Agent Pathfinding Problem, Erwin Lejeune
2. Multi-Agent Path Finding – An Overview , Roni Stern, 2022
3. Multi-Agent Pathfinding: Definitions, Variants, and Benchmarks, Roni Stern
4. Search-Based Optimal Solvers for the Multi-Agent Pathfinding Problem: Summary and Challenges(SoCS 2017)
5. T. Uras and S. Koenig. An Empirical Comparison of Any-Angle Path-Planning Algorithms. In Proceedings of the Annual Symposium on Combinatorial Search, 2015
6. A Survey of Path Planning Algorithms for Mobile Robots. Karthik Karur. Department of Electrical and Computer Engineering, Michigan State University. 2021
7. Path Smoothing Techniques in Robot Navigation: State-of-the-Art, Current and Future Challenges. Abhijeet Ravankar. 2018

MAPF：

Search Based Method:

1. WHCA-star：Silver, D. 2005. Cooperative pathfinding. In Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment (AIIDE), 117–122
2. EPEA-star：Goldenberg, M., Felner, A., Sturtevant, N.R., Holte, R.C., Schaeffer, J.: Optimal generation variants of EPEA. In: SoCS (2013)
3. Independence Detection + OD：Standley, T. S. 2010. Finding optimal solutions to cooperative pathfinding problems. In AAAI
4. M-star: Wagner, G., Choset, H.: Subdimensional expansion for multi-robot path planning. Artificial Intelligence 219, 1–24 (2015) 这里有很多参考文章(Why M-star is complete and optimal ?)
5. Bnaya, Z., and Felner, A. 2014. Conflict-oriented windowed hierarchical cooperative A\*. In (ICRA). Online Algorithm, ignore

CBS/ICTS Based Method:

1. CBS: G. Sharon, R. Stern, A. Felner, N. Sturtevant, Conflict-based search for optimal multi-agent path finding, in: Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, Toronto, Ontario, Canada, 2012
2. MA-CBS: Sharon, G., Stern, R., Felner, A., Sturtevant, N.R.: Conflict-based search for optimal multi-agent pathfinding. Artificial Intelligence 219, 40–66 (2015)
3. ICTS: Sharon, G., Stern, R., Goldenberg, M., Felner, A.: The increasing cost tree search for optimal multi-agent pathfinding. Artificial Intelligence 195, 470–495 (2013), ignore
4. Walker, T. T.; Sturtevant, N. R.; and Felner, A. 2018. Extended increasing cost tree search for non-unit cost domains. In International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), 534–540. ignore
5. ECBS: Barer, M., Sharon, G., Stern, R., Felner, A.: Suboptimal variants of the conflictbased search algorithm for the multi-agent pathfinding problem. In: Symposium on Combinatorial Search (SoCS) (2014)
6. ICSB: Boyarski, E., Felner, A., Stern, R., Sharon, G., Tolpin, D., Betzalel, O., Shimony, E.: ICBS: improved conflict-based search algorithm for multi-agent pathfinding. In: International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI) (2015)
7. HCBS: Felner, A., Li, J., Boyarski, E., Ma, H., Cohen, L., Kumar, T.S., Koenig, S.: Adding heuristics to conflict-based search for multi-agent path finding. In: International Conference on Automated Planning and Scheduling (ICAPS) (2018)
8. Bypass+CBS: E. Boyarski, A. Felner, G. Sharon, and R. Stern. Don’t split, try to work it out : Bypassing conflicts in multi-agent pathfinding. In ICAPS-2015, Jerusalem, Israel, June 7-11, 2015.
9. Disjoint Splitting for Multi-Agent Path Finding with Conflict-Based Search, Jiaoyang Li, ICAPS 2019)

Prioritized Based Method:

1. H. Ma, D. Harabor, P. Stuckey, J. Li and S. Koenig. Searching with Consistent Prioritization for Multi-Agent Path Finding. In Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI), pages (in print), 2019

3D Pipe：

1. From Multi-Agent Pathfinding to 3D Pipe Routing, Gleb Belov, SoCS 2020：
   1. Priority conflict-based search + A-star
   2. Priority planning + A-star
2. Position Paper: From Multi-Agent Pathfinding to Pipe Routing, Gleb Belov, 2019:
   1. ECBS + focal A-star
3. Design for Additive Manufacturing: Optimization of Piping Network in Compact System With Enhanced Path-Finding Approach. Pei Cao. Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2018

Any Angle Path:

1. K. Daniel, A. Nash, S. Koenig and A. Felner.  [Theta\*: Any-Angle Path Planning on Grids](https://web.archive.org/web/20160528140046/http://idm-lab.org/bib/abstracts/Koen10r.html). Journal of Artificial Intelligence Research, 39, 533-579, 2010. (supplement)
2. A. Nash, K. Daniel, S. Koenig and A. Felner. [Theta\*: Any-Angle Path Planning on Grids](https://web.archive.org/web/20160528140046/http://idm-lab.org/bib/abstracts/Koen07f.html). In Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI), 1177-1183, 2007:

Reference Link: [https://web.archive.org/web/20190717211246/http://aigamedev.com/open/tutorials/theta-star-any-angle-paths/](https://web.archive.org/web/20190717211246/http:/aigamedev.com/open/tutorials/theta-star-any-angle-paths/)

1. Optimal Any-Angle Pathfinding In Practice. Daniel Harabor Journal of Artifificial Intelligence Research 56 (2016). (Anya algorithm):

Reference Link:

<https://github.com/370417/symmetric-shadowcasting>

<https://www.albertford.com/shadowcasting/#is_blocking>

1. Compromise-free Pathfinding on a Navigation Mesh. Michael L. Cui.Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-17) (Polyanya , variant of Anya)

Non Holonomic Method:

Search Based：

1. Practical Search Techniques in Path Planning for Autonomous Driving. Dmitri Dolgov. 2008 (Hybrid A-star) Very Good Paper
2. Path Planning in Unstructured Environments: A Real-time Hybrid A\* Implementation for Fast and Deterministic Path Generation for the KTH Research Concept Vehicle. Karl Kurzer Karlsruhe Institute of Technology 2016 (Hybrid A-star supplement)
3. L. Wen, Y. Liu and H. Li, CL-MAPF: Multi-Agent Path Finding for Car-Like robots with kinematic and spatiotemporal constraints, Robotics and Autonomous Systems, 2021
4. Honig, W.; Kumar, T.; Cohen, L.; Ma, H.; Xu, H.; Ayanian, N.; and Koenig, S. 2017. Summary: multi-agent path finding with kinematic constraints. In International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), 4869–4873 (MAPF-POST) ignore
5. Walker, T. T.; Chan, D.; and Sturtevant, N. R. 2017. Using hierarchical constraints to avoid conflicts in multi-agent path finding. In International Conference on Automated Planning and Scheduling (ICAPS). interesting but may be far from optimal without any bound
6. Gregor, Drivable path planning using hybrid search algorithm based on E∗and Bernstein-Bézier motion primitives. IEEE. (Hybrid+E-star)写得很好，但我不是看得很懂
7. A novel path planning methodology for automated valet parking based on directional graph search and geometry curve. Zhaobo Qin. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha. (Jump Point Search as direction heuristic + hybrid A-star)
8. Gunawan, S.A.; Pratama, G.N.; Cahyadi, A.I.; Winduratna, B.; Yuwono, Y.C.; Wahyunggoro, O. Smoothed A-star Algorithm for Nonholonomic Mobile Robot Path Planning. In Proceedings of the 2019 International Conference on Information and Communications Technology (ICOIACT), Yogyakarta, Indonesia, 24–25 July 2019; pp. 654–658. (non constrain gradient descent method)
9. An improved A-Star based path planning algorithm for autonomous land vehicles. Shang Erke1,2 , Dai Bin1, Nie Yiming. International Journal of Advanced. 2020 (guideline + hybrid A-star)
10. J. Petereit, T. Emter, C. W. Frey, T. Kopfstedt and A. Beutel, "Application of Hybrid A\* to an Autonomous Mobile Robot for Path Planning in Unstructured Outdoor Environments, " ROBOTIK 2012; 7th German Conference on Robotics, Munich, Germany, 2012, pp. 1-6. (sequence goals hybrid A-star + potential field)
11. Guided Hybrid A-star Path Planning Algorithm for Valet Parking Applications. Klaus-Dieter Kuhnert. 2019 5th International Conference on Control, Automation and Robotics. (visibility diagram + sequence way goals + hybrid A-star)
12. Improved Analytic Expansions in Hybrid A-Star Path Planning. Chien Van Dang. Division of Intelligent Robot, Convergence Research Institute, DGIST, Daegu 42988, Korea. 2022. (multi RS curve selection + hybrid A-star)

Sample Based：

1. Kinodynamic RRT\*: Optimal Motion Planning for Systems with Linear Differential Constraints. Dustin J. Webb, Jur van den Berg. 2012 (RRT\* + dynamic model like RRT\* + spline)
2. Kinodynamic RRT\*: Asymptotically Optimal Motion Planning for Systems with Linear Differential Constraints. Dustin J. Webb, Jur van den Berg. 2013

Larger Agent:

1. Li, J.; Surynek, P.; Felner, A.; Ma., H.; Kumar, T. K. S.; and Koenig, S. 2019. Multi-agent path finding for large agents. In AAAI Conference on Artificial Intelligence

Structure:

1. J. Li, Z. Chen, D. Harabor, P. Stuckey and S. Koenig. Anytime Multi-Agent Path Finding via Large Neighborhood Search. In International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)

Normal:

1. An Efficient and Robust Improved A\* Algorithm for Path Planning. Huanwei Wang. State Key Laboratory of Mathematical Engineering and Advanced Computing, Zhengzhou. 2021. ignore 提供了其他论文参考
2. The EBS-A\* algorithm: An improved A\* algorithm for path planning. Huanwei Wang. State Key Laboratory of Mathematical Engineering and Advanced Computing, Zhengzhou. 2021. ignore
3. Smoothed A\* Algorithm for Practical Unmanned Surface Vehicle Path Planning. Rui Song, Yuanchang Liu, Richard Bucknall. Department of Mechanical Engineering, University College London. May be just student project. Ignore
4. Geometric A-Star Algorithm: An Improved A-Star Algorithm for AGV Path Planning in a Port Environment. GANG TANG. School of Logistics Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China. 2021.

Elastic Band:

1. Elastic Bands: Connecting Path Planning and Control. Sean Quinlan and Oussama Khatib. 1993. 没看懂
2. Emergency Path Planning for Autonomous Vehicles Using Elastic Band Theory. Jens Hilgert. Gerhard Mercator University Duisburg. 2003 (useless)
3. Code Reference:
4. <https://github.com/whoenig/libMultiRobotPlanning>
5. <https://github.com/Jiaoyang-Li/PBS>
6. <https://github.com/perfectly-balanced/PathBench>
7. https://github.com/rst-tu-dortmund/teb\_local\_planner
8. Resource Attention：
   1. Andreychuk, A., Yakovlev, K.: Two techniques that enhance the performance of multi-robot prioritized path planning. In: International Conference on Autonomous Agents and Multi Agent Systems (AAMAS). pp. 2177–2179 (2018)
   2. EECBS: A Bounded-Suboptimal Search for Multi-Agent Path Finding
   3. HCBS + RTC: Improved Heuristics for Multi-Agent Path Finding with Conflict-Based Search

记录：

2023-03-06：

这段时间可以完成low-level的搜索方法与high-level规划方法的确定就很好了，第二个比较麻烦的方面就是要找到合适的参考代码并进行移植。对于传统的搜索方法的改进主要体现在：（1）启发式（2）限制branch数目（3）independent detection（4）创建window移动窗体（4）Operator decomposition （5）Conflict Avoid Table

2023-03-08：

与多智体路径规划不同的是，管道规划中行走过的路径不允许再被占据，所以Prioritized Planning 才会比较占主导，不过CBS应该仍然是最优结果的求解器。但我估计在三维上使用CBS会比在二维上开销大得多。

1. M-star似乎不适合于管道路径问题，因为路径不允许二次占据

2023-03-09:

总结来说，与常规的多智慧体路径规划相对比，主要是agent merge的操作失效了，（1） Operator Decomposition（单纯作为branch发散的问题方案使用）（2）ByPass方法 （3）启发式 这部分仍然是有效的。我的计划：

1. 完成两个求解器：
   1. 基于CBS + Search 的求解器 (CBS+A\*, ECBS)
   2. 基于 Prioritized Planning 的求解器 (PBS)
2. 我需要对比一下人工设计与算法设计的纯路径的差异
3. 路径平滑还是一个大问题，我预估这是一个Motion Planning Problem，我可能需要参考一下Hybrid A\* 或 基于simulation 的方法（例如Model Predictive Control，RRT\*）

2023-03-10:

A\*-star的变种应该是有用的：A-star（wiki）

2023-03-22：

目前完成了简单的Space-Time Astar与CBS的基础。在确认了方向无误后，先考虑完成一个完整的应用，先在小的测试环境上完成对（1）不同尺寸（2）平滑路径（3）合并与交集，三个问题的处理。

我认为我之前参考multi-agent path finding是有一定的偏差的，因为agent path finding的冲突需要考虑运动时间，但管道不需要考虑运动时间，因此可能Any-Angel Path finding与CBS混合是一个更合适的选择。

2023-03-23：

早期的两个思路是：（1）先用Astar搜索最优路径，然后做路径短接后处理，再在转角位使用特定的平滑方法。（2）直接在非完整的连续空间进行搜索

目前的三个问题主要是：（1）管道尺寸不一致，（2）平滑可能产生干涉或密集区域无法平滑

1. 关于LA-MAPF的问题，我认为如果使用disjoint splitting的方法则约束为一整个球体，否则用常规方式，则使用MC-CBS的方法，用交集约束

2023-03-24：

需求比我预想中多，而且由于我对目前的情况理解太少，似乎很多的需求缺乏启发式，它们的衍生是非线性的，那意味着无法在一开始的时候就知悉。这样迭代式的开发可能比想象中重要。

这个项目使用连续搜索比离散搜索更合适。MAPF-LNS有迭代形式的思想，我需要参考一下。

那些流体参数可能可以塞进路径的梯度优化里面。

可以通过全局梯度下降来平滑曲线。

2023-03-25：

既然找不到参考，要不直接看RRT的路径规划文章

或者先弱化一下graph

2023-03-27：

我介意的问题在于：

1. 特殊的约束是设计前知道，设计中知道，还是设计后知道
2. 特殊的约束是设计中一直保持，还是设计中存在
3. 约束是不是软约束，即是同一约束不同选择有不同值
4. 进口与出口一定要与截面正交（希望如此）

我没太多的把握，第1，这是个NP-Hard难题，这意味着必须有人的启发式，否则无法解决问题。第2，这几乎一定是个迭代求解问题，并且需要约束启发式的选择可能。第3，既然是个迭代问题，应该尽量使求解快速。

角度的两条限制式：

杜宾启发式在三维上完备，但怎么确定最短？（这些曲线圆滑限制太大，我不想用），我希望可以直接使用梯度优化确定最优曲线。

我需要方法来bound住路径

2023-03-28:

1. CBS + Reactive Path finding（例如CBS + Voronoi 势能场，可能陷入局部点无法逃逸）

CBS + Reactive Path finding + hybrid method可能是个好选择，其实我主要执着于A\*的branch问题上，我希望有替代的方式

杜宾曲线是不是转弯半径越小则结果路径越小呢？

2023-03-29:

我确认思路为以下两种

1. CBS+角度离散限制的Hybrid-Astar+梯度曲线平滑（可能不使用Dubins的启发式），一些很特别的问题需要注意：
   1. 障碍物的形状不再是cube，这就造成了基于Grid的启发式会失效
   2. 最小外接圆形成的CSC联通域一定大于其他外接圆形成的CSC联通域
2. CBS+Reactive方法（当障碍超出一定阈值使用A\*作为启发式）+Bezier曲线平滑，一些很特别的问题需要注意：
   1. CBS对单个节点的解决方案非常的敏感，如果单个节点的解决方案不是最优就会造成无效探索
   2. Grid启发式失效，必须想方法妥善解决U型局部最优点的问题
   3. 必须添加回溯的方法
3. 仿造ICTS，采用CBS+A-star+smoothing（当smoothing产生conflict则不接受当前grid得最短路径，继续搜索知道超出最优路径thresold后，搜索失败）（X）不可行
4. CBS+Sampling/APF方法，只要可以保证Sample/APF方法可以有一个bound就行了

在目前的CBS+A-star基础上直接做梯度优化

2023-03-30：

如果在无约束下的path1<=path2，那平滑后smooth path1 <= smooth path2 是否仍然成立？？我觉得不是，而且单条曲线的平滑曲线不止一条

如果我知道最小曲率，就可以根据grid的大小，退化为折线A-star问题

Hybrid A-star是不完备的

2023-04-01：

针对采样与搜索的方法，目前结论是不存在在连续空间中找到最优路线的可能，当需要求解的空间本身非常苛刻时，不存在找到结果的可能。唯一有点可能的是人工势场的方法。我需要Hybrid A-star+维诺图（或者不是维诺图而是势场）+ theta\* 思路，用深度优先可能比A-star好。PHI\*

2023-04-14:

总结一下近期一些尝试：

1. Astar修改为连续值空间，这更灵活是好事
2. Astar修改为带方向的搜索，这更灵活是好事
3. 设计3D dubins 曲线，然而后期发现我的方法在解构3D dubins曲线到XY以及XZ两个平面上时存在尺度不相同的问题，导致方法误差很大
4. Dubins启发式实验后证实在该场合不适合使用，主要是因为在自动泊车时不需要对二维空间进行限制。在三维有限空间上，超出该空间的dubins曲线必须考虑空间惩罚才能作为启发式
5. Dubins启发式总大于对角启发式

有一些疑问未考虑清楚：

1. 讲到底都是如何减少搜索负担的问题，产生大的搜索负担的原因：
   1. 采用了带角度搜索，造成了每个单元格都带有角度特征，搜索节点倍增
   2. 采用了更多的分裂枝节，会提高路径质量但搜索节点倍增
   3. 采用了theta\*方法，产生额外直连点

我的想法是两个：（1）更好的启发式（2）迭代（3）Any Angel只有在当最优路径不能被当前分裂角度捕捉时才不是最优的，但这个问题就是在连续空间中不存在找到最优路线的可能的衍生品