



参数估计(一).矩估计法

雨林、
又胖又瘦的人

科学求真 赢 10 万奖金 · 院士面对面

376 人赞同了该文章

本人最近在整理概率论与数理统计的相关知识，为防止遗忘，会将一些重要知识点写成文章，大家走过路过多给给意见与批评~

这篇文章大致介绍了矩估计法的原理与例题，另外还写有其他参数估计方法的文章（极大似然估计、贝叶斯估计等），见最后的传送门。觉得有用的点个赞支持下~

1.参数估计

设总体 X 的分布函数的形式已知，但它的一个或多个参数未知，借助于总体的一个样本来估计总体未知参数的值的问题称为参数的点估计问题。 $F(x;\theta)$ 表示在待估参数 θ 下的一个分布函数。 $f(x;\theta),p(x;\theta)$ 同理。

2.矩估计

设 X 是一随机变量，若 $E(X^k)$ 存在，则称它为 X 的 k 阶原点矩，简称 k 阶矩。

我们称 $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$ 为样本 k 阶矩。样本 k 阶矩 A_k 是 k 阶总体矩 $\mu_k = E(X^k)$ 的无偏估计量。这也正是矩估计法的原理。

设 X 为连续型随机变量，概率密度为 $f(x;\theta_1,\cdots,\theta_k)$ ；或 X 为离散型随机变量，其分布律为 $P\{X=x\}=p(x;\theta_1,\cdots,\theta_k)$ 。 θ_1,\cdots,θ_k 为待估参数， X_1,\cdots,X_n 是来自 X 的样本。假设总体 X 的前 k 阶矩为：

$$\mu_l = E(X^l) = \int_{-\infty}^{\infty} x^l f(x;\theta_1,\cdots,\theta_k) dx \quad (\text{连续型})$$

或

$$\mu_l = E(X^l) = \sum x^l p(x;\theta_1,\cdots,\theta_k) \quad (\text{离散型})$$

通过式子可以看出，前 k 阶矩是对于 θ_1,\cdots,θ 的函数。而样本 k 阶矩是 k 阶矩的无偏估计，故我们可以得到思路：

- 1. 假设我们有 k 个待估参数，连立1阶矩、2阶矩、直到 k 阶矩，我们就得到了 k 个方程， k 个未知量（待估参数）；
- 2. 解得每个待估参数，接着用样本 k 阶矩替换 k 阶矩即完成估计。

例如：



有两个未知量，故我们需要列出 1 阶矩和 2 阶矩：

$$\begin{cases} \mu_1 = E(X) = (a + b)/2 \\ \mu_2 = E(X^2) = D(X) + [E(X)]^2 = \frac{(b - a)^2}{12} + \frac{(a + b)^2}{4} \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a = \mu_1 - \sqrt{3(\mu_2 - \mu_1^2)} \\ b = \mu_1 + \sqrt{3(\mu_2 - \mu_1^2)} \end{cases}$$

由于样本 k 阶矩是 k 阶矩的无偏估计量，故用 A_1, A_2 代替 μ_1, μ_2 得到 a, b 的矩估计量为：

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \bar{X} \\ A_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a = \bar{X} - \sqrt{3\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2\right)} = \bar{X} - \sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \\ b = \bar{X} + \sqrt{3\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2\right)} = \bar{X} + \sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \end{cases}$$

3.参考资料

1. 《概率论与数理统计》第四版

4.传送门

最大似然估计：zhuanlan.zhihu.com/p/55...

贝叶斯估计：zhuanlan.zhihu.com/p/72...

编辑于 2020-06-09 23:58

[概率论与数理统计](#) [参数估计](#) [矩估计](#)

写下你的评论...

33 条评论

默认 最新



普通一兵

这也正是矩估计法的原理，错了，样本矩是总体矩的相合估计量，这才是矩估计法的原理。依概率收敛在连续函数下是保持的，无偏性却不见得。

2020-07-28

👍 9



Lee 13

我不知道是我手机问题还是什么 好多符号都显示不了

2020-05-28

👍 2



Lee 13 ▸ 雨林丶

这下可以看到啦🤔

2020-06-10

👍 赞



Lee 13

好的好的 谢谢谢谢

2020-06-10

👍 赞

展开其他 1 条回复 >



Vector

十分感谢！

2020-07-08

👍 1



Nicolas Chueng

这种方法的适用于大样本，并且要求随机采样，满足以上，结果是渐进有效的，这个是真正重点

2021-03-05

👍 1



eetheman

在二阶矩中, E(x^2)为什么等于D(x)+E(x)^2?谁能回答我一下我这个数学菜鸟!!!

2020-03-03

👍 1



WalkerHu

方差公式

👍 5

