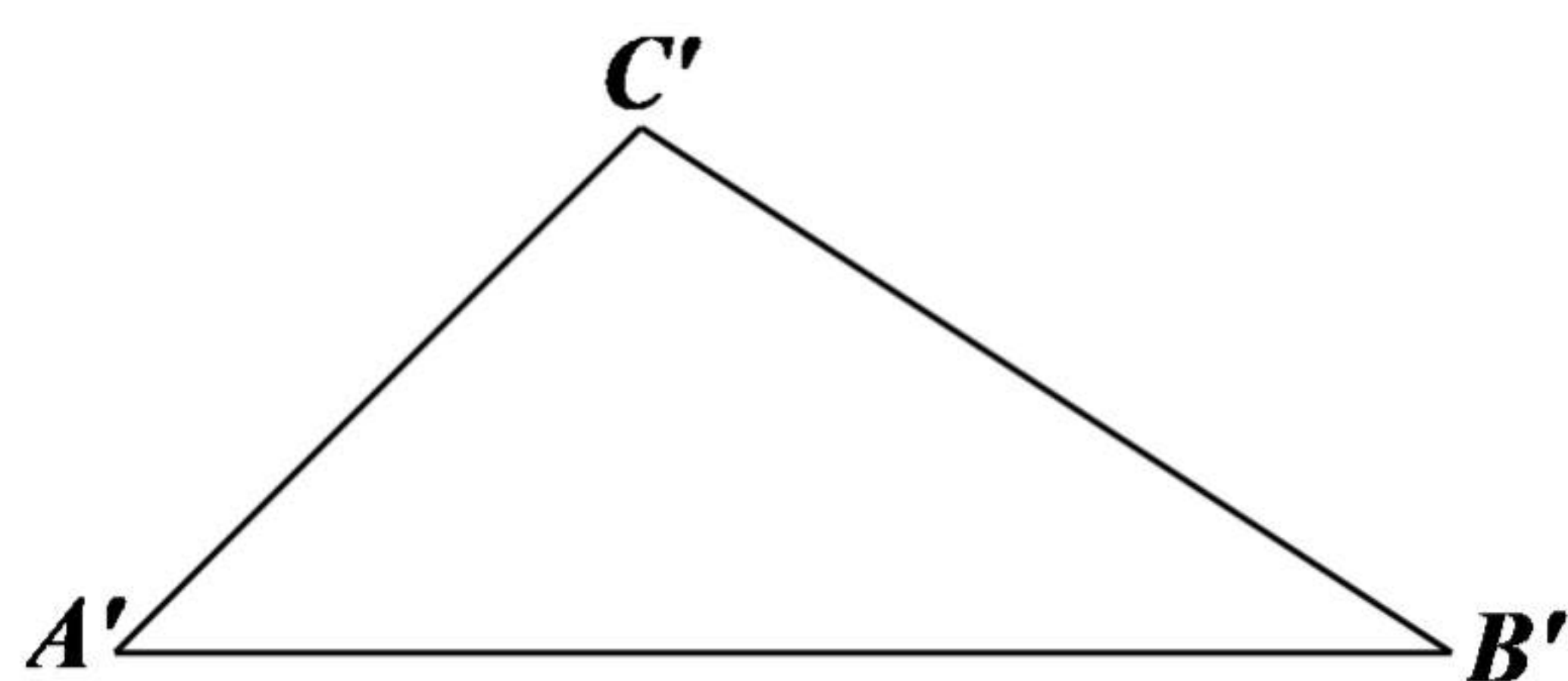


## 第八章 立体几何初步 典型易错题集

### 易错点 1. 混淆斜二测画法中长度有变有不变

例题 1. (上海市嘉定区安亭高级中学高二阶段练习) 如图, 若三角形  $A'B'C'$  是用斜二测画法画出的水平放置的平面图形  $ABC$  的直观图. 已知  $A'B' = 4$ ,  $\angle C'A'B' = 45^\circ$ , 三角形  $A'B'C'$  的面积为  $2\sqrt{2}$ . 则原平面图形  $ABC$  中  $BC$  的长度为 \_\_\_\_\_.

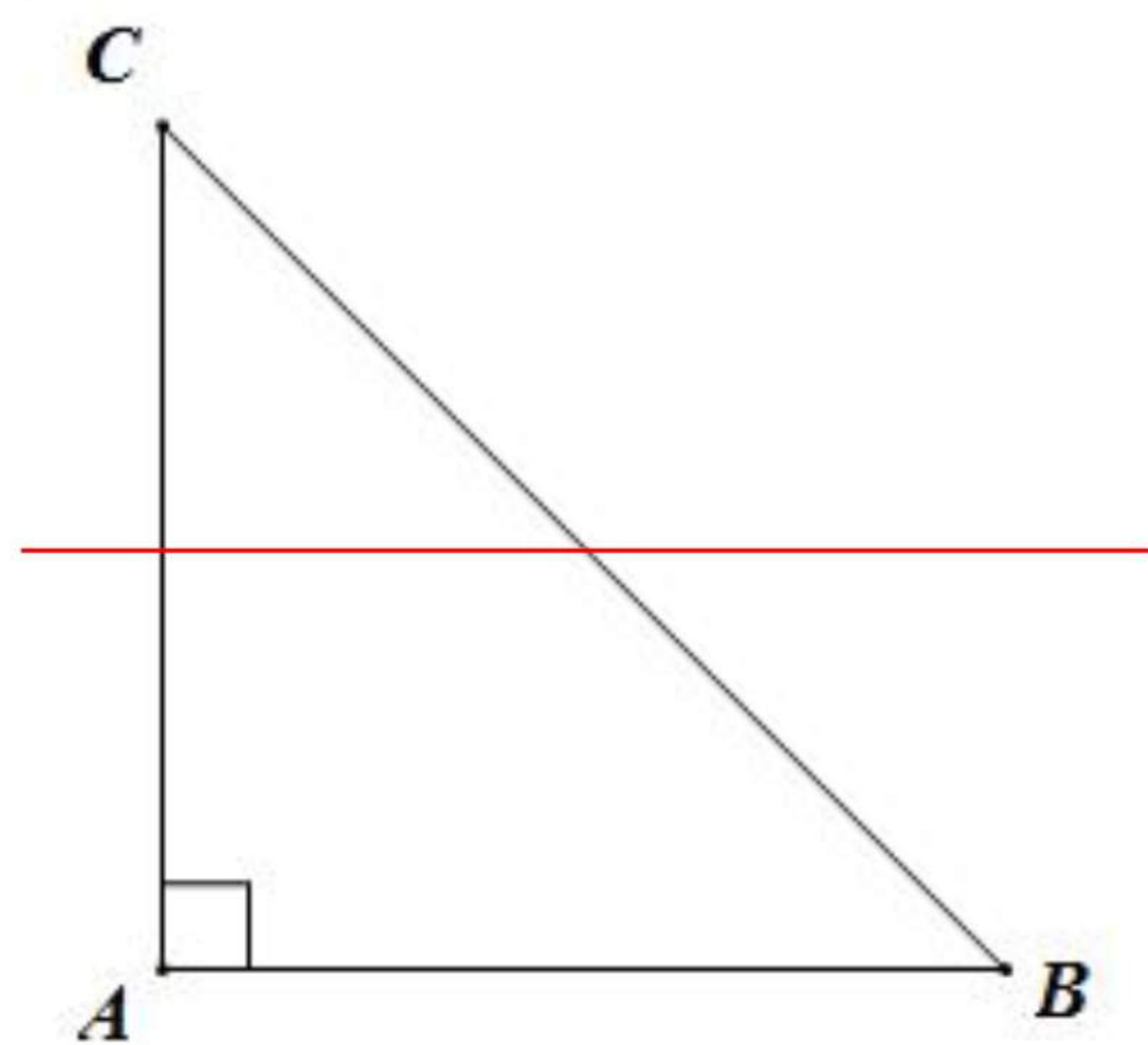


【常见错解】 ~~$2\sqrt{5}$~~

因为  $A'B' = 4$ ,  $\angle C'A'B' = 45^\circ$ , 且三角形  $A'B'C'$  的面积为  $2\sqrt{2}$ , 所以

$S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2} A'B' \times A'C' \sin \angle B'A'C' = 2\sqrt{2}$ , 所以  $A'C' = 2$ , 三角形  $A'B'C'$  的原平面图形如下所

示:



所以  $AC = A'C' = 2$ ,  $AB = 4$  且  $AC \perp AB$ , 所以  $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 2\sqrt{5}$ ;

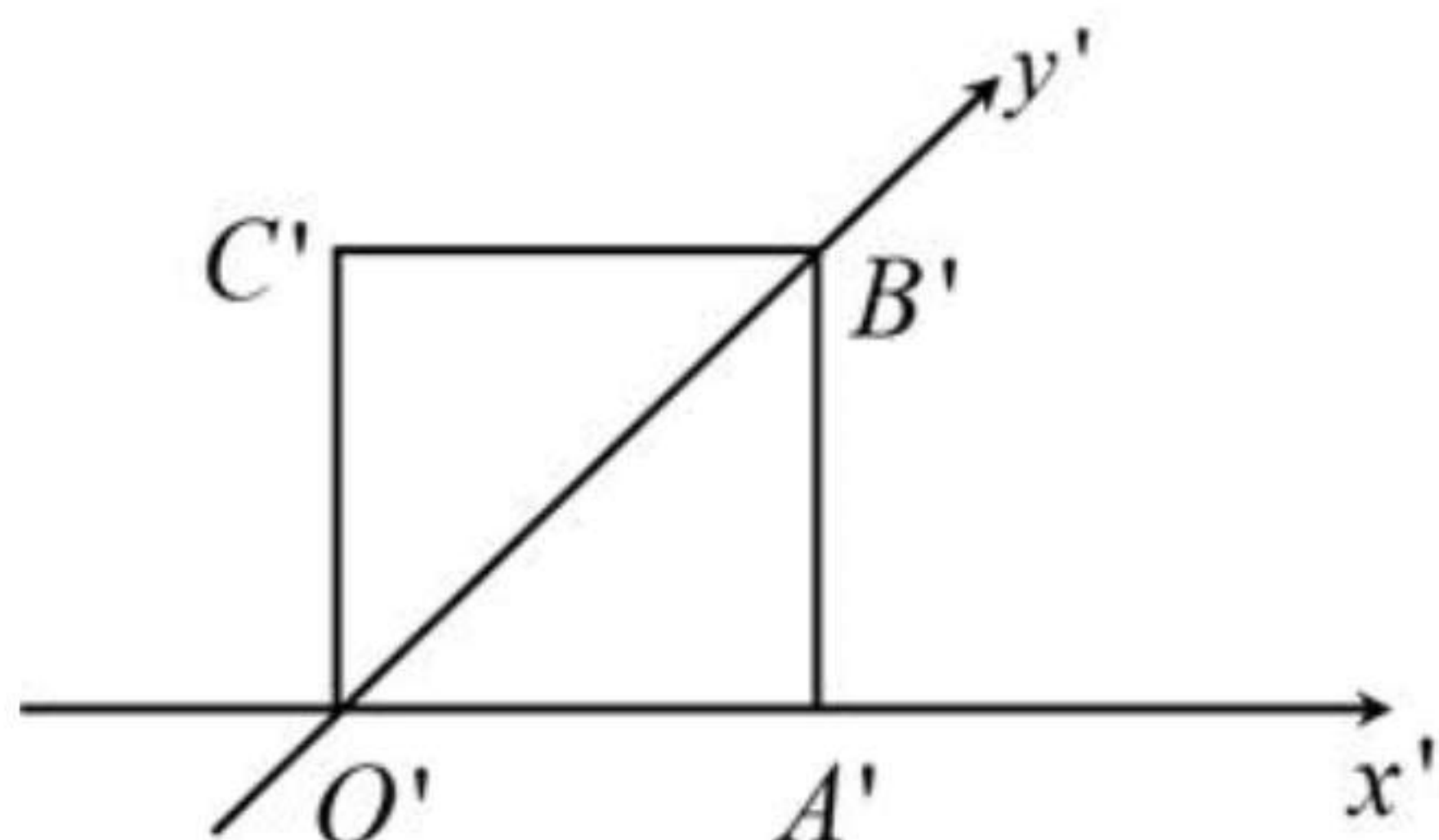
故答案为:  $2\sqrt{5}$

【错因分析】直观图还原原图时注意长度有变有不变: 与  $x$  轴平行 (重合) 的线段长度不变; 与  $y$  轴平行 (重合) 的线段长度直观图是原图的一半. 本题考生忽略了  $AC = 2A'C' = 4$ , 长度应该变为原来的 2 倍.

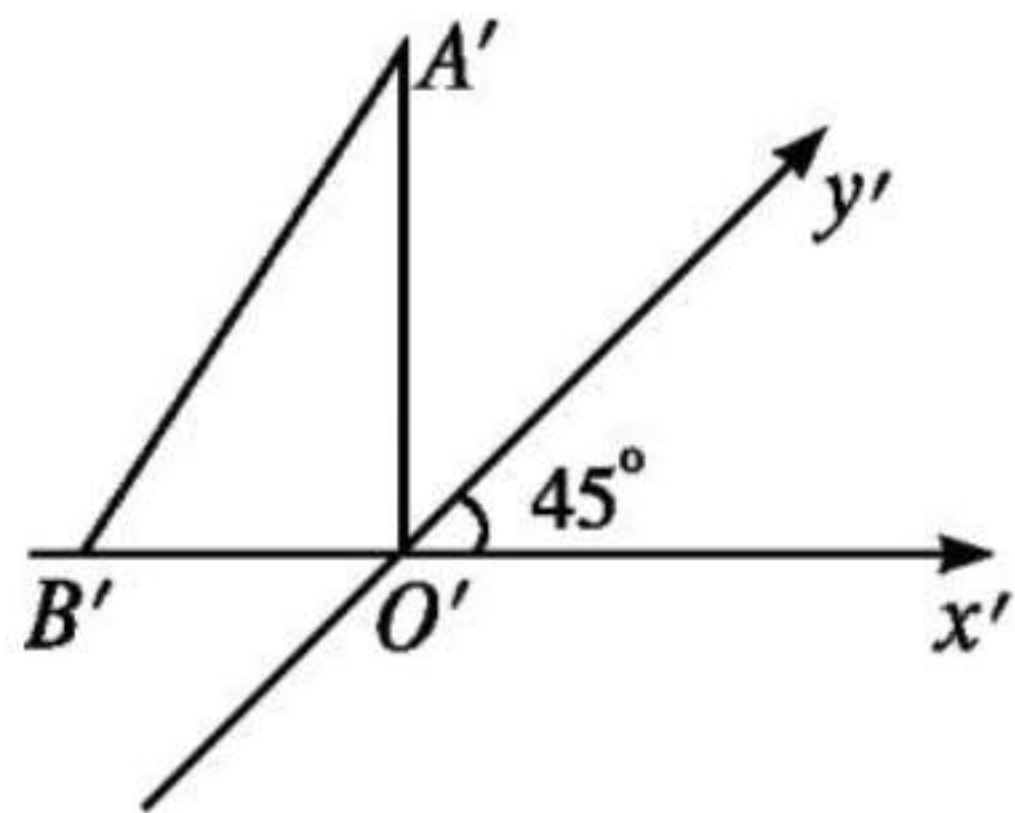


### 【动手实战】

1. (江西赣州·高二阶段练习(文)) 一水平放置的平面图形, 用斜二测画法画出了它的直观图, 此直观图恰好是一个边长为 2 的正方形, 则原平面图形的面积\_\_\_\_\_



2. (全国·高一课时练习) 如图,  $\triangle A'O'B'$  表示水平放置的  $\triangle AOB$  的直观图,  $B'$  在  $x'$  轴上,  $A'O'$  和  $x'$  轴垂直, 且  $A'O'=2$ , 则  $\triangle AOB$  的边  $OB$  上的高为\_\_\_\_\_



### 易错点 2. 混淆直观图和原图

例题 1. (江西·南昌市豫章中学高二开学考试(文)) 如下图,  $\triangle A'B'C'$  是  $\triangle ABC$  用“斜二测画法”画出的直观图, 其中

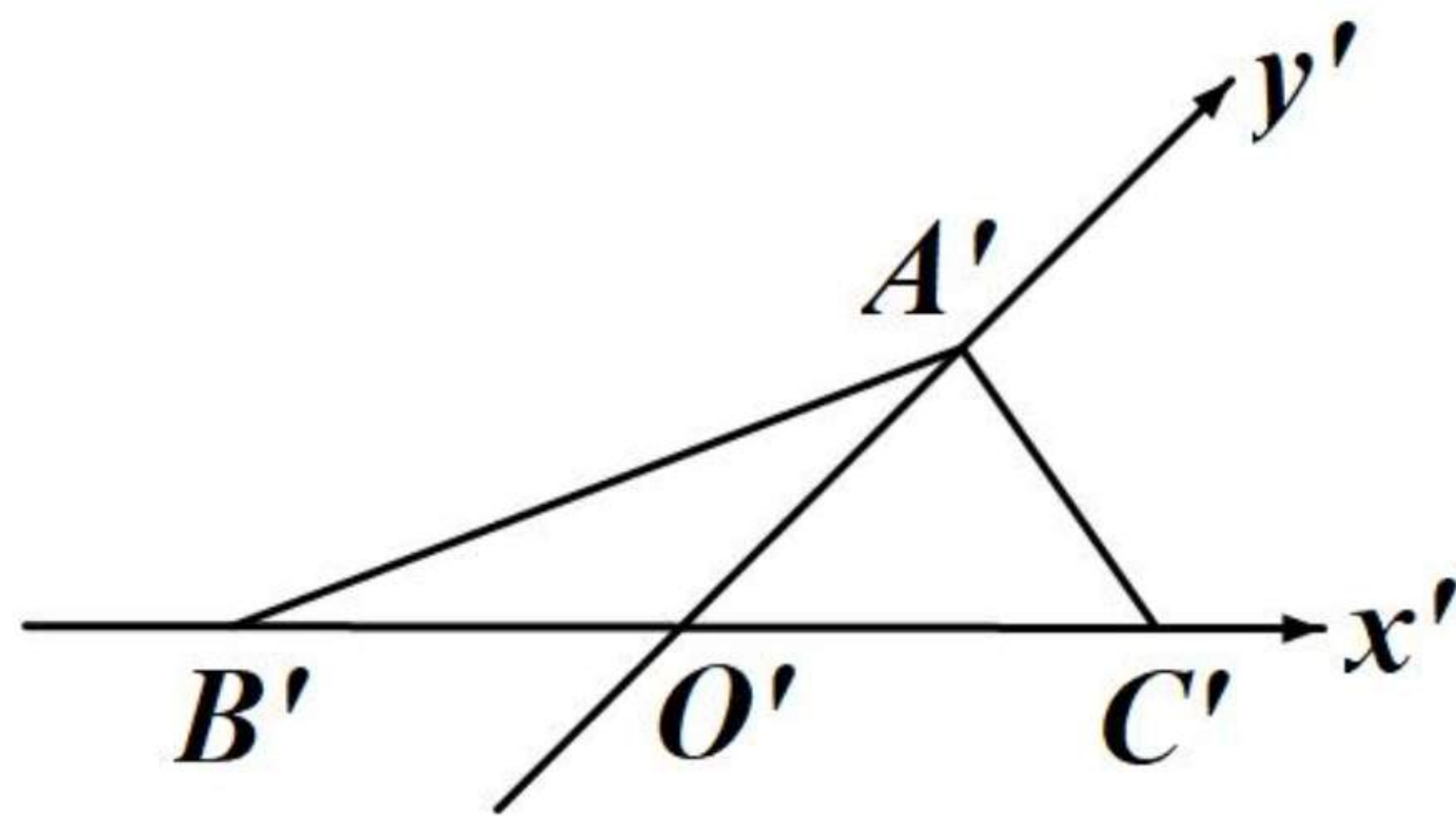
$O'B' = O'C' = 1$ ,  $O'A' = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 那么  $\triangle ABC$  的周长是\_\_\_\_\_.

【常见错解】在  $\triangle O'A'C'$  中,

$O'C' = 1, O'A' = \frac{\sqrt{3}}{2}, \angle A'O'C' = 45^\circ$ , 由余弦定理得:

$A'C'^2 = O'C'^2 + O'A'^2 - 2O'C' \cdot O'A' \cos 45^\circ$ , 得  $A'C' = \frac{\sqrt{6}-1}{2}$ ; 同理  $A'B' = \frac{\sqrt{6}+1}{2}$ ;

所以周长为:  $\frac{\sqrt{6}-1}{2} + \frac{\sqrt{6}+1}{2} + 2 = \sqrt{6} + 2$

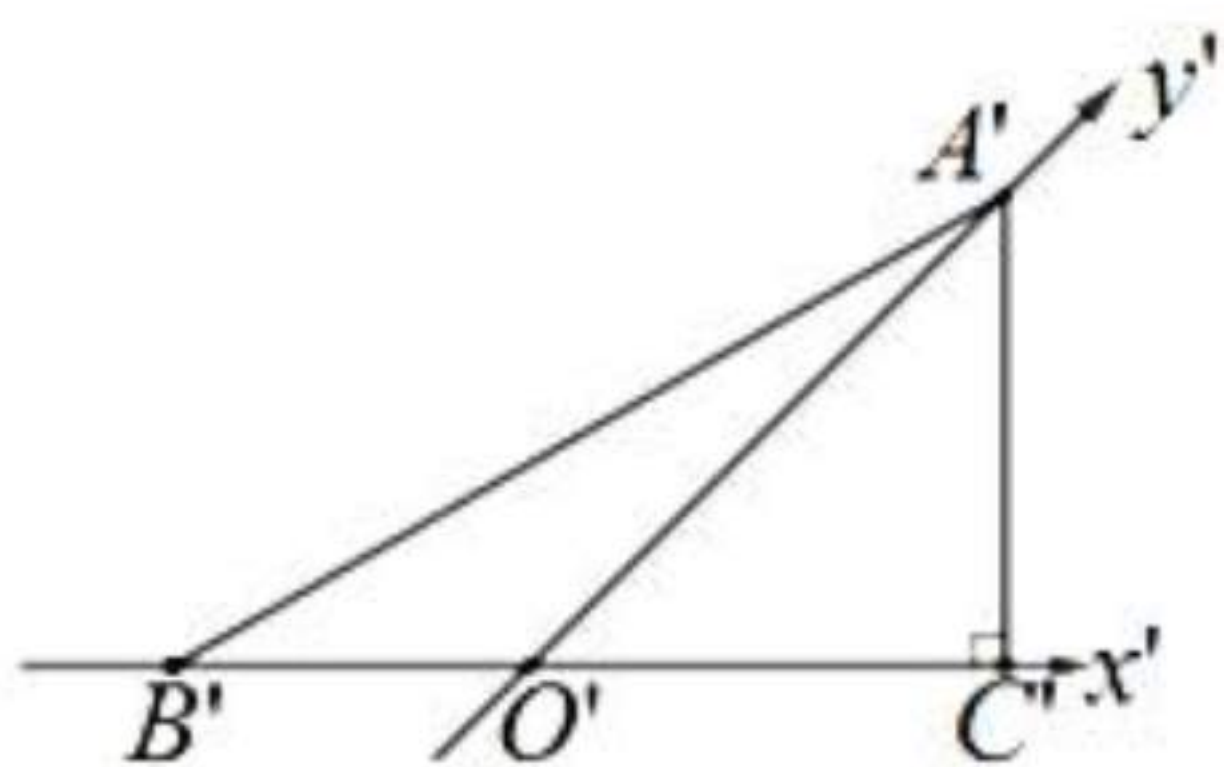


【错因分析】错把直观图直接当原图了, 在遇到斜二测画法画出的直观图中, 一定要注意题目问的是原图, 还是直观图, 如果是原图, 要先还原, 再求解.

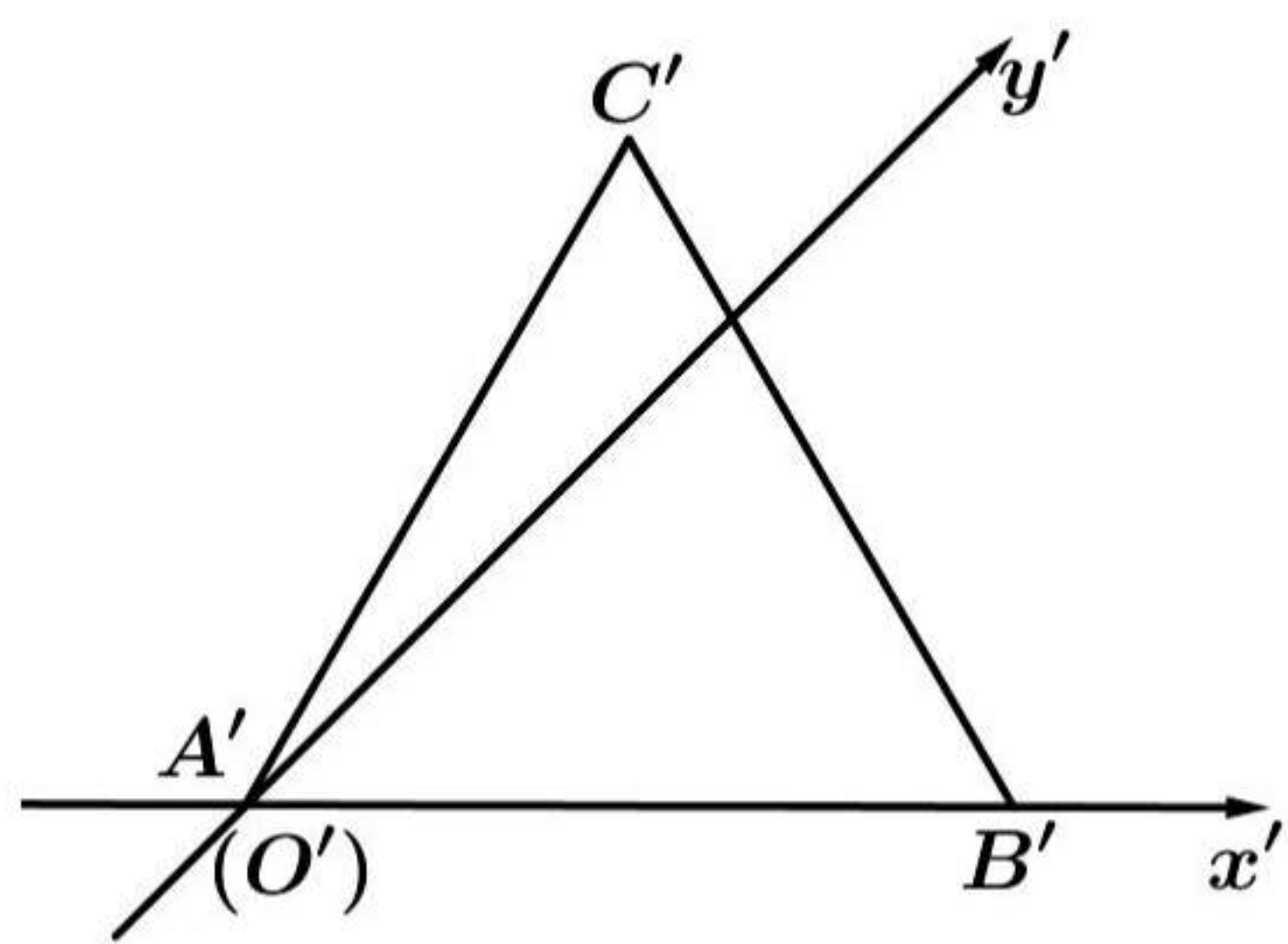


【动手实战】

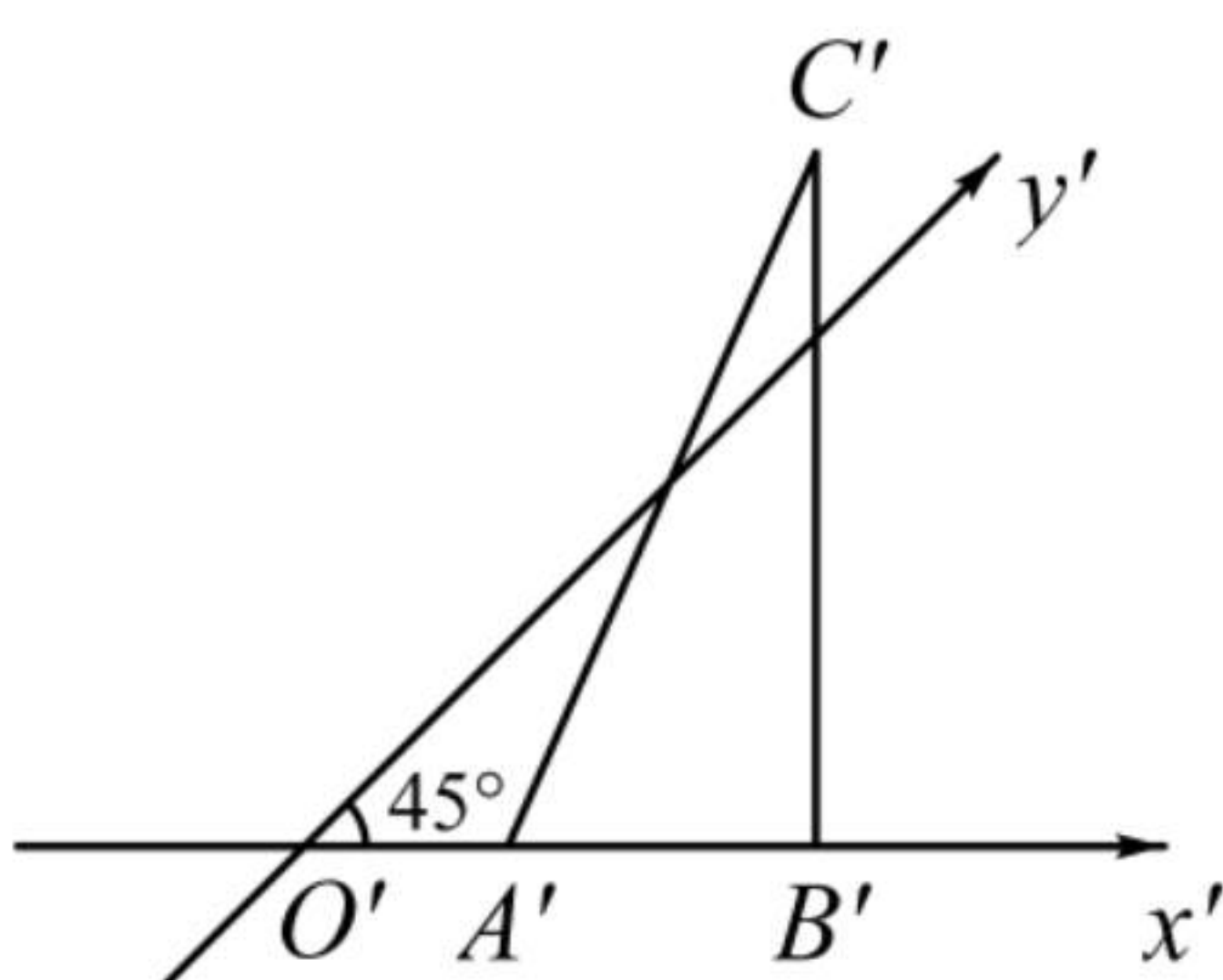
1. （黑龙江齐齐哈尔·高一期末）如图所示， $\text{Rt}\triangle A'B'C'$  为水平放置的  $\triangle ABC$  的直观图，其中  $A'C' \perp B'C'$ ， $B'O' = 3$ ， $O'C' = 4$ ，则  $\triangle ABC$  的面积是\_\_\_\_\_.



2. （全国·高一课时练习）如图所示，已知斜二测画法画出的  $\triangle ABC$  的直观图  $\triangle A'B'C'$  是边长为  $a$  的正三角形，则原  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.



3. （全国·高一）如图所示， $\triangle A'B'C'$  表示水平放置的  $\triangle ABC$  的斜二测画法下的直观图， $A'B'$  在  $x'$  轴上， $B'C'$  与  $x'$  轴垂直，且  $B'C' = 3$ ，则  $\triangle ABC$  的边  $AB$  上的高为\_\_\_\_\_.



公众号

好学熊资料库



### 易错点 3. 在直线与平面平行中，忽视直线是否在平面内的多种情况

例题 1. （全国·高一课前预习）若直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的一条直线平行，则  $l$  和  $\alpha$  的位置关系是（ ）

- A.  $l \subset \alpha$                       B.  $l // \alpha$                       C.  $l \subset \alpha$  或  $l // \alpha$                       D.  $l$  和  $\alpha$  相交

【常见错解】A

【错因分析】直线与平面平行的判定定理中：平面外一条直线与平面内一条直线平行，则该直线与此平面平行，忽略了平面外这个重要条件，本题中直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的一条直线平行，也可能  $l \subset \alpha$ 。

#### 【动手实战】

1. （黑龙江·牡丹江市第三高级中学高三阶段练习（文））下列结论错误的个数是（ ）

- （1）若一条直线和平面内一条直线平行，那么这条直线和这个平面平行；
- （2）若直线  $a //$  平面  $\alpha$ ， $P \in \alpha$ ，则过点  $P$  且平行于直线  $a$  的直线有无数条；
- （3）如果一个平面内的两条直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行；
- （4）如果两个平面平行，那么分别在这两个平面内的两条直线平行或异面.

- A. 0                      B. 1                      C. 3                      D. 2

2. （全国·高一课时练习）如果两直线  $a // b$ ，且  $a // \alpha$ ，则  $b$  与  $\alpha$  的位置关系是（ ）

- A. 相交                      B.  $b // \alpha$                       C.  $b \subset \alpha$                       D.  $b // \alpha$  或  $b \subset \alpha$

公众号  
好学熊资料库



## 易错点 4. 错误认为，无数等于所有

例题 1. (四川恩阳·高二期中) 下列命题正确的是 ( )

- A. 与平面内无数条直线垂直的直线与该平面垂直
- B. 过直线外一点可以作无数条直线与该直线平行
- C. 各面都是正三角形的四面体的外接球球心和内切球球心恰好重合
- D. 各面都是等腰三角形的三棱锥一定是正三棱锥

【常见错解】A

【错因分析】错误的认为与平面内无数条直线垂直，无数条，那不就是这个平面的所有直线，错误的认为无数等于所有。

### 【动手实战】

1. (山西太原·高三期末(文)) 设 $\alpha, \beta$ 为两个不同的平面，则 $\alpha // \beta$ 的充要条件是 ( )

- A.  $\alpha$ 内有无数条直线与 $\beta$ 平行
- B.  $\alpha, \beta$ 垂直于同一平面
- C.  $\alpha, \beta$ 平行于同一条直线
- D.  $\alpha$ 内的任何直线都与 $\beta$ 平行

2. (全国·高三专题练习) 下列命题中正确的个数是 ( )

- ①若直线 $a$ 上有无数个点不在平面 $\alpha$ 内，则 $a // \alpha$ ;
- ②若直线 $a //$ 平面 $\alpha$ ，则直线 $a$ 与平面 $\alpha$ 内的任意一条直线都平行;
- ③若直线 $a //$ 直线 $b$ ，直线 $b //$ 平面 $\alpha$ ，则直线 $a //$ 平面 $\alpha$ ;
- ④若直线 $a //$ 平面 $\alpha$ ，则直线 $a$ 与平面 $\alpha$ 内的任意一条直线都没有公共点.

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

3. (上海长宁·高二期末) 已知直线 $a, b$ 和平面 $\alpha$ ，且 $b$ 在 $\alpha$ 上， $a$ 不在 $\alpha$ 上，则下列判断错误的是 ( )

- A. 若 $a // \alpha$ ，则存在无数条直线 $b$ ，使得 $a // b$

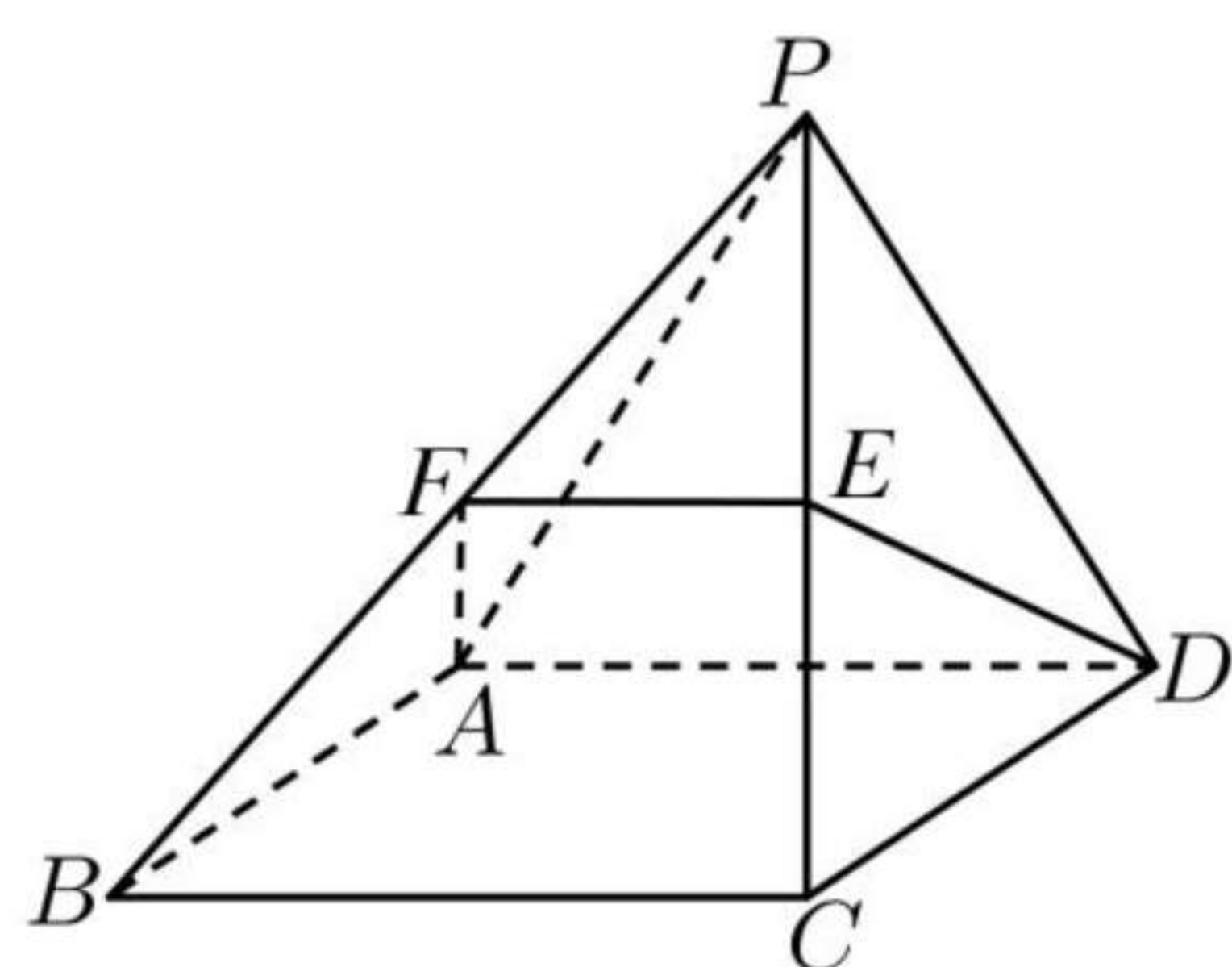


- B. 若  $a \perp \alpha$ ，则存在无数条直线  $b$ ，使得  $a \perp b$
- C. 若存在无数条直线  $b$ ，使得  $a \parallel b$ ，则  $a \parallel \alpha$
- D. 若存在无数条直线  $b$ ，使得  $a \perp b$ ，则  $a \perp \alpha$

### 易错点 5. 证明线面平行时，忽略了平面外一条直线，平面内一条直线，而造成的书写不规范

例题 1. (四川省广安市代市中学校高三阶段练习(文))如图，四棱锥  $P-ABCD$  中，四边形  $ABCD$  是矩形， $AB = \sqrt{3}$ ， $AD = 2$ ， $\triangle PAD$  为正三角形，且平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ， $E$ 、 $F$  分别为  $PC$ 、 $PB$  的中点.

(1)证明:  $EF \parallel$  平面  $PAD$ ;



#### 【常见错解】

$\because E, F$  分别为  $PC, PB$  的中点,  $\therefore EF \parallel BC$ .

$AD \parallel BC$ , 所以  $EF \parallel AD$ ,

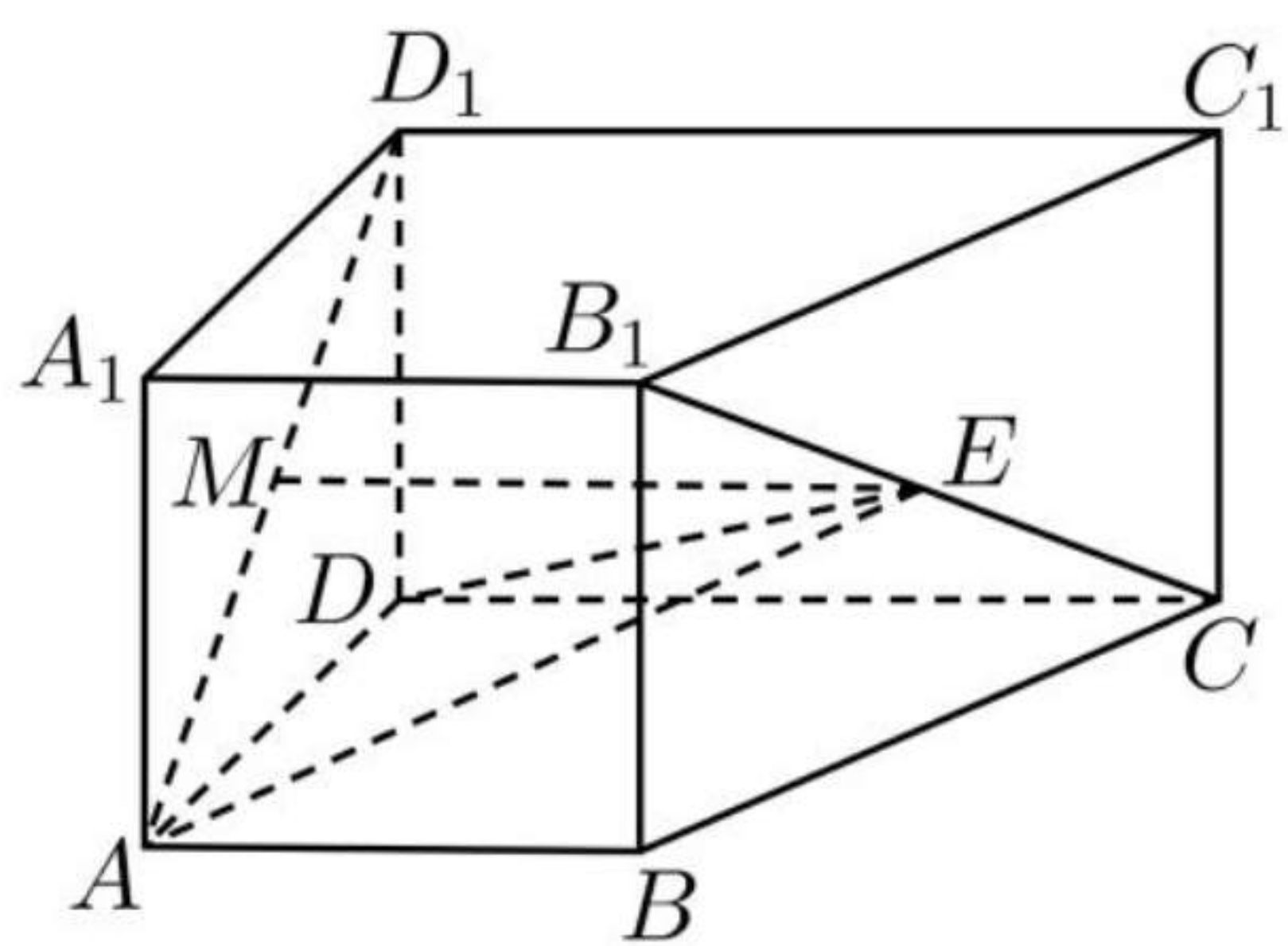
$\therefore EF \parallel$  平面  $PAD$ ;

【错因分析】证明过程中，只说明了  $EF \parallel AD$ ，为能正确理解定理，在证明过程中一定要写明  $AD \subset$  平面  $PAD$ ， $EF \not\subset$  平面  $PAD$  这两句话，证明过程才完整.

#### 【动手实战】

1. (山西·临县第一中学高三开学考试(文))如图，四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，四边形  $A_1ADD_1$  为矩形，且平面  $A_1ADD_1 \perp$  平面  $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB = AD = A_1A = \frac{1}{2}CD$ ， $\angle DAB = \frac{\pi}{2}$ ， $M$ 、 $E$  分别为  $AD_1$ ， $B_1C$  的中点.

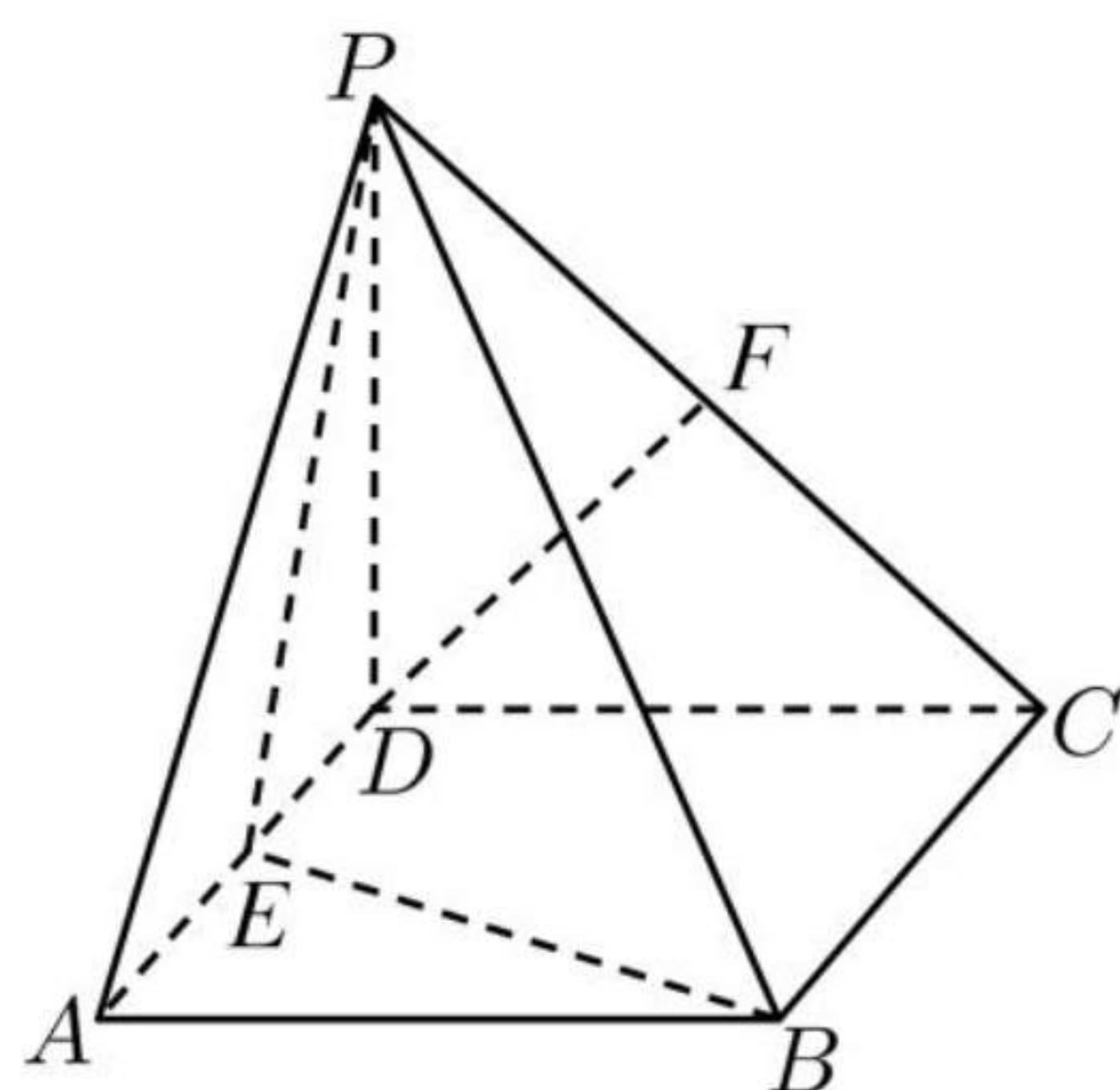




(1)证明:  $ME \parallel$  平面  $DCC_1D_1$ ;

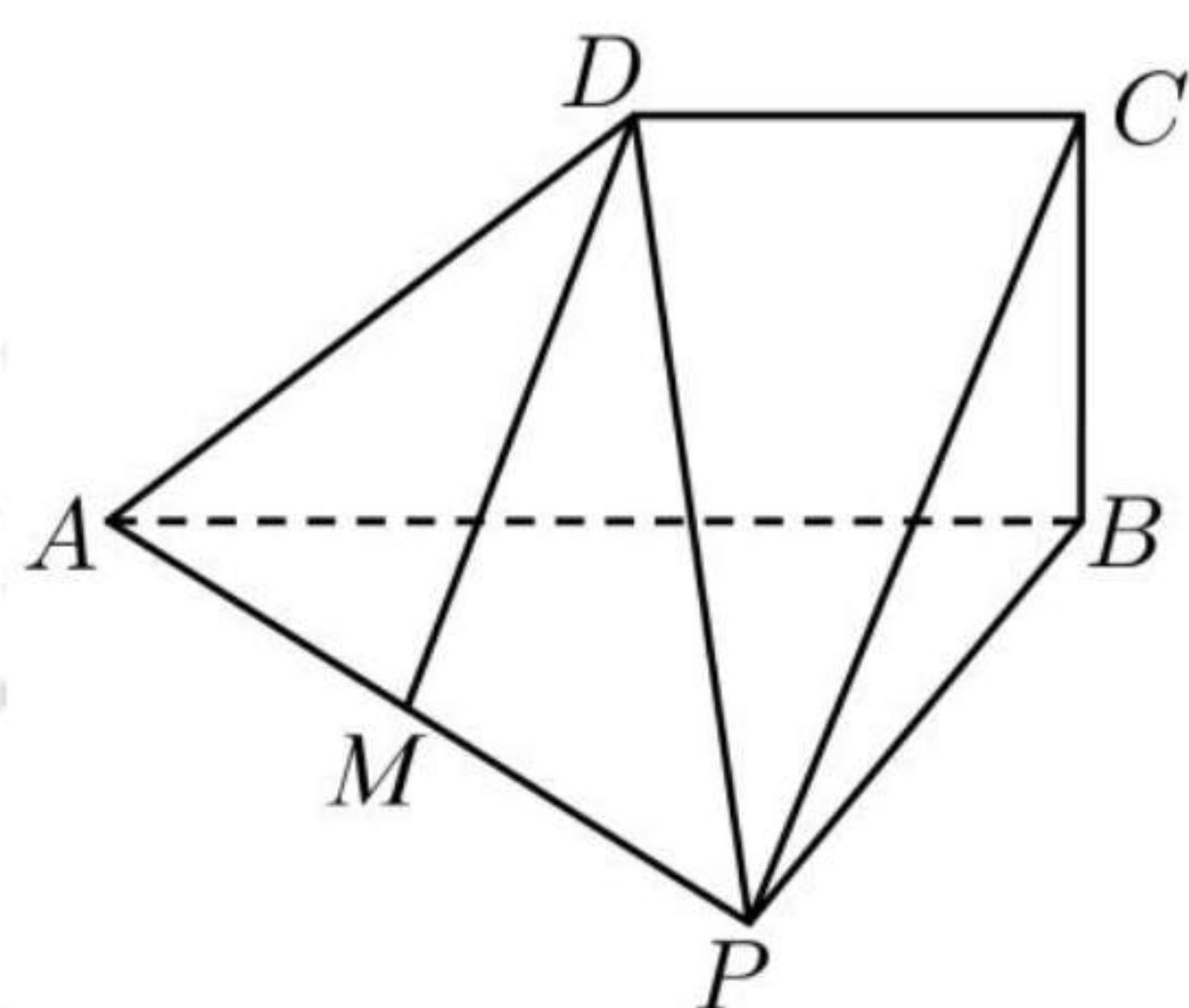
2. (四川恩阳·高二期中(文))如图, 四边形  $ABCD$  为正方形,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PD = DC$ , 点  $E$ 、 $F$  分别为  $AD$ 、 $PC$  的中点.

(1)证明:  $DF \parallel$  平面  $PBE$ ;



3. (内蒙古·高三阶段练习)如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $\triangle PAB$  是边长为 2 的等边三角形, 梯形  $ABCD$  满足  $BC = CD = 1$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB \perp BC$ ,  $M$  为  $AP$  的中点.

(1)求证:  $DM \parallel$  平面  $PBC$ ;

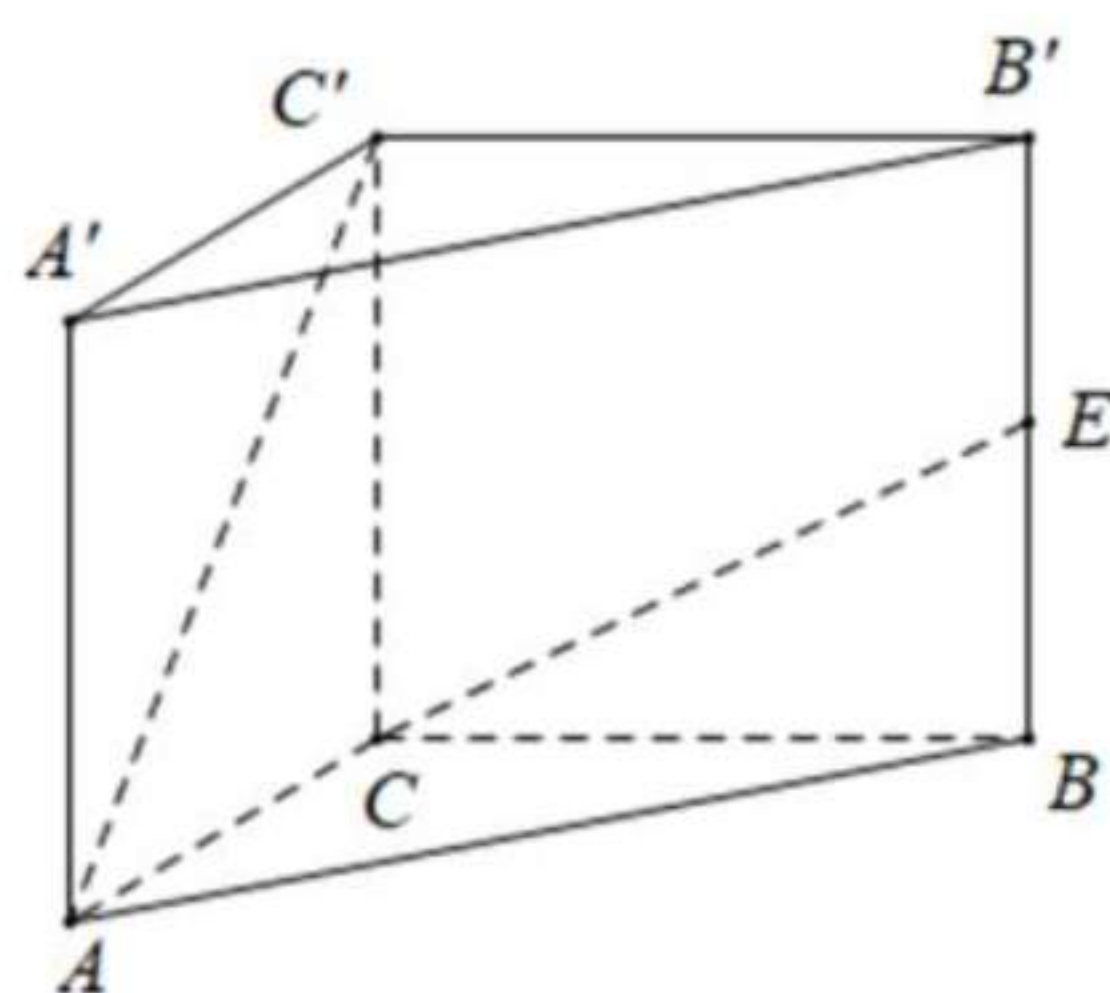


好学熊资料库



## 易错点 6. 忽略异面直线所成角的范围

例题 1. (四川省宜宾市第三中学校高二期中(理)) 直三棱柱  $ABC-A'B'C'$  中,  $AC=BC=AA'$ ,  $\angle ACB=120^\circ$ ,  $E$  为  $BB'$  的中点, 异面直线  $CE$  与  $C'A$  所成角的余弦值是 ( )



- A.  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       C.  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$       D.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

【常见错解】 A 如图所示, 直三棱柱  $ABC-A'B'C'$  向上方补形为直三棱柱  $ABC-A''B''C''$ , 其中  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  分别为各棱的中点, 取  $B'B''$  的中点  $D'$ , 可知  $CE \parallel C'D'$ , 异面直线  $CE$  与  $C'A$  所成角即为  $C'D'$  与  $C'A$  所成角. 设  $CB=2$ , 则  $C'D'=\sqrt{5}$ ,  $C'A=2\sqrt{2}$ ,  $AD'=\sqrt{21}$ ,

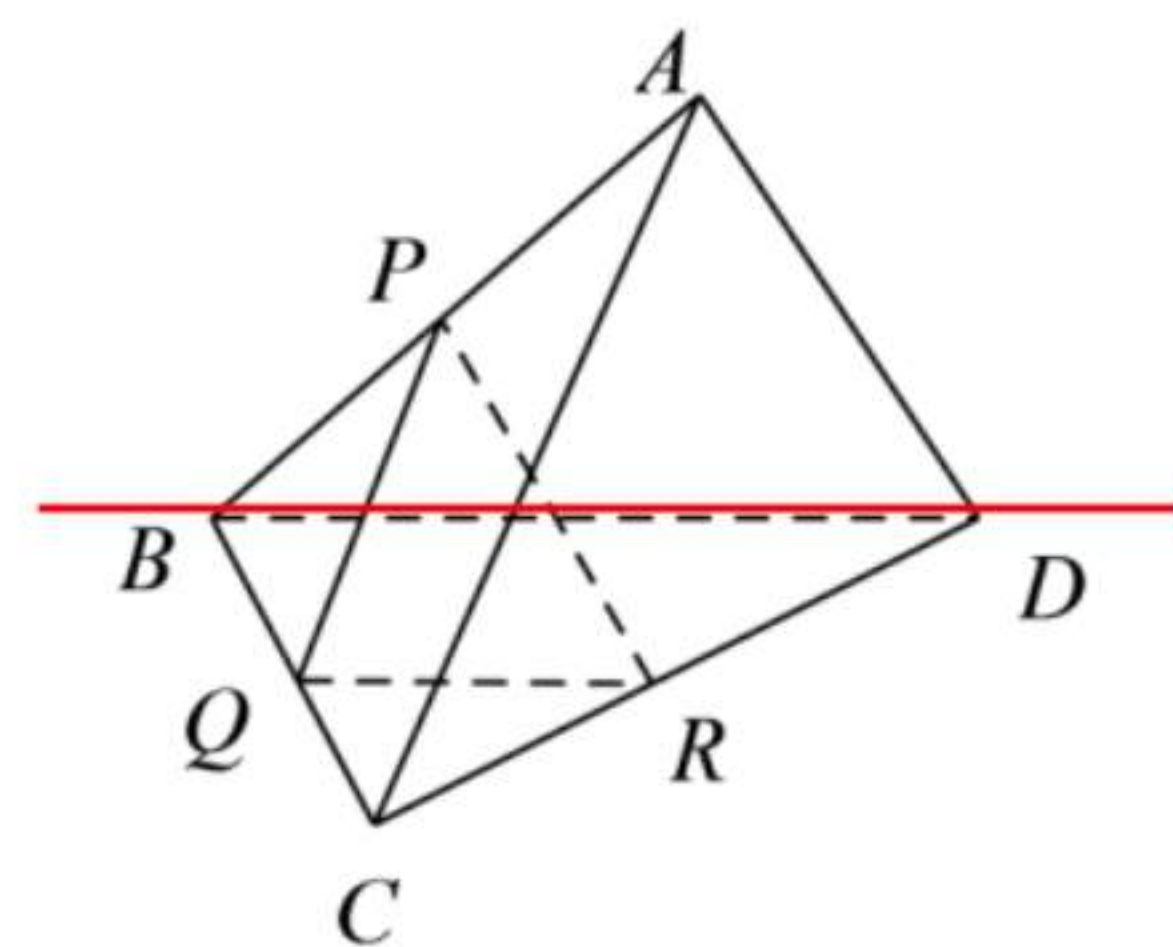
$$\cos \angle AC'D' = \frac{8+5-21}{2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{10}}{5}$$

【错因分析】 忽略了异面直线所成角的范围  $(0, \frac{\pi}{2}]$ , 所以两条异面直线所成角的余弦值一定是正数.

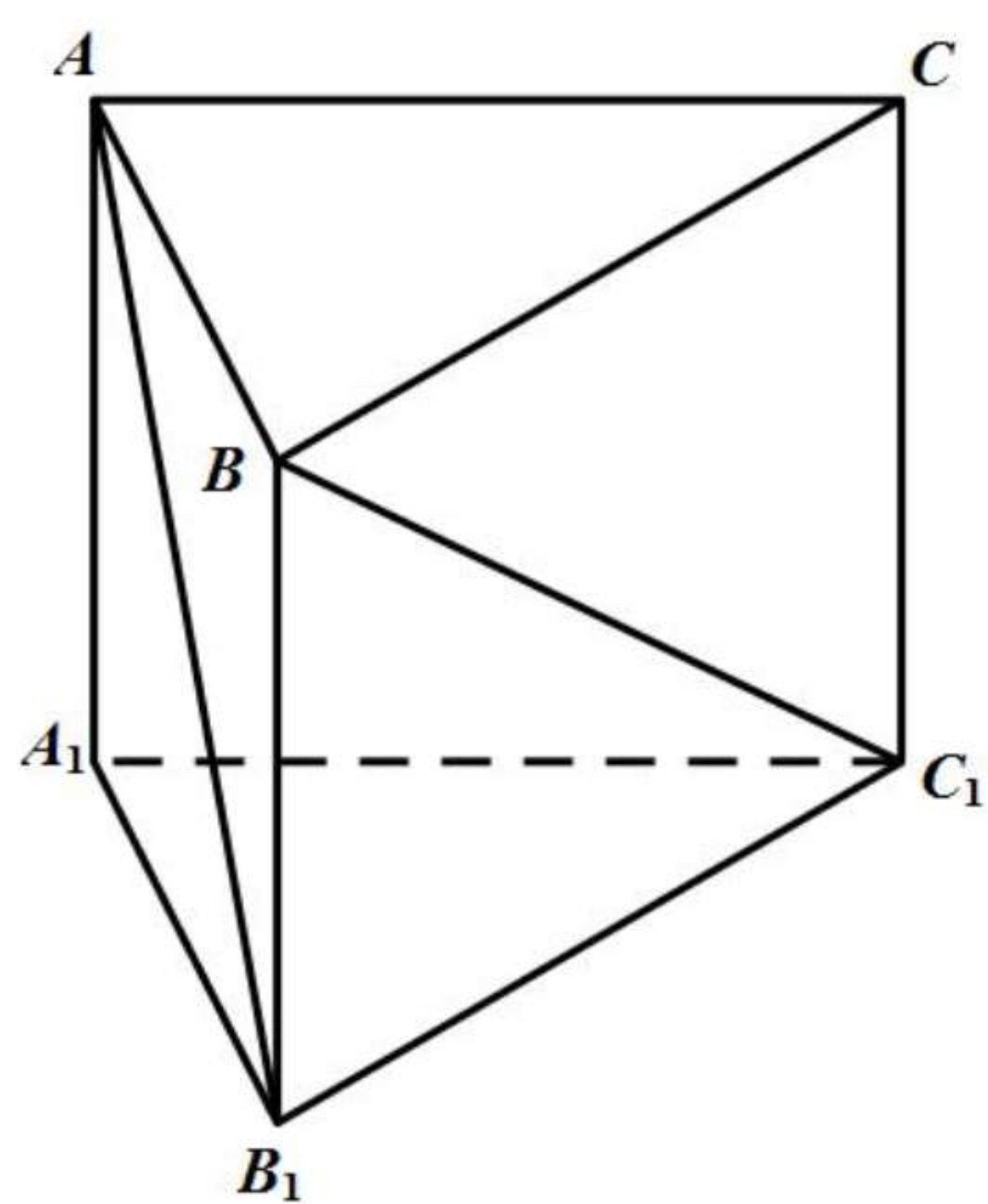
【动手实战】



1. (四川·泸县五中高二期(文)) 空间四边形  $ABCD$  中,  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  的中点分别是  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ , 且  $PQ=3$ ,  $QR=5$ ,  $PR=7$ , 那么异面直线  $AC$  和  $BD$  所成的角是 ( )
- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$

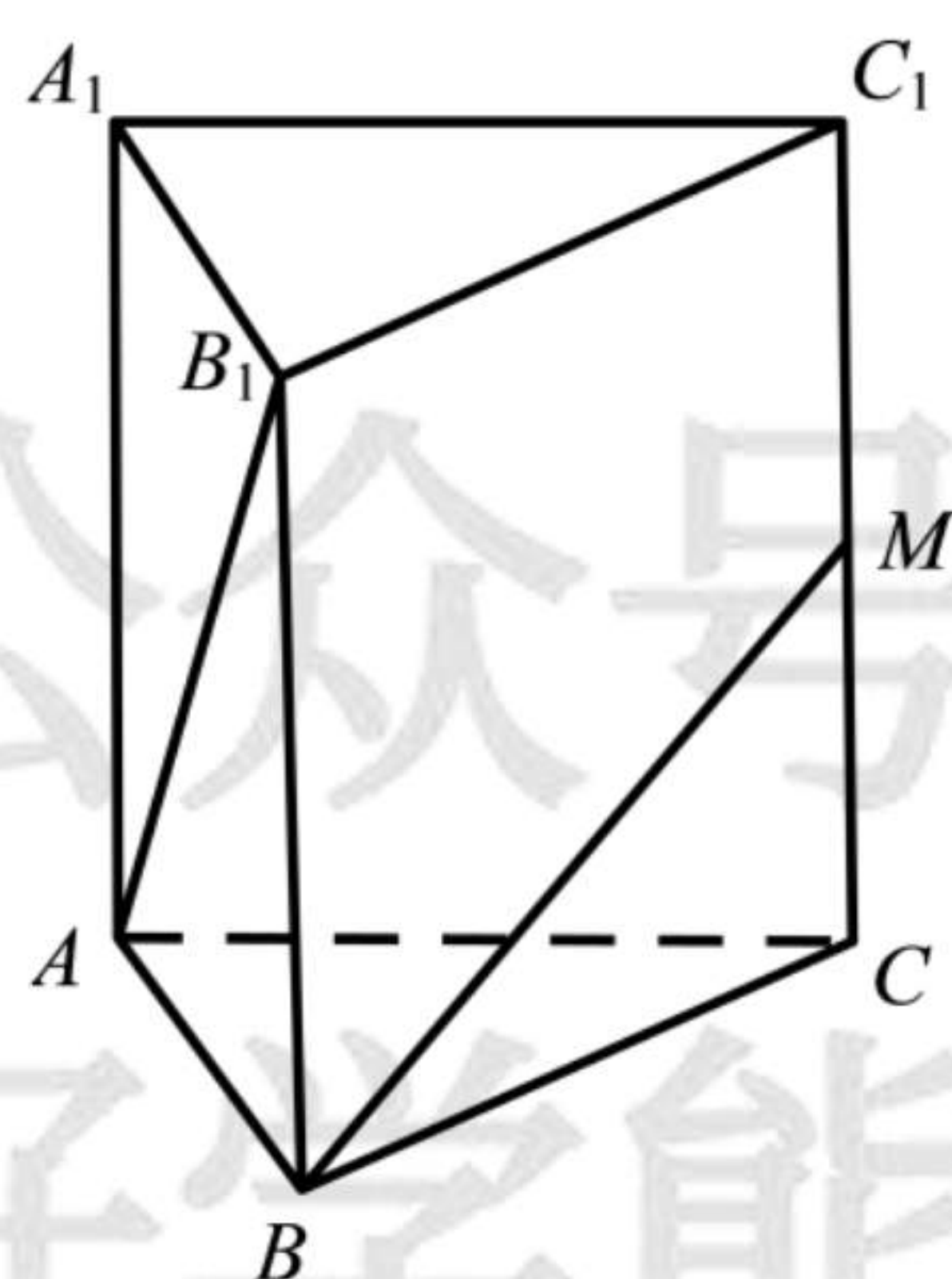


2. (江苏如东·高一期中) 如图, 直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1=AB=AC=BC$ , 则异面直线  $AB_1$  和  $BC_1$  所成角的余弦值为 ( )



- A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $-\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{4}$

3. (内蒙古呼和浩特·一模(文)) 如图, 已知正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的侧棱长为底面边长的 2 倍,  $M$  是侧棱  $CC_1$  的中点, 则异面直线  $AB_1$  和  $BM$  所成的角的余弦值为 ( )



- A.  $-\frac{3\sqrt{10}}{20}$                       B.  $-\frac{3}{16}$                       C.  $\frac{3\sqrt{10}}{20}$                       D.  $\frac{3}{16}$