第六章 平面向量及其应用 典型易错题集

易错点1．忽视$\vec{0}$

例题1．（全国·高一课时练习）给出下列命题：①若$\vec{a}=-\vec{b}$，则$|\vec{a}|=|\vec{b}|$；②若$|\vec{a}|<|\vec{b}|$，则$\vec{a}<\vec{b}$；③若$\vec{a}=\vec{b}$，则$\vec{a}//\vec{b}$；④若$\vec{a}//\vec{b},\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$.其中正确说法的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【常见错解】D

解：因为$\vec{a}=-\vec{b}$，则向量$\vec{a},\vec{b}$互为相反向量，所以$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，故①正确；

因为向量不能比较大小，故②错误；

若$\vec{a}=\vec{b}$，则向量$\vec{a},\vec{b}$方向相同，故③正确；

若$\vec{a}//\vec{b},\vec{b}//\vec{c}$，由平行的传递性，则$\vec{a}//\vec{c}$，故④正确.

所以正确说法的个数是3个.

故选：D.

【动手实战】

1．（上海·）判断下列命题：①两个有共同起点而且相等的非零向量，其终点必相同；②若$\vec{a}//\vec{b}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的方向相同或相反；③若$\vec{a}//\vec{b}$，且$\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$；④若$\vec{a}=\vec{b}$，则$\vec{a}>2\vec{b}$.其中，正确的命题个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2．（宁夏育才中学）有下列命题：

①若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$；

②若$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{DC}|$，则四边形$ABCD$是平行四边形；

③若$\vec{m}=\vec{n}$，$\vec{n}=\vec{k}$，则$\vec{m}=\vec{k}$；

④若$\vec{a}//\vec{b}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$.

其中，假命题的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

易错点2．混淆向量模相等与向量相等

例题 1．（江西·贵溪市实验中学高二期末）若向量$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$ （　　　　）

【常见错解】正确

【错因分析】未能正确理解向量模与向量的关系，向量既有大小，又有方向，$\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow|\vec{a}|=|\vec{b}|$且$\vec{a},\vec{b}$同向. 本例中$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，仅仅只是说明$\vec{a},\vec{b}$模相等，对于方向，无限可能，所以无法由$|\vec{a}|=|\vec{b}|$得到$\vec{a}=\vec{b}$.

【动手实战】

1．（全国·高一课时练习）命题"若$\overrightarrow{m}=\vec{n}$，$\vec{n}=\vec{k}$，则$\overrightarrow{m}=\vec{k}$" 的真假性为(　　　　)

2．（全国·高一课时练习）若$\vec{a}$与$\vec{b}$都是单位向量，则$\vec{a}=\vec{b}$.(　　　　)

易错点 3．误把两向量平行当成两向量同向

例题 1．（云南·昆明二十三中高一期中）下列命题正确的是（　　　）

A．$|\vec{a}|=|\vec{b}|\Rightarrow\vec{a}=\vec{b}$

B．$|\vec{a}|>|\vec{b}|\Rightarrow\vec{a}>\vec{b}$

C．$\vec{a}//\vec{b}\Rightarrow<\vec{a},\vec{b}>=0$

D．$|\vec{a}|=0\Rightarrow\vec{a}=\vec{0}$

【常见错解】C

【错因分析】对于向量平行问题，$\vec{a}//\vec{b}$，很多同学总是当做直线平行记忆，认为直线平行那不是成0°角，想当然认为向量的平行也是成0°，在刚学习向量时，特别要注意向量，直线的区别.

【动手实战】

1．（全国·高三专题练习）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$为非零向量，则"向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为 180°"是"$\vec{a}//\vec{b}$"的（　　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

2．（内蒙古·赤峰学院附属中学高一期末）下列说法正确的是（　　）

A．方向相同的向量叫做相等向量

B．共线向量是在同一条直线上的向量

C．零向量的长度等于 0

D．$\overline{AB}//\overline{CD}$就是$\overline{AB}$所在的直线平行于$\overline{CD}$所在的直线

易错点 4．混淆向量数量积运算和数乘运算的结果

例题 1．（全国·）设$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$是三个向量，以下四个选项正确的是（　　）

A．若$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{c}\neq\vec{0}$，则$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}=\vec{a}\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)$

B．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$\vec{a}\neq\vec{0}$，则$\vec{b}=\vec{0}$

C．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，且$\vec{b}\neq\vec{0}$，则$\vec{a}=\vec{c}$

D．$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

【常见错解】A

【错因分析】很同学看到A中$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{c}\neq\vec{0}$，再看结论$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}=\vec{a}\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)$直接把向量的点乘和数乘，当做实数乘法运算了，$(ab)c=a(bc)$，混淆了向量的点乘结果，数乘结果．事实上对于$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}=\vec{a}\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)$，左边的本质是：$\lambda\vec{c}$，右边的本质是：$\mu\vec{a}$，无法得到$\lambda\vec{c}=\mu\vec{a}$．

【动手实战】

1．（浙江·模拟预测）已知平面非零向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，则“$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right)\cdot\vec{b}$”是“$\vec{b}=\vec{c}$”的（　　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

2．（海南·海口一中高三阶段练习）已知$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$为非零平面向量，则下列说法正确的是（　　）

A．$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$　　　　B．若$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{b}$

C．若$\vec{a}//\vec{b}$，则$\exists\lambda\in \mathrm{R},\vec{b}=\lambda\vec{a}$　　　　D．$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$

3．（河南·南阳中学（文））由代数式的乘法法则类比推导向量的数量积的运算法则：

①“$mn=nm$”类比得到“$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$”；

②“$\left(m+n\right)t=mt+nt$”类比得到“$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$”；

③“$\left(m\cdot n\right)t=m\left(n\cdot t\right)$”类比得到“$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)$”；

④“$t\neq 0$，$mt=xt\Rightarrow m=x$”类比得到“$\vec{p}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\cdot\vec{p}=\vec{x}\cdot\vec{p}\Rightarrow\vec{a}=\vec{x}$”；

⑤“$\left|\vec{m}\cdot\vec{n}\right|=\left|\vec{m}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|$”类比得到$\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|$；

⑥“$\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}$”类比得到“$\frac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{\vec{b}\cdot\vec{c}}=\frac{\vec{a}}{\vec{b}}$”．

以上式子中，类比得到的结论正确的个数是（　　）．

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

易错点 5．向量求模忘记开根号

例题 1．（江西·高三阶段练习（理））已知向量$\vec{a},\vec{b},|\vec{a}|=\sqrt{6},\vec{b}=(-3,4)$，若$\vec{a}$在$\vec{b}$的投影为$-\frac{1}{4}$，则$|3\vec{a}-2\vec{b}|=$（　　）

A．169　　B．13　　C．196　　D．14

【常见错解】A

解：因为$\vec{b}=(-3,4)$，所以$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$，因为$\vec{a}$在$\vec{b}$的投影为$-\frac{1}{4}$，所以$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=-\frac{1}{4}$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{4}\left|\vec{b}\right|=-\frac{5}{4}$，所以$(3\vec{a}-2\vec{b})^2=9\vec{a}^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=9\times(\sqrt{6})^2-12\times(-\frac{5}{4})+4\times5^2=169$

故选：**A**

【错因分析】典型的解题时忘记求模开根号，习惯没有养成要，先求$(3\vec{a}-2\vec{b})^2$，再开根号为答案，往往学生求出$(3\vec{a}-2\vec{b})^2$就忘记开根号，养成好的习惯对于求模问题

$|3\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{\left(3\vec{a}-2\vec{b}\right)^2}=\sqrt{9\vec{a}^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}$，在平时训练时就注意开根号.

【动手实战】

1.（广东·信宜市第二中学高三开学考试）已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}-2\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，则向量$\vec{b}$的模长为________.

2．（湖南·高一课时练习）已知$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，试求：

(1)$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$；(2)$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$.

易错点 6．忽视两个向量成为基底的条件

1．（多选）（全国·高一）在下列向量组中，可以把向量 $\vec{a}=(3,2)$ 表示出来的是（　　）

A．$\vec{e_1}=(0,0),\vec{e_2}=(1,2)$　　　　B．$\vec{e_1}=(-1,2),\vec{e_2}=(5,-2)$

C．$\vec{e_1}=(3,5),\vec{e_2}=(6,10)$　　　　D．$\vec{e_1}=(2,-3),\vec{e_2}=(2,3)$

【常见错解】BCD

选项 A：$\vec{e_1}=(0,0)$，不能作为基底，对于 BCD 都不含 $\vec{0}$，可以作为基底表示其它向量

【错因分析】对基底的概念理解不够透彻，两个向量能否作为一组基底表示其它向量，判断的标准是这两个向量是否共线，对于选项 C．$\vec{e_1}=(3,5),\vec{e_2}=(6,10)$，显然 $\vec{e_2}=2\vec{e_1}$，说明 $\vec{e_1},\vec{e_2}$ 共线，不能用来做基底.

【动手实战】

1．（多选）（河北·大名县第一中学高一阶段练习）已知 $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ 是不共线的非零向量，则以下向量不可以作为基底的是（　　）

A．$\vec{a}=\vec{0}$，$\vec{b}=\vec{e_1}+\vec{e_2}$

B．$\vec{a}=3\vec{e_1}+3\vec{e_2}$，$\vec{b}=\vec{e_1}+\vec{e_2}$

C．$\vec{a}=\vec{e_1}-2\vec{e_2}$，$\vec{b}=\vec{e_1}+\vec{e_2}$

D．$\vec{a}=\vec{e_1}-2\vec{e_2}$，$\vec{b}=2\vec{e_1}-4\vec{e_2}$

2．（多选）（浙江·高二期末）设 e_1,e_2 是平面内两个不共线的向量，则以下 $\vec{a},\vec{b}$ 可作为该平面内一组基底的（　　）

A．$\vec{a}=\vec{e_1}+\vec{e_2},\vec{b}=\vec{e_1}$　　　　B．$\vec{a}=2\vec{e_1}+\vec{e_2},\vec{b}=\frac{1}{2}\vec{e_1}+\frac{1}{4}\vec{e_2}$

C．$\vec{a}=\vec{e_1}+\vec{e_2},\vec{b}=\vec{e_1}-\vec{e_2}$　　　　D．$\vec{a}=\vec{e_1}-2\vec{e_2},\vec{b}=-\vec{e_1}+4\vec{e_2}$

易错点 7．记反了向量减法运算差向量的方向

例题 1．（全国·高三专题练习）正三角形 ABC 边长为 2，设 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AE}$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BE}=$______.

【常见错解】因为 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$，所以点 D 是 BC 的中点，所以 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，

$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AE}$，所以 $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，所以

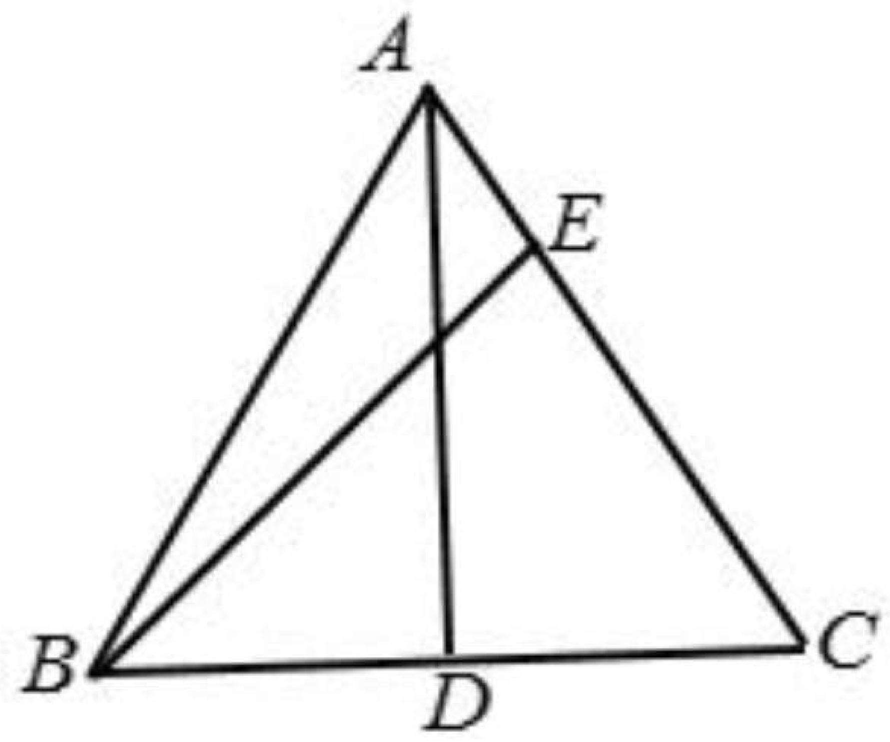
$$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}^2-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}^2)$$

$$=\frac{1}{2}(4+\frac{2}{3}\times 2\times 2\times\cos 60^\circ-\frac{4}{3})=2$$

【错因分析】本题选定了 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 作为基底，在用基底 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 表示向量

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ 时，向量减法运算错误，$\vec{a}-\vec{b}$ 最后的结果应该指向 $\vec{a}$ 向量，

所以正确的表示应该是 $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$.



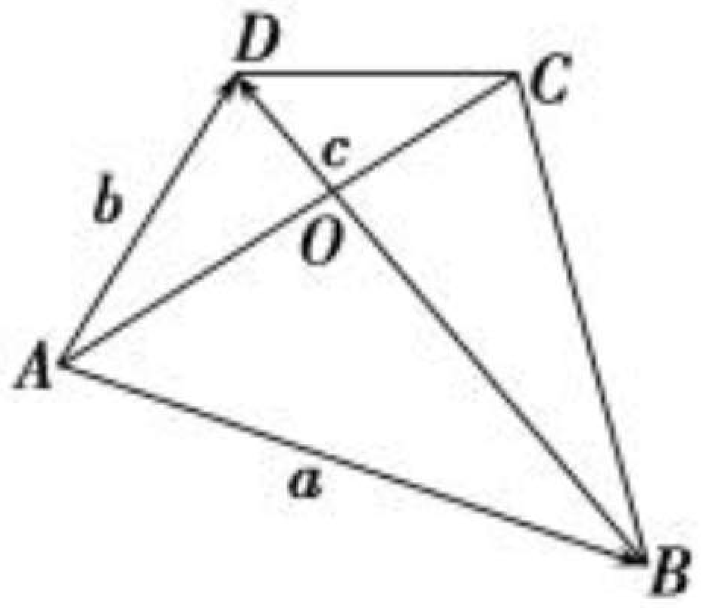
【动手实战】

1．（云南省泸西县第一中学高二期中）已知 M，N 分别是线段 OA,OB 上的点，且 $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{MA},\overrightarrow{ON}=2\overrightarrow{NB}$，若 $\overrightarrow{MN}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$，则 $\lambda+\mu=$___________.

2．（全国·高一课时练习）在三角形 ABC 中，若 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AP}$，且 $\overrightarrow{CP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $x-y=$_______

3．（浙江·高三专题练习）设 O 为四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 的交点，若 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，

$\overrightarrow{OD}=\vec{c}$，则$\overrightarrow{OB}=$____________.



易错点 8．错误使用$\vec{a}\parallel\vec{b}$的等价条件

例题 1．（全国·高三专题练习（文））已知向量$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,k)$，若$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)//\left(k\vec{a}\right)$，则实数$k=$____________.

【常见错解】$\vec{a}+2\vec{b}=(4,1+2k)$，$k\vec{a}=(2k,k)$，若$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)//\left(k\vec{a}\right)$，则$\dfrac{4}{2k}=\dfrac{1+2k}{k}\Rightarrow k=\dfrac{1}{2}$

【错因分析】错误的运用向量平行的等价条件，对于$\vec{m}=(x_1,y_1)$，$\vec{n}=(x_2,y_2)$，

$\vec{m}\parallel\vec{n}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$，而本题错误的运用为$\vec{m}\parallel\vec{n}\Leftrightarrow\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}$，此时容易忽略 0 这个解.

【动手实战】

1.（湖南·长沙一中高三阶段练习）已知向量$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,k)$（$k\neq0$），若$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)//\left(k\vec{a}\right)$，则非零实数$k=$________.

2．（全国·高一课时练习）已知向量$\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(m-6,m-4)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则m的值为__.

易错点9．忽视两向量夹角$<\vec{a},\vec{b}>$的取值范围

例题1．（重庆·临江中学高三阶段练习）已知$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(\mu,3)$，向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$夹角为锐角，则μ的取值范围为________.

【常见错解】因为$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(\mu,3)$，且向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$夹角为锐角，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$

所以：$1\times\mu+2\times3>0\Rightarrow\mu>-6$

【错因分析】错误的认为向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$夹角为锐角$\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}>0$，事实上$\vec{a}\cdot\vec{b}>0\Leftrightarrow$向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$夹角为锐角或$0^\circ$角，本题错解忽略了$0^\circ$的情况.

【动手实战】

1．（上海·高一课时练习）设$\vec{a}$=（2，x），$\vec{b}$ =（-4，5），若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角θ为钝角，则x的取值范围是___________.

2．（云南·昆明市外国语学校高一阶段练习）向量$\vec{a}=(2,t)$，$\vec{b}=(-1,3)$，若$\vec{a},\vec{b}$的夹角为钝角，则t的范围是________.

3．（全国·高三专题练习（文））已知$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(1,1)$，且$\vec{a}$与$\vec{a}+\lambda\vec{b}$的夹角为锐角，则实数$\lambda$的取值范围为___________.

易错点 10．混淆向量点乘运算和实数乘法运算

例题 1．（福建龙岩·高三期中）已知$\left|\vec{a}\right|=4,\left|\vec{b}\right|=6$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$60^{0}$，则

$\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|=$__________

【常见错解】由题意可知，$\left|\vec{a}\right|=4,\left|\vec{b}\right|=6$，

$\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)^{2}}=\sqrt{4\vec{a}^{\,2}-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^{\,2}}=\sqrt{4\times16-4\times4\times6+36}=2$

【错因分析】本题错例是考试中常见的一种错误，混淆了向量$\vec{a}\cdot\vec{b}$和实数ab相乘得运算法则.

【动手实战】

1．（北京十五中高一期中）已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$夹角为45°，且$\left|\vec{a}\right|=2,\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=2$.则$\left|\vec{b}\right|$等于________.

2．（江苏·淮阴中学三模）已知向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$的夹角为60°，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，则$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=$______.

易错点 11．误把向量的投影当非负数

1．（黑龙江·哈师大附中高三期末（理））已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{2\pi}{3}$，$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{2}$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$

方向上的投影为（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【常见错解】B

向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，$|\vec{a}|=\sqrt{2}$

$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$||\vec{a}|\cos\frac{2\pi}{3}|=|\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)|=\frac{\sqrt{2}}{2}$

【错因分析】未能正确理解向量的投影，习惯性认为投影是一个非负数，所以在求投影时，考生自己加了绝对值符号上去. 特别提醒，向量的投影，可正可负可为零.

【动手实战】

1．（四川叙州·高三期末（文））若向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2,(\vec{a}+2\vec{b})\cdot\vec{a}=6$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为（　　）

A．1　　B．-1　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

2．（四川·宁南中学高一开学考试）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为120°，$|\vec{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=1$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为（　　）

A．-2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-1　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3．(全国·高一课时练习)已知$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量为(　　)

A．$-\vec{b}$　　B．$\vec{b}$　　C．$-\frac{1}{4}\vec{b}$　　D．$\frac{1}{4}\vec{b}$

易错点 12．混淆向量的夹角定义

例题 1．（全国·高一课时练习）在边长为2的正三角形中，设$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{c}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$______.

【常见错解】 6

因为$\triangle ABC$是边长为2的等边三角形，所以$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$，

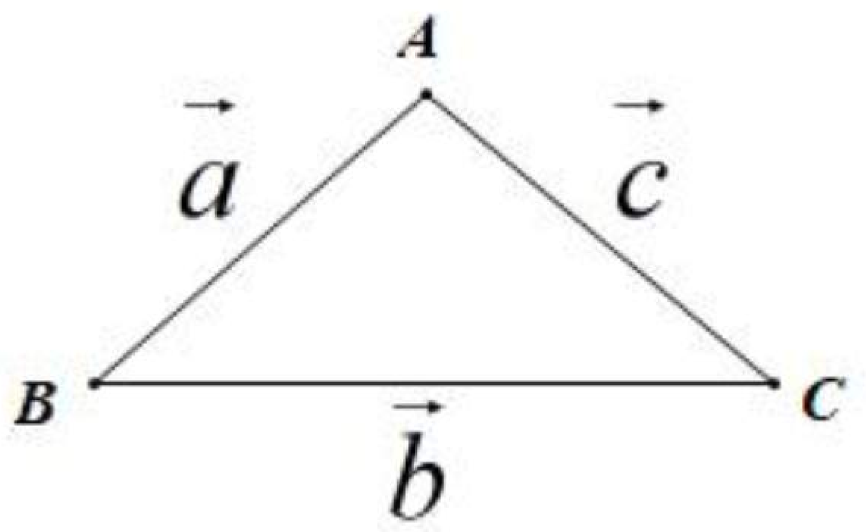
所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=2\times2\times\dfrac{1}{2}=2$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=2+2+2=6$

【错因分析】 错误理解向量的夹角，在使用$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos<\vec{a},\vec{b}>$求解时，特别注意$<\vec{a},\vec{b}>$，要共起点才能找夹角，否则使用的可能是其补角造成错误。

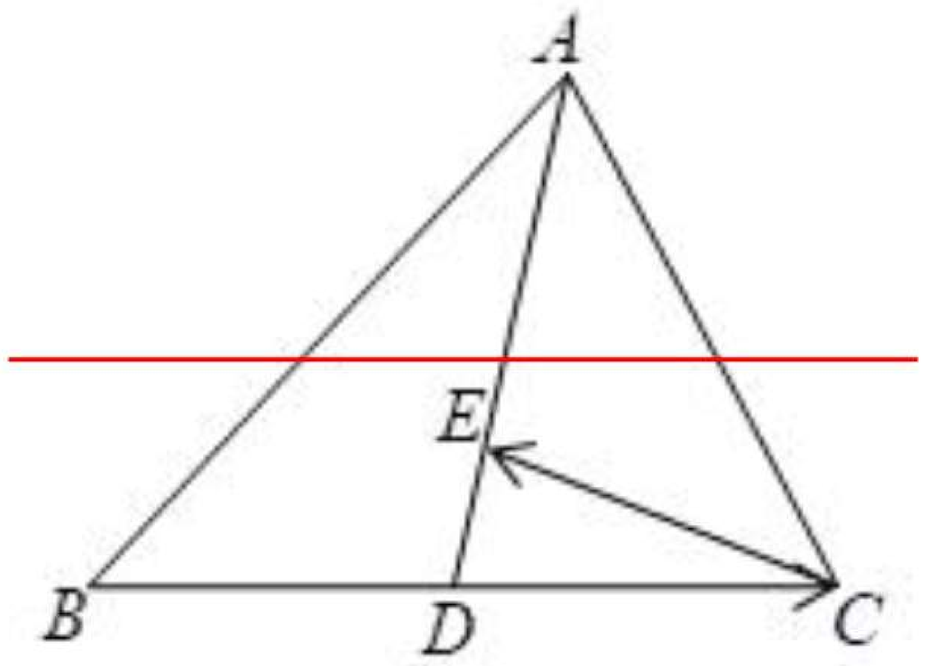
【动手实战】

1.（河北石家庄·）已知等腰三角形ABC的顶角$A=120^\circ$，$BC=\sqrt{3}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{a}\cdot\vec{c}=$__________.



2．（天津市实验中学滨海学校（理））已知在$\triangle ABC$中，

$AB=3,AC=1,\angle BAC=\dfrac{\pi}{3},\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{ED}$，则 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{BC}=$__________.



易错点 13．正弦定理边角互化时忽略 $2R$

例题 1．（贵州·高三阶段练习（文））$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且满足 $a=3$，$a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$．

(1)求角 A 的大小；

(2)求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

【常见错解】(1)解：因为 $a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$，所以 $\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B\cos A$．

又 $\sin B>0$，所以 $\tan A=\sqrt{3}$．

因为 $0<A<\pi$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$.

(2)由（1）知 $B+C=\dfrac{2\pi}{3}$，$a+b+c=3+(\sin B+\sin C)=3+\left[\sin B+\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-B\right)\right]$

$$=3+\left(\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B\right)=3+\left(\frac{3}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)=3+\sqrt{3}\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$$

因为 $0<B<\dfrac{2\pi}{3}$，所以 $\dfrac{\pi}{6}<B+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{5\pi}{6}$，则 $\dfrac{1}{2}<\sin\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)\le 1$，

所以 $3+\dfrac{\sqrt{3}}{2}<a+b+c\le 3+\sqrt{3}$，即 $\triangle ABC$ 周长的取值范围是 $\left(3+\dfrac{\sqrt{3}}{2},3+\sqrt{3}\right]$.

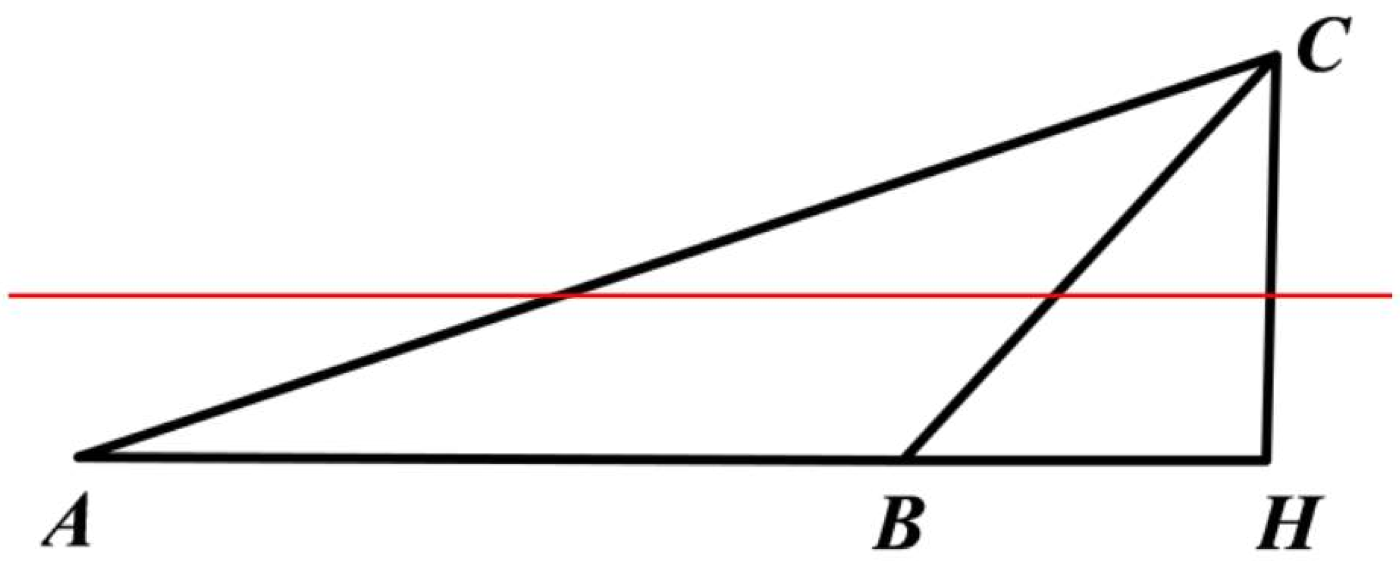
【错因分析】错误的原因在于习惯，对于正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，在边角互化时，$a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$，解题时，学生总是习惯的认为最后 $2R$ 都会被约去，所以可有可无，就是个形式，本题注意，首先求 $a+b+c$ 它并不是一个方程，所以无法约去 $2R$，特别提醒在利用 $a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$ 解题时，不可随意扔掉 $2R$. 该约去约去，该提取提取.

【动手实战】

1．（安徽·高三阶段练习（理））若$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，$a \neq b$，且$a\sin A-b\sin B=3\sin\left(A-B\right)$.

(1)求c；

(2)若$b=2a$，过点C作$CH\perp AB$，垂足为H，若$AH=4$，求$\triangle ABC$的面积S.



易错点14．忽视锐角ΔABC中，角的取值范围

1．（河南驻马店·高二期中（理））锐角$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足$a=2,c\left(\sin C-\sin B\right)+b\sin B=a\sin A$.

(1)求角A的大小；

(2)求$\triangle ABC$周长的范围.

【常见错解】

(1)∵ $c\left(\sin C-\sin B\right)+b\sin B=a\sin A$，

∴ $c\left(c-b\right)+b^2=a^2$，即 $c^2+b^2-a^2=bc$，

∴ $\cos A=\dfrac{c^2+b^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，又$0<A<\pi$，

∴ $A=\dfrac{\pi}{3}$.

(2)由（1）知$A=\dfrac{\pi}{3}$，利用余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$，

又因为$bc\le(\dfrac{b+c}{2})^2$，所以

$3bc\le\dfrac{3(b+c)^2}{4}\Rightarrow -3bc\ge-\dfrac{3(b+c)^2}{4}\Rightarrow(b+c)^2-3bc\ge(b+c)^2-\dfrac{3(b+c)^2}{4}$，即：

$a^2\ge\dfrac{1}{4}(b+c)^2\Rightarrow b+c\le 4$，又由两边之和大于第三边，所以

$2<b+c\le 4\Rightarrow 4<a+b+c\le 6$,所以$\triangle ABC$周长的范围为$(4,6]$.

【错因分析】本题如果是求$\triangle ABC$周长的最大值，利用均值不等式是可以求解的，或者拿去限制条件锐角$\triangle ABC$中的锐角，该解法也是合理的，但是，从本题来看，考生完全忽略了锐角这个条件，由两边之和大于第三边，得到$2<b+c$，只能说$\triangle ABC$成立，构成一个三角形，但是无法说明是锐角三角形，说明$2<b+c$不适用本题的最后结论.特别提醒，如果涉及到锐角三角形求周长取值范围，最通用的解法，就是边化角，利用正弦定理求解.

【动手实战】

1. （广东·深圳市龙岗区德琳学校高一阶段练习）在锐角$\triangle ABC$中，向量$\vec{m}=(a,\sqrt{3}b)$与$\vec{n}=(\cos A,\sin B)$平行.

(1)求角A；

(2)若 $a=2$，求$\triangle ABC$周长的取值范围.

2．（四川省资中县第二中学高三阶段练习（理））在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别是a，b，c，且$a\cos\frac{B}{2}=b\sin A$.

(1)求B；

(2)若$\triangle ABC$为锐角三角形，且$b=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$周长的取值范围.

3．（广西·桂林市国龙外国语学校高三阶段练习（文））在锐角$\triangle ABC$中，三个内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$c-b=a\cos B-b\cos A$.

(1)求角A的大小；

(2)若$a=1$，求$\triangle ABC$周长的范围.

易错点15．在ΔABC中忽视$\cos A=0$的解

例题1．（福建福州·高三期末）记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$c=a\cos B+c\cos A$.

(1)试判断$\triangle ABC$的形状，并说明理由；

(2)设点D在边AC上，若$AD=BD$，$\sin\angle ADB=\sin\angle ABC$，求$\frac{a}{b}$的值.

【常见错解】对于第一问，常见错解如下：

(1)解：由已知条件，利用正弦定理可得$\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin C\cos A$**，**

即$\sin A\cos B+\cos A\sin B=\sin A\cos B+\sin C\cos A$**，**

所以$\cos A\sin B=\sin C\cos A$**，**

所以$\sin B=\sin C$**，**

所以 $B=C$，

所以$\triangle ABC$为等腰三角形.

【错因分析】学生习惯性约去相同的项，没有注意到约分的条件，当$ab=ac(a\neq 0)$此时，可以左右两边约去a，从而造成漏解，所以考生在平时解题养成习惯，什么时候可以约，要牢记，本题错误的把$\cos A\sin B=\sin C\cos A$该式中左右两边$\cos A$约去，造成漏解.