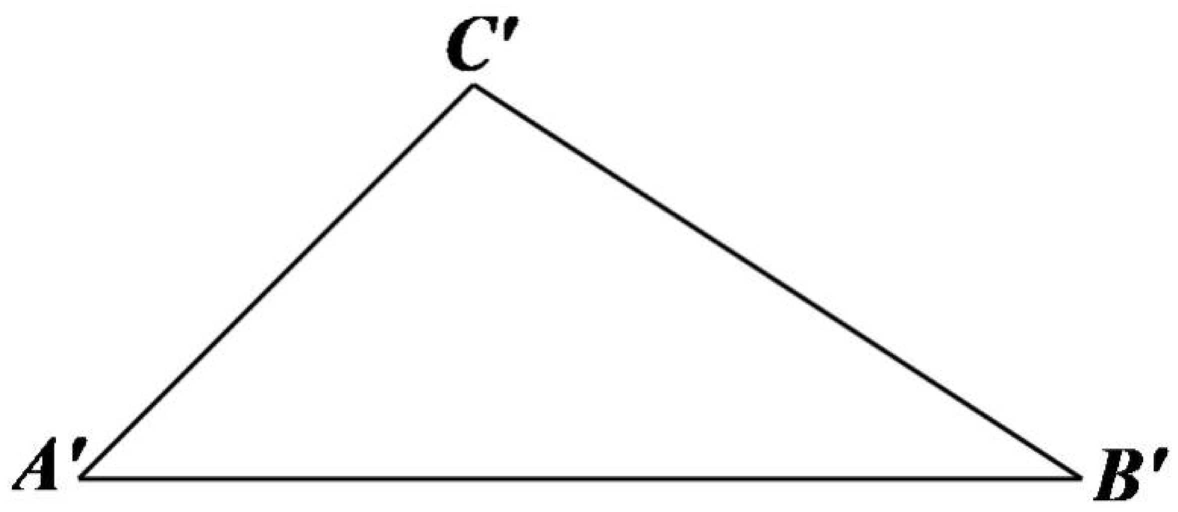
第八章 立体几何初步 典型易错题集

易错点 1．混淆斜二测画法中长度有变有不变

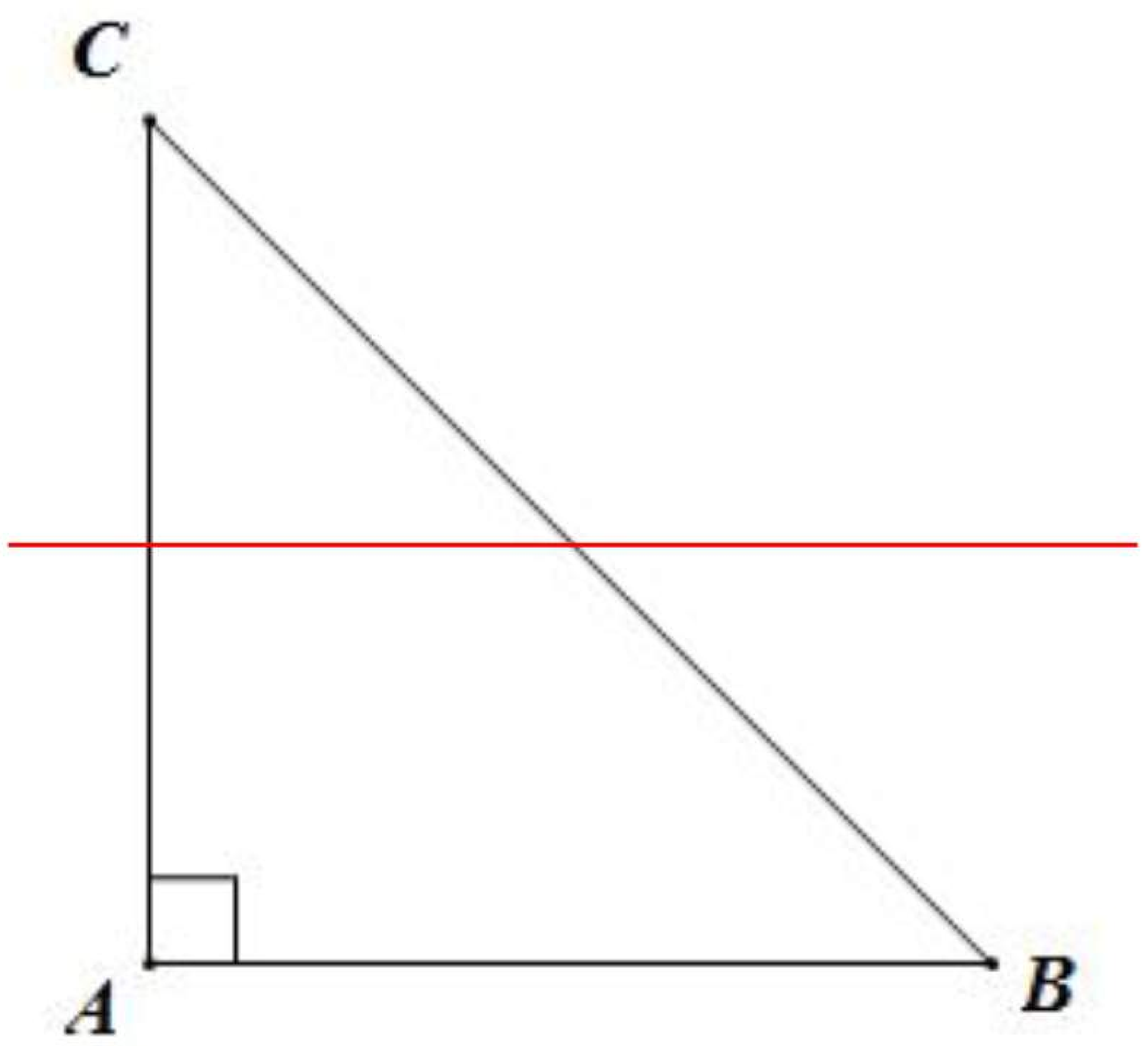
例题 1．（上海市嘉定区安亭高级中学高二阶段练习）如图，若三角形 $A^{'}B^{'}C^{'}$ 是用斜二测画法画出的水平放置的平面图形 ABC 的直观图.已知 $A^{'}B^{'}=4$，$\angle C^{'}A^{'}B^{'}=45^{\circ}$，三角形 $A^{'}B^{'}C^{'}$ 的面积为 $2\sqrt{2}$.则原平面图形 ABC 中 BC 的长度为 ________ .



【常见错解】$2\sqrt{5}$

因为 $A'B'=4$，$\angle C'A'B'=45^{\circ}$，且三角形 $A'B'C'$ 的面积为 $2\sqrt{2}$，所以

$S_{\triangle A^{'}B^{'}C^{'}}=\frac{1}{2}A'B'\times A'C'\sin\angle B'A'C'=2\sqrt{2}$，所以 $A'C'=2$，三角形 $A'B'C'$ 的原平面图形如下所示：



所以 $AC=A'C'=2$，$AB=4$ 且 $AC\perp AB$，所以 $BC=\sqrt{AC^{2}+AB^{2}}=2\sqrt{5}$；

故答案为：$2\sqrt{5}$

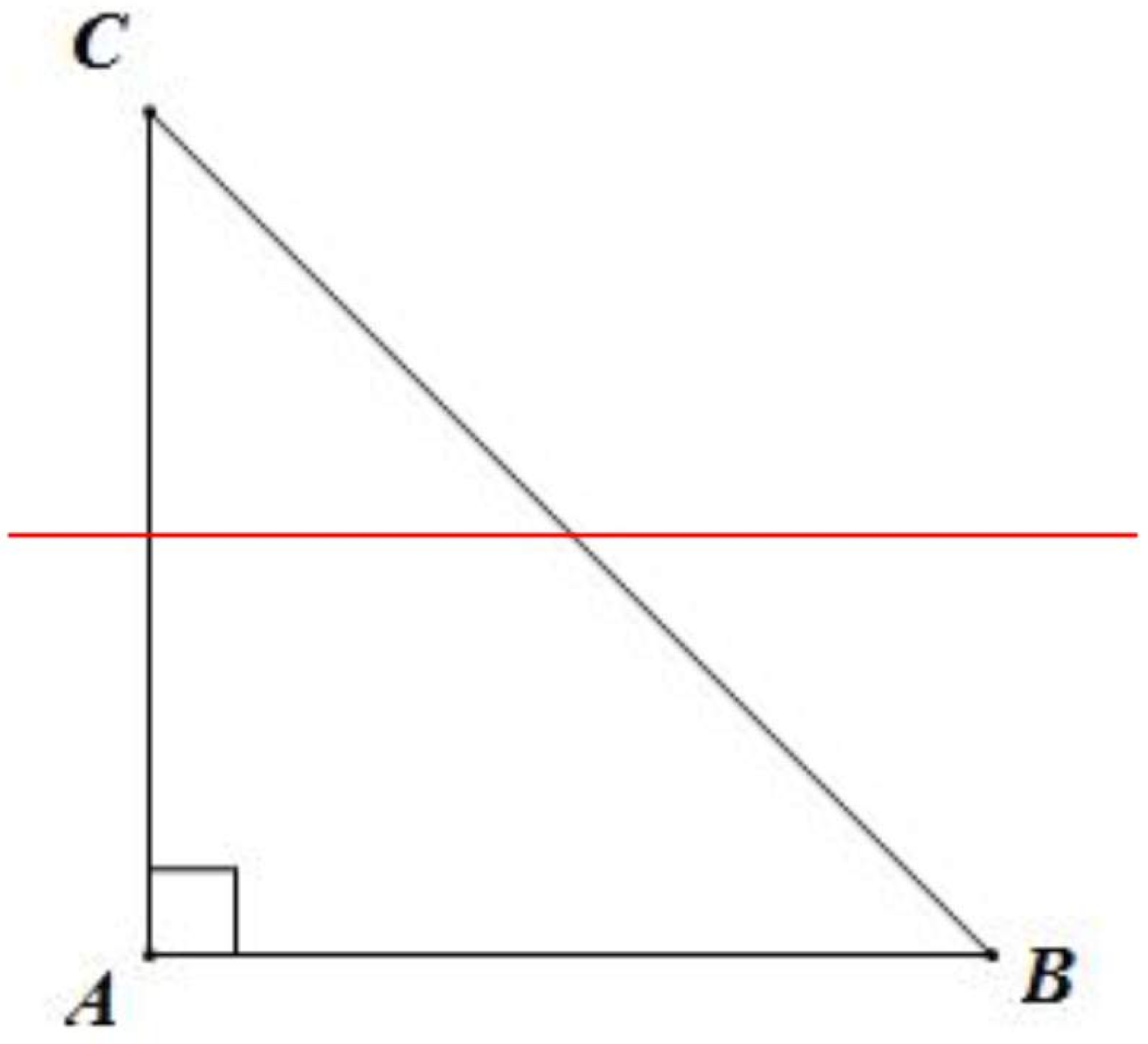
【错因分析】直观图还原原图时注意长度有变有不变：与 x 轴平行（重合）的线段长度不变；与 y 轴平行（重合）的线段长度直观图是原图的一半. 本题考生忽略了 $AC=2A'C'=4$，长度应该变为原来的 2 倍.

【正解】$4\sqrt{2}$

解：因为 $A^{'}B^{'}=4$，$\angle C^{'}A^{'}B^{'}=45^{\circ}$，且三角形 $A^{'}B^{'}C^{'}$ 的面积为 $2\sqrt{2}$，所以

$S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{2}A'B'\times A'C'\sin\angle B'A'C'=2\sqrt{2}$，所以$A'C'=2$，

三角形$A'B'C'$的原平面图形如下所示：

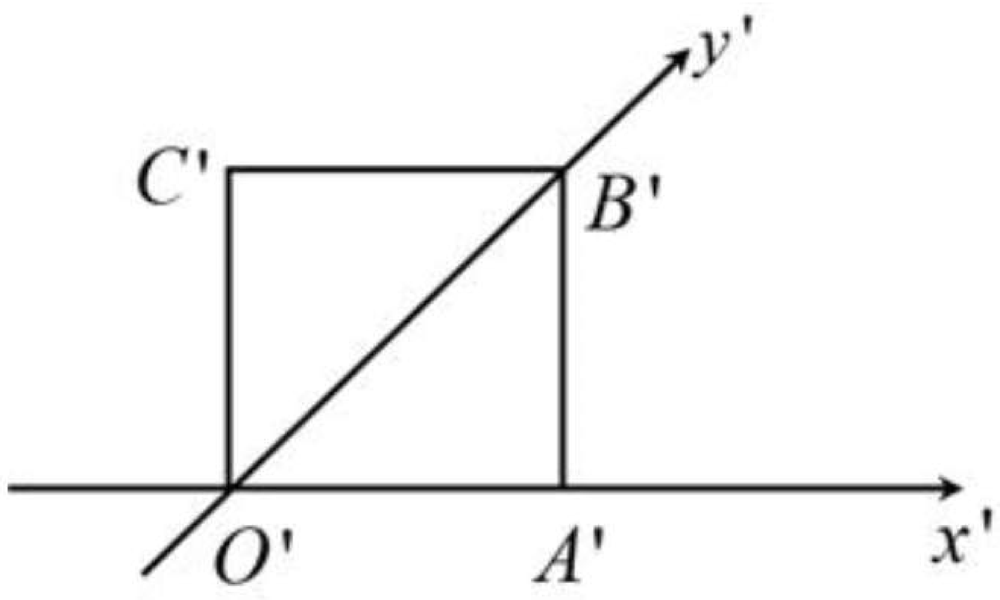


所以$AC=2A'C'=4$，$AB=4$且$AC\perp AB$，所以$BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=4\sqrt{2}$；

故答案为：$4\sqrt{2}$

【动手实战】

1．（江西赣州·高二阶段练习（文））一水平放置的平面图形，用斜二测画法画出了它的直观图，此直观图恰好是一个边长为2的正方形，则原平面图形的面积_____



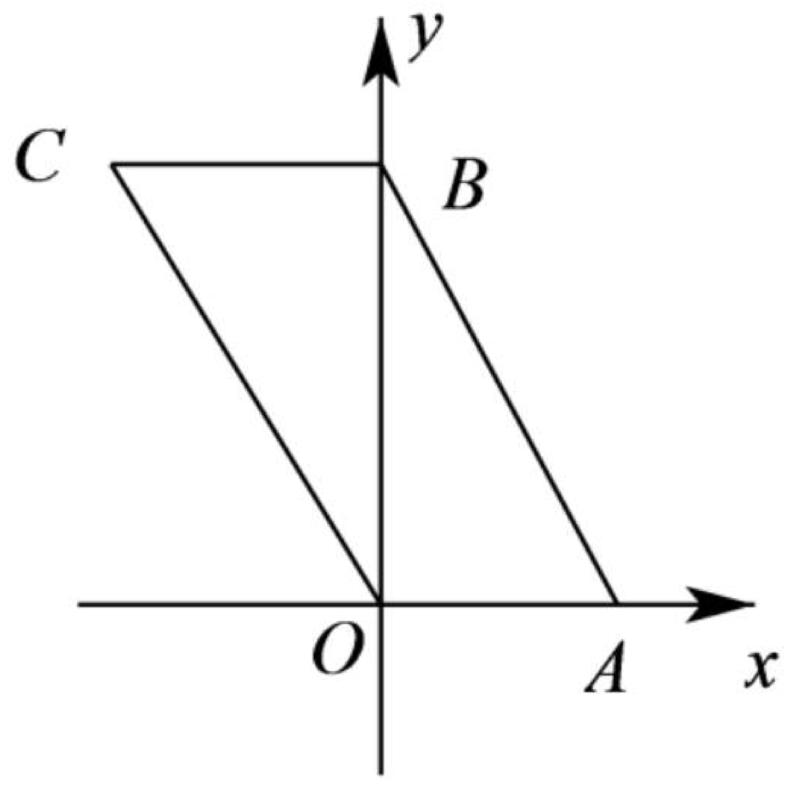
【答案】$8\sqrt{2}$

如图，由直观图知原图形是平行四边形$OABC$，$OA=O'A'=2$，

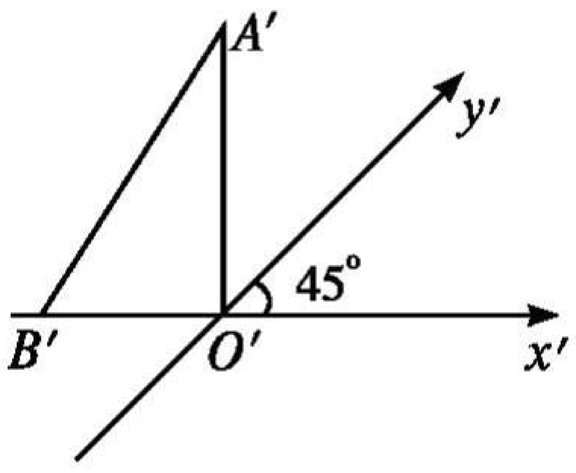
$OB\perp OA$，$OB=2O'B'=4\sqrt{2}$，

所以$S_{OABC}=2\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$．

故答案为：$8\sqrt{2}$．



2．（全国·高一课时练习）如图，$\triangle A'O'B'$表示水平放置的$\triangle AOB$的直观图，B'在x'轴上，$A'O'$和x'轴垂直，且$A'O'=2$，则$\triangle AOB$的边OB上的高为____



【答案】$4\sqrt{2}$

【详解】

不妨设直观图和原图面积分别为S_1，S_2，$\triangle AOB$的边OB上的高为h，

由直观图$|O'B'|$与原图形中边$|OB|$长度相同，且$S_2=2\sqrt{2}S_1$，$A'O'$和x'轴垂直，$A'O'=2$，

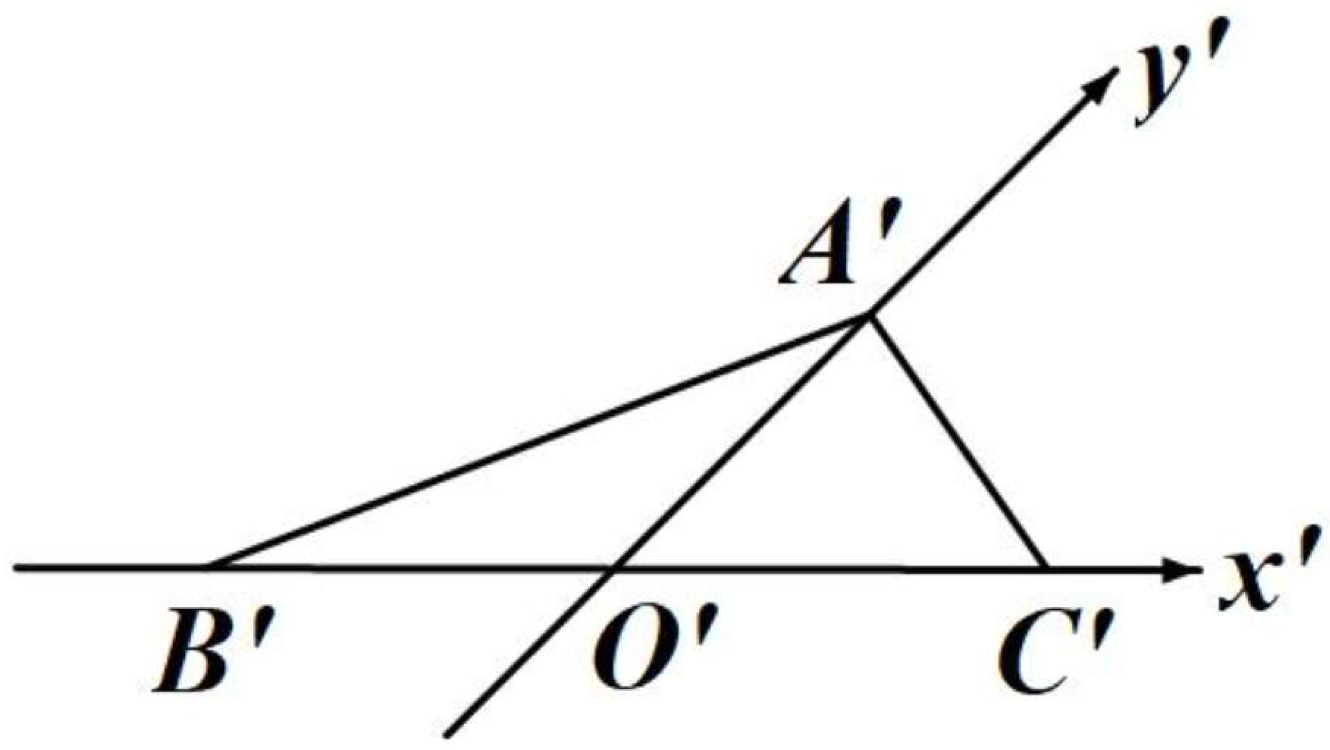
故$\frac{1}{2}|OB|h=2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\times 2|O'B'|$，

从而$h=4\sqrt{2}$．

故答案为：$4\sqrt{2}$．

易错点2．混淆直观图和原图

例题1．（江西·南昌市豫章中学高二开学考试（文））如下图，$\triangle A'B'C'$是ΔABC用“斜二测画法”画出的直观图，其中$O'B'=O'C'=1$，$O'A'=\frac{\sqrt{3}}{2}$，那么$\triangle ABC$的周长是________．



【常见错解】在$\Delta O'A'C'$中，

$O'C'=1, O'A'=\frac{\sqrt{3}}{2}, \angle A'O'C'=45^\circ$，由余弦定理得：

$A'C'^2=O'C'^2+O'A'^2-2O'C'\cdot O'A'\cos 45^\circ$，得$A'C'=\frac{\sqrt{6}-1}{2}$；同理$A'B'=\frac{\sqrt{6}+1}{2}$；

所以周长为：$\frac{\sqrt{6}-1}{2}+\frac{\sqrt{6}+1}{2}+2=\sqrt{6}+2$

【错因分析】错把直观图直接当原图了，在遇到斜二测画法画出的直观图中，一定要注意题目问的是原图，还是直观图，如果是原图，要先还原，再求解.

【正解】6

斜二测直观图的画法原则，横坐标不变，纵坐标减半，

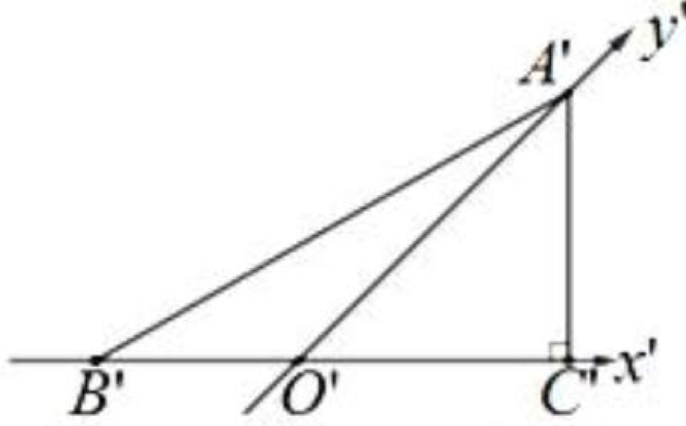
所以 $BC=2$，$OA=2OA'=\sqrt{3}$，

又因为 $BC\perp OA$，所以 $AC=AB=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$，因此 $\triangle ABC$ 的周长为 $2+2+2=6$，

故答案为：6．

【动手实战】

1．（黑龙江齐齐哈尔·高一期末）如图所示，$\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 为水平放置的 $\triangle ABC$ 的直观图，其中 $A'C'\perp B'C'$，$B'O'=3$，$O'C'=4$，则 $\triangle ABC$ 的面积是______.



【答案】$28\sqrt{2}$

$\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中，$A'C'\perp B'C'$，$B'O'=3$，$O'C'=4,\angle A'O'C'=45^\circ$，

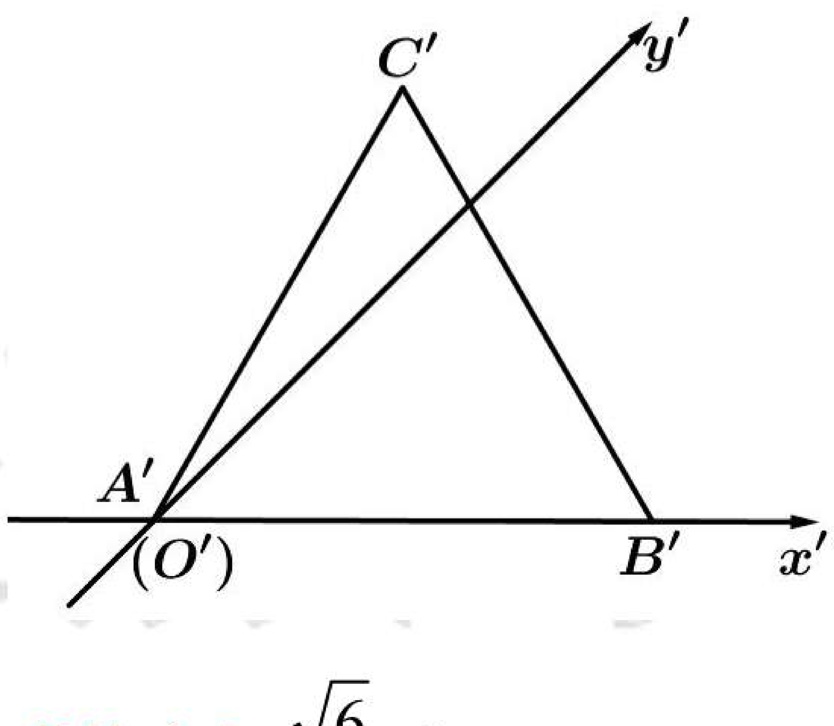
所以 $B'C'=B'O'+O'C'=3+4=7$，$A'C'=4$，

所以 $\triangle A'B'C'$ 的面积为 $S'=\frac{1}{2}\times 7\times 4=14$，

所以 $\triangle ABC$ 的面积是 $S=2\sqrt{2}\times 14=28\sqrt{2}$．

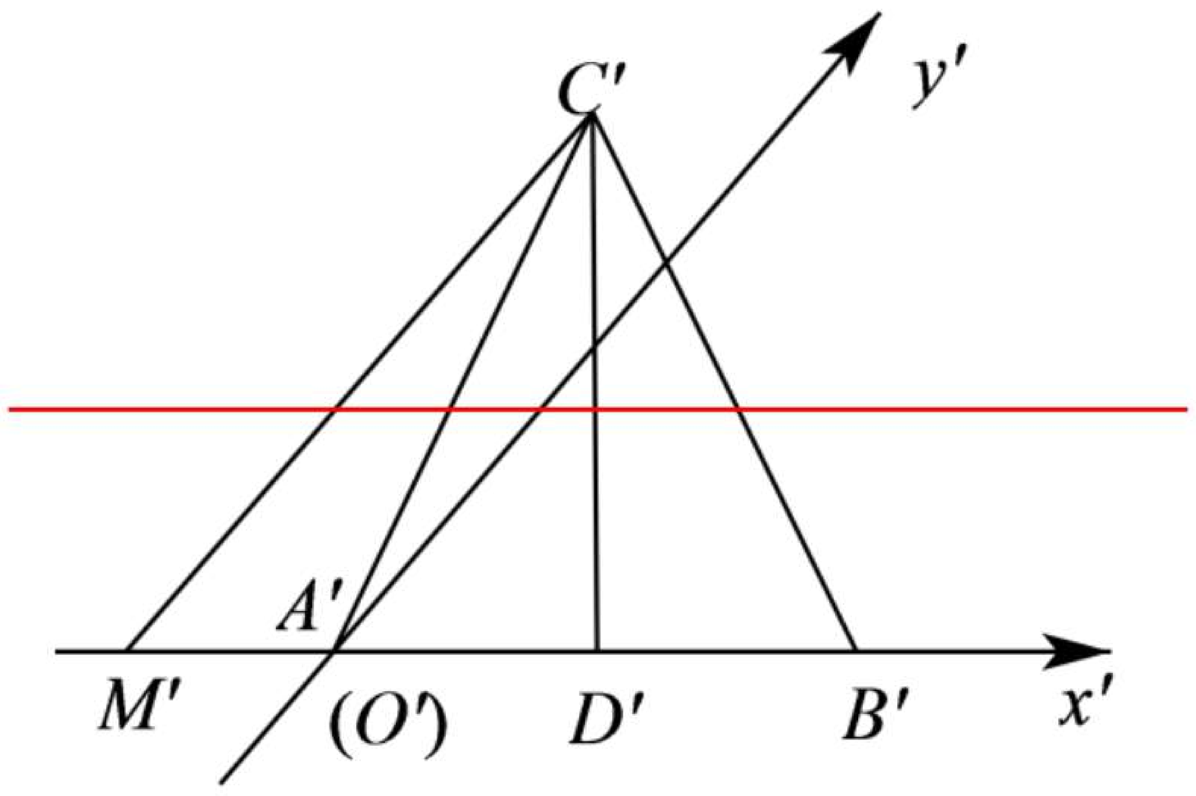
故答案为：$28\sqrt{2}$

2．（全国·高一课时练习）如图所示，已知斜二测画法画出的 $\triangle ABC$ 的直观图 $\triangle A'B'C'$ 是边长为 a 的正三角形，则原 $\triangle ABC$ 的面积为____________.



【答案】$\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$

过点 C' 作 $C'M'\parallel y'$ 轴，且交 x' 轴于点 M'．



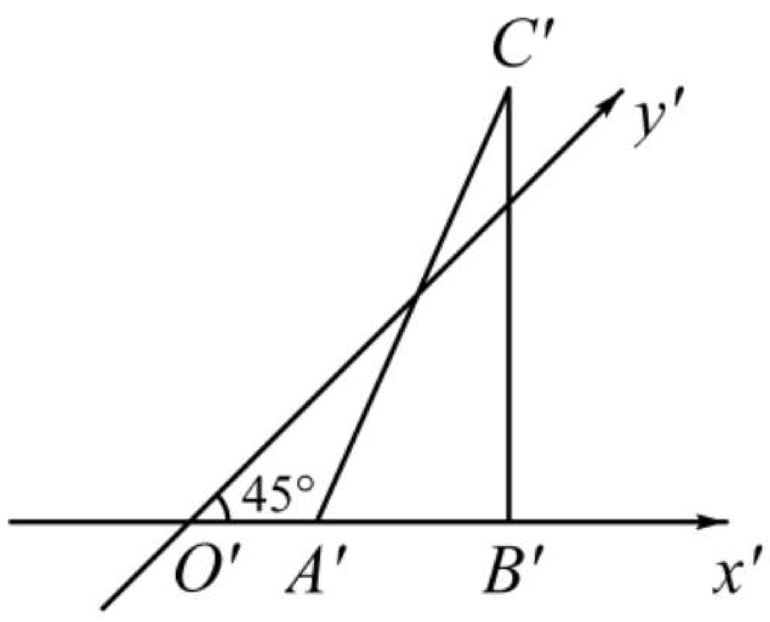
过 C' 作 $C'D' \perp x'$ 轴，且交 x' 轴于点 $D¢$，

则 $C'D' = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，$\therefore \angle C'M'D' = 45^\circ$，$\therefore C'M' = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a$．$\therefore$三角形的高 $CM = \sqrt{6}a$，底边长为 a，

其面积为 $S = \dfrac{1}{2} \times a \times \sqrt{6}a = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a^2$．

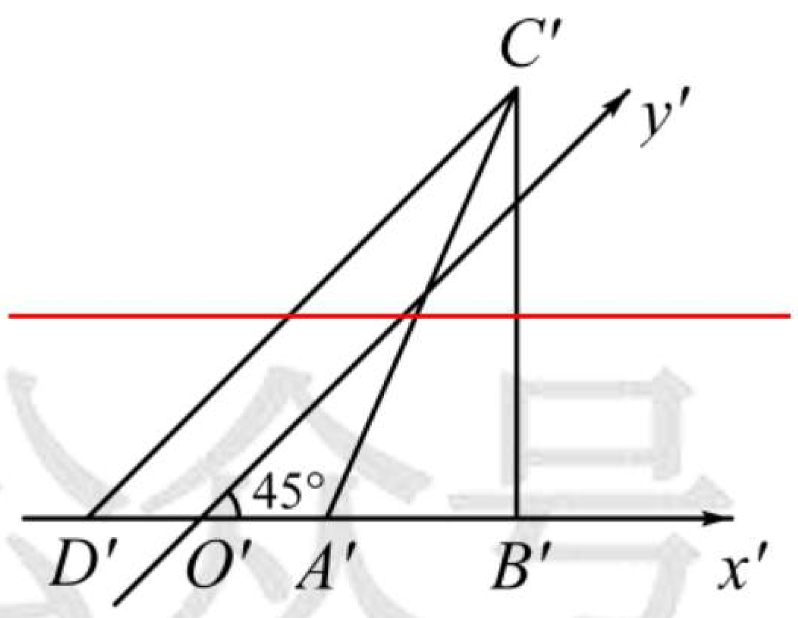
故答案为：$\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^2$．

3．（全国·高一）如图所示，$\triangle A'B'C'$ 表示水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测画法下的直观图，$A'B'$ 在 x' 轴上，$B'C'$ 与 x' 轴垂直，且 $B'C' = 3$，则 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高为______．



【答案】$6\sqrt{2}$

过点 C' 作 $C'D' // y'$ 轴，交 x'轴于点 $D¢$，则 $\angle \boldsymbol{C'D'B'} = 45^\circ$．



$\because$在 $Rt\triangle B'C'D'$ 中，$B'C' = 3$，$\therefore \boldsymbol{C'D'} = 3\sqrt{2}$．

所以$\triangle ABC$ 的边 AB 上的高 $\boldsymbol{CD} = 2\boldsymbol{C'D'} = 6\sqrt{2}$．

故答案为: $6\sqrt{2}$．

易错点 3．在直线与平面平行中，忽视直线是否在平面内的多种情况

例题 1．（全国·高一课前预习）若直线 l 与平面 α 内的一条直线平行，则 l 和 α 的位置关系

是（　　）

A．$l\subset\alpha$　　B．$l//\alpha$　　C．$l\subset\alpha$或$l//\alpha$　　D．l和α相交

【常见错解】A

【错因分析】直线与平面平行的判定定理中：平面外一条直线与平面内一条直线平行，则该直线与此平面平行，忽略了平面外这个重要条件，本题中直线l与平面α内的一条直线平行，也可能$l\subset\alpha$.

【正解】C

【详解】

由题意，直线l与平面α内的一条直线平行

若$l\not\subset\alpha$，由线面平行的判定定理，则$l//\alpha$

也有可能$l\subset\alpha$

故选：C

【动手实战】

1．（黑龙江·牡丹江市第三高级中学高三阶段练习（文））下列结论错误的个数是（　　）

（1）若一条直线和平面内一条直线平行，那么这条直线和这个平面平行；

（2）若直线a∥平面α，$P\in\alpha$，则过点P且平行于直线a的直线有无数条；

（3）如果一个平面内的两条直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行；

（4）如果两个平面平行，那么分别在这两个平面内的两条直线平行或异面.

A．0　　B．1　　C．3　　D．2

【答案】C

【详解】

解：对于（1），若一条直线和平面内一条直线平行，当该直线也在平面内时，那么这条直线和这个平面不平行，故（1）错误；

对于（2），若直线a∥平面α，$P\in\alpha$，则过点P且平行于直线a的直线只有一条，故（2）错误；

对于（3），如果一个平面内的两条直线平行于另一个平面，当这两条直线平行时，这两个平面平行或相交，故（3）错误；

对于（4），如果两个平面平行，那么分别在这两个平面内的两条直线平行或异面，故（4）正确.

所以错误的有3个.

故选：C.

2．（全国·高一课时练习）如果两直线a∥b，且a∥α，则b与α的位置关系是（　　）

A．相交　　B．b∥α　　C．$b\subset\alpha$　　D．b∥α或$b\subset\alpha$

【答案】D

【详解】

由 $a // b$，且 $a // \alpha$，结合线面平行的判定定理，

知 b 与 α 平行或 $b \subset \alpha$.

故选：D

易错点 4．错误认为，无数等于所有

例题 1．（四川恩阳·高二期中）下列命题正确的是（　　）

A．与平面内无数条直线垂直的直线与该平面垂直

B．过直线外一点可以作无数条直线与该直线平行

C．各面都是正三角形的四面体的外接球球心和内切球球心恰好重合

D．各面都是等腰三角形的三棱锥一定是正三棱锥

【常见错解】A

【错因分析】错误的认为与平面内无数条直线垂直，无数条，那不就是这个平面的所有直线，错误的认为无数等于所有.

【正解】C

【详解】

对于 A，一条直线与平面内的任意直线垂直，则直线与平面垂直，而无数条直线可以是一组平行直线，A 不正确；

对于 B，由平行公理知，过直线外一点有且只有一条直线与该直线平行，B 不正确；

对于 C，因各面都是正三角形的四面体是正四面体，而正四面体的外接球球心和内切球球心重合，C 正确；

对于 D，三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=BC=CA=PA=2, PB=PC=3$，

显然三棱锥 $P-ABC$ 各面都是等腰三角形，而三棱锥 $P-ABC$ 不是正三棱锥，D 不正确.

故选：C

【动手实战】

1．（山西太原·高三期末（文））设 α,β 为两个不同的平面，则 $\alpha // \beta$ 的充要条件是（　　）

A．α 内有无数条直线与 β 平行

B．α,β 垂直于同一平面

C．α,β 平行于同一条直线

D．α 内的任何直线都与 β 平行

【答案】D

【详解】

A 选项，α 内有无数条直线与 β 平行，α 与 β 可能相交，A 选项错误.

B 选项，α,β 垂直于同一平面，α 与 β 可能相交，B 选项错误.

C 选项，α,β 平行于同一条直线，α 与 β 可能相交，C 选项错误.

D 选项，α 内的任何直线都与 β 平行，则 $\alpha // \beta$，D 选项正确.

故选：D

2．（全国·高三专题练习）下列命题中正确的个数是（　　）

①若直线 a 上有无数个点不在平面α内，则 $a // \alpha$；

②若直线 $a //$ 平面α，则直线 a 与平面α内的任意一条直线都平行；

③若直线 $a //$ 直线 b，直线 $b //$ 平面α，则直线 $a //$ 平面α；

④若直线 $a //$ 平面α，则直线 a 与平面α内的任意一条直线都没有公共点.

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

【答案】B

【详解】

对于①，若直线 a 上有无数个点不在平面α内，则直线 a 可能与平面α相交，也可能与平面α平行，所以①错误，

对于②，当直线 $a //$ 平面α时，直线 a 与平面α内直线平行或异面，所以②错误，

对于③，当直线 $a //$ 直线 b，直线 $b //$ 平面α，则直线 $a //$ 平面α，或直线 a 在平面α内，所以③错误，

对于④，当直线 $a //$ 平面α时，则直线 a 与平面α无公共点，所以直线 a 与平面α内的任意一条直线都没有公共点，所以④正确，

故选：B

3．（上海长宁·高二期末）已知直线 a,b 和平面 α，且 b 在 α 上，a 不在 α 上，则下列判断错误的是（　　）

A．若 $a // \alpha$，则存在无数条直线 b，使得 $a // b$

B．若 $a \perp \alpha$，则存在无数条直线 b，使得 $a \perp b$

C．若存在无数条直线 b，使得 $a // b$，则 $a // \alpha$

D．若存在无数条直线 b，使得 $a \perp b$，则 $a \perp \alpha$

【答案】D

【详解】

若 $a // \alpha$，则 a 平行于过 a 的平面与 α 的交线 c，当 $b // c$ 时，$a // b$，则存在无数条直线 b，使得 $a // b$，A 正确；

若 $a \perp \alpha$，a 垂直于平面 α 中的所有直线，则存在无数条直线 b，使得 $a \perp b$，B 正确；

若存在无数条直线 b，使得 $a // b$，$b \subset \alpha$，$a \not\subset \alpha$，则 $a // \alpha$，C 正确；

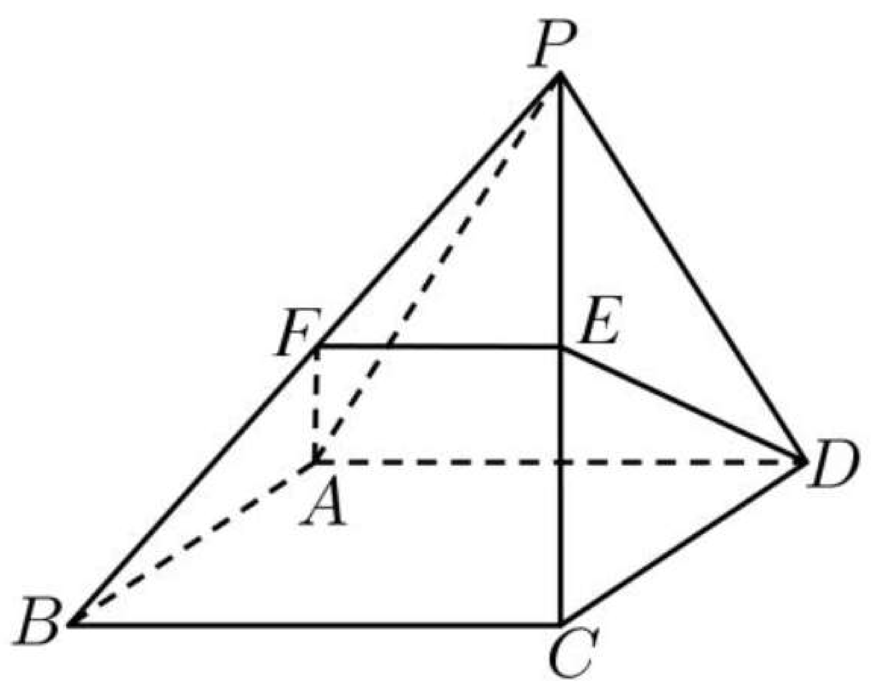
当 $a // \alpha$ 时，存在无数条直线 b，使得 $a \perp b$，D 错误.

故选：D.

易错点5．证明线面平行时，忽略了平面外一条直线，平面内一条直线，而造成的书写不规范

例题1．（四川省广安代市中学校高三阶段练习（文））如图，四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$是矩形，$AB=\sqrt{3}$，AD＝2，△PAD为正三角形，且平面PAD⊥平面$ABCD$，E、F分别为PC、PB的中点．

(1)证明：EF∥平面PAD；



【常见错解】

∵E，F分别为PC，PB的中点，∴$EF\parallel BC$．

$AD\parallel BC$，所以$EF\parallel AD$，

∴EF∥平面PAD；

【错因分析】证明过程中，只说明了$EF\parallel AD$，为能正确理解定理，在证明过程中一定要写明$AD\subset$平面PAD，$EF\not\subset$平面PAD这两句话，证明过程才完整.

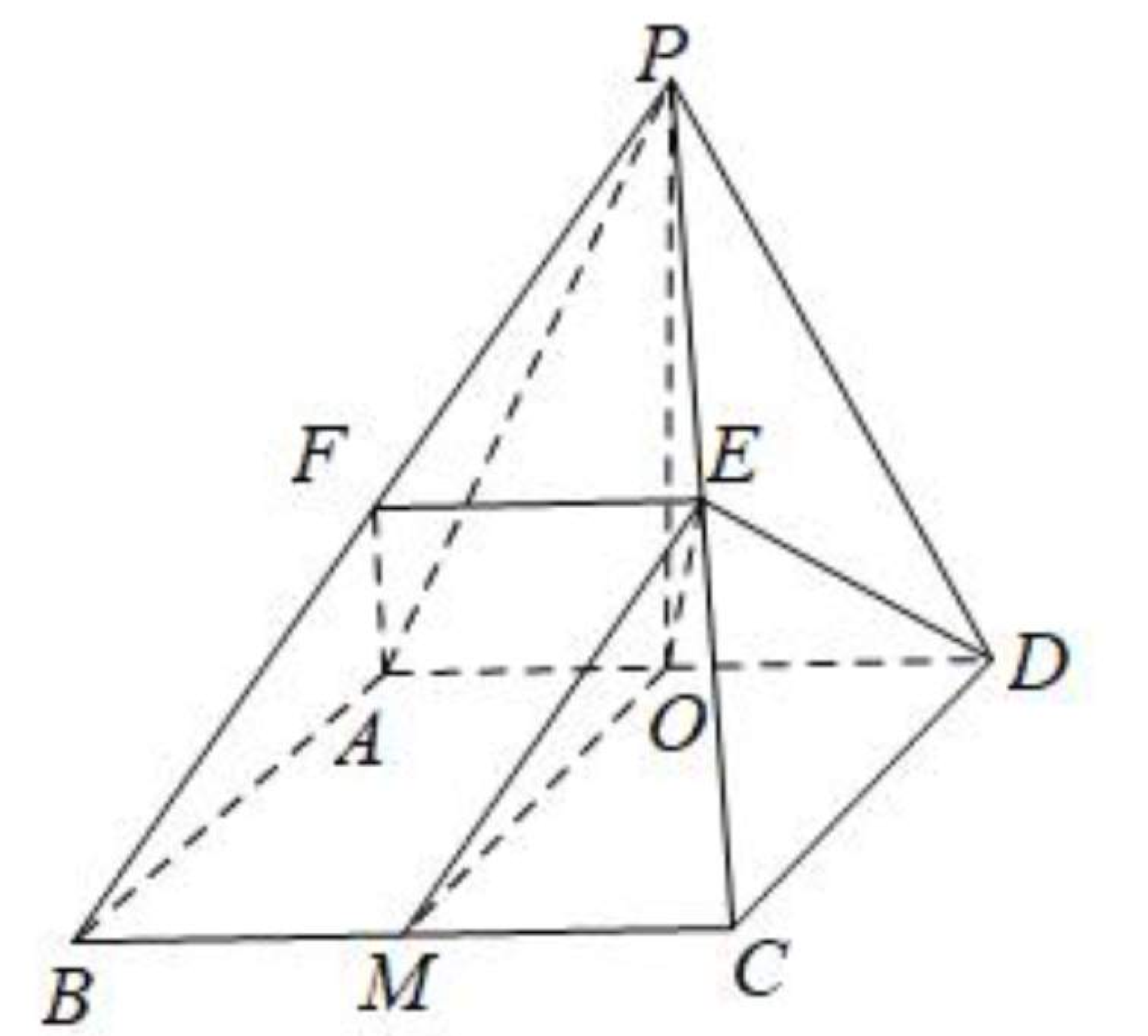
【正解】(1)证明见解析

【解析】

(1)∵E，F分别为PC，PB的中点，∴$EF\parallel BC$．

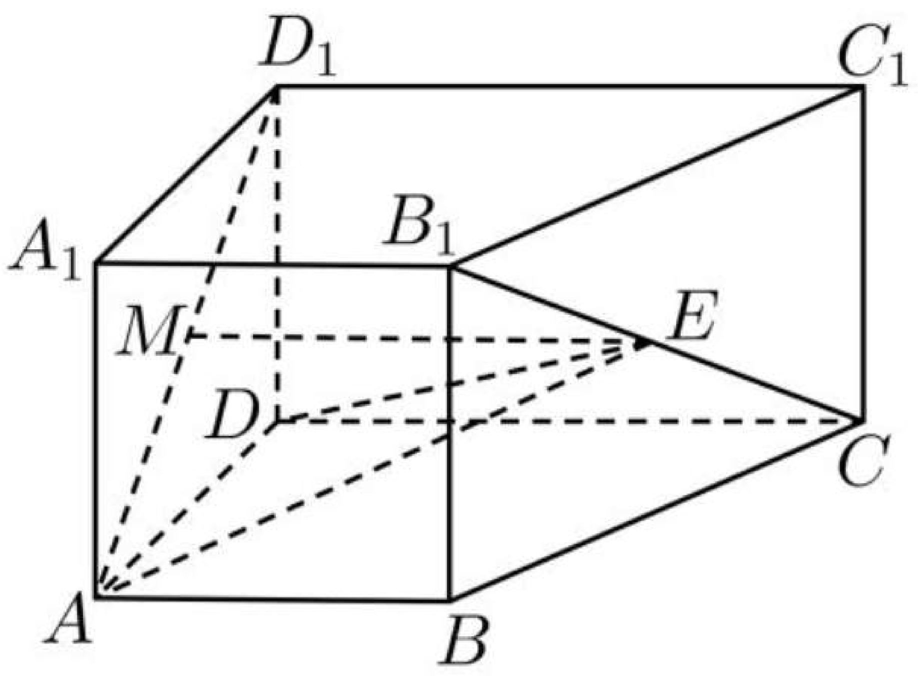
∵$ABCD$是矩形，∴$AD\parallel BC$，则$EF\parallel AD$，

∵$AD\subset$平面PAD，$EF\not\subset$平面PAD，∴EF∥平面PAD；



【动手实战】

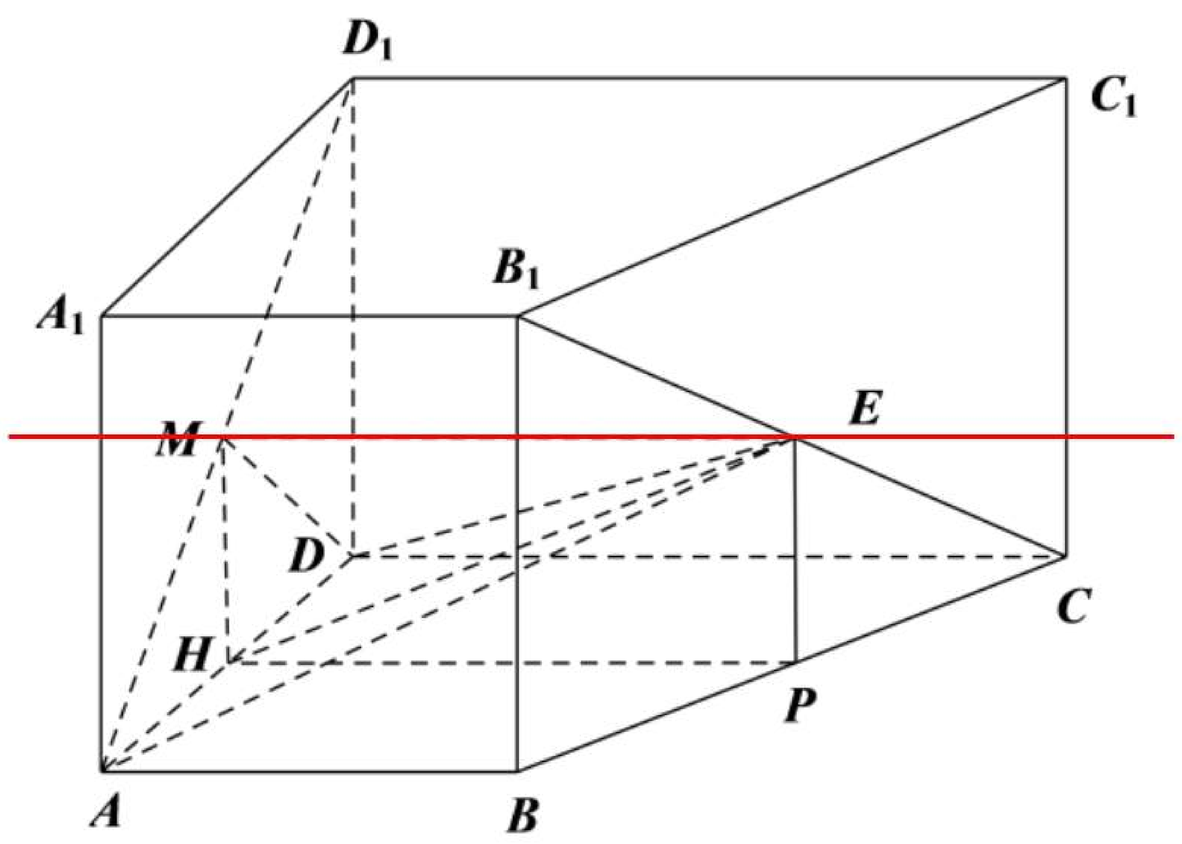
1．(山西·临县第一中学高三开学考试(文))如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，四边形 A_1ADD_1 为矩形，且平面 $A_1ADD_1\perp$ 平面 $ABCD$，$AB//CD$，$AB=AD=A_1A=\frac{1}{2}CD$，$\angle DAB=\frac{\pi}{2}$，M，E 分别为 AD_1，B_1C 的中点．



(1)证明：$ME//$ 平面 DCC_1D_1；

【答案】(1)证明见解析

(1)证明：如图，



分别取 AD 和 BC 的中点 H，P，连接 MH，HP，PE，

则 $MH//DD_1$，$MH=\frac{1}{2}DD_1$，$PE//CC_1$，$PE=\frac{1}{2}CC_1$，

所以 $MH//PE$，$MH=PE$，

所以四边形 $MHPE$ 为平行四边形，

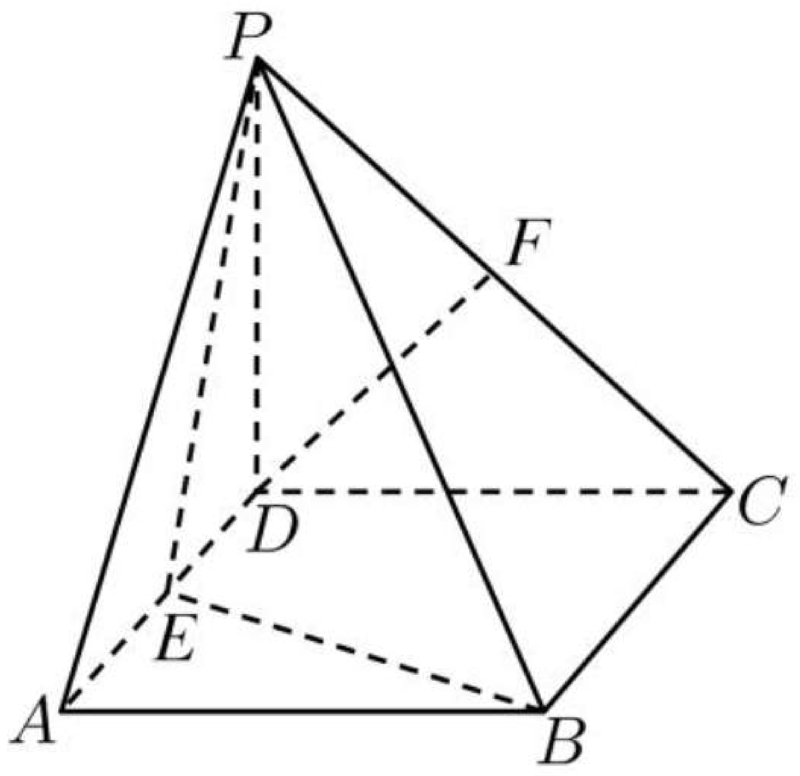
所以 $ME//PH$，又 $PH//CD$．所以 $ME//CD$．

因为 $CD\subset$ 平面 DCC_1D_1，$ME\not\subset$ 平面 DCC_1D_1，

所以 $ME//$ 平面 DCC_1D_1．

2．(四川恩阳·高二期中(文))如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，$PD=DC$，点 E、F 分别为 AD、PC 的中点.

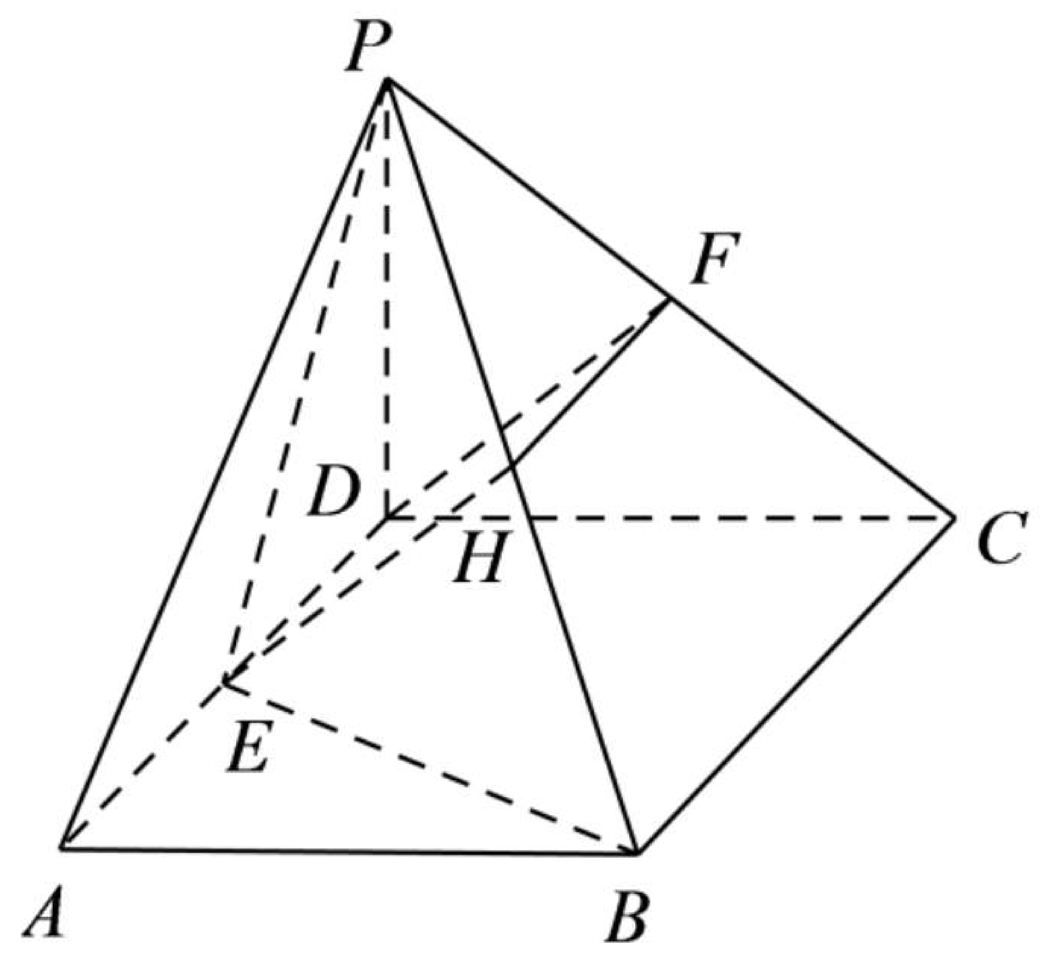
(1)证明：$DF//$ 平面 PBE；



【答案】(1)证明过程见解析；

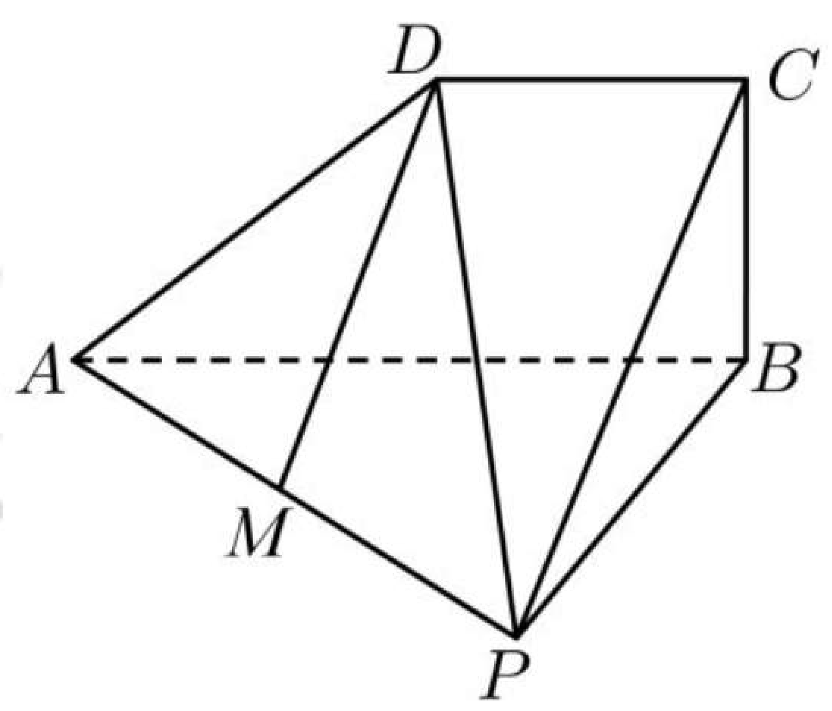
(1)取 PB 中点 H，连接 FH，EH，因为点 E、F 分别为 AD、PC 的中点.

所以 $FH // CB$，$FH=\frac{1}{2}BC$，因为四边形 $ABCD$ 为正方形，所以 $BC // AD$，且 $BC=AD$，所以 $DE // FH$，$DE=FH$，所以四边形 $DEHF$ 为平行四边形，所以 $DF // HE$，因为 $DF \not\subset$ 平面 PBE，$HE \subset$ 平面 PBE，故 $DF //$ 平面 PBE



3．（内蒙古·高三阶段练习）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$\triangle PAB$ 是边长为 2 的等边三角形，梯形 $ABCD$ 满足 $BC=CD=1$，$AB // CD$，$AB \perp BC$，M 为 AP 的中点.

(1)求证：$DM //$ 平面 PBC；



【答案】(1)证明见解析

(1)取 PB 的中点 N，连接 MN，CN.

因为 M 为 AP 的中点，所以 $MN // AB$，且 $MN=\frac{1}{2}AB$，又 $CD // AB$，且 $CD=\frac{1}{2}AB$

所以 $MN // CD$ 且 $MN=CD$，所以四边形 $CDMN$ 为平行四边形，

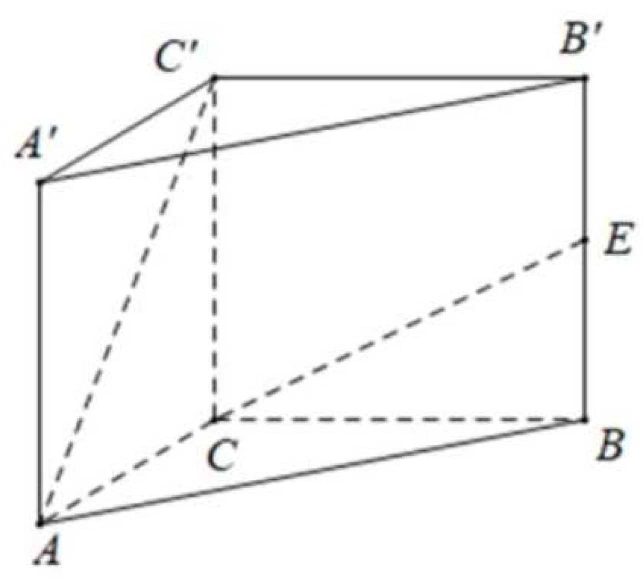
所以 $DM // CN$.

$\because CN \subset$ 平面 PBC， $DM \not\subset$ 平面 PBC

$\therefore DM //$ 平面 PBC.

易错点 6．忽略异面直线所成角的范围

例题 1．（四川省宜宾市第三中学校高二期中（理））直三棱柱 $ABC—A'B'C'$中，$AC=BC=AA'$，$\angle ACB=120°$，E 为 BB'的中点，异面直线 CE 与 $C'A$ 所成角的余弦值是（　　）



A．$-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　C．$-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

【常见错解】 A　如图所示，直三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 向上方补形为直三棱柱 $ABC-A''B''C''$，其中 A'，B'，C' 分别为各棱的中点，取 $B'B''$ 的中点 $D¢$，可知 $CE//C'D'$，异面直线 CE 与 $C'A$ 所成角即为 $C'D'$ 与 $C'A$ 所成角.设 $CB=2$，则 $C'D'=\sqrt{5}$，$C'A=2\sqrt{2}$，$AD'=\sqrt{21}$，

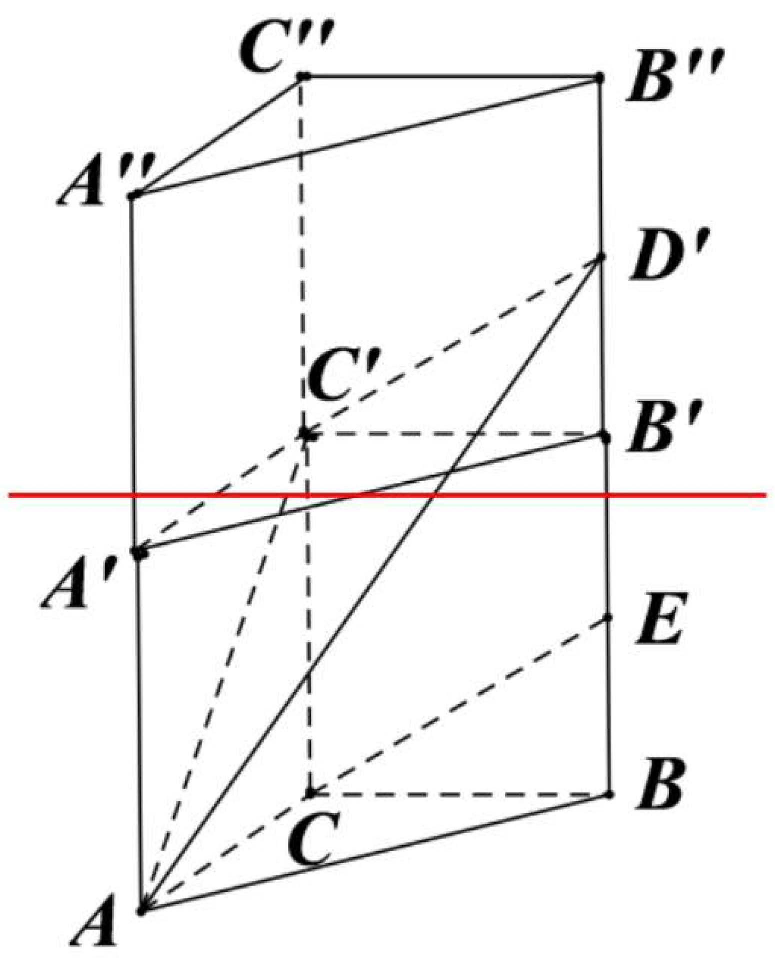
$$\cos\angle AC'D'=\frac{8+5-21}{2\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{10}}{5}$$

【错因分析】忽略了异面直线所成角的范围 $(0,\dfrac{\pi}{2}]$，所以两条异面直线所成角的余弦值一定是正数.

【正解】B

如图所示，直三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 向上方补形为直三棱柱 $ABC-A''B''C''$，其中 A'，B'，C' 分别为各棱的中点，取 $B'B''$ 的中点 $D¢$，可知 $CE//C'D'$，异面直线 CE 与 $C'A$ 所成角即为 $C'D'$ 与 $C'A$ 所成角.设 $CB=2$，则 $C'D'=\sqrt{5}$，$C'A=2\sqrt{2}$，$AD'=\sqrt{21}$，

$\cos\angle AC'D'=\dfrac{8+5-21}{2\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，故异面直线 CE 与 $C'A$ 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.



故选：B

【动手实战】

1．（四川·泸县五中高二期中（文））空间四边形 *ABCD* 中，*AB*、*BC*、*CD* 的中点分别是 *P*、*Q*、*R*，且 *PQ*=3，*QR*=5，*PR*=7，那么异面直线 *AC* 和 *BD* 所成的角是（　　）

A．30°　　B．60°　　C．120°　　D．150°

【答案】B

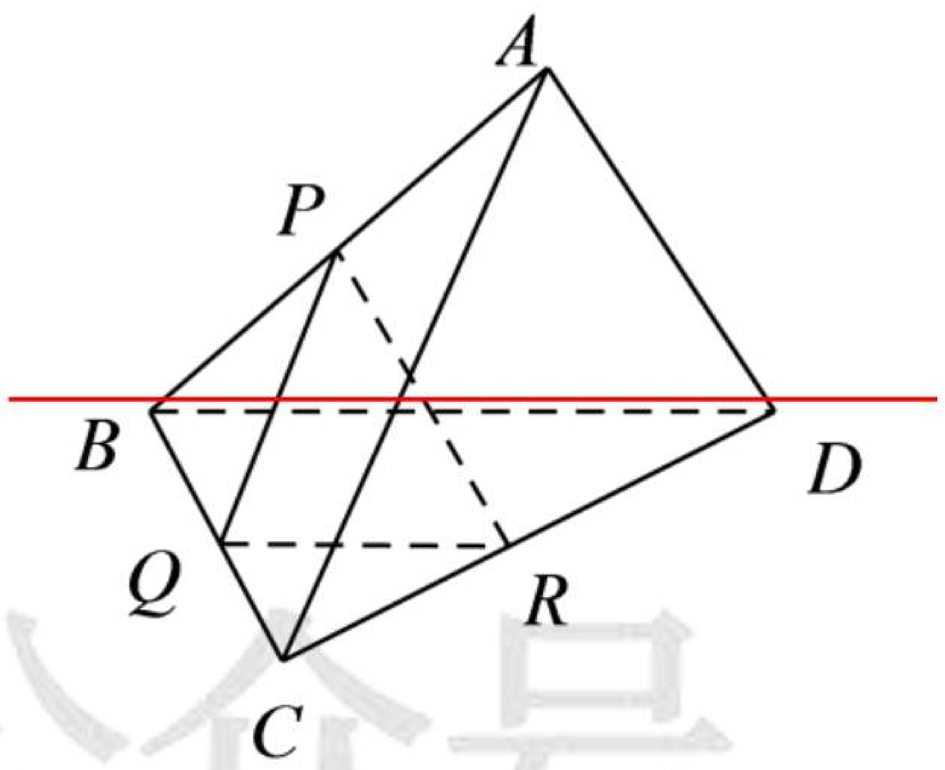
∵*AB*、*BC*、*CD* 的中点分别是 *P*、*Q*、*R*，∴ $PQ \parallel AC, QR \parallel BD$，

∴异面直线 *AC* 和 *BD* 所成的角是$\angle PQR$（或其补角），

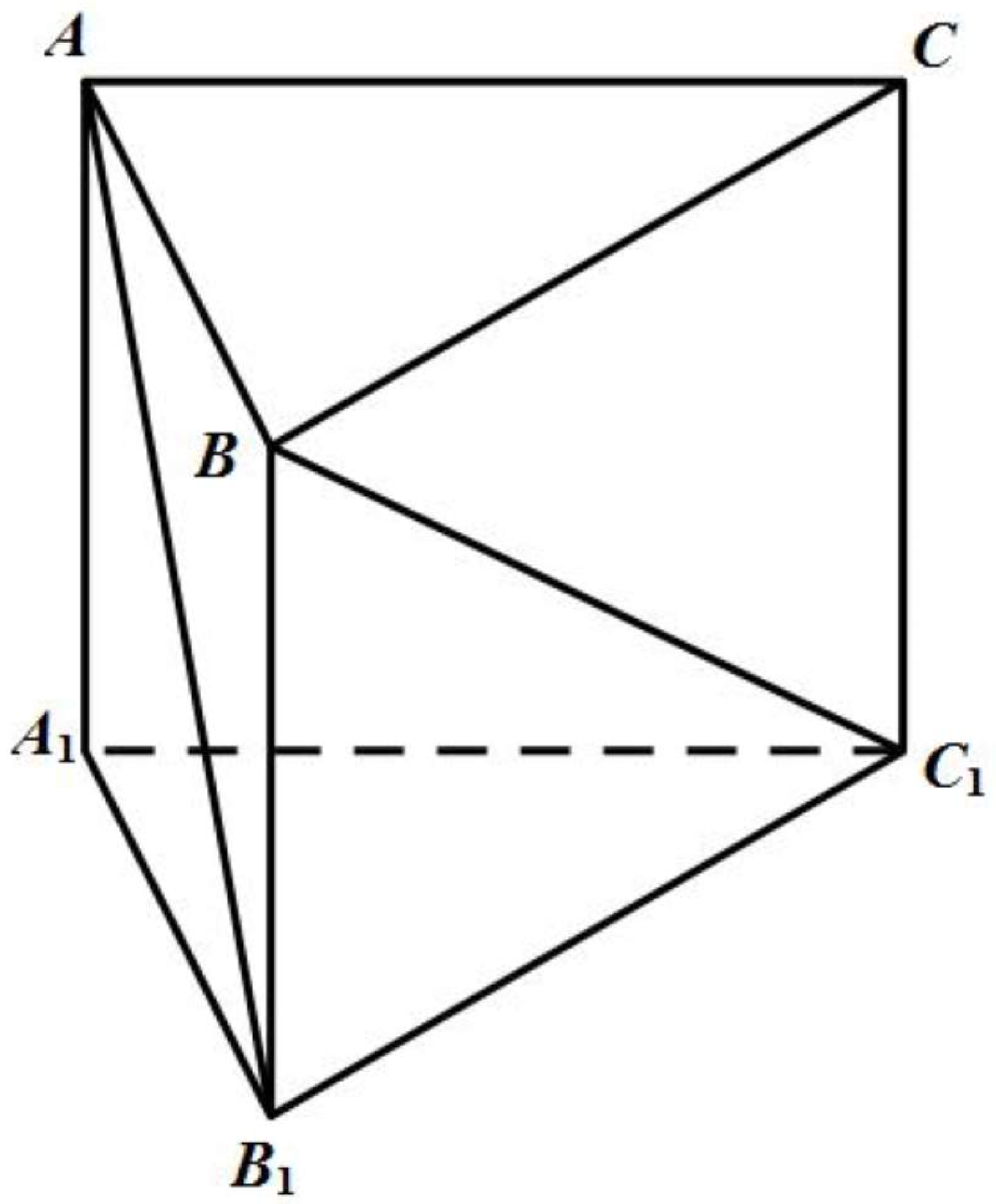
$\triangle PQR$ 中 $\cos\angle PQR=\dfrac{PQ^2+QR^2-PR^2}{2PQ\cdot QR}=\dfrac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}=-\dfrac{1}{2}$，$\angle PQR=120^\circ$，

∴异面直线 *AC* 和 *BD* 所成的角为60°．

故选：B．



2．（江苏如东·高一期中）如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AB=AC=BC$，则异面直线 AB_1 和 BC_1 所成角的余弦值为（　　）

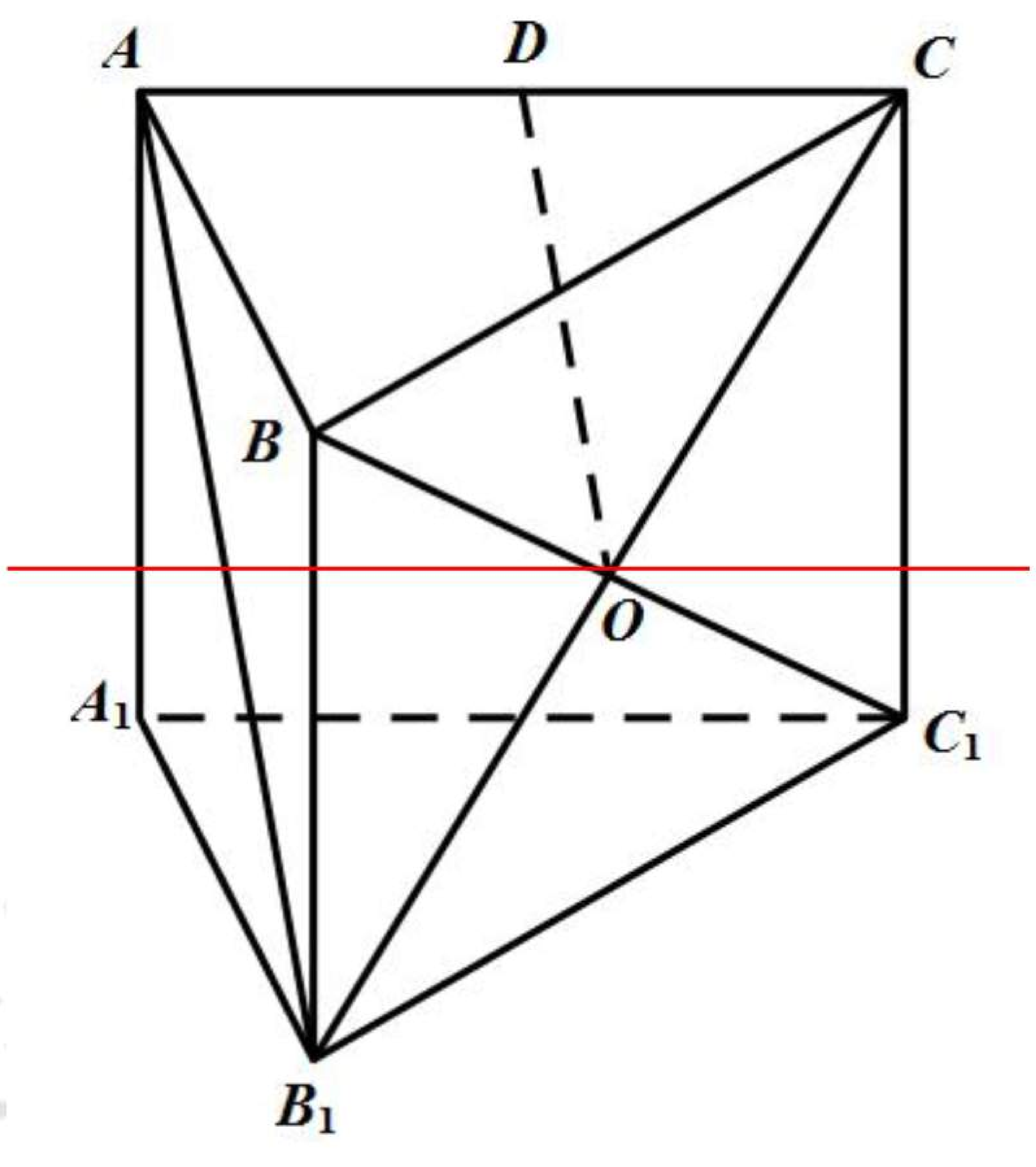


A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{4}$

【答案】D

【详解】

连接 B_1C 交 BC_1 于点 O，取 AC 中点 D，连接 OD



设 $AA_1 = AB = AC = BC = 2$

$\because$ 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 为直三棱柱　　$\therefore$ 四边形 BCC_1B_1 为矩形

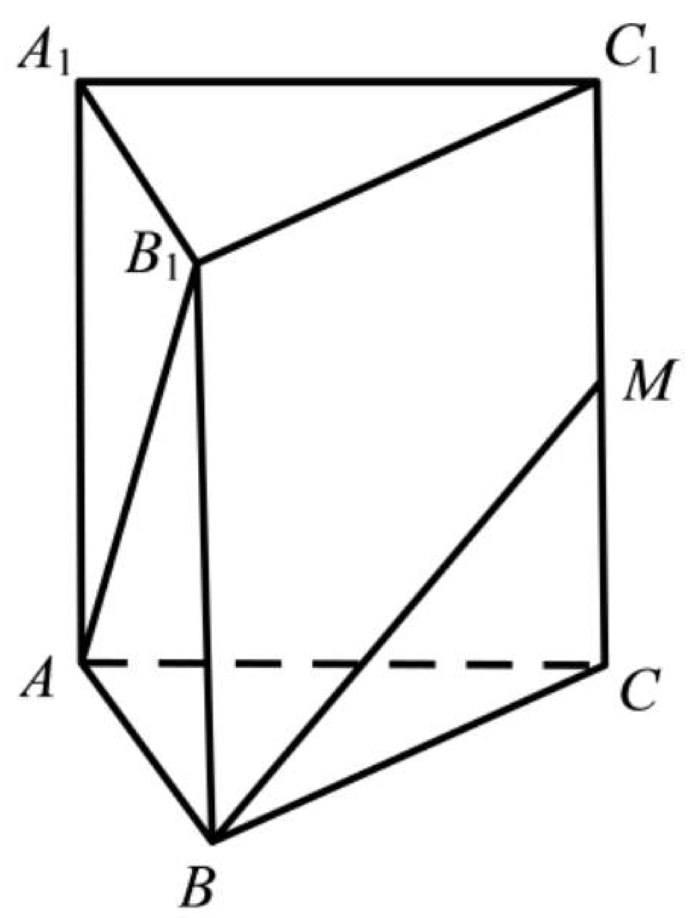
$\therefore O$ 为 B_1C 中点　　$\therefore DO // AB_1$ 且 $DO = \frac{1}{2}AB_1 = \frac{1}{2}\sqrt{4+4} = \sqrt{2}$

又 $DC_1=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$， $OC_1=\frac{1}{2}BC_1=\sqrt{2}$　　$\therefore\cos\angle DOC_1=\frac{2+2-5}{2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-\frac{1}{4}$

$\therefore$ 异面直线 AB_1 和 BC_1 所成角的余弦值为 $|\cos\angle DOC_1|=\frac{1}{4}$

故选： D

3．（内蒙古呼和浩特·一模（文））如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长为底面边长的 2 倍， M 是侧棱 CC_1 的中点，则异面直线 AB_1 和 BM 所成的角的余弦值为（　　）



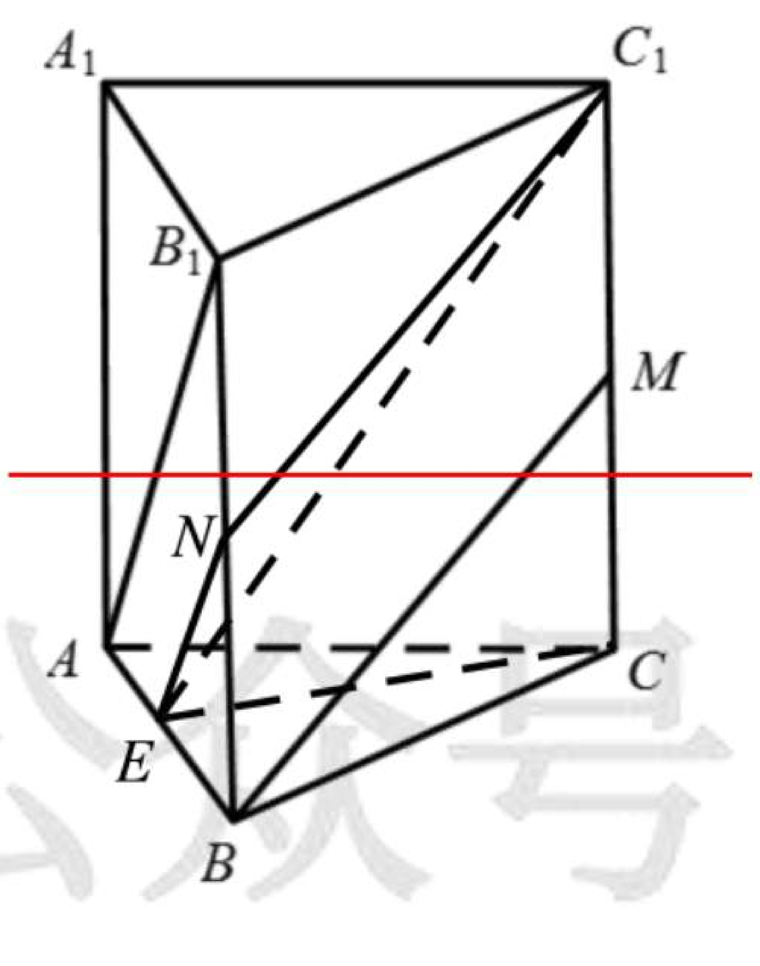
A． $-\frac{3\sqrt{10}}{20}$　　B． $-\frac{3}{16}$　　C． $\frac{3\sqrt{10}}{20}$　　D． $\frac{3}{16}$

【答案】C

【详解】

正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长为底面边长的 2 倍，设 $AB=a$， 则 $AA_1=2a$，

取 BB_1 中点 N， AB 中点 E， 连接 NE,NC_1,EC_1,CE， 如下图所示：



则 $\angle ENC_1$ 即为异面直线 AB_1 和 BM 所成的角或其补角，

所以 $EN=\frac{1}{2}AB_1=\frac{\sqrt{5}}{2}a$， $EC_1{}^2=EC^2+CC_1{}^2=\frac{3}{4}a^2+4a^2=\frac{19}{4}a^2$，

$C_1N=BM=\sqrt{2}a$，

所以在$\triangle ENC_1$中由余弦定理可得$\cos\angle ENC_1=\frac{NC_1^2+NE^2-EC_1^2}{2NC_1\cdot NE}$

$=\frac{2a^2+\frac{5}{4}a^2-\frac{19}{4}a^2}{2\times\sqrt{2}a\times\frac{\sqrt{5}a}{2}}=-\frac{3\sqrt{10}}{20}$,

因为异面直线夹角的取值范围为$\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$,

所以异面直线AB_1和BM所成的角的余弦值为$\frac{3\sqrt{10}}{20}$,

故选：C.