1. Sea C la curva dada por la intersección de las superficies

$$\underbrace{x^2+4z^2=1}_{\mathrm{I}} \quad y \quad \underbrace{z=\frac{1}{3}y+1}_{\mathrm{II}}$$

(a) Dar una parametrización de la curva C.

(b) Hallar los puntos de C cuya recta tangente tenga dirección perpendicular al vector $(0,3,1)$.

NOMBRE	ECUACIÓN IMPLÍCITA	ECUACIONES PARAMÉTRICAS
Elipse	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\left.\begin{matrix} x=a\cos t \\ y=b\,\mathrm{sen}\,t\end{matrix}\right\}, 0\le t<2\pi$
Hipérbola	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\left.\begin{matrix} x=a\,\mathrm{ch}\,t \\ y=b\,\mathrm{sh}\,t\end{matrix}\right\}, -\infty<t<\infty$
Parábola	$y^2=2px$	$\left.\begin{matrix} x=2pt^2 \\ y=2pt\end{matrix}\right\}, -\infty<t<\infty$

· I es una elipse $\in \mathbb{R}^2$ "encubierta", por lo que puedo reacomodarla:

$$x^2+4z^2=1 \iff x^2+\left(\frac{z}{1/2}\right)^2=1.$$

· De acuerdo a la parametrización del elipse, tengo:

$$\begin{cases} x=\cos(t) \\ z=1/2\,\mathrm{sen}(t) \end{cases}$$

Despejo y de la otra ecuación:

$$z-1=1/3\,y \iff \boxed{3(z-1)=y} \implies y=3/2\,\mathrm{sen}(t)-3$$

∴ Parametrización de $\mathrm{I}\cap\mathrm{II}$:

$$\boxed{c(t)=(\cos(t),\ 3/2\,\mathrm{sen}(t)-3,\ 1/2\,\mathrm{sen}(t)),\quad t\in[0,2\pi]}$$

Rta a

b– $p\in C$, tq rt $\perp (0,3,1)$.

· para calcular la tangente debo hacer $c'(t)$ a la c que calculé anteriormente.

· $c'(t)\perp(0,3,1) \iff c'(t)\cdot(0,3,1)=0$.

· $c(t)=(\cos(t),\ 3/2\,\mathrm{sen}(t)-3,\ 1/2\,\mathrm{sen}(t))$, $t\in[0,2\pi]$ $\implies c'(t)=(-\mathrm{sen}(t),\ 3/2\cos(t),\ 1/2\cos(t))$

$$\implies (-\mathrm{sen}(t),\ 3/2\cos(t),\ 1/2\cos(t))\cdot(0,3,1)=0$$

$$\iff 3/2\cos(t)+1/2\cos(t)=0$$

$$\iff 5\cos(t)=0 \iff \cos(t)=0 \iff \begin{cases} t=\pi/2 \\ \quad\vee \\ t=3\pi/2 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \therefore \text{ los } p\in C /\ c'(t)\perp(0,3,1) \text{ son:} \\ c(\pi/2)=(0,\ 3/2-3,\ 1/2)=(0,\ -3/2,\ 1/2) \\ c(3\pi/2)=(0,\ -3/2-3,\ -1/2)=(0,\ -9/2,\ -1/2) \end{array}}$$

Rta b

El punto 1 del otro tema es igual.

2. Analizar la existencia de los siguientes límites. Si existen dar su valor.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(-2,-1)} \frac{(x+2)(y+1)^2\,\mathrm{sen}(x+2)}{(x+2)^4+(y+1)^4}$; (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(x-1)^3\ln(2x)}{2(x-1)^2+2y^2}$.

a–

$$\lim_{x\to-2} \frac{0\cdot(y+1)^2\,\mathrm{sen}(0)}{0^4+(y+1)^4}=0$$

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \implies x+2=y+1 \implies x=y-1$$

$$\lim_{y\to-1} \frac{(x+2)\cdot 0\cdot \mathrm{sen}(x+2)}{(x+2)^4+0^4}=0$$

$$\lim_{x\to y-1} \frac{(y+1)(y+1)^2\,\mathrm{sen}(y+1)}{(y+1)^4+(y+1)^4}=\frac{\cancel{(y+1)^3}\cdot\mathrm{sen}(y+1)}{2(y+1)^{\cancel{4}}}=\frac{\overbrace{\mathrm{sen}(y+1)}^{[-1,1]}}{2(y+1)}=1/2,$$

cuando $y\to-1$, $\boxed{\lim_{x\to y-1}=1/2}$ porque $\lim \frac{\mathrm{sen}(x)}{x}=1$

∴ Concluyo que $\boxed{\nexists \lim_{(x,y)\to(-2,-1)}}$ ya que $\lim_{x\to-2}=\lim_{y\to-1}$ pero $\lim_{x\to y-1}\neq$ a los demás.

b -

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{x = y + 1}$

(b) $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(x-1)^3 \ln(2x)}{2(x-1)^2 + 2y^2}$.

$\cdot \displaystyle \lim_{x \to 1} \frac{0^3 \ln(2)}{2 \cdot 0^2 + 2y^2} = 0$

$\cdot \displaystyle \lim_{y \to 0} \frac{(x-1)^{\cancel{3}} \ln(2x)}{2\cancel{(x-1)^2} + 0} = \frac{(x-1)\ln(2x)}{2}$ $\longrightarrow$ cuando $x \to 1$, esto es $= 0$.

$\cdot \displaystyle \lim_{x \to y+1} \frac{y^3 \ln(y+1)}{2y^2 + 2y^2} = \frac{y^{\cancel{3}} \ln(y+1)}{4\cancel{y^2}} = \frac{y \ln(y+1)}{4}$ $\longrightarrow$ cuando $y \to 0$, este lim $= 0$.

$\therefore$ Como $\displaystyle \lim_{x \to 1} = \lim_{y \to 0} = \lim_{x \to y+1}$, asumo que $\boxed{\exists \displaystyle \lim_{(x,y)\to(1,0)}}$