1. Sea $f(x,y) = \sqrt{y + (x-1)^2}$.

(a) Determinar y graficar el Dominio de f.

(b) Sea C la curva de nivel 3 de f. Dar una parametrización de C.

(c) Hallar la recta normal a la curva C en el punto (3,5).

· En $\mathbb{R}$ no se puede tomar raíz de números negativos.

$\Rightarrow y + (x-1)^2 \geq 0 \iff y \geq -(x-1)^2$

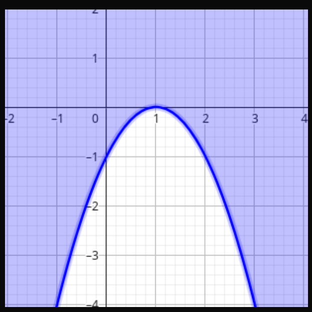
$\iff y \geq -(x^2 - 2x + 1)$

$\iff y \geq -x^2 + 2x - 1$.

$\therefore$ $\underline{\text{Dom}(f)} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ y \geq -x^2 + 2x - 1\}$

Rta a1

· Gráfico del Dominio de f:



Rta a2

· Si C es la curva de nivel 3 $\Rightarrow 3 = \sqrt{y + (x-1)^2} \iff 9 = y + (x-1)^2$

$\iff y = 9 - (x-1)^2$

· Si lo acomodo de esta forma, tiene la forma de una parábola, la cual sé cómo parametrizar.

NOMBRE	ECUACIÓN IMPLÍCITA	ECUACIONES PARAMÉTRICAS
Elipse	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\left.\begin{array}{l} x = a\cos t \\ y = b \operatorname{sen} t \end{array}\right\}, 0 \leq t < 2\pi$
Hipérbola	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\left.\begin{array}{l} x = a \operatorname{ch} t \\ y = b \operatorname{sh} t \end{array}\right\}, -\infty < t < \infty$
Parábola	$y^2 = 2px$	$\left.\begin{array}{l} x = 2pt^2 \\ y = 2pt \end{array}\right\}, -\infty < t < \infty$

$\boxed{C = (t, 9 - (t-1)^2)}$ Rta b

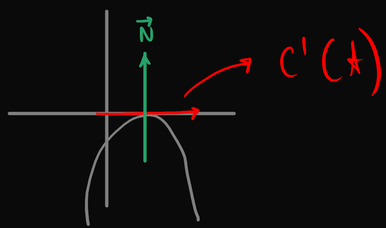
$\boxed{-\infty < t < \infty}$

$(t-1)^2 = t^2 - 2t + 1$

· Normal en $p = (3,5)$.

· $3 = t$

· $9 - (t-1)^2 = 5 \longrightarrow 9 - 2^2 = 5 \iff 5 = 5$ ✓



· $c'(t) = (1, -2t+2)$ y sé que $3 = t$.

$\Rightarrow c'(t) = (1, -4)$. $\longrightarrow$ es el vector director de la tangente, y como se ve en el gráfico, para buscar la $\vec{N}$ debo encontrar un $\vec{v}$ $\perp$ al que ya tengo.

$\longrightarrow \vec{v} \cdot (1,-4) = 0 \Rightarrow (\alpha, -4\beta) = 0 \longrightarrow$ sé que $\alpha = 4 \wedge \beta = 1$ lo cumplen.

· La recta $\vec{N}$ debe pasar por p y el $\vec{v}$ que acabo de encontrar.

$L_{\vec{N}} : \lambda(4,1) + (3,5) \Rightarrow \boxed{L_{\vec{N}} : (\lambda 4 + 3, \lambda + 5)}$ Rta c