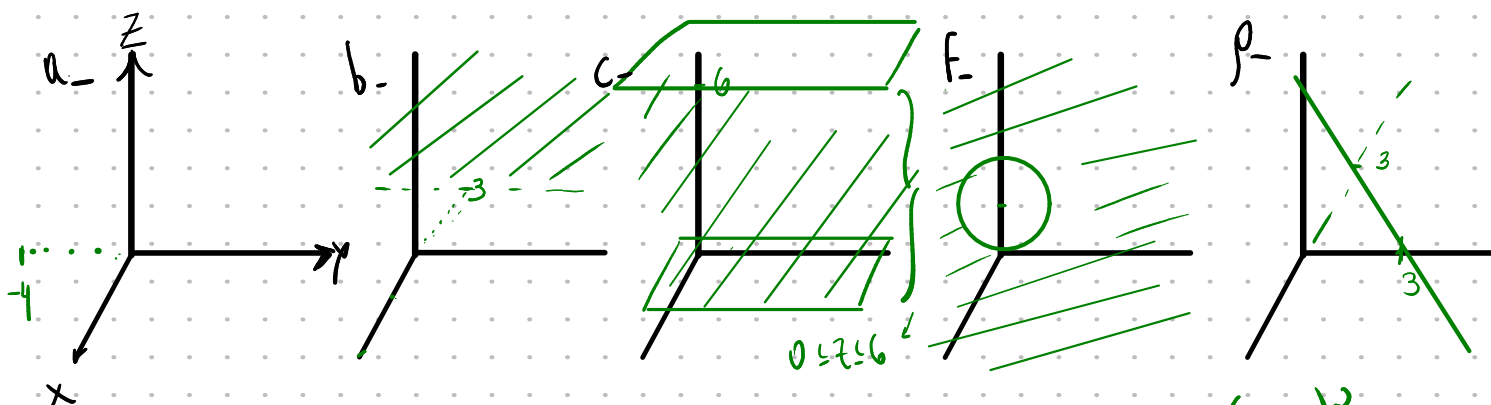


1. Representar graficamente en \mathbb{R}^3 las siguientes ecuaciones e inecuaciones. Se sugiere complementar la resolución de este ejercicio con GeoGebra.

- (a) $y = -4$, (b) $x > 3$, (c) $0 \leq z \leq 6$,
 (d) $x = z$, (e) $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, (f) $x^2 + y^2 + z^2 > 2z$,
 (g) $x^2 + y^2 \leq 9$.

Práctica 1



f - $x^2 + y^2 + z^2 = 2z \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 1 = 1$
 \rightarrow completo el cuadrado $\left\{ \begin{matrix} a=z \\ b=-1 \end{matrix} \right\} a^2 + 2ab + b^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ \rightarrow recuerdo que la ecuación de una esfera en \mathbb{R}^3 tiene esta forma:
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$, donde (a,b,c) es el centro de la esfera y r^2 el radio.
 $a=0, b=0, c=1, r=1$
 $\rightarrow (0,0,1), r=1$.

$\Rightarrow x^2 + y^2 + (z-1)^2 > 1$ \rightarrow esfera con centro $p = (0,0,1)$ y $r=1$
 \rightarrow en el gráfico va todo menos la esfera.

g - $x^2 + y^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 3^2$

\rightarrow esfera en \mathbb{R}^3 : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$

a - $x^2 - 6x \Rightarrow a=x, b=-3 \Rightarrow (x-3)^2$
 $y^2 + 4y \Rightarrow a=y, b=2 \Rightarrow (y+2)^2$
 $z^2 - 2z \Rightarrow a=z, b=-1 \Rightarrow (z-1)^2$
 $r^2 = 11 \Rightarrow r = \sqrt{11} \approx 3,32$
 $a=3, b=-2, c=1 \Rightarrow p = (3, -2, 1)$
 El p es el centro de la esfera.
 $p = (3, -2, 1), r \approx 3,32$
pta.

2. Mostrar que las siguientes ecuaciones representan una esfera. Dar su centro y su radio.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z = 11$, (b) $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 8x + 16y = 1$.

b -

- $4x^2 - 8x \Rightarrow a=2x, b=-2 \Rightarrow (2x-2)^2$
- $4y^2 + 16y \Rightarrow a=2y, b=4 \Rightarrow (2y+4)^2$
- $4z^2 + 0 \Rightarrow a=2z, b=0 \Rightarrow 4z^2$
- $r^2 = 1 \Rightarrow r = \sqrt{1} = 1$

$a=2, b=-4, c=0$
 $\Rightarrow p=(2, -4, 0)$
 $p=(2, -4, 0) \wedge r=1$

pta.

8. (a) Encontrar una ecuación paramétrica del plano Π que pasa por los puntos $A = (1, 3, 1)$, $B = (2, 1, 1)$ y $C = (3, 4, 1)$.

busco \vec{AB} : $B - A = (2, 1, 1) - (1, 3, 1) = (1, -2, 0)$

busco \vec{BC} : $C - B = (3, 4, 1) - (2, 1, 1) = (1, 3, 0)$

Tengo 2 vectores de mi plano.

Rec. paramétrica del plano Π : $p_0 + \alpha \vec{v} + \beta \vec{w}$, $\alpha \wedge \beta \in \mathbb{R}$, $\vec{v} \wedge \vec{w}$ vectores, p_0 un punto cualquiera $\in \Pi$.

Utilizo el punto A y \vec{v}, \vec{w} para dar una paramétrica.

$\Pi: (1, 3, 1) + \alpha (1, -2, 0) + \beta (1, 3, 0)$ pta.

(b) Hallar N la normal y dar una ecuación implícita de Π .

Calculo la \vec{N} : $\vec{AB} \times \vec{BC} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = \alpha(0-0) - \beta(0-0) + \gamma(3+2) = (0, 0, 5) \vec{N}$

busco la implícita:
 Utilizo $A = (1, 3, 1)$

Rec.: $\Pi = Ax + By + Cz + D = 0$, $(A, B, C) \in \vec{N}$

$\Rightarrow \Pi = 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 5 + D = 0 \Rightarrow D = -5$

$\therefore \Pi = 5z = 5 \Rightarrow \Pi = z = 1$ implícita

9. (a) Hallar la intersección de las rectas

$$L_1: t(1, -1, 2) + (1, 1, 0) \quad y \quad L_2: s(-1, 1, 0) + (2, 0, 2).$$

(b) Encontrar una ecuación del plano que contiene a L_1 y L_2 .

$$\begin{aligned} L_1: t &\Rightarrow t(1, -1, 2) + (1, 1, 0) \\ L_2: s &\Rightarrow s(-1, 1, 0) + (2, 0, 2) \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} x: t+1 &= -s+2 \Rightarrow x: t+s=1 \\ y: -t+1 &= s \Rightarrow y: -t-s=-1 \\ z: 2t &= 2 \Rightarrow z: t=1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow s=0 \wedge t=1$$

$$\therefore \text{Punto: } (2, 0, 2) \quad \underline{\text{fla a}}$$

• Calculo \vec{N}_π con $(1, -1, 2) \times (-1, 1, 0)$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-2, -2, 2) = \vec{N}_\pi \quad \leadsto \text{utilizo cualquier punto de las dos rectas para fabricar el plano.}$$

$$\begin{aligned} \text{M. } \pi: Ax + By + Cz &= 0 \quad \pi: -2(x-2) - 2y + 2(z-2) \Rightarrow \pi: -2x + 4 - 2y + 2z + 4 \\ \pi: -2x - 2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \pi: -x - y + z = 0 \quad \underline{\text{fla b}}$$