1. Graficar las siguientes curvas de $\mathbb{R}^2$ dadas de forma paramétrica y decidir si son el gráfico de una función de la forma $y = f(x)$.

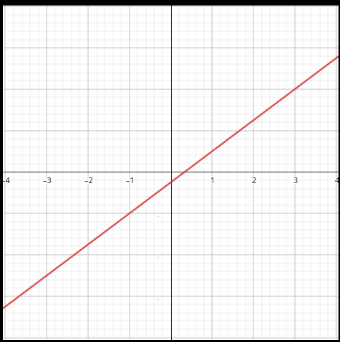
(a) $x = 3 - 4t,\ y = 2 - 3t,$ (b) $x = 1 - t^2,\ y = t - 2, -2 \le t \le 2,$

(c) $x = t^2 + t,\ y = t^2 - t,\ -2 \le t \le 2,$ (d) $x = t^2,\ y = t^3 - 4t,\ -3 \le t \le 3.$

a) $\begin{cases} x = 3-4t \\ y = 2-3t \end{cases} \longrightarrow t = -\left(\dfrac{x-3}{4}\right)$, $t = -\left(\dfrac{y-2}{3}\right)$ $\longrightarrow \dfrac{-x+3}{4} = \dfrac{-y+2}{3} \iff (-x+3)3 = 4(-y+2)$

$\iff -3x+9 = -4y+8$

$\dfrac{-3x}{-4} + \dfrac{1}{-4} = y \iff \boxed{\dfrac{3x}{4} - \dfrac{1}{4} = y}$

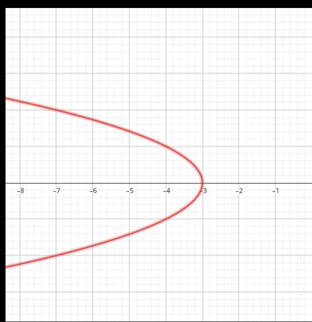


$\longrightarrow$ es función.

b) $\begin{cases} x = 1-t^2 \\ y = t-2 \end{cases}$, $-2 \le t \le 2.$ | $\left.\begin{matrix} t = y-2 \\ t^2 = 1-x \end{matrix}\right\}$ $y^2 + 4 = 1 - x \iff \boxed{y^2 = -3-x}$

$t = -2: \begin{cases} y = 0 \\ x = -3 \end{cases}$, $t = 2: \begin{cases} y = -4 \\ x = -3 \end{cases}$

veo cómo se comporta.



$\longrightarrow$ no es una función.

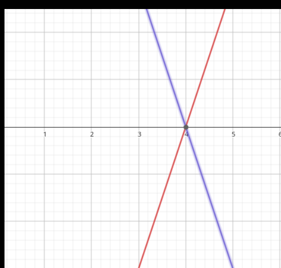
d) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 - 4t \end{cases}$, $-3 \le t \le 3$ | $y = t(t^2 - 4) \iff \dfrac{y}{t} = t^2 - 4 \iff t^2 = \dfrac{y}{t} + 4$

$\Rightarrow x = \dfrac{y}{t} + 4 \iff (x-4)t = y \iff \boxed{y = xt - 4t}$

!!! Corregir, está mal.

$t = -3: y = -3x + 12,$

$t = 3: y = 3x - 12$



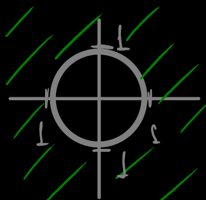
$\longrightarrow$ ~~es una función~~, que para $\ne$ valores de t devuelve $\ne$ rectas.

· "$\forall x\, \exists!\, y$". Aunque sean funciones $\ne$, siguen siendo válidas.

3. Graficar la región del plano que consiste en todos los puntos cuyas coordenadas polares verifican las siguientes condiciones.

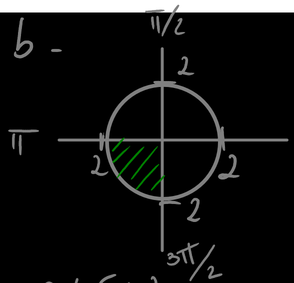
(a) $r \ge 1,$ (b) $0 \le r < 2,\ \pi \le \theta \le 3\pi/2,$ (c) $\pi/6 \le \theta \le 5\pi/6.$

a –



· $r \ge 1.$

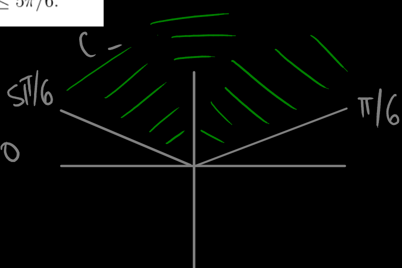
b –



· $0 \le r < 2$

· $\pi \le \theta \le 3\pi/2$

c –



· $\pi/6 \le \theta \le 5\pi/6.$

2. En cada uno de los siguientes casos, describir de forma paramétrica la circunferencia de radio r y centro p.

(a) $r = 2,\ p = (0, 0)$, (b) $r = 1,\ p = (1, 3)$, (c) $r = 3,\ p = (0, 2)$.

a- $\begin{cases} x = 2\cos(\theta) \\ y = 2\operatorname{sen}(\theta) \end{cases}$ $0 \leq \theta \leq 2\pi$

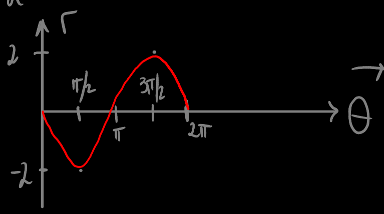
b- $\begin{cases} x = \cos(\theta) + 1 \\ y = \operatorname{sen}(\theta) + 3 \end{cases}$ $0 \leq \theta \leq 2\pi$

c- $\begin{cases} x = 3\cos(\theta) \\ y = 3\operatorname{sen}(\theta) + 2 \end{cases}$ $0 \leq \theta \leq 2\pi$

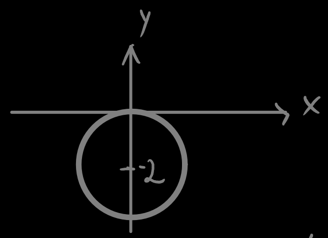
4. Graficar las curvas dadas por las siguientes ecuaciones en coordenadas polares.

(a) $r = -2\sin(\theta)$, (b) $r = 1 - \cos(\theta)$.

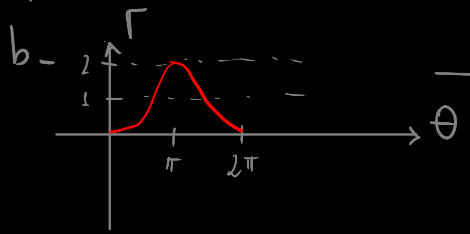
a-



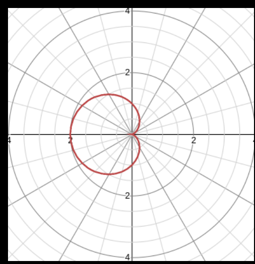
$\rightarrow$ $r = -2\operatorname{sen}(\theta)$ puedo pensarlo como: $x^2 + y^2 = -2y$ $\Rightarrow$



b-



$\rightarrow$ Ahora veo cómo se comporta en cada punto. $\Rightarrow$

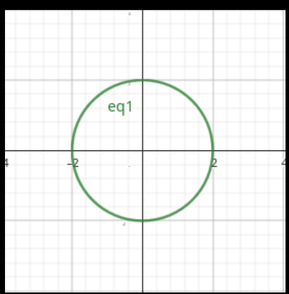


(Tengo que ver cómo disminuye o aumenta el radio punto a punto.)

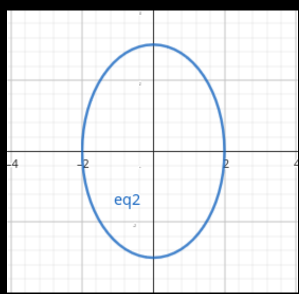
5. (a) Graficar las siguientes curvas de $\mathbb{R}^2$.

i. $x^2 + y^2 = 4$, ii. $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$, iii. $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$,

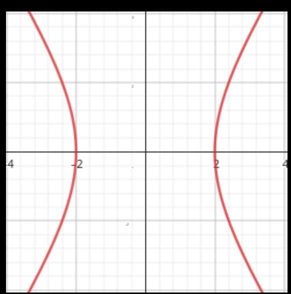
iv. $x = y^2$.



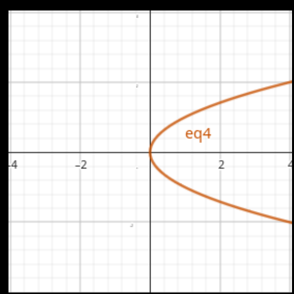
a- Circunferencia y radio $= 2$.



b- Elipse d radio $= 2$.



c- Hipérbola



d- Parábola.

6. Graficar las siguientes superficies de $\mathbb{R}^3$.

(a) $y = 2x + 1$, (b) $y = x^2$, (c) $x^2 + y^2 = 1$,

(d) $4x^2 + y^2 = 4$.

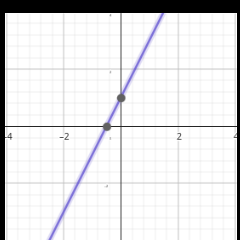
a- $y - 2x = 1$

$y = 0$: $x = -1/2$

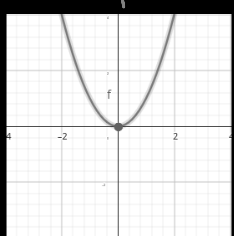
$y = 1$: $x = 0$

$y = 2$: $x = 1/2$

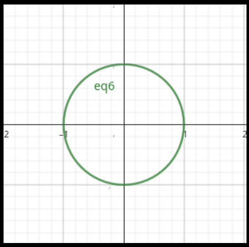
$y = 3$: $x = 1$



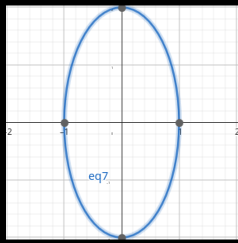
b- $y = x^2$ es una parábola "feliz"



c- $x^2+y^2=1$ es una circ de $r=1$



d- $4x^2+y^2=4 \iff 4\left(x^2+\frac{y^2}{4}\right)=4 \iff \underbrace{x^2+\frac{y^2}{4}=1}$ una elipse.



7. (a) Dibujar las curvas de nivel de $z=-1, z=0, z=1, x=0$ de las siguientes superficies. Luego utilizando trazas, graficar las superficies en $\mathbb{R}^3$.

i. $x^2+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$, ii. $z=x^2+y^2$, iii. $x=y^2+4z^2$,

iv. $z^2=x^2+y^2$, v. $x^2=y^2+4z^2$, vi. $z=x^2-y^2$,

vii. $x^2+y^2-z^2=1$, viii. $-x^2-y^2+z^2=1$, ix. $4x^2+9y^2+z=0$.

i.