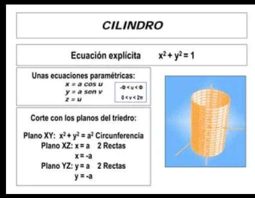
1. Sea C la curva dada por la intersección de las superficies

$$\underbrace{x^2 + z^2 - 2x - 4z = 4}_{\mathrm{I}}, \quad \underbrace{y + z = 2}_{\mathrm{II}}.$$

(a) Dar una parametrización de C.

(b) Hallar todos los puntos de C cuyas rectas tangentes sean perpendiculares al plano dado por $x = 1$.



II) $z = 2 - y \longrightarrow y = 2 - z$

I) $(x-1)^2 - 1 + (z-2) - 4 = 4 \longrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \\ (z-2)^2 = z^2 - 4z + 4 \end{cases}$

$(x-1)^2 + (z-2) = 9.$

} int. de un plano y un cilindro.

$\boxed{t \in [0; 2\pi]}$

· Ahora, puedo utilizar la parametrización del cilindro:

$$\left[\begin{cases} x = 3\cos(\alpha) + 1 \\ z = 3\operatorname{sen}(\alpha) + 2 \end{cases} \Rightarrow y = -3\operatorname{sen}(\alpha)\right]$$

$\boxed{\therefore \text{ parametrización de } C: \ (3\cos(t) + 1, -3\operatorname{sen}(t), -3\operatorname{sen}(t) + 2)}$

Rta a

b_ Necesito la tangente $\Rightarrow c'(t)$.

· $c'(t): \ (-3\operatorname{sen}(t), -3\cos(t), 3\cos(t))$

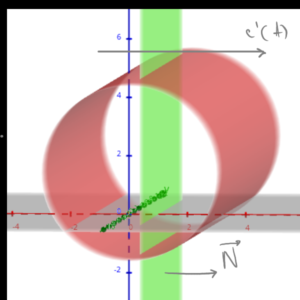
Necesito que $c'(t) \perp x = 1$, busco la $\vec{N}$ del plano.

· sé que el plano está dado por la ecuación: $Ax + By + Cz + D = 0$, en este caso:

$x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$. Además, sé que la $\vec{N} = (A, B, C) \Rightarrow \vec{N}_\pi = (1, 0, 0)$.

· por lo tanto, necesito $\forall p \in C$ tq $c'(t) \parallel \vec{N}_\pi$

$c'(t) \parallel \vec{N} \iff \begin{cases} -3\operatorname{sen}(t) = \beta \ \to \text{el valor de } \beta \text{ da igual} \ ☆ \\ \left[\begin{array}{l} -3\cos(t) = 0 \\ 3\cos(t) = 0 \end{array}\right] \iff \begin{cases} t = \pi/2 \\ t = 3\pi/2 \end{cases} \end{cases}$



☆
Acá, lo único que me interesa es que x no sea nula, mientras que z e y sí lo sean.
Esto solo se cumple para los valores encontrados.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \therefore \forall p \in C \text{ tq } c'(t) \perp \pi: & C_1: (3\cos(\pi/2) + 1, -3\operatorname{sen}(\pi/2), 3\operatorname{sen}(\pi/2) + 2) = (1, -3, 5) \\ t \in [0, 2\pi] & C_2: (3\cos(3\pi/2) + 1, -3\operatorname{sen}(3\pi/2), 3\operatorname{sen}(3\pi/2) + 2) = (1, 3, -1) \end{array}}$$

Rta b

2. Analizar la existencia de los siguientes límites. Si existen dar su valor.

(a) $\lim_{(x,y)\to(0,2)} \frac{yx-2x}{x^2+3(y-2)^2}$ (b) $\lim_{(x,y)\to(3,0)} \frac{4\,\text{sen}((x-3)^2)\ln(1+y)}{(x-3)^2+y^2}$

$\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=y-2}$

a-

· $\lim_{x\to 0} \frac{0-0}{0+3(y-2)^2} = 0$

$(y-2)^2 = y^2-4y+4$

· $\lim_{y\to 2} \frac{2x-2x}{x^2+0} = \frac{0}{x^2} = 0$

· $\lim_{x\to y-2} \frac{y(y-2)-2(y-2)}{(y-2)^2+3(y-2)^2} = \frac{\cancel{(y-2)}\cancel{(y-2)}}{4\cancel{(y-2)^2}} = \frac{1}{4} \longrightarrow$ es $\neq 0$ (los demás límites).

Concluyo que $\lim_{x\to 0} = \lim_{y\to 2}$, pero $\lim_{x\to y-2} \neq$ a los demás $\Rightarrow$ supongo que $\boxed{\nexists \lim}$ Rta

preguntar si esto es válido.

b-

· $\lim_{y\to 0} \frac{4\,\text{sen}((x-3)^2)\overbrace{\ln(1)}^{=0}}{(x-3)^2} = 0.$

$\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow x-3=y \Rightarrow \boxed{x=y+3}$

· $\lim_{x\to 3} \frac{4\overbrace{\text{sen}(0)}^{=0}\ln(1+y)}{y+y^2} = 0.$

$\lim \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$

· $\lim_{x\to y+3} \frac{4\,\text{sen}(((y)^2)\ln(1+y)}{y^2+y^2} = \frac{4\,\text{sen}(y^2)\ln(1+y)}{2y^2} = \overbrace{\frac{4}{2}}^{1/2} \cdot \boxed{\frac{\text{sen}(y^2)}{y^2}} \cdot \underbrace{\ln(1+y)}_{\to 0} \Rightarrow$ cuando $y\to 0$, este $\lim = 0$.

∴ Concluyo que $\boxed{\exists \lim_{(x,y)\to(3,0)}}$ ya que $\lim_{x\to 3} = \lim_{y\to 0} = \lim_{x\to y+3} \longrightarrow$ preguntar si tengo que probar algo +