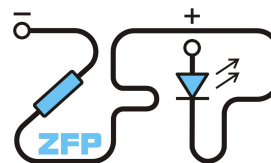


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum 2



Úloha č. VII

Název úlohy: Měření indukčnosti a kapacity metodou přímou

Jméno: Ján Kovačovský

Obor: FOF

Datum měření: 14.10.2019

Datum odevzdání: 21.10.2019

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0-3	
Teoretická část	0-2	
Výsledky a zpracování měření	0-9	
Diskuse výsledků	0-4	
Závěr	0-1	
Použitá literatura	0-1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:

dne:

1 Pracovná úloha

1. Zmerajte veľkosť kapacít kondenzátorov z kapacitnej dekády.
2. Zmerajte závislosť indukčnosti cievky na prechádzajúcom prúde pre tieto prípady:
 - (a) cievka bez jadra (0-350mA)
 - (b) cievka s otvoreným jadrom (0-250mA)
 - (c) cievka s uzatvoreným jadrom (0-250mA)
3. Priamou metódou zmerajte odpor cievky a určite jej kvalitu.
4. Odhadnite presnosť meraní.
5. Výsledky merania úlohy 2 zakreslite do grafu.

2 Teória

2.1 Impedancia cievky

Pri prechádzaní elektrického prúdu harmonického priebehu, v komplexnej symbolike $i^* = i_0 \exp\{j\omega t\}$, cievkou, ktorej indukčnosť je L , bude napätie vzhľadom k tejto indukčnosti dané vzťahom [1]

$$u^* = L \frac{di^*}{dt} = j\omega L i^*, \quad (1)$$

pri predpoklade, že odpor cievky je nulový. V rovnici (1) znamená t čas, j imaginárnu jednotku a ω kruhovú frekvenciu ($\omega = 2\pi f$). Napätie u^* bude voči prúdu i^* posunuté o uhol ϕ , ktorý nazývame fázovým posunom. Tangens fázového posunu sa rovná [1]

$$\tan\phi = \frac{\omega L}{R_L} = Q \quad (2)$$

kde $Q = \tan\phi$ sa nazýva činiteľ akosti cievky a hodnotí sa ním kvalita cievky. Impedancia cievky je potom komplexne daná výrazom podľa [1]

$$Z^* = \frac{u^*}{i^*} = R_L + j\omega L \quad (3)$$

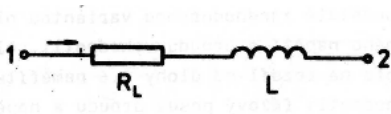
a jej veľkosť sa potom rovná

$$Z = |Z^*| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}. \quad (4)$$

Indukčnosť L si potom môžeme vyjadriť ako

$$L = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2}}{\omega} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2} \quad (5)$$

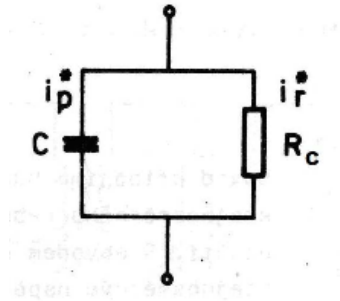
kde U a I sú efektívne hodnoty prúdu a napätia na cievke. Chovanie reálnej cievky potom môžeme vystihnúť náhradnou schémou danou sériovým zaradením odporu R_L a indukčnosti L (obr. 1).



Obr. 1: Náhradná schéma sériového zapojenia odporu R_L a indukčnosti L pre reálnu cievu. Prevzaté z [1].

2.2 Impedancia kondenzátoru

Reálny kondenzátor nahradíme v schéme ideálnym kondenzátorom s kapacitou C a odpor R_C , ktoré zapojíme paralelne (viz. obr. 2).



Obr. 2: Náhradná schéma paralelného zapojenia odporu R_C a kapacity C pre reálny kondenzátor. Prevzaté z [1].

Výsledný prúd prechádzajúci reálnym kondenzátorom pri striedavom napätí u^* je daný v komplexnej symbolike ako [1]

$$i^* = \left(\frac{1}{R_C} + j\omega C \right) u^*, \quad (6)$$

impedancia Z^* sa potom rovná

$$Z^* = \frac{u^*}{i^*} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_C^2} + j\omega L}} \quad (7)$$

a jej veľkosť

$$Z = |Z| = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_C^2} + \omega^2 L^2}}. \quad (8)$$

Z čoho pre kapacitu dostávame vzťah

$$C = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{I^2}{U^2} - \frac{1}{R_C^2}}. \quad (9)$$

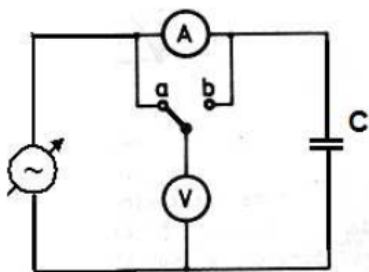
Pri $R_C \gg \frac{1}{\omega C}$ môžeme vplyv kondenzátoru zanedbať a kapacitu určiť ako

$$C = \frac{1}{2\pi f} \frac{I}{U}. \quad (10)$$

3 Meranie

3.1 Meranie kapacity

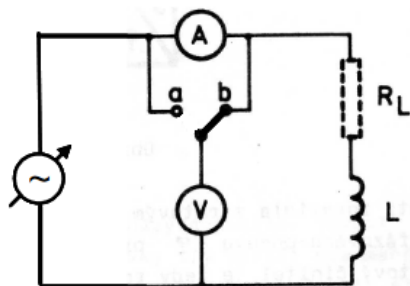
Odpor meraných kondenzátorov je rádovo $10^6 \Omega$ a z bezpečnostných dôvodov meriame len do 6,3 V použitím transformátora. Meriame podľa obr.3, pretože potom môžeme zanedbať vplyv odporu ampérmetra. Odpor R_C sa potom rovná pomeru napätia a prúdu, $R_C = U/I$, a ak bude odpor spĺňať $R_C \gg \frac{1}{\omega C}$, budeme môcť zanedbať odpor kondenzátoru vo vzťahu (9) a kapacitu určiť podľa (10). Napätie a prúd v obvode meriame digitálnym multimetrom a analógovým ampérmetrom.



Obr. 3: Schéma zapojenia obvodu s kondenzátorom¹. Prevzaté z [1].

3.2 Meranie indukčnosti

Meriame napätie a prúd v obvode podľa obr.4. Obvoj pripájame buď ku zdroji jednosmerného alebo striedavého napätia. S obvodom napojeným jednosmerným napätím zmeriame odpor R_L cievky bez jadra. Hodnoty prúdu a napätia meriame digitálnymi multimetrami.



Obr. 4: Schéma zapojenia obvodu s cievkou². Prevzaté z [1].

Ďalej meriame so striedavým napätím. Pre cievku bez jadra a s otvoreným jadrom použijeme transformátor, aby sme mohli jednoduchšie nastaviť menšie hodnoty prúdu.

Pre cievku s uzatvoreným jadrom pripojíme na zdroj striedavého prúdu s výškou napätia až 125V.

¹ Spínač je zapojený v bode *a* kvôli tomu, že ideálny voltmeter má porovnateľne veľký odpor ako kapacitná dekáda a umožní nám to namerať prúd na kondenzátore.

² Spínač je zapojený v bode *b*, pretože ideálny ampérmetr má nulový odpor, čo pri veľmi veľkom odpore na voltmetri by nám v prípade zapojenia v bode *a* znemožnilo namerať napätie na cievke.

3.3 Chyby merania

Chyby merania počítame podľa [2] ako

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{\text{stat}}^2 + \sigma_{\text{mer}}^2} \quad (11)$$

kde σ_{stat} je štatistická chyba a σ_{mer} je chyba meradla (polovica dieliku na stupnici) pri meraní veličiny v . Podľa zákona prenosu chýb δ_f , ktorý nám umožňuje výpočet absolútnej chyby merania podľa [2]

$$\delta_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (12)$$

kde x_i sú namerané veličiny v jednotlivých meraniach i , n je ich počet a σ je ich rozptyl, dopočítame zbývajúce chyby.

3.4 Použité pomôcky a prístroje

1. **Analógový ampér meter** Použitý pri meraní kapacít kondenzátorov. Chyba prístroja pri dieliku 0.5 zo stupnice dáva $\sigma_I = 3mA$.
2. **Digitálny multimeter** Boli použité dva multimetre s funkciou prepnutia jednosmerného a striedavého prúdu pri meraní napätia alebo prúdu. Oba prístroje majú chybu 0.8% + 10 digit, čo závisí na rozsahu. Pri rozsahu 20V to je 0.01V a pri 200V 0.1V.
3. **kolíkova dekáda** Použíta pri meraní kapacít kondezátoru
4. **Zdroj harmonického striedavého napätia**
5. **Zdroj jednosmerného napätia**

3.5 Výsledky merania

3.5.1 Indukčnosť cievky

Najskôr určíme odpor cievky R_L pri prechode jednosmerného prúdu. Elektrický obvod zapojíme podľa obr.4, tj. ampérmeter pred voltmetrom, keďže jej odpor je zanedbateľný v porovnaní s odporom voltmetru. Namerané hodnoty, z ktorých určíme odpor cievky R_L ako podiel napätia a prúdu, sú uvedené v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Odpor cievky pri jednosmernom prúde

č.	$U[V]$	$I[A]$
1	0.98	345.5
2	0.67	235.5
3	0.45	158.4
4	0.29	102.8

Z čoho pre R_L dostávame

$$R_L = (2.84 \pm 0.01)\Omega.$$

Indukčnosť cievky L určíme priamo. Zmerali sme efektívne hodnoty napätia³ a prúdu v troch prípadoch:

- cievka bez jadra
- cievka s otvoreným jadrom
- cievka s uzatvoreným jadrom

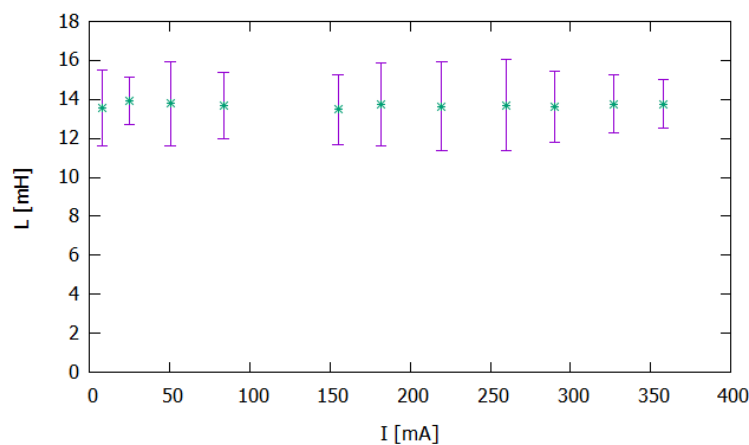
Pri týchto meraniach sme použili napätie s frekvenciou $f = 50\text{Hz}$, ktorého chybu zanedbáme. Keďže obvod máme zapojený podľa obr.4, nemusíme uvažovať vnútorné odpory prístrojov. Indukčnosť cievky L potom vypočítame podľa vzťahu (5) a nameraných hodnôt uvedených v tabuľkách 2, 3 a 4. Závislosť indukčnosti na prúde je zobrazená v grafoch 1, 2 a 3 pre zodpovedajúce prípady. Chyba výsledku bola vypočítaná podľa (12) ako

$$\sigma_L = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} \sqrt{\frac{U^2}{I^4} \sigma_U^2 + \frac{U^4}{I^6} \sigma_I^2 + R_L^2 \sigma_{R_L}^2}, \quad (13)$$

kde σ_U a σ_I sú počítané podľa (11).

Tabuľka 2: Hodnoty napätia, prúdu a indukčnosti cievky bez jadra

$I[\text{mA}]$	$U[\text{V}]$	$L[\text{mH}]$	$\sigma_L[\text{mH}]$
357.8	1.85	13.75	1.24
326.8	1.69	13.76	1.49
290.1	1.49	13.62	1.85
259.9	1.34	13.69	2.34
219.7	1.13	13.65	2.30
181.8	0.94	13.75	2.11
154.9	0.79	13.48	1.78
83.4	0.43	13.69	1.70
50.2	0.26	13.79	2.15
24.9	0.13	13.92	1.20
7.82	0.04	13.54	1.94

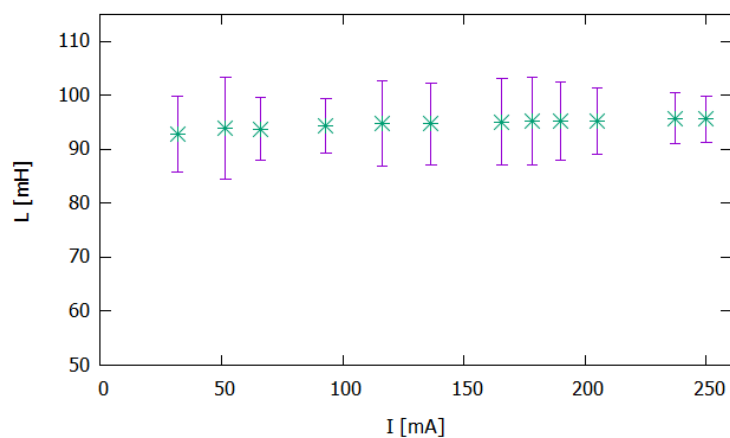


Obr. 5: Graf 1: Závislosť indukčnosti cievky bez jadra na pretekanom prúde

³V týchto prípadoch už používame striedavé napätie.

Tabuľka 3: Hodnoty napätia, prúdu a indukčnosti cievky s otvoreným jadrom

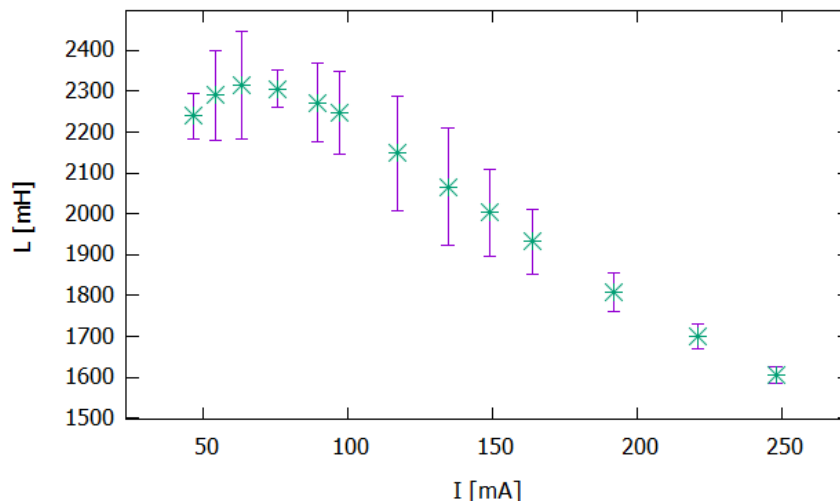
$I[mA]$	$U[V]$	$L[mH]$	$\sigma_L[mH]$
250	7.54	95.58	4.21
237	7.16	95.74	4.7
204.9	6.16	95.27	6.2
189.9	5.71	95.28	7.23
178.1	5.35	95.19	8.19
165.7	4.97	95.04	8.01
136.4	4.08	94.78	7.56
116.4	3.48	94.73	7.89
93.1	2.77	94.27	5.03
66.2	1.96	93.81	5.91
51.6	1.53	93,95	9.36



Obr. 6: Graf 2: Závislosť indukčnosti cievky s otvoreným jadrom na pretekanom prúde

Tabuľka 4: Hodnoty napätia, prúdu a indukčnosti cievky s uzatvoreným jadrom

$I[mA]$	$U[V]$	$L[mH]$	$\sigma_L[mH]$
248.1	125.1	1604.9	19.9
221,2	118.1	1699.6	29.7
192.2	109.2	1808.5	47.4
164.1	99.6	1931.6	79.3
149.2	93.9	2003.3	106.9
134.7	87.4	2065.3	143.8
117.2	79.1	2148.3	140.7
97.3	68.7	2247.5	100.1
89.5	63.9	2272.6	95.21
75.8	54.9	2305.4	45.98
63.4	46.1	2314.5	131.7
54.2	39	2289.9	109.1
46.8	32.9	2239.6	55.21



Obr. 7: Graf 3: Závislosť indukčnosti cievky s uzatvoreným jadrom na pretekanom prúde

Podľa vzťahu (2) určíme činiteľ akosti cievky a priemerné hodnoty z jednotlivých meraní sú uvedené v tabuľke 5.

Tabuľka 5: Činiteľ akosti cievok

	Q	σ_Q
cievka bez jadra	1.5	0.1
cievka s otvoreným jadrom	10.4	1
cievka s uzatvoreným jadrom	230.9	10

3.5.2 Kapacita kondenzátora

Meranie sme opakovali pre viacero kondenzátorov z kapacitnej dekády, výsledky ktorých sú uvedené v nasledujúcich tabuľkách. Zapojenie obvodu s kapacitnou dekádou bolo podľa obr. 3. Tabuľky sú vyhotovené pre jednotlivé kondenzátory a chyba odporu je vypočítaná ako

$$\sigma_{R_C} = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} \sigma_I^2 + \frac{1}{I^2} \sigma_U^2}. \quad (14)$$

Tabuľka 6: Odpor kondenzátorov

kondenzátor	$U[V]$	$\sigma_U [V]$	$I[\mu A]$	$\sigma_I [\mu A]$	$R[M\Omega]$	$\sigma_R[M\Omega]$
A	5.53	0.01	1.19	0.03	4.65	0.14
C	5.54	0.01	2.38	0.01	2.33	0.08
E	5.92	0.01	5.2	0.01	1.14	0.3
F	5.86	0.01	10.31	0.01	0.57	0.2

Z nameraných hodnôt odporov kondenzátorov je vidieť, že obvod je naozaj potreba zapojiť podľa obr. 3. Keďže $R_C \gg \frac{1}{\omega C}$ môžeme využiť vzorec (10) a vypočítať podľa neho kapacity C pre jednotlivé kondenzátory. \bar{C} je priemerná hodnota a chyba σ_C bola vypočítaná podľa (12) ako

$$\sigma_C = \frac{1}{2\pi f U} \sqrt{\sigma_I^2 + \frac{I^2}{U^2} \sigma_U^2}. \quad (15)$$

Tabuľka 7: Kapacita kondenzátoru A

č.m.	$U[V]$	$\sigma_U [V]$	$I[mA]$	$\sigma_I [mA]$	$C[\mu F]$	$\sigma_C[\mu F]$
1	0.47	0.02	0.1	0.03	0.68	0.06
2	0.78	0.02	0.15	0.03	0.61	0.03
3	1.12	0.02	0.22	0.03	0.63	0.06
4	1.42	0.02	0.28	0.03	0.63	0.04
5	1.75	0.02	0.35	0.04	0.64	0.04
6	2.39	0.02	0.48	0.04	0.64	0.04
7	2.74	0.02	0.56	0.04	0.64	0.06
8	3.01	0.02	0.63	0.04	0.65	0.03
9	3.92	0.03	0.82	0.04	0.67	0.03
10	4.48	0.03	0.95	0.04	0.67	0.06
\bar{C}					0.65	

Tabuľka 8: Kapacita kondenzátoru C

č.m.	$U[V]$	$\sigma_U [V]$	$I[mA]$	$\sigma_I [mA]$	$C[\mu F]$	$\sigma_C[\mu F]$
1	0.31	0.02	0.13	0.04	1.33	0.2
2	0.73	0.02	0.28	0.04	1.22	0.1
3	1.03	0.02	0.41	0.04	1.27	0.1
4	1.34	0.02	0.54	0.04	1.28	0.1
5	1.63	0.02	0.66	0.04	1.29	0.1
6	2.18	0.03	0.9	0.04	1.31	0.1
7	2.52	0.03	1.05	0.05	1.33	0.1
8	2.98	0.03	1.26	0.05	1.35	0.1
9	3.21	0.03	1.36	0.05	1.35	0.1
10	4.53	0.03	1.5	0.06	1.35	0.1
\bar{C}					1.33	

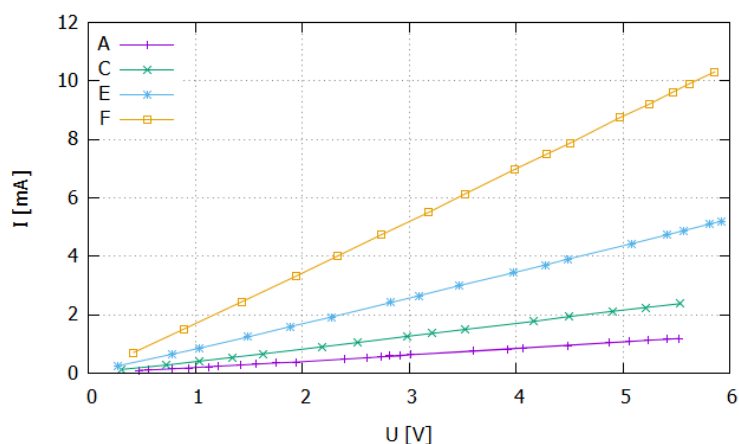
Tabuľka 9: Kapacita kondenzátoru E

č.m.	$U[V]$	$\sigma_U [V]$	$I[mA]$	$\sigma_I [mA]$	$C[\mu F]$	$\sigma_C[\mu F]$
1	0.27	0.02	0.25	0.04	2.95	0.1
2	0.78	0.02	0.65	0.05	2.65	0.1
3	1.04	0.02	0.86	0.05	2.63	0.04
4	1.49	0.03	1.24	0.06	2.65	0.05
5	1.89	0.03	1.6	0.06	2.69	0.04
6	2.27	0.03	1.92	0.06	2.69	0.05
7	2.83	0.04	2.42	0.06	2.72	0.04
8	3.09	0.04	2.65	0.07	2.73	0.04
9	3.47	0.04	3	0.07	2.75	0.05
10	3.98	0.05	3.44	0.07	2.75	0.05
\bar{C}					2.75	

Tabuľka 10: Kapacita kondenzátoru F

č.m.	$U[V]$	$\sigma_U [V]$	$I[mA]$	$\sigma_I [mA]$	$C[\mu F]$	$\sigma_C[\mu F]$
1	0.42	0.03	0.71	0.1	5.38	0.04
2	0.89	0.03	1.51	0.1	5.40	0.1
3	1.43	0.01	2.44	0.1	5.43	0.07
4	1.94	0.01	3.32	0.08	5.45	0.06
5	2.33	0.01	4.01	0.08	5.48	0.07
6	2.74	0.01	4.74	0.08	5.51	0.06
7	3.18	0.01	5.5	0.09	5.51	0.06
8	3.52	0.02	6.13	0.09	5.54	0.07
9	3.99	0.02	6.98	0.09	5.57	0.07
10	4.29	0.02	7.5	0.09	5.56	0.07
\bar{C}					5.52	

V nasledujúcom grafe je vynesená závislosť prúdu na napätí pre jednotlivé kondenzátory.



Obr. 8: Graf 4: Závislosť prúdu na napätí pre jednotlivé kondenzátory

Nasledujúca tabuľka (tab. 11) obsahuje hodnoty kapacít jednotlivých kondenzátorov ako priemerné hodnoty z predošlých tabuliek a taktiež hodnoty, ktoré boli uvedené priamo na kapacitnej dekáde.

Tabuľka 11: Porovnanie nameraných a uvedených kapacít

	$C_A[\mu F]$	$C_C[\mu F]$	$C_E[\mu F]$	$C_F[\mu F]$
namerané	0.65 ± 0.04	1.33 ± 0.01	2.75 ± 0.04	5.52 ± 0.06
uvedené	0.5	1	2	4

4 Diskusia výsledkov

Chyby merania boli spôsobené najmä nepresnosťou meracích prístrojov. Kondenzátory boli zapojené podľa obr. 3 a keďže ich odpor bol dostatočne veľký, použili sme vzorec (10) na výpočet ich kapacít. Výsledné hodnoty sa značne líšia od uvedených od výrobcu kapacitnej dekády a to tak, že všetky sú vyššie ako uvedené hodnoty. Tento jav mohol byť spôsobený starnutím jednotlivých kondenzátorov tzv. zvetrávaním kondenzátoru.

Odpor cievky bol odmeraný pri stabilnom prúde aby sme predišli zbytočným chybám merania. Obvod sme zapojili podľa obr. 4. Pri výpočtoch sme potom zanedbali vplyv voltmetru na meranie vďaka tomu, že jeho odpor bol rádovo vyšší ako odpor cievky. U cievok bez jadra a s otvoreným jadrom bol priebeh závislosti indukčnosti na prúde konštantná a tak sme mohli určiť výsledné hodnoty pre tieto prípady. Pre cievku s uzatvoreným jadrom je priebeh nekonštantný, viz. graf 3, a výslednú indukčnosť tak nemožno určiť. Tieto výkyvy boli spôsobené závislosťou permeability jadra na veľkosti magnetickej indukcie v jadre. V okolí maxima na grafe 3 došlo pravdepodobne k nasáteniu jadra.

Vo všetkých výpočtoch sme pracovali s frekvenciou striedavého prúdu $f = 50\text{Hz}$ a zanedbávali sme jeho chybu.

5 Záver

Priamou metódou sme určili kapacitu kondenzátorov z kapacitnej dekády. Výsledky čoho sú uvedené v tabuľke 11. Odpor cievky bez jadra sme určili ako

$$R_L = (2.84 \pm 0.01)\Omega$$

a závislosť indukčnosti cievky na pretekanom prúde v troch rôznych prípadoch sú graficky znázornené na grafoch 5-7. Priebeh indukčnosti v prípadoch cievky bez jadra a s otvoreným jadrom bol viacmenej konštantný a indukčnosti sme určili ako

$$R_1 = (13.7 \pm 0.1)mH,$$

$$R_2 = (94.44 \pm 0.4)mH.$$

V prípade cievky s uzatvoreným jadrom bola závislosť indukčnosti na prúde nekonštantná, a tak ju nemožno určiť. Jej závislosť je v grafe 7. Výsledné hodnoty cievok v prípade cievky bez jadra a s otvoreným jadrom vyšli ako

$$Q_1 = (1.5 \pm 0.1),$$

$$Q_2 = (10.4 \pm 1).$$

Literatúra

[1] [cit.2019-10-15] Štúdium indukčnosti i a kapacity online:

https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_207.pdf

[2] J. English : Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha 2006