CONTINUIDADE DE UMA FUNÇÃO

$$h(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y) \quad \exists\,?$$

I $\gamma(t) = (t,0)$ II $\gamma(t) = (0,t)$

I $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{(t,0)\to(0,0)} \frac{t}{\sqrt{t^2+0^2}}$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{t}{\sqrt{t^2}} = \lim_{t\to 0} \frac{t}{|t|} = \begin{cases} 1, & t>0 \\ -1, & t<0 \end{cases}$$

II $$\lim_{(x,y)\to(0,t)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{0}{\sqrt{0^2+t^2}} = \frac{0}{\sqrt{t^2}} = 0$$

O LIMITE $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \nexists$

DEFINIÇÃO DE CONTINUIDADE

SEJA $f: D \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ UMA FUNÇÃO DE VÁRIAS VARIÁVEIS.

UMA FUNÇÃO É CONTÍNUA SE

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = f(a,b)$$

f É CONTÍNUA SE FOR CONTÍNUA EM TODOS OS PONTOS DO DOMÍNIO

EX: CALCULE $\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2y^3 - x^3y^2 + 3x + 2y$

$$= 1^2 \cdot 2^3 - 1^3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2$$
$$= 8 - 4 + 3 + 4$$
$$= 4 + 3 + 4 = \boxed{11}$$

$$f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2_* : x^2+y^2 \neq 0\}$$

NÃO É CONTÍNUA

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$Dom(f) = \mathbb{R}^2$$

$$f(0,0) = 0$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \not\exists$$

$$\gamma(t) = (t,0) \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \lim_{(t,0)\to(0,0)} \frac{t^2-0^2}{t^2+0^2} = 1$$

$$\not\exists$$

$$\gamma(t) = (0,t) \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \lim_{(0,t)\to(0,0)} \frac{0^2-t^2}{0^2+t^2} = -1$$

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

$Dom(f): \mathbb{R}^2$

$f(0,0)=0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$$

$\gamma(t)=(t,0)$

$$\lim_{(t,0)\to(0,0)} \frac{t\cdot 0}{t^2+0^2}=\lim_{t\to 0}\frac{0}{t^2}=\boxed{0}$$

$\gamma(t)=(0,t)$

$$\lim_{(0,t)\to(0,0)} \frac{0\cdot t}{0^2+t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{0}{t^2}=\boxed{0}$$

$$\gamma(t)=(t,t)$$

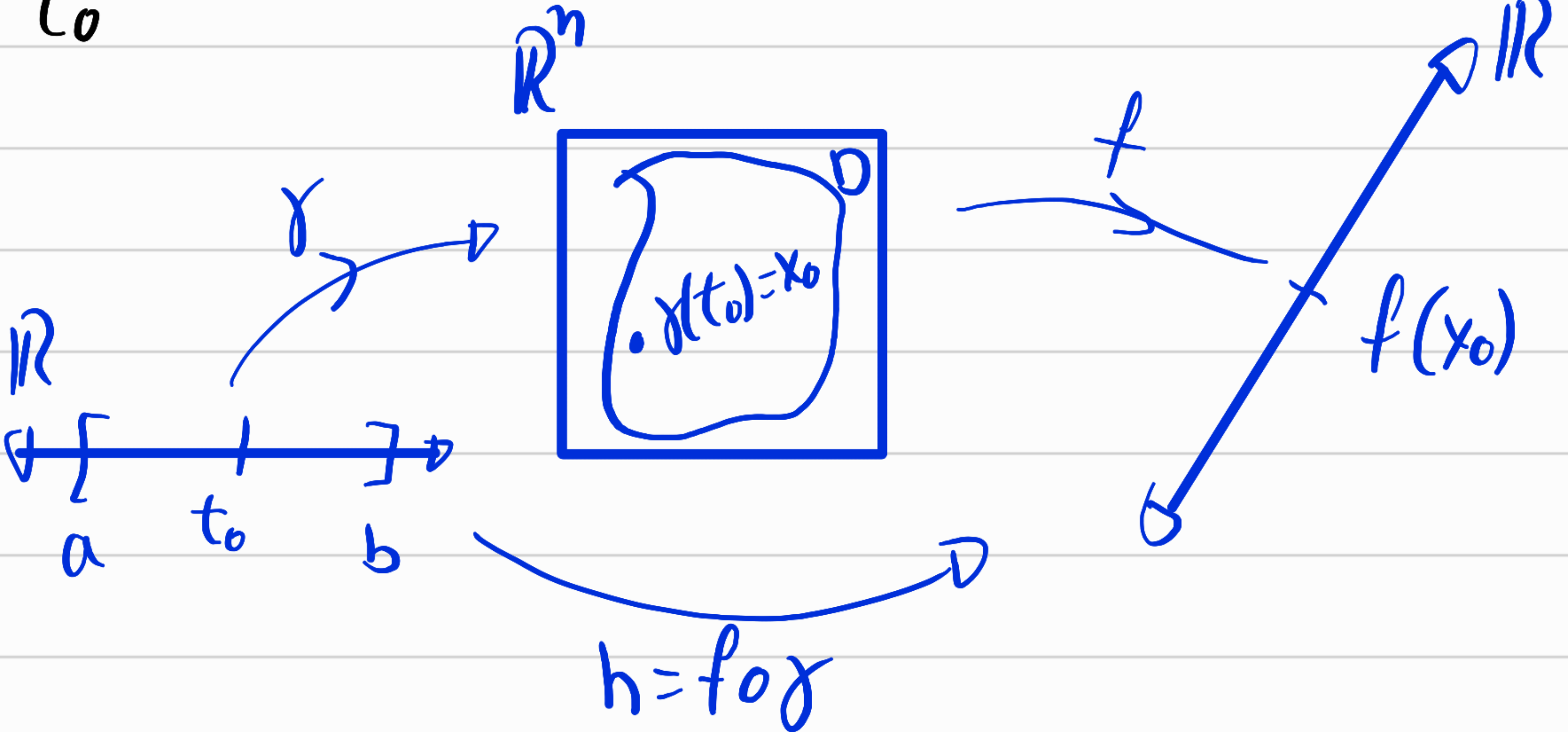
$$\lim_{(t,t)\to(0,0)} \frac{tt}{t^2+t^2} = \lim_{(t,t)\to(0,0)} \frac{t^2}{2t^2} = \lim_{(t,t)\to(0,0)} \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2} \nexists$$

f Ñ É CONTÍNUA

TEOREMA:

SEJA $f: D \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ CONTÍNUA EM X_0, $\gamma:[a,b] \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ CONTÍNUA EM t_0. SE $\gamma(t_0)=X_0$, ENTÃO $h=f\circ\gamma$ É CONTÍNUA EM t_0



TEOREMA: SEJA $f: D \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ CONTÍNUA EM x_0, $g: I \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ CONTÍNUA EM s_0. SE $f(x_0) = s_0$, ENTÃO $h = g \circ f$ É CONTÍNUA EM s_0

TEOREMA: SEJAM $f, g: D \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ FVV, $x_0 \in D$. SE f e g SÃO CONTÍNUAS EM x_0. ENTÃO

a) $f+g$ É CONTÍNUA EM x_0

b) $f \cdot g$ É CONTÍNUA EM x_0

c) SE $g(x_0) \neq 0$, ENTÃO f/g É CONTÍNUA EM x_0

Ex:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$Dom(f) = \mathbb{R}^2$

$f(0,0) = 0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3}{x^2+y^2}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(0,0) = 0$$

F É CONTÍNUA EM $\mathbb{R}^2$

DERIVADAS PARCIAIS

$c' = 0$

$x' = 1$

$$f(x,y) = x^3 + x^2y + xy^2 + 3x^2 - 2y$$

$(x \cdot y^2)' = (x)' \cdot y^2 = 1 \cdot y^2$

$$f_x = 3x^2 + 2xy + y^2 + 6x$$

$$f_y = x^2 + 2xy - 2$$