

Domácí úloha č. 5

Základy numerické matematiky - NMNM201

(odevzdat emailem do sedmi dní po vašem posledním cvičení)

balazsova@karlin.mff.cuni.cz, jan.papez@mff.cuni.cz,

blechta@karlin.mff.cuni.cz

Uvažujme skalární lineární diferenciální rovnici

$$y' = \lambda y. \quad (1)$$

Mějme Runge–Kutta metodu zadanou pomocí koeficientů (Butcherova tabulka):

$$\begin{array}{c|cc} \alpha_1 & \beta_{11} & \beta_{21} \\ \alpha_2 & \beta_{21} & \beta_{22} \\ \hline & w_1 & w_2 \end{array} := \begin{array}{c|cc} 0 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \\ \hline 0 & 1 & \end{array}. \quad (2)$$

Domácí úloha 1. Vyjádřete přírůstkovou funkci $\Phi(t, y, h)$ metody (2). Poté napište předpis y_{k+1} pro zadanou rovnici (1) a metodu (2) (v závislosti na t_k, y_k, h, λ).

(max 1 bod)

Domácí úloha 2. Ověřte konzistenci a řád 2 metody (2).

(max 3 body)

Domácí úloha 3. Použijte předpis z Úlohy 1 pro výpočet numerického řešení rovnice (1) v čase $t = 1$ s $\lambda = -25$ a počáteční podmínkou $y(0) = 1$ pro časové kroky $h_1 = 0.1$ a $h_2 = 0.05$. Spočítejte globální chybu v čase $t = 1$.

(max 2 bod)

[Hint 1: Pro výpočet numerického řešení si napište program například v MATLABu.]

[Hint 2: analytické řešení je $y(t) = e^{-25t}$.]