

1 Lokalizace vlastních čísel pomocí Gershgorinovy věty

Věta 1 (Gershgorin). *Nechť $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ a r_i značí součet mimodiagonálních prvků v i -tém řádku*

$$r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|.$$

Pak všechna vlastní čísla matice A leží ve sjednocení Gershgorinových kruhů $\bigcup_{i=1}^n D_i$, kde

$$D_i = \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{ii}| \leq r_i\}.$$

Pokud m kruhů tvoří souvislou oblast, která je disjunktní od ostatních, pak právě m vlastních čísel matice A (opakovaných dle algebraické násobnosti) leží v této souvislé oblasti.

Úloha 1. *Pomocí Gershgorinovy věty lokalizujte vlastní čísla matice*

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Úloha 2 (navíc). *Občas jednoduchou podobnostní transformací můžeme matici A převést na $D^{-1}AD$, jejíž Gershgorinovy kruhy nám o vlastních číslech původní matice prozradí víc. Uvažujte*

$$D = \text{diag}(1, 2, 4)$$

pro matici A z předchozí úlohy a znovu lokalizujte její vlastní čísla.