

# Fiche de synthèse : Fonction Exponentielle

Benjamin L'Huillier

## 1 Définition et premières propriétés

### Definition 1.1: Fonction exponentielle

La fonction exponentielle, notée  $e^x$  ou  $\exp(x)$ , est la seule fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telle que :

$$\exp'(x) = \exp(x) \quad \text{et} \quad \exp(0) = 1$$

### Propriété 1.1: Propriété fondamentale

Pour tous  $x, y \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$$

### Remarque 1.1: Notation

On utilise les deux notations  $\exp(x)$  et  $e^x$  de manière interchangeable. La constante  $e$  est définie par  $e = \exp(1)$ , et vaut environ  $e \simeq 2,718$ .

## 2 Propriétés algébriques

### Propriété 2.1: Identités algébriques

Pour tous réels  $a, b$ , on a :

- $e^0 = 1$
- $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$
- $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
- $e^{ab} = (e^a)^b = (e^b)^a$

### Propriété 2.2: Fonctions composées

Pour tout réel  $a$  et  $b$ , la dérivée de la fonction  $f(x) = e^{ax+b}$  est :

$$f'(x) = a \cdot e^{ax+b}$$

## 3 Variations et limites

### Propriété 3.1: Croissance et positivité

- La fonction  $x \mapsto e^x$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$
- Elle est strictement positive :  $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$
- Elle passe par le point  $(0, 1)$

### Propriété 3.2: Limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

## 4 Tableau de variation

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$e^x$	0	$+\infty$

↗

## 5 Représentation graphique

