

三维动画与交互技术课程读书报告



题目 对计算机图形学中的水的建模和渲染技术的调查

作者姓名 刘超

作者学号 21860419

指导教师 李启雷

学科专业 计算机技术

所在学院 工程师学院

提交日期 二○一八年十二月

Computer graphics for water modeling and rendering: a survey

A Dissertation Submitted to

Zhejiang University

in partial fulfillment of the requirements for

the degree of

Master of Engineering

Major Subject: Computer Technique

Advisor: Li Qilei

By

Liu Chao

**摘要**

计算机图形学中的一个关键课题是对自然现象的真实再现。在自然物体中，最有趣(也是最难处理的)的一个是水。其固有的复杂性，远远超出了大多数人工对象，代表了一个在计算机图形世界中不可抗拒的挑战。因此，在过去二十年中，我们看到有越来越多的论文分别从几个角度讨论这个问题。然而，计算机图形学社区仍然缺乏一项调查来分类关于这个主题的大量文献，这些文献是没有组织和分散的，因此难以理解。本文旨在通过对20世纪80年代和90年代开发的最相关的计算机图形技术的历史调查来填补这一空白.

**关键词**：水波;水建模;水呈现;水动画;凹凸贴图;粒子系统;

**Abstract**

A key topic in computer graphics is the realistic representation of natural phenomena. Among the natural objects, one of the most interesting (and most difficult to deal with) is water. Its inherent complexity, far beyond that of most artificial objects, represents an irresistible challenge for the computer graphics world. Thus, during the last two decades we have witnessed an increasing number of papers addressing this problem from several points of view. However, the computer graphics community still lacks a survey classifying the vast literature on this topic, which is certainly unorganized and dispersed and hence, difficult to follow. This paper aims to fill this gap by offering a historical survey on the most relevant computer graphics techniques developed during the 1980s and 1990s for realistic modeling, rendering and animation of water.

**Keywords：**Water waves; Water modeling; Water rendering; Water animation; Bump mapping; Particle system;

**1引言**

计算机图形学中最具挑战性的问题之一是水的真实感建模和渲染。与其他自然物体和现象相比，水更简单，也更难以模拟。它的简单之处在于它几乎是不可压缩的，相对均匀的流体。如果它不动，像海洋这样的大质量的水可以很好地用一个平坦的表面来表示。此外，由于水基本上是一种透明的流体，它的所有复杂性都将被简化为渲染，这绝不是微不足道的，因为一些复杂的光学效应，如水的透明度和反射率。但是因为水是流体，它可以以一种非常复杂的方式运动。因此，任何准确捕捉其动态行为的尝试都必须在运动方程中明确地包含时间。

由于这些原因以及我们稍后将讨论的其他原因，水的建模和绘制在过去20年一直是计算机图形学中的一个传统问题。然而，计算机图形学社区仍然缺乏对这一主题的大量文献进行分类的调查。本文的目的是提供一个历史的调查，最相关的计算机图形技术发展在20世纪80年代和90年代的现实建模，渲染和动画的水。这里使用“历史”一词来强调调查是按时间顺序进行的。这种方法的一个主要优点是让读者能够清楚地看到计算机图形学的进步是如何随着时间的推移改善了水的渲染和动画效果的。然而，一个主要的缺点是，不同年份的模型可能被描述成不同的段落或章节，即使它们是基于相同的原则和/或方法。还要注意，术语“逼真”在计算机图形学中有不同的含义，这取决于所追求的目标。科学研究所需的物理精度明显高于电脑游戏。相反，高质量的照明模型通常不被期望用于科学可视化应用，尽管它们是计算机生成的电影的基本组件。此外，随着时间的推移，随着软件和硬件的飞速发展，我们的现实主义概念也发生了巨大的变化。最近的一些论文在计算机图形学[22]和流体可视化[1]的框架内讨论了概念和不同层次的现实主义(物理现实主义、照片现实主义和功能现实主义)。然而，本文仅从计算机图形学的角度来模拟水的行为，而忽略了主要用于流体可视化的技术。读者将会意识到这两种方法之间的距离有多远:在计算机图形学中，我们关心的是生成一个具有视觉说服力的运动外观，不管这个运动是否遵循物理定律。当然，这种计算机图形学方法经常产生不切实际的效果，不适合实际实验。但幸运的是，它能够产生非常漂亮的图像和动画，这实际上是本文的范围。

本文的结构如下:在第2节中，我们分析了1980-1985年期间的先驱作品。第3节简要介绍了1986-1988年期间进行的工作。第4节讨论了九十年代初发展起来的基于粒子系统或流体动力学近似方程的方法，第5节讨论1993-1998年期间所作的扩展。第6节描述了最近的发展和最有前途的研究领域。最后，本文总结了本研究的主要结论。

**2 早期工作:1980-1985**

20世纪80年代初是研究自然现象的计算机建模和绘制的起点。然而，相对较少的时间花在水的外观和行为的建模。当时对这一课题的研究基本上集中在表现一大片无边无际的水，如海洋。另一方面，水被看作是一种致密的液体，而不是单个液滴的混合物。

第一次尝试在水中呈现波是基于1978年由Blinn开发的凹凸映射技术。这种方法允许通过扰动表面法线得到真实的粗糙表面。Blinn意识到，真正的粗糙纹理表面在表面法向量上有一个小的随机分量，因此在光反射方向上有一个小的随机分量，通过在表面上增加一个法向量方向上的摄动函数可以很好地再现。这种解决方案比在光滑表面添加纹理模式要好，因为在最后一种情况下，得到的表面看起来也很光滑。

当然，不同的摄动函数可以产生不同的效果。例如，Schachter[85]提出了一种随机波场模型，该模型涉及到对预先计算的窄带噪声波形进行表格查找(一种用于实时应用的技术，已在硬件中实现)。其他早期参考资料是两组没有在其他地方描述的Siggraph幻灯片。第一个是Gary Demos等人1981年的“金字塔”滑梯[80]，在这个滑梯上，利用摆线波的凹凸映射平面，得到日落时的波。第二个是奈德·格林(Ned Green)在1982年的作品集中创作的“夜间城堡”滑梯，它使用正弦波进行凹凸贴图技术。

这些美丽的图像缺乏一些重要的现实效果，如水中物体的反射。为了克服这些限制，witthed的电影“The Compleat Angler”将凹凸贴图和光线追踪相结合，这是一种成熟的技术，通过考虑光的反射和折射来呈现透明(参见[36]获得该领域的详细介绍)。这里应该注意的是，早在20世纪70年代就有一些参考光线追踪的程序模型，如[51,68]（另见[84]）。在“The Compleat Angler”中，光线追踪被应用到一个小水池中波纹的逼真反射中，波纹是通过一个单一的正弦函数扰动表面法线而产生的[105]。

虽然也基于光线追踪，Max在他著名的电影“Carla’s Island”[60]中使用了一种不同的方法来渲染波面。他的非常简单的水动力模型是基于这样的想法，波模型是由一个近似解来表示的(只适用于小振幅的波)，其中波速v正比于波长L的平方根，由:  
 (1)

其中k叫做波数(频率)的空间模拟和g代表重力加速度。他还假定了波表面的Stokes模型(一个无限傅立叶级数，类似于三阶摆线波)的第一个线性近似，这意味着波列相互穿过而不需要修改(显然，这是一种不现实的情况)。此外，该模型的基本假设是流体密度恒定，流体流动均匀且无旋转。在这些假设下，波面的模型由一系列对应于低振幅波的余弦函数和给出

(2)

其中h是眼下平均海平面z = 0处的距离，m是波列的数量。表示由波矢量指定的波列的幅度，使得，其中是列的波数,是以每秒弧度为单位的角频率。在模型中，可以在大振幅波中加入Stokes近似 [94]的附加项。不幸的是，作者认为二阶项应该只加在最大的波上，所以这些(基本上)线性波有一个明显的缺陷:当在任何合理的大范围内观察时，它们形成了一个自复制模式。另一方面，在浅水中，非线性对流惯性项不可忽略，意味着水流不再均匀。最后，他的线性小振幅理论只适用于深水，但它适用于波浪破裂的浅水，这种理论无法预测这种现象。

该渲染方案是一种光线追踪模型，利用不同但相关的算法[59]对海浪和岛屿进行渲染。其开发基于Fishman和Schachter算法[23]对高度场的栅格图像进行渲染，即，两个变量的单值函数。对于静态图像，这种由函数给出的表示形式允许我们通过叠加(简单地将单个波分量的高度相加，类似Eq.(2))将众多波组合成一个表面。Max修改了算法(一次扫描一条垂直的线)，重现了眼睛附近的小波纹细节，而没有浪费时间在地平线附近。用相同的高度场表示岛屿，用椭圆抛物面表示，附加余弦项表示起伏的丘陵。最后，正如作者所指出的，该方案既没有解决水中光的折射问题，也没有解决稍后在[32,33,61]中分析的用云渲染海洋场景的问题。

为了解决这些问题，Perlin通过一组20个摆线波进行凹凸映射，每个摆线波从一个随机放置的中心点以圆形方式辐射[78]。然后，将凹凸贴图与基于非线性函数的丰富纹理贴图相结合，改进了海洋表面的外观，即所谓的实体纹理。这种技术独立于表面几何形状或坐标系统，在三维体中定义了一个纹理，其中要纹理的对象被嵌入其中。得到的纹理曲面为物体与三维纹理体[20]的交点。这种方法的优点是,形状和纹理成为独立的,在某种意义上,纹理不需要适应纸张表面,该模型所需的数据库非常小,因此计算需求大幅减少。Perlin应用实体纹理生成了真实的云图像，这些云可以被合并到海洋场景中。最后，由于每个波列随时间线性地向外移动，简单地加上时间的线性函数就可以使这些水景具有动画效果。

水模拟的另一种方法是Norton等[74]。他们使用频率限制(“夹紧”)分析函数，通过限制目标空间的带宽来反锯齿纹理表面。这一基本思想后来被应用于降低相对于像素直径非常短的波的振幅。只有当观测者离水有一定距离时，这些方案才能有效，这样海洋表面才显得平坦。

虽然这些最初的发展能够产生非常漂亮的图像，但它们仍然需要进一步的研究，以适应现实的渲染和动画。这是由于之前的方法所基于的技术，主要是用于建模的凹凸映射(如[40,78,85,105])和用于渲染的光线跟踪([59,60,105])。凹凸贴图是便宜的，但它还不足以模拟和动画一般的波。由于在这种技术中，实际的表面是平的，凹凸贴图波不显示真实的轮廓边缘或与其他表面相交。此外，这些波不能相互遮蔽或在其他表面投射阴影。因此，这些方法不能产生包含海滩的真实场景;他们被迫将自己局限于简单的海洋表面图像，就像人们从飞机上看到的那样。然而，当观众接近表面时，表面的三维特性变得更加重要。一个可能的解决方案是Fishman和Schachter[23]引入的“heightfield”技术，后来Max[59]对其进行了改进。然而,这个方案也严重限制,作为其可行的查看几何限制自己的高度字段算法:上面的相机必须的顶部波(最大高度字段值),查看方向必须躺在一个水平面y =常数和相机也必须正直,从而防止相机倾斜。另一方面，光线追踪也存在着一些显著的缺点，如由于近视界点采样的远距离波而产生的别名化倾向，复杂的过程模型绘制困难，最重要的是计算时间要求高，使得动画难以接近。事实上，虽然从那时起人们提出了许多改进的光线追踪方法，但是光线追踪对于计算机动画来说仍然是不够的。

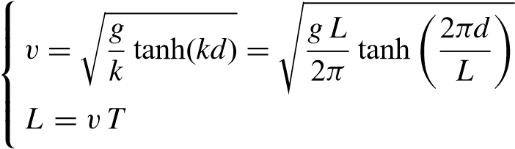
**3 中期工作:1986-1988**

在此期间，水模拟的真实性在几个方面得到了改进。一方面，人们花了大量的精力来模拟流体和固体之间的相互作用。此外，一些海浪效应(如波浪折射和与障碍物的碰撞)也被纳入模型中。粗略地说，波浪折射是指当波浪从深水中接近海岸时，无论最初的方向如何，波峰往往与海岸线平行。这种效果在水渲染和动画中有重要的影响:忽略波浪折射的模型可能会产生难以置信的情况，例如[59]中垂直于海滩的波峰。正如几位作者所言，在马克斯的电影《卡拉西斯兰》(Carla’sisland)中，海浪似乎直接穿过这些岛屿，仿佛这些岛屿是由空气构成的。

一般来说，为模拟海浪及其相关影响而提出的解决方案是应用更现实的水动力模型[30,77,101]。然而，应该指出的是，没有一种水动力模型能够完全和真实地描述任何真实海浪的行为。此外，一个对物理学家或海洋学家完全没用的模型可能对计算机图形学非常有用，反之亦然。因此，这些方法必须被理解为仅用于渲染和动画目的的简单(通常是戏剧性的)近似，一般没有物理意义。

另一方面，渲染技术得到了很大的改进，主要是引入了粒子系统[30,77]。在水模拟方案中，一般都是对波浪破碎和与障碍物碰撞产生的泡沫和喷雾进行建模。粒子系统最早由Reeves[82](也见[83])提出，用来描述不能用多边形或曲面(树、草、风等)很好描述的自然现象。它们模拟复杂现象的能力在于，这些粒子没有光滑、清晰的表面，而是形状可变的不规则、复杂的表面。此外，在物理或随机模型的作用下，颗粒的特征和形状也会随时间而变化。例如，在[83]中，利用随机风函数和风图对表示风的阵风和被风吹动的草叶运动的粒子系统进行遮阳和渲染。最后，这些粒子表现出极大的灵活性:它们可以在任何时间生成，在系统中移动，随着时间的推移死亡或离开。

波浪运动的一般模型是高度非线性的，没有方便的求解方法，因此通常采用许多简化和理想化的模型来代替。例如，Peachey[77]认为，海洋表面是用高度场建模的，从而消除了波峰向前卷曲的波浪。从这个角度来看，Peachey的模型似乎与Max的模型有着密切的联系(见第2节)，但是高度场由y = f(x,y,t)给出，其中t为时间，对于动画的每一个连续帧都是提前的。另一个区别是，Peachey处理的是波速随深度变化引起的波折射。他的模型基于小振幅正弦波的艾里模型。在这个线性模型中，波的速度v和波长L取决于水深d，如下所示:

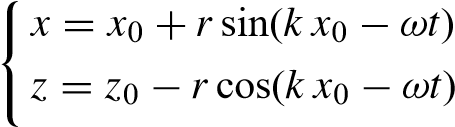
 (3)

式中k和g的含义同公式(1)，T为周期(或等效，波的频率为1/T)。注意,在深水(例如, L/4),tanh(kd)接近于1,这意味着方程式(1)与(3)相似(换句话说，方程式(1)仅适用于深水)。相反,在浅水中(例如,d≤ L/20),tanh(kd)接近kd，因此v接近.

另一种有趣的海浪效应是海浪破碎和海浪与部分淹没的障碍物碰撞产生的浪花。当波峰处的水的圆周运动速度超过波峰本身的速度时，就会出现破碎波。在[77]中，每一个破碎波都产生一个粒子系统，每个粒子的初始位置在波顶，其初始速度与波的运动方向相同。为避免粒子行为过于均匀，在粒子速度上加入高斯分布的随机扰动[29]。最后，生成另一个粒子系统模型，模拟波浪与部分加和障碍物(岩石、桥墩等)碰撞产生的水雾。

由于经典的光线追踪方案不包括粒子系统模型的喷雾，渲染是由不同的技术组合完成的:首先，使用扫描线算法(实际上是对参数曲面一般的线-木匠细分技术的改编)来显示波的表面。其次，粒子系统是单独产生的，小的白色球体阴影相同的颜色，它们的阴影由一个非常小的随机成分改变。此外，还添加了粒子的轻微暗化，以模拟其他粒子和物体对粒子的阴影。最后，这两种模型通过使用a缓冲技术(一种标准z缓冲隐藏表面技术的抗锯齿替代技术)的一种新变体进行集成，以去除隐藏表面。这种组合能够确定粒子是否模糊或被场景中的其他表面(如波面或障碍物)模糊。

福涅尔和里夫斯在[30]中考虑了另一种海浪模拟方案，包括海浪折射和其他海浪效应。他们的建议是基于很久以前在海洋学上提出的郭斯特纳-兰金模型[35,81]。粗略地说，这个模型建立了水粒子描述圆形或椭圆形的静止轨道。因此，作者认为自由表面的每个粒子都描述了一个围绕其静止位置(x)的圆0y0,z0)。假设静止的海洋平面为XY平面，Z轴向上，则粒子的运动方程为:

 (4)

,不同的和 产生了一个摆线，一个摆线的推广。这是基本模型;真实的波浪形状和其他需要的影响，如由于深度(如波浪折射和海浪)和风可以很容易地复制通过简单地改变这些轨道方程的一些参数。为了控制海洋的形状，作者介绍了几种波列，即具有相同基本特征(高度、周期和波长)和相同相位起源的波群。当然，每一列波都有它自己的一组参数和可选的随机元素。它们允许通过火车内部的小变化和火车之间的大变化的组合来引入海洋的“变异性”和“随机性”特征。由于这些变化基本适用于高度和波长，可以作为时间的函数，动画可以很容易地以这种方式合并。此外，作者还推导了破波产生喷雾和泡沫的规则:当粒子速度与垂直于表面方向的表面速度差超过设定的阈值(通常与曲率有关)时，就会产生喷雾;否则会产生泡沫。当产生泡沫时，喷雾沿法线方向喷射，而泡沫则沿波面滑动。

在[30]中，将海洋表面建模为参数化曲面，显然可以应用传统的绘制技术，包括射线追踪[46,99]和自适应细分[16]。海洋表面的颜色和阴影是通过环境地图模拟的，这是一种由Blinn和Newell在1976年[7]引入的技术。他们的基本假设是场景环境是由物体和距离要渲染的物体(这里是波面)很远的光组成的。然后，将周围环境的每个图像映射到一个以呈现对象为中心的巨大球体的内部。波上某一点的颜色是由光线从相机到物体的轨迹决定的，光线在表面法线上反射，反射光线向外到球面，从而得到图像的折射率，从而得到要反射的颜色。喷雾和泡沫的渲染是通过基于粒子系统的程序实现的，该程序假定喷雾粒子遵循运动规律，而泡沫粒子则由模型本身控制。为了渲染地形，最初考虑的是一组不等距的三维数据点。然后，利用Shepard方法的一个版本建立了一个插值曲面[87]。类似的想法也被用来确定海底的深度。最后，利用凹凸贴图获得了一些额外的效果，如水闪烁和水斩。出于动画的目的，凹凸贴图是随着时间移动的，就像波的列车是随着时间移动的。

几乎同时，还提出了基于广义随机细分[55]、傅里叶合成[62]等方法对水面进行建模。这些方法在生成静态图像时效果很好，但在一般情况下不适用于动画。原因是不同的，取决于选择的方法:广义随机细分方法需要确定所需噪声[55]的自相关或功率谱函数的值。这是一项非常困难的任务，很少能凭经验完成，因此我们经常被迫采用一种简单的试错法。另一方面，基于傅立叶综合法的方法不包括表面随时间变化的真实模型，完全忽略了诸如波折射和深度效应等实际现象。例如，在[62]中，作者使用经验风驱动的海洋频谱模型来过滤白噪声图像。利用正快速傅里叶变换(FFT)和反快速傅里叶变换(FFT)从这些白噪声图像中生成海洋图像，从而代表了自然界中完全发达的海洋。然后用光线追踪算法渲染出真实的海洋场景。这项工作的重点是合成完全开发的深水海洋，而不是浅水海洋(那里存在波折射和波破裂等效应)。这个模型中的动画是通过两种不同的相位处理技术来实现的:第一种是对主频分量的修改(假设这些频率受峰值频率能量的三分之二的约束)，独立于周围的分量。不幸的是，应用于这些主要组件的偏移量是由反复试验决定的，这使得这种方法很难正确地动画。第二种方法基于Eq.(1)，因此只适用于深水波，限制了该方法的应用范围。采用与Kajiya[46]相似的方法，对海浪高度场进行射线追踪绘制。不同之处在于，与处理三角形不同，我们考虑了平行于X、Y和Z轴的矩形框，这样它们的交点就小而快速。为了进一步细化，这些盒子被细分，并将Coquillart和Gangnet在[14]中给出的近似结果应用到生成的四叉树结构中。

另一个早期关于波折射的参考文献是[101]。在这种方法中，斯涅尔定律被应用于控制由于波折射引起的海浪方向的变化。运动方程类似于Eq.(3)，所以观测到的行为也类似于[30,77]。然而，应该指出的是，虽然这项工作最终于1987年发表，但基本上是在这两篇论文发表之前完成的，因此并不知道它们的方法。另一方面，波正交(波前的法线)的波迹与射线追踪的呈现算法相似。跟踪了代表波传播前沿方向的光线，并测试了与海底等高线最近的交点。利用斯涅尔定律求出了折射角，并对所得光线进行了相交等测试。考虑到入射波的方向和轮廓面的地形是恒定的，因此波的折射与观测者的视角无关，因此只能计算一次，因此简化了这个过程。此外，作者还利用了这样一个事实，即波折射本质上是一种二维效应，因此在计算上比传统的射线追踪要便宜。为了提高真实感，海洋表面被视为一个真实的三维表面。它是由用户通过使用平板电脑交互定义的轮廓线的一组分段线性逼近得到的。然后,aBeta-spline [4] wasusedtorepresent表面张力形状参数β2描述(见[5])被用于对表面添加更多的复杂性:更高的值对应于表面内部的尖锐边缘。这个参数也在本地进行了更改，以创建平滑的波谷和尖锐的波峰。为此，与控制顶点相关的张力会根据控制顶点的高度而变化。

另一方面，我们没有使用射线追踪，而是使用了两种纹理映射方案(包括观察者方向、表面法向和一些光学定律，如菲涅尔反射定律)来渲染海浪。这两种纹理图都是手工创建的，分别包含了反射和折射的颜色信息。然后，将点的最终颜色计算为两种颜色信息的线性组合。这两种方案之间的差异与为这个线性组合分配“权重”的方式有关。这些方案在物理上不如射线追踪准确，但计算速度更快。此外，虽然这些模型中还没有考虑到许多其他的海水效应(如海浪反射、海浪绕射、海浪拍击海岸时产生的湿砂和泡沫)，但它们产生的画面非常漂亮，动画制作也只需要合理的努力

**4 90年代早期:1989-1992**

尽管上世纪80年代的研究成果为许多具有挑战性的问题(如海浪拍打海滩，仅举一例)提供了足够的模型，但仍有大量的物理现象未被探索。一个主要的问题是流体动力学的精确描述。人们还对一些与水有关的物理现象，例如:

* 物质状态的变化，如熔化和冻结，
* 复杂的自然现象，如湿润和干燥，
* 质量运输或流量，包括曲流，
* 单个液滴及其流的行为，
* 与静态和动态浮力障碍物的相互作用等。

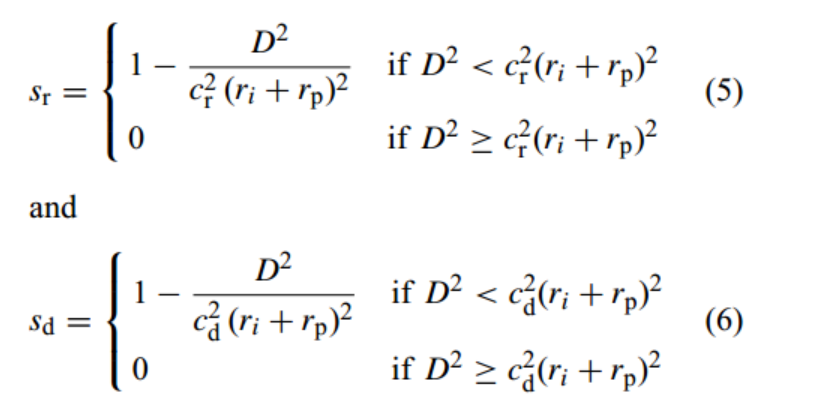
另一方面，一些有趣的渲染效果，如反射波的模拟、光与水的相互作用、焦散分析等，还没有被以前的计算机图形技术所考虑。此外，水的写实动画还处于起步阶段，需要大力改进。为了克服这些局限性，提出了几种新的流场模型。大致可以分为两种不同的选择，即:

* 流体力学是由大量粒子相互作用模拟的;
* 流体动力学由一组待解的偏微分方程描述。

这两种选择将在下面的段落中进行分析。

**4.1 大量粒子的相互作用**

第一种方法试图通过大量粒子的相互作用来模拟流体动力学[37,63,90,98]。因此，[63]和[98]研究了粒子间的引力和斥力，模拟不同程度的流体粘度和熔融等物质变化状态。例如，[63]中的方法提出了一种基于颗粒的流体、粉末和凝胶固体模型。这个模型是基于作者所称的球状体(globules)建立的，球状体是一个术语，旨在避免与粒子或blob之类的词相关联，并用于指定连接的粒子系统的元素。球状体可以用于检测粒子与障碍物之间的软碰撞，这种碰撞涉及的力随着距离的变化而逐渐变化，从而使球状体相互流过。作用在球体之间的力xi 和xp 取决于两个尺度因子，一个是引力/斥力，sr，另一个是sd，(拖动)衰减基于距离的球间力，定义如下:



变量和分别是小球和的半径，D是小球位置差的矢量，并且引入术语和以允许对不同类型的材料进行建模。

例如，对于粉状运动，其值为:



在为球间距，其中引力项和斥力项相互抵消，使阻尼只发生在球受压时。反过来，模拟液体的数值如下:



最后，通过设置对固体进行建模



因此，对于粉体和流体，球状体与近程斥力和阻力相互作用，而在固体中也考虑了引力项，因此球状体与近程斥力、中程引力和远程无差异相互作用。球体相互作用的力的计算是O(N)阶的2)。幸运的是，由于球状体的影响范围有限，因此可以应用体化过程，从而将力的计算简化为O(N)阶问题。

本文还介绍了一种高效绘制球状体的近似方法。其基本思想是模拟球体被等值面所覆盖，等值面实际上是根据势能函数的梯度用平滑阴影球近似表示的。这种近似是为了允许大多数隐藏曲面算法(不能直接呈现等值面)被应用。此外，前一段中提到的体素化方案也可以应用于渲染。此外，帧相干性最终可以用来避免在帧与帧之间不发生任何变化的体素的重新计算。这些技术的适当结合可产生75-300球状体的合理结果。

另一方面，给定的一对球状体的温度值也可以用来模拟它们相互作用行为的变化，从而允许固体的熔化和液体的冻结。这种温度效应在[63]中被提出，之后由Tonnesen在[98]中通过描述热能和外力作用下元素体积的几何形状和运动变化的模型进行了分析。该模型通过改变势能曲线的形状作为温度的函数来模拟液体和固体状态。高温下的物体表现得像流体，几何形状变化迅速。在低温下，它们与固体相似，具有稳定的形状，但在适当的外力的影响下可以修改。拓扑结构的变化是通过使用粒子来表示粒子对之间具有势能的元素体积来建模的。粒子的渲染方法与[63]相似。

最后，使用这种粒子相互作用方案的另一个值得注意的参考是Sims[90]。在他的工作中，通过对数千个非相互作用的水滴粒子施加重力，并将它们从由平面和球体构成的障碍物上弹回，模拟了一个瀑布。水滴是在瀑布顶部形成的，流过瀑布底部的最后一个边缘，然后再循环回到瀑布顶部。这些不同形状、大小、颜色和透明度的粒子是通过使用并行粒子渲染系统来渲染的，该系统结合了一些提高图像质量的技术，如抗混叠、隐藏表面和运动模糊。结合一些特别的技巧(例如结合白色和蓝色的粒子以避免灯光计算和夸张的运动模糊以使水流看起来更平滑)，可以得到瀑布的真实照片[89]。然而，正如作者所指出的，对于更复杂的物体(如刚体动力学仿真)，更有效的表面碰撞检测来描述过程运动还需要进一步的研究。例如，分析了水滴进入接触表面时产生的变形等附加效应[69]。

**4.2 流体动力学的偏微分方程**

第二种方法是直接求解描述流体动力学[50]的偏微分方程(PDE)系统。当然，从物理模拟的角度来看，这种替代方法更加可靠和现实。主要问题是，真正准确的流体动力学模拟需要计算流体在整个体积中的运动。这意味着每次迭代的计算时间至少与分辨率的立方体成正比，这使得计算的成本高得令人望而却步。幸运的是，对于渲染和动画来说，获得非常准确的结果没有其他因素重要，比如仿真的速度和所涉及的数值方法的稳定性。考虑到这个想法，Kass和Miller[50]考虑了一个非常简单的水流子集:

水面可以用高度场表示，

水粒子速度的垂直分量可以忽略(所以运动是均匀的通过一个垂直的柱)和

垂直柱中水的速度的水平分量近似恒定。

在这些简化的基础上，用高度场上的点网格来近似水的运动方程，得到了波浪速度与水深的平方根成正比的波动方程。因此，该方法可以产生具有深度的波折射，甚至可以考虑波反射、水的净输运以及边界条件随时间变化而改变水的拓扑结构的情况等其他特征。采用有限差分法对二维运动方程进行数值积分，得到了水面高度场的表达式。该技术将PDEs转换为ode，可以通过一阶隐式方法对其进行集成。该算法稳定、快速、易于实现，产生了三对角线性系统。此外，高度场的样本个数的计算时间是线性的。

对于三维的情况，采用一种交替方向的方法，将三维迭代划分为两个二维的子迭代，这样复杂性不会从根本上增加。此外，每个行和列的计算是独立的，因此可以很容易地并行化。另一个优点是，单个波的行为是由微分方程自动获得的，因此不需要额外的数据结构。

为渲染添加了额外的简化，使得高分辨率模拟成为可能。例如，射入水面的光线被水面折射。结果，水下地形的光照分布不均匀。这种效果是通过平底近似来模拟的:假定地形在局部是平坦的，这样就可以用一种更简单的方法计算射线。 另一种简化方法是水平面近似法。水是用模拟水面上照明光线折射的苛性阴影呈现的。该作品还通过湿度图结合了沙子中水的真实外观，湿度图计算了水经过时沙子的湿润和干燥。然而，在使用这张湿度图进行遮阳之前，必须对其进行过滤，以避免在潮湿和干燥区域之间的边界上产生混叠伪影。

另一个使用焦散用于水渲染的有趣参考是在[103]中。这项工作，在这里引用其应用于真实的水渲染，提出了一种新的方法(所谓的反向波束跟踪)计算高光漫射传输。当光线从一个表面(镜面)反射或折射到漫反射表面时，这个问题就出现了。90年代早期的传统全局照明技术[39]，例如基于光线追踪和辐射强度的技术，并没有解决这个问题。当使用光线追踪时，这个事实并不奇怪，它最适合解决光传输的漫反射和高光到高光的机制。毕竟，从高光到漫反射的传输是独立于视图的，因此更适合于辐射度。但即使是放射技术通常也忽略了这个问题。混合技术[88,102]给出了显著的例外，其中考虑了射线追踪和辐射度的组合。该混合方法采用两种通道进行光照计算:一种是独立于视图的通道，类似于漫反射光度，计算场景的漫反射光照;另一种是依赖于视图的通道，类似于分布式光线跟踪，使用前一种通道提供全局光照信息，然后提供镜面组件。不幸的是，这些方法只能捕捉到在像素上变化缓慢的高光和漫反射效果中最柔软的部分，而且它们无法捕捉(更有趣的)高频效果。

[103]中的方法也是一种双通道算法，第一个通道是反向光线追踪[2]的变体，称为反向光线追踪，然后与渲染阶段(第二个通道)结合，包含与漫反射多边形相关的腐蚀性多边形测试。该算法实现简单，效率高，避免了许多混叠现象。采用该方法模拟了以水面为镜面的轻水相互作用。它的性能是通过一些帧从一个动画水下焦散序列，显示了熟悉的曲折变化模式，在水下物体与焦散相交时。由于这些图案是由水面直接驱动的(由被高度场取代的三角形组成的多边形网格描述)，因此对它们进行动画处理仅仅是对水面进行动画处理的问题。因此，这个动画过程包括决定一个适当的时间间隔和频率/振幅率。另一方面，如果多边形网格中的三角形足够小，光束可以表示为多边形光照体，使用Nishita等人提出的光体渲染技术的改进版本进行渲染[70]。该方法利用扫描线z缓冲器和累加缓冲器，可以有效地计算出一些有趣的光学效应，如光轴、焦散、颜色等。结果表明，该方法能够有效地描述光与水的相互作用，避免了光通过光源时描述水分子散射/吸收效应的预处理跟踪。

**5 1993-1998**

近年来，对前些年引入的两种方法(即大量粒子相互作用和描述流体动力学的偏微分方程系统)进行了扩展和改进。例如，对以前的粒子系统模型进行了改进，以描述水滴在不同表面的演化行为。此外，还介绍了几个有趣的效果，以改善渲染和动画。

**5.1 水滴运动的动画**

早期的水模型是为计算机图形学和基于粒子系统而开发的，它假定水的粒子在其初始位置周围沿圆形和椭圆形轨道运动。这样的假设是为了呈现大的水体，如海洋。另一种非常不同的情况是，模拟非常少量的水的流动，在这种情况下，粒子运动模型不再能够真实地再现流体动力学。

这一时期出现了一些解决这一问题的有趣的文献。例如，在[58]中，提出了使用字符串纹理绘制大瀑布。粒子系统通常需要大量的粒子，从而导致不合理的大量内存使用。这是因为每个粒子的位置和速度都是明确存储的。与此相反，隐式方法通过寻址小查询表来将参数存储在实体纹理中。马林德提出了一种新的建模方法，他称之为弦纹理，它基本上是从粒子系统和固体纹理发展而来的，使用隐式存储粒子的方法。从这个角度来看，字符串纹理是一种存储信息的技术。

严格的几何方法计算刚性凸对象的滚动表面平滑biparametric Hegron报道在´[41]。本文假设在动画过程中，物体与表面之间存在一个接触点(通过简单的迭代算法确定)。然后，根据接触点处切平面上的离散位移和对表面的投影计算运动。由于这种投影耗时较长，因此提出了一种替代的预测修正方案(基于将运动投影到切向平面上，然后进行修正以确保点在平面上)。虽然这个提议没有考虑到物体的物理特性，也不是专门为水动画设计的，但是它在曲面上模拟水滴的问题上有潜在的应用。另一个反对这种方法的理由是水滴很难被认为是刚体。

最近一种类似的方法[43]解决了同样的问题，它使用微分几何分析得出一个常微分方程系统，该系统由自适应四阶龙格-库塔方法集成。该方法具有通用性，适用于任何可微参数曲面。不幸的是，作者仅仅局限于问题的数学形式，既没有考虑水滴的真实物理特性(如质量、重力等)，也没有考虑水滴与表面的物理相互作用(如摩擦、吸收等)。

其他绘制少量水流的相关参考文献见[13,52]。他们包括一个物理模型，模拟冰柱生长实际[52]和渲染水流使用粒子系统[13]。不幸的是，由于这些作者没有考虑界面动力学，很难使水滴的水流动起来。

Kaneda等人给出了另一个有趣的选择。这些作者提出了一种考虑流体和固体之间的动力学的玻璃平板上的水滴及其流的动画方法。在这个方案中，水滴的形状和运动取决于重力、玻璃板和水的表面张力以及它们之间的界面张力。

模拟流玻璃板的表面模型是离散的水滴旅行从一个网格点到下一个根据一组规则描述他们的动力学质量的函数,板的倾斜角度,ϕ,和对水的亲和力,,其被提前分配给每个格点。一滴液滴置于晶格点上，质量为 如果质量满足下式，则向下运动:

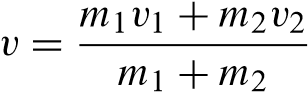
(10)

其中是静态临界体重时表面的倾角。这样一个液滴通过运动到三个较低的晶格点(i−1,j−1),(i−1,j)或(i−1, j + 1)来模拟蜿蜒。由于润湿现象的性质，一些水量(这取决于对水的亲和力)保持在流的路线后面，所以液滴的质量随着时间的推移而减小，最后流停止。模型还包括:

(1)运行水滴的速度v的函数的湿润方向(i + k ,j + 1)和角度ϕ:

(11)

(2) 由两个质量为和的原始液滴以及速度和合并而得到的新液滴的速度v和质量m：

 (12)

最后的算法返回动画每一帧中所有水滴的位置和质量。为了简单起见，假设水滴是球形的。

为了渲染水滴和溪流，作者提出了一种考虑光的反射和折射的高速渲染方法。基本上，它是Greene[38]环境地图的扩展，场景中的物体被投影到一个长方体的平面上，长方体的中心在玻璃板上。计算方法包括背景纹理,将场景中物体投射在脸上的长方体的中心是在玻璃板上,然后计算射线的方向反射或折射在玻璃板上的水滴,最后确定像素颜色使用背景纹理和射线和长方体的交集。该方法最终在这些交叉点生成具有这些像素颜色的图像，从而避免了计算射线与目标之间的交叉点(这无疑是射线追踪中最耗时的过程)。

该模型首先应用于在倾斜的玻璃平板[47]上蜿蜒的动画水滴，然后扩展到曲面[48]上的水滴。在这最后的情况下,贝塞尔曲线描述的表面补丁,然后转换为离散表面´每个四边形网格近似的模型飞机。在[48]中，水滴动画的应用主要分为两类:一类是追求渲染速度(如以交互性为目标的驱动仿真器)，另一类是追求光真实感。根据这一分类，提出了两种不同的渲染算法。第一个(流建模为一组球)本质上是[47]中描述的处理Bezier补丁的简单快速呈现方法的扩展。第二种方法是一种更复杂的高质量渲染方法，它基于metaballs，用于照片现实。

metaball技术最初是由Blinn在[8]中引入的，他将其称为blob。随后，一些作者[66107 - 111]改进了这种技术，他们创造了术语metaballs和soft objects。这种技术被广泛用于表示液体等“软物体”[109]。它的流行源于这样一个事实，即模型是由一些提供自由变形的简单约束定义的。此外，由于水滴在该模型中平滑地融合在一起，因此它也被用于水的建模。

在[48]中，metaball由其中心、密度分布(作者应用了[111])和定义表面的阈值来定义。克服工作的冲突与隐式表面(由肉丸技术)和参数表面(问题)的贝塞尔曲线表面,两个´渲染方法的组合,即在[71]一个贝塞尔曲线´表面和元球,在[72],提出了。在这个新计划沿着射线密度分布转换为贝塞尔函数和射线之间的交集´元球使用贝塞尔曲线剪裁´计算 [71]。

这些作品随后被扩展到生成真实的水滴动画在透明的表面，如车辆的挡风玻璃[49]。在这种情况下，为了通过透明的对象来加速场景的渲染，应用环境映射来表示透明的属性。这种方法可以解决由于障碍物对水滴移动而引起的时间混叠问题。该方法的性能通过一些动画说明，包括数千个水滴。

Wcilso等[104]和Yu等[112,113]的研究与上述方法密切相关。在第一个模型中，空间被均匀地分解成许多立方单元。当一个固体物体被扔进液体中时，应用一套细胞间流动的建模规则，从而使液体表面根据这些规则受到扰动。然而，海浪的真实行为还没有很好地建立起来，一些额外的影响，如飞溅，是不能复制的。在第二项工作中，水滴也用metaballs来表示，并受到几何畸变的影响，以再现重力的影响。对该模型的主要批评是，形状不规则是由控制点的人为扰动引起的(这最终可能导致液滴的严重畸变)，而且液滴被认为是静态的，从而限制了动态效应的模拟。

其他有趣的作品有Desbrun and Gascuel [15]， Murta and Miller [67]， Fournier et al. [31]， Dorsey et al.[17-19]。在[15]中，[63]和[98]的开创性工作被扩展到使用粒子系统和隐式表面的组合来建模粘性流体。在之前的模型中，粒子系统被应用于建模一系列广泛的行为，如可塑性、碰撞、合并和分裂。但由于颗粒在形变过程中运动，使得液体表面的形貌难以显示。一种可行的解决方案是使用粒子集生成等值面，然后显示它，如[98]。然而，这样的曲面只用于呈现目的，因此无法准确地执行碰撞检测。[15]中引入的隐式曲面为设计人员提供了一种新的工具来检测碰撞[34]并相应地变形曲面(进而变形粒子)。同样的想法在[67]中被用于建模和渲染运动中的液体。这些作者引入了粒子族的概念，以增加在粒子族内部和粒子族之间不同的力分布的规范。例如，多流体相互作用，如石油和水或气泡通过大量液体的相互作用，可以很容易地纳入模型。与之对应的是，用于处理等值面和粒子系统的建模技术在计算上非常昂贵，因此该方案不太适合动画的目的。

在[31]中，作者模拟了水滴在表面的运动和形状。例如，形状是由体积守恒和表面张力等性质决定的，而运动是由质量弹簧模型模拟的。不幸的是，作者没能再现单个液滴合并产生的液滴形状。此外，由于计算成本的原因，渲染液滴的数量受到限制。

一个相关的方法(在粒子系统的结构和相关表面的意义上是非常相似的)是在[18]中。然而，现在的重点是模拟由于环境与世界上的材料相互作用而产生的风化及其在外观上的影响。为此，流被建模为一个粒子系统，每个粒子代表一滴水。利用重力、摩擦、风和粗糙度等参数和一些约束条件来控制颗粒的运动。然后，利用一组描述表面吸水速率和表面沉积物溶解度和沉降速率的耦合微分方程来表征水/表面材料之间的化学相互作用。渲染是通过使用简单的方法来近似沉积层的漫反射颜色(通过从纹理图中添加每个沉积的浓度加权的颜色)和湿表面(通过根据表面饱和度调节漫反射反射率)来完成的。该方法得到了与实际洗涤和染色效果相似的复杂图案。在[17]和[19]中还可以找到其他最近用于建模和绘制表面风化效果的方法。

**5.2 改进PDE流体动力学方法**

Kass和Miller[50]在4.2节中已经分析过，他们的工作是对流体动力学行为进行真实模拟的首批尝试之一。这个模型是有限的，因为它没有涉及到液体中所有的三维运动(包括旋转和压力效应)。此外，由于流体速度只在表面上知道，内部压力根本没有计算出来，因此该模型不能很容易地包含动态或浮力物体。

通过考虑Navier-Stokes (NS)方程，可以得到一个更真实的模型，尤其是所有流体模型中最全面的模型。基本上，这些方程完全描述了流体在任何时刻的任何一点的运动。由于它们能够在三维空间捕捉任意粘度流体的湍流或稳定行为，因此常被用于精确模拟流体现象。

Navier-Stokes方程已被应用于计算机图形学中创建水运动模型[11,12,24 - 27,106]。例如，在[11,12]中，考虑了二维Navier-Stokes方程的简化形式。这种简化是通过消除垂直依赖关系并求解得到的二维系统得到的。换句话说，他们假设流体的深度为零，因此在计算过程中将其视为完全平坦。虽然仍然能够对运动物体和流动之间的某种相互作用建模，但是这样的假设在很大程度上限制了模型的现象范围。例如，由于障碍物必须是二维的，所以模型不处理水下物体。此外，该模型既不能考虑对流波效应，也不能考虑质量输运。在[106]中，作者提出了一种求解时变NS方程二维数值模拟的方法。该方案包括运动方程的可压缩版本，以便该模型有效地结合了对激波等可压缩效应的建模。另一个显著的特性是使用图像和动画作为输入设备，允许动画师控制(除其他外)初始条件、源项和动态内部边界。为了渲染，作者加入了纹理映射微分方程来预计算固定网格上的粒子轨迹。他的欧拉方法被证明是特别有用的渲染，因为纹理映射坐标信息均匀分布在输出图像空间。这些方程通过使用经典的龙格-库塔(Runge-Kutta)格式进行了整合，并应用于梦工厂(DreamWorks)制作《埃及王子》(The Prince of Egypt)等传统动画电影。

另一种基于模拟液体现象的NS方程的综合方法在[24-26]中介绍(参见[27])。这些作者注意到，真正的流体动力学只能通过求解三维Navier-Stokes方程来获得。为此，他们考虑了一个两阶段的计算环境的静态障碍周围的流体。首先，将有限差分近似的NS方程应用于场景的低分辨率离散表示。该方案结合迭代步骤来细化速度和确定压力场，并结合拉格朗日运动方程来模拟动态浮力物体。在此阶段，通过对局部流体速度的无质量标记粒子进行对流来跟踪二维中的流体位置。这些标记粒子非常有用，可以突出许多内部流体运动效应，如旋转和飞溅，以及动画暴力现象，如颠覆波。在这一步骤中还考虑了涡量等其他影响。在原工作中，通过高度场方程进行二次计算，准确确定液面位置。由于该方程将曲面描述为单值函数，因此可以有效地应用于水坑、河流或海洋等情况。对于碰撞波或飞溅等戏剧效果，采用高度场和标记粒子相结合的方法。说明了该方法的性能通过一些现实的两个——和三维的例子,比如动画名为月光湾,50×15×40网用于显示两个大的海浪撞击的影响浅湾。增加了场景的复杂性，包括淹没的岩石和不规则的海底，从而导致水面上有趣的特征。

不幸的是，[24-26]中用于求解NS方程的显式求解器在大时间步长时表现出不稳定行为，严重限制了其速度和交互性。Stam[92]认识到，流体力学中更强大的动画工具的关键在于处理更稳定的模型，这使得我们可以采取更大的时间步长，从而获得具有实时交互的更快的动画。本课题以[25]中的方法为出发点，提出了拉格朗日方法与隐式方法相结合的方法，而不是Foster和Metaxas所使用的显式欧拉解。这些求解器的组合既可以处理流体的运动，又可以处理任意数量的物质和固体纹理在流体中的传播，从而得到了很好的流动模拟。然而，处理具有自由边界的物体(如水在许多情况下)的问题实际上并没有被研究，使得这项工作更适合于类似气体的现象。另一方面，[93]通过傅里叶变换对求解器进行了扩展。虽然该方法假设流体是连续的，并且在现实世界中显然不存在这种流体，但它为设计者提供了一种运动纹理图，这在计算机图形学中可能有用。

[75]中也分析了飞溅流体的动力学行为。从本质上说，作者引入了一个模型来模拟物体撞击或浮在其表面时流体的行为。为了达到这个目的，他们使用了一个由三部分组成的系统，其中每个子系统对应于流体体的一个物理区域:体积、表面和喷雾。组成流体主体的水体积由一组垂直管道或由虚拟管道连接的柱来模拟，从而使这些柱之间按照流体静力学的压力规律存在流动。此外，必须指定流动条件来建模边界条件，例如屏障(流设为零)或流体源或汇(流设为正或负常数)。表面子系统允许外部物体与流体系统相互作用，并由控制点网格组成，控制点的垂直位置是通过平均周围柱的高度来确定的。最后，喷雾子系统是一个颗粒系统，用来模拟与流体主体分离的水滴。这些液滴受重力影响，它们的动力学非常简单，因为颗粒之间没有相互作用。为了保持系统的总体积，每个粒子的体积从创建它的列中减去。虽然该模型不能处理水下物体，但可以自然地处理冲击问题。物体对表面的冲击转移到受影响柱的压力上。当限制柱的垂直速度时，就会产生喷雾，产生粒子系统，直到它被流体重新吸收，遇到地面或撞击其他物体。该模型能够描述各种各样的现象，如波浪、撞击、飞溅或漂浮物。与此相反，与垂直效应有关的现象，如湍流或水下效应，在该模型中没有得到充分的描述。

[65]对该建议进行了显著的扩展，包括明确的水下地形和去除垂直各向同性，从而使颗粒与流体之间的相互作用成为可能。该模型包括一个体积系统(包含流体主体的信息)和一个颗粒系统。虽然摩擦等效应不符合实际物理规律，并引入了一些没有物理意义的附加参数来模拟扩散，但该模型一般是以流体物理为基础的。它可以精确地模拟许多不同的情况: 表面波的传播，速度随地形传播的变化，波浪模式随水深的变化，水滴的动态，浮动和淹没的物体，飞溅等。一些缺点 模型是考虑水面的高度场，并且即使物体的方向与垂直方向成一角度，来自撞击表面的物体的力也严格地施加在垂直方向上。

**6 最近的发展**

水的运动是一种非常复杂多变的现象，往往包含许多不同的动力效应，分析起来极其困难。这些效应的精确数学描述仍在研究中，通常需要复杂的技术才能完全描述流体力学的物理性质。此外，最通用的计算流体力学模型在内存存储和计算时间方面需要大量的计算机资源，不适合计算机图形动画工具使用。因此，在未来的几年里，不可能找到一种能够以合理的成本捕捉所有微妙的水效果的通用计算机图形模型。

幸运的是，最近的一些论文报道了这项具有挑战性任务的重大进展。例如，[28]和[21]中最近的方法是通过纹理和粒子的组合来模拟浇注液体和破碎波的问题，延续了[92]的思路。特别是，他们还结合了快速偏微分方程求解的一个voxelized流与标记粒子跟踪的表面的流体。在[28]中，一种新的混合混合无惯性粒子(以重现飞溅自由)和隐式表面(以纠正从PDE求解器获得的质量耗散，这实际上是不可接受的液体)用于渲染逼真的表面。感兴趣的读者也可以参考[76]了解关于这个公式的更多细节。这个方法后来提高了恩莱特等人在[21]通过添加一个新的增厚前跟踪技术代表了水面的方法(基于[28]但专注于表面建模而不是做的液体体积[28])和一个新的速度外推法向表面运动提供一定程度的控制,表面光滑,水样。

这些方法正确地解释了所有重要的光传输路径，从而提供了另一个研究主体。例如，[79]和[97]分析了公海二维波场的情况。它们包含了许多有趣的水效应，例如[79]中通过采用[64]中描述的whitecaps的经验公式来分析whitecaps(破浪的泡沫部分)。例如，在[44]中分析了水中的一些光学效应，而在[100]中，通过使用几种近似将折射焦散的计算描述为卷积问题来分析交互焦散。Sloan等[91]为动态照明实时渲染全局光照效果。然而，该工作中使用的低频采样并不适合再现水腐蚀剂中观察到的复杂细节。

另一个有趣的领域是使用不同类型的纹理和高度字段。例如，Loviscach[56]使用高度场和卷积来生成时间演化。他的方法对模拟开尔文船舶波和重力和毛细管波在深水上产生的复杂环波是有用的。然而，这种方法并不适合于交互式动画，最近在[57]中得到了改进，使用了高效的近似，并利用现代pc机的三维和处理器特性来获得每秒几帧的模拟速率。通过傅里叶变换卷积、中间步骤的波场插值来加速模拟和密集使用纹理而不是几何(以及其他特性)，有利地应用于产生每秒约6帧的速率。

交互性和速度是[86]和[42]的目标。例如Schneider和Westermann[86]的论文通过分形噪声对水波进行模拟，然后利用光反射和地面折射进行实时渲染。一种不同的方法处理高度字段是由詹森和Golias´[45]使用一个真实的傅里叶变换光谱。结合对后向波束追踪技术的改进(见4.2节)和通过混合纹理平面近似的分层水体积细分来模拟水下场景的光轴，进行绘制。

Kunimatsu等人的[53]对流体物体的快速模拟和渲染进行了非常有趣的参考分析。这些作者指出，该任务的两个关键点是选择合适的组件/算法和加速它们的速度。为了快速模拟，他们使用了多种方法，例如:

一个完整的纳维-斯托克斯方程求解器与均匀欧拉网格模拟流体的现实运动(甚至包括剧烈变形)，

一种基于刚体动力学的流体内固体运动方法，

一种处理流体体积输运问题的三次插值伪粒子/传播方法[96]，

提出了一种利用高分辨率行进立方体方法获得低分辨率网格进行仿真的方法，提高了仿真速度

采用Catmull-Clark细分曲面法模拟流体的自由曲面，快速绘制方法有:

一种多边形绘制细分方案，

一种快速生成焦散的方法，它需要生成基于纹理的焦散，然后使用传统的渲染硬件和

一种利用传统渲染硬件实现全多边形场景渲染的方法

被应用。所有这些组件以及选择它们的原因都在[53]中描述。本文还对系统进行了评估，测量了一些流体物体的电影场景中每个进程的CPU时间。这个评估允许动画师考虑哪些因素是重要的，以一种现实但仍然快速的方式创建水景。

最后，一个有前途的研究领域是，致力于推导出真实的模型来模拟包含几个不同组成部分的水团的外观。例如，由于海水中含有多种矿物(溶解盐)和生物(浮游生物、有机分子)成分，因此海水的行为与纯水截然不同。因此，任何处理实际海水的模型都必须考虑到与这些化学和生物因素有关的复杂影响。在[9]中，提出了一种处理各向异性多散射介质的算法。先前关于水上光传输的研究考虑了粗略的简化(单散射、均匀介质、各向同性)。即使是那些明确包含了水中化学分子所引起的光学效应的模型[73,79]，也常常把它们的讨论简化为简单的近似方程，即介质中的辐射度只取决于深度，而散射引起的辐射度效应则被忽略。Tadamura等[95]的论文是一个有价值的例外，但即使是这些作者也局限于单一的散射，没有考虑到由于散射而对水面下物体的光照。在[9],塞雷佐并没有考虑(一般)´不均匀的介质和各向异性和多个散射。他们的出发点是一个离散化方法Languenou´[54]和离散纵坐标的使用方法求解辐射传输方程。该方法已应用于深海清澈海水和沿海水域，这两个环境具有不同的光学性质，表现出不同的光谱。这项工作后来扩展由同一作者在[10]使用实际的介质参数化,并考虑不同类型的水以clorophyll浓度,从纯海水很少(红色波长的强吸收和散射)与高水域浮游植物浓度(强烈的蓝色波长的吸收和散射)。

**7 结论**

在本文中，我们提供了一个历史调查与许多最经典的计算机图形技术的水建模和渲染。简要介绍了不同的模型，以实际模拟水的行为以及许多相关的影响。此外，最传统的计算机图形技术也报告了有效的水渲染。

论文的核心是为读者提供一个快速参考主题,有经验的用户可能会很容易地分辨出最佳或最常用的方法为特定的任务,指出他们的优点和不足以及原始文件的条目。同样，初学者也希望能够对该领域有一个温和、有组织、快速的历史视角，而不会浪费时间和精力去寻找原始的参考文献，这些参考文献肯定分散在许多不同的来源中。

最后，我们应该指出，这份文件受到我们目标的巨大影响和空间的限制。尽管包括了110多个条目，但仍有一些其他参考资料被省略，许多解释被减少到最低限度。由于这些原因，本文引用的文献并不打算对这个主题进行全面详尽的调查。然而，我们希望我们已经包含了足够的评论和参考资料，使这篇论文对我们的读者有用。

**参考文献**

[1] N. Adabala, S. Manohar, Techniques for realistic visualization of fluids: a survey, Comput. Graph. Forum 21 (1) (2002) 65–81.  
[2] J. Arvo, Backward ray tracing. Developments in ray tracing, in: SIGGRAPH’86 Course Notes, 1986.  
[3] J. Arvo, D. Kirk, A survey of ray tracing acceleration techniques, in: A. Glassner (Ed.), An Introduction to Ray Tracing, Academic Press, London, San Diego, 1989.  
[4] B.A. Barsky, Computer Graphics and Geometric Modelling Using Beta-splines, Springer-Verlag, Heidelberg, 1987.  
[5] B.A. Barsky, J.C. Beatty, Local control of bias and tension in beta-splines, in: Proceedings of SIGGRAPH’83, Comput. Graph. 17 (4) (1983) 193–218; B.A. Barsky, J.C. Beatty, Local control of bias and tension in beta-splines, in: Proceedings of SIGGRAPH’83, ACM Trans. Graph. 2 (2) (1983) 109–134.  
[6] J.F. Blinn, Simulation of wrinkled surfaces, in: Proceedings of SIGGRAPH’78, Comput. Graph. 12 (3) (1978) 286–292.  
[7] J.F. Blinn, M.E. Newell, Texture and reflection in computer generated images, Commun. ACM 19 (1976) 542–547.  
[8] J.F. Blinn, Generalization of algebraic surfaces drawing, ACM Trans. Graph. 2 (3) (1980) 235–256.  
[9] E. Cerezo, F.J. Seron, Synthetic images of underwater scenes: a first approximation, in: Proceedings of the 9th International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization WSCG’01, 2001, pp. 395–402.  
[10] E. Cerezo, F.J. Seron, Rendering natural waters: merging computer graphics with physics and biology, in: Proceedings of Computer Graphics international CGI’02, 2002, pp. 481–498.  
[11] J.X. Chen, N.V. Lobo, Toward interactive-rate simulation of fluids with moving obstacles using Navier–Stokes equations, Graph. Models Image Process. 57 (2) (1995) 107–116.  
[12] J.X. Chen, N.V. Lobo, C.E. Hughes, J.M. Moshell, Real-time fluid simulation in a dynamic virtual environment, IEEE Comput. Graph. Appl. (May–June) (1997) 52–61.  
[13] N. Chiba, S. Sanakanishi, K. Yokoyama, I. Ootawara, K. Maruoka, N. Saito, Visual simulation of water currents using a particle-based behavioural model, J. Visual. Comput. Anim. 6 (3) (1995) 155–171.  
[14] S. Coquillart, M. Gangnet, Shaded display of digital maps, IEEE Comput. Graph. Appl. 4 (7) (1984) 35–42.  
[15] M. Desbrun, M.P. Gascuel, Animating soft substances with implicit surfaces, in: Proceedings of SIGGRAPH’95, 1995, pp. 287–290.

[16] M. Dippe, J. Swensen, An adaptive subdivision algorithm and ´parallel architecture for realistic image synthesis, in: Proceedings of SIGGRAPH’84, Comput. Graph. 18 (3) (1984) 149–158.

[17] J. Dorsey, P. Hanrahan, Modeling and rendering of metallicpatinas, in: Proceedings of SIGGRAPH’96, 1996, pp.387–396.

[18] J. Dorsey, H.K. Pedersen, P. Hanrahan, Flow and changesin appearance, in: Proceedings of SIGGRAPH’96, 1996, pp.411–420.

[19] J. Dorsey, A. Edelman, H.W. Jensen, J. Legakis, H.K.Pedersen, Modeling and rendering of weathered stone, in:Proceedings of SIGGRAPH’99, 1999, pp. 225–234.

[20] D.S. Ebert, F.K. Musgrave, D. Peachey, K. Perlin, S. Worley,Texturing and Modeling, A Procedural Approach, AcademicPress, London, San Diego, 1994.

[21] D. Enright, S. Marschner, R. Fedkiw, Animation andrendering of complex water surfaces, in: Proceedings ofSIGGRAPH’02, ACM Trans. Graph. 21 (3) (2002) 736–744.

[22] J.A. Ferwerda, Three varieties of realism in computergraphics, in: Cornell Workshop on Rendering, Perceptionand Measurement, 1999.

[23] B. Fishman, B. Schachter, Computer display of height fields,Comput. Graph. 5 (1980) 53–60.

[24] N. Foster, D. Metaxas, Realistic animation of liquids, in: Proceedings of Graphics Interface’96, Calgary, Canada, (1996),pp. 204–212; N. Foster, D. Metaxas, Realistic animation of liquids, Graph. Models Image Process. 58 (5) (1996) 471–483.

[25] N. Foster, D. Metaxas, Modeling the motion of a hot, turbulentgas, in: Proceedings of SIGGRAPH’97, 1997, pp. 181–188.

[26] N. Foster, D. Metaxas, Controlling fluid animation, in: Proceedings of Computer Graphics International CGI’97, IEEEComputer Society Press, Menlo Park, CA, 1997, pp. 178–188.

[27] N. Foster, D. Metaxas, Modeling water for computeranimation, Commun. ACM 43 (7) (2000) 60–67.

[28] N. Foster, R. Fedkiw, Practical animation of liquids, in:Proceedings of SIGGRAPH’01, 2001, pp. 23–30.

[29] A. Fournier, D. Fussell, L. Carpenter, Computer renderingof stochastic models, Communications of the ACM 25 (6)(1982) 371–384.

[30] A. Fournier, W.T. Reeves, A simple model of ocean waves,in: Proceedings of SIGGRAPH’86, Comput. Graph. 20 (4)(1986) 75–84.

[31] P. Fournier, A. Habibi, P. Poulin, Simulating the flow of liquiddroplets, in: Proceedings of Graphics Interface’98, 1998, pp.133–142.

[32] G.Y. Gardner, Simulation of natural scenes using texturedquadric surfaces, in: Proceedings of SIGGRAPH’84, Comput.Graph. 18 (3) (1984) 11–20.

[33] G.Y. Gardner, Visual simulation of clouds, in: Proceedingsof SIGGRAPH’85, Comput. Graph. 19 (3) (1985) 297–303.

[34] M.P. Gascuel, An implicit formulation for precise contact modeling between flexible solids, in: Proceedings ofSIGGRAPH’93, 1993, pp. 313–320.

[35] F.J. Gerstner, Theorie der wellen, Ann. der Physik 32 (1809)412–440.

[36] A. Glassner (Ed.), An Introduction to Ray Tracing, AcademicPress, London, San Diego, 1989.

[37] M.E. Goss, A real-time particle system for display of shipwakes, IEEE Comput. Graph. Appl. 10 (3) (1990) 30–35.

[38] N. Greene, Environment mapping and other applications ofworld projections, IEEE Comput. Graph. Appl. 6 (11) (1986)21–29.

[39] R. Hall, Illumination and Color in Computer GeneratedImagery, Series: Monographs in Visual Communication,Springer-Verlag, New York, 1989.

[40] S. Haruyama, B.A. Barsky, Using stochastic modeling fortexture generation, IEEE Comput. Graph. Appl. 4 (3) (1984)7–19; S. Haruyama, B.A. Barsky, Using stochastic modelingfor texture generation, IEEE Comput. Graph. Appl. 5 (2)(1985) 87 (Errata).

[41] G. Hegron, Rolling on a smooth biparametric surface, J. ´Visual. Comput. Anim. 4 (1993) 25–32.

[42] D. Hinsinger, F. Neyret, M.P. Cani, Interactive animation ofocean waves, in: Proceedings of ACM Siggraph Symposiumon Computer Animation, 2002, pp. 161–166.

[43] A. Iglesias, J. Puig-Pey, A. Galvez, Generating drop ´trajectories on parametric surfaces., in: Proceedings ofSeventh International Conference on CAD and Graphics,CAD/Graphics’01, 2001, pp. 350–357.

[44] K. Iwasaki, Y. Dobashi, T. Nishita, Efficient rendering ofoptical effects within water using graphics hardware., in:Proceedings of Pacific Graphics’01, 2001, pp. 374–383.

[45] J.L. Jensen, R. Golias, Deep water animation and render- ´ing, in: Proceedings of the Game Developer’s ConferenceEurope’01, 2001 (available at: www.gamasutra.com/gdce/jensen/jensen 01.htm).

[46] J.T. Kajiya, New techniques for ray-tracing procedurallydefined objects, ACM Trans. Graph. 2 (3) (1983) 161–181.

[47] K. Kaneda, T. Kagawa, H. Yamashita, Animation of waterdroplets on a glass plate, in: Proceedings of ComputerAnimation’93, 1993, pp. 177–189.

[48] K. Kaneda, Y. Zuyama, H. Yamashita, T. Nishita, Animationof water droplets on curved surfaces, in: Proceedings ofPacific Graphics’96, IEEE Computer Society Press, LosAlamitos, CA, 1996, pp. 50–65.

[49] K. Kaneda, S. Ikeda, H. Yamashita, Animation of waterdroplets moving down a surface, J. Visual. Comput. Anim.10 (1999) 15–26.

[50] M. Kass, G. Miller, Rapid, stable fluid dynamics for computergraphics, in: Proceedings of SIGGRAPH’90, Comput. Graph.24 (4) (1990) 49–57

[51] D.S. Kay, Transparency, Refraction and Ray Tracing forComputer Synthesized Images, Master’s Thesis, CornellUniversity, Ithaca, NY, 1979.

[52] D. Kharitonsky, J. Gonczarowski, A physical based modelfor icicle growth, Visual Comput. 10 (2) (1993) 88–100.

[53] A. Kunimatsu, Y. Watanabe, H. Fujii, T. Saito, K. Hiwada, T.Takahashi, H. Ueki, Fast simulation and rendering techniquesfor fluid objects, in: Proceedings of EUROGRAPHICS’01,Comput. Graph. Forum 20 (3) (2001) 57–66.

[54] E. Languenou, K. Bouatoch, M. Chellem, Global illumination ´in presence of participating media with general properties, in: Sakas, Shirley, Muller (Eds.), Photorealistic Rendering Tech- ¨niques, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1995, pp. 71–86.

[55] J. Lewis, Generalized stochastic subdivision, ACM Trans.Graph. 6 (3) (1987) 167–190.

[56] J. Loviscach, A convolution-based algorithm for animated water waves, in: EUROGRAPHICS’02 Short PaperPresentations, 2002, pp. 381–389.

[57] J. Loviscach, Complex water effects at interactive framerates, in: Proceedings of the 11th International Conferencein Central Europe on Computer Graphics and VisualizationWSCG’03, J. WSCG 11 (1) (2003) 298–305.

[58] H. Mallinder, The modeling of large waterfalls using stringtexture, J. Visual. Comput. Anim. 6 (1) (1995) 3–10.

[59] N.L. Max, Vectorized procedural models for natural terrain: waves and islands in the sunset, in: Proceedings ofSIGGRAPH’81, Comput. Graph. 15 (3) (1981) 317–324.

[60] N.L. Max, Carla’s Island, Siggraph Video Rev. (5) (1981).

[61] N.L. Max, The simulation of natural phenomena, in: Proceedings of SIGGRAPH’83 (panel), Comput. Graph. 17 (3)(1983) 137–139.

[62] G.A. Mastin, P.A. Watterberg, J.F. Mareda, Fourier synthesisof ocean scenes, IEEE Comput. Graph. Appl. 7 (3) (1987)16–23.

[63] G. Miller, A. Pearce, Globular dynamics: a connected particlesystem for animating viscous fluids, Comput. Graph. 13 (3)(1989) 305–309.

[64] E. Monahan, G. MacNiocaill, Oceanic Whitecaps: Their Rolein Air Sea Exchange Processes, D. Reidel, 1986.

[65] D. Mould, Y.H. Yang, Modeling water for computer graphics,Comput. Graph. 21 (6) (1997) 801–814.

[66] S. Murakami, H. Ichihara, On a 3D display method by metaballtechnique, J. Electron. Commun. 70 (8) (1987) 1607–1615.

[67] A. Murta, J. Miller, Modelling and rendering liquids inmotion, in: Proceedings of the 7th International Conferencein Central Europe on Computer Graphics and Visualization,WSCG’99, 1999, pp. 194–201.

[68] M.E. Newell, The Utilization of Procedure Models in DigitalImage Synthesis, Ph.D. Thesis, University of Utah, Salt LakeCity, UT, 1975.

[69] N. Nishikawa, T. Abe, Artificial nature in splash of droplets,Compugraphics’91 1 (1991) 457–466.

[70] T. Nishita, Y. Miyawaki, E. Nakamae, A shading model foratmosferic scattering considering luminous intensity distribution of light sources, in: Proceedings of SIGGRAPH’87,Comput. Graph. 21 (4) (1987) 303–310.

[71] T. Nishita, T.W. Sederberg, M. Kakimoto, Ray tracing rationaltrimmed surface patches, in: Proceedings of SIGGRAPH’90,Comput. Graph. 24 (4) (1990), 337–345.

[72] T. Nishita, E. Nakamae, A method for displaying metaballsby using Bezier clipping, in: Proceedings of EUROGRAPH- ´ICS’94, Comput. Graph. Forum 13 (3) (1994) 271–280.

[73] T. Nishita, T. Shirai, K. Tadamura, E. Nakamae, Displayof the Earth taking into account atmospheric scattering, in:Proceedings of SIGGRAPH’93, 1993, pp. 175–182.

[74] A. Norton, A.P. Rockwood, P.T. Skolmoski, Clamping:a method for antialiasing textured surfaces by bandwidthlimiting in object space, in: Proceedings of SIGGRAPH’82,Comput. Graph. 16 (3) (1982) 1–8.

[75] J.F. O’Brien, J.K. Hodgins, Dynamic simulation of splashingfluids, in: Proceedings of Computer Animation’95, 1995, pp.198–205.

[76] S. Osher, R. Fedkiw, The Level Set Method and DynamicImplicit Surfaces, Springer-Verlag, New York, 2002.

[77] D.R. Peachey, Modeling waves and surf, in: Proceedings ofSIGGRAPH’86, Comput. Graph. 20 (4) (1986) 65–74.

[78] K. Perlin, An image synthesizer, in: Proceedings ofSIGGRAPH’85, Comput. Graph. 19 (3) (1985) 287–296.

[79] S. Premoze, M. Ashikhmin, Rendering natural waters, in:Proceedings of Pacific Graphics’00, 2000, pp. 23–30; S.Premoze, M. Ashikhmin, Rendering natural waters, Comput.Graph. Forum 20 (4) (2001) 189–199.

[80] Pyramid Catalogue: Pyramid, Box 1048, Santa Monica, 1981.

[81] W.J.W. Rankine, On the exact form of waves near the surfacesof deep water, Phil. Trans. R. Soc. A 153 (4) (1863) 127–138.

[82] W.T. Reeves, Particle systems—a technique for modeling aclass of fuzzy objects, in: Proceedings of SIGGRAPH’83,Comput. Graph. 17 (3) (1983) 359–376; W.T. Reeves, Particlesystems—a technique for modeling a class of fuzzy objects,ACM Trans. Graph. 2 (2) (1983) 91–108.

[83] W.T. Reeves, R. Blau, Approximate and probabilistic algorithms for shading and rendering structured particle systems,in: Proceedings of SIGGRAPH’85, Comput. Graph. 19 (3)(1985) 313–322.

[84] S. Rubin, T. Whitted, A 3-dimensional representationfor fast rendering of complex scenes, in: Proceedings ofSIGGRAPH’80, Comput. Graph. 14 (3) (1980) 110–116.

[85] B. Schachter, Long crested wave models, Comput. Graph.Image Process. 12 (1980) 187–201.

[86] J. Schneider, R. Westermann, Towards real-time visualsimulation of water surfaces, in: Proceedings of Vision,Modeling and Visualization’01, 2001, pp. 211–218.

[87] D. Shepard, A two-dimensional interpolation function forirregularly spaced data, in: Proceedings of ACM NationalConference, 1964, pp. 517–524.

[88] F. Sillion, C. Puech, A general two-pass method integrating specular and diffuse reflection., in: Proceedings ofSIGGRAPH’89, Comput. Graph. 23 (3) (1989) 335–344.

[89] K. Sims, Particle dreams (Video), Segment 42, SiggraphVideo Rev. 38/39 (1988).

[90] K. Sims, Particle animation and rendering using data parallelcomputation, in: Proceedings of SIGGRAPH’90, Comput.Graph. 24 (4) 1990 405–413.

[91] P.P. Sloan, J. Kautz, J. Snyder, Precomputed radiance transferfor real-time rendering in dynamic, low-frequency lightingenvironments, in: Proceedings of SIGGRAPH’02, ACMTrans. Graph. 21 (3) 2002 527–536.

[92] J. Stam, Stable fluids, in: Proceedings of SIGGRAPH’99,1999, pp. 121–128.

[93] J. Stam, A simple fluid solver based on FFT, J. Graph. Tools6 (2) (2001) 43–52.

[94] G.G. Stokes, Mathematical and Physical Papers, CambridgeUniversity Press, Cambridge, vol. 1 1980.1374 A. Iglesias / Future Generation Computer Systems 20 (2004) 1355–1374

[95] K. Tadamura, E. Nakamae, Modeling the colour of water inlighting design, in: V. Earnshaw (Ed.), Computer Graphics:Developments in Virtual Environments, Academic Press,London, San Diego, 1995, pp. 97–114.

[96] T. Tanahashi, T. Takafumi, CIP finite element method, NewsLett./Asian CFD Soc. 8 (3) (2000) 485–495.

[97] J. Tessendorf, Simulating ocean water, in: SIGGRAPH’99Course Notes, 1999.

[98] D. Tonnesen, Modeling liquids and solids using thermalparticles, in: Proceedings of Graphics Interface’91, 1991, pp.255–262.

[99] D.L. Toth, On ray tracing parametric surfaces, in: Proceedingsof SIGGRAPH’85, Comput. Graph. 19 (3) 1985 171–180.

[100] C. Trendall, A.J. Stewart, General calculations using graphicshardware with application to interactive caustics, in: Proceedings of Eurographics Workshop on Rendering, 2000, 2000,pp. 287–298.

[101] P. Ts’o, B.A. Barsky, Modeling and rendering waves: wavetracing using beta-spline and reflective and refractive texturemapping, ACM Trans. Graph. 6 (3) (1987) 191–214.

[102] J.R. Wallace, M.F. Cohen, D.P. Greenberg, A two-passsolution to the rendering equation: a synthesis of ray tracingand radiosity methods, in: Proceedings of SIGGRAPH’87,Comput. Graph. 21 (4) (1987) 311–320.

[103] M. Watt, Light-water interaction using backward beamtracing, in: Proceedings of SIGGRAPH’90, Comput. Graph.24 (4) (1990) 377–385.

[104] R. Wcilso, J. Kitowski, J. Moscinski, Cellular automaton asa fast tool for animation of liquid in multi-object scenes, in:Proceedings of the 6th International Conference in CentralEurope on Computer Graphics and Visualization, WSCG’98,1998, pp. 417–423.

[105] T. Witthed, An improved illumination model for shadeddisplay, Commun. ACM 23 (6) (1980) 343–349.

[106] P. Witting, Computational fluid dynamics in a traditionalanimation environment, in: Proceedings of SIGGRAPH’99,1999, pp. 129–136.

[107] B. Wyvill, C. McPheeters, G. Wyvill, Data structure for softobjects, Visual Comput. 2 (4) (1986) 227–234.

[108] B. Wyvill, C. McPheeters, G. Wyvill, Animating soft objects,Visual Comput. 2 (4) (1986) 235–242.

[109] B. Wyvill, in: Proceedings of SIGGRAPH’86, Electron.Theater Video Rev. 24 (1986).

[110] G. Wyvill, B. Wyvill, C. McPheeters, Solid texturing of softobjects, IEEE Comput. Graph. Appl. (1987) 20–26.

[111] G. Wyvill, A. Trotman, Ray-tracing soft objects, in: Proceedings of Computer Graphics International CGI’90, SpringerVerlag, 1990, pp. 469–476.

[112] Y.J. Yu, H.Y. Jung, H.G. Cho, A new rendering techniquefor water droplet using metaball in the gravitation force, in:Proceedings of the 6th International Conference in CentralEurope on Computer Graphics and Visualization, WSCG’98,1998, pp. 432–439.

[113] Y.J. Yu, H.Y. Jung, H.G. Cho, A new water droplet modelusing metaball in the gravitational field, Comput. Graph. 23(1999) 213–222.