Теорема о разложении периодических дробей имеющих циклическую природу в бесконечное количество геометрических прогрессий.

Частный случай:

Число 1/7 разложимо в бесконечное количество геометрических прогрессий.

Первый член геометрической прогрессии представляет собой число **a.**
Число **a** составленное из любого количества цифр после запятой.
Т.е. а может принимать значения 0.1, 0.14, 0.142, 0.1428, 0.14285, 0.142857 и т. д.

Число **A** представляет собой целое содержащие в себе ту же последовательность цифр, что и число **a**, т. е. **A** может принимать значения: 1, 14, 142, 1428, 14285 и т. д.

Знаменатель геометрической прогрессии **q** = **m** / **d**.

Параметр **m** представляет собой 1 из 6 возможных остатков от деления, образующихся в процессе вычисления 1/7 : [1, 3, 2, 6, 4, 5]. Параметр **m** зависит от **a**, а именно от единственного изменяющегося в а параметра — количества символов после запятой. Можно записать формулу **m** = ([lg(**A**)] — 1) % 6, где [lg(**A**)] это характеристика десятичного логарифма, что тождественно количеству цифр в десятичной системе счисления.

Параметр **d** так же находится в зависимости от [lg(**A**)] и может быть определен с ледующим образом: **d** = $10^{[\lg(\mathbf{A})]}$.

Общий случай:

Разложимо любое 1/**P**, где **P** простое число, попадающие под категорию reptend prime, но не обязательно full reptend prime.

Доказательство:

Рассмотрим вначале частный случай.

Формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии может быть записанна следующим образом: **S** = **a** / (1 — **q**). Как можно видеть — по мере увеличения количества цифр **S** будет стрмиться к 1/7, а **q** будет стремиться к нулю.

Докажем справедливость для каждого из 6 возможных параметров **m**:

При **m** = 1 мы будем иметь **a** составленное из повторений полного цикла периодической дроби 1/7, т. е. **A** может принимать значения: 142857, 142857142857, и т.д. Как следствие параметр **d** будет принимать значения $10^{6*(\mathbf{n}+1)}$, где **n** изменяется от 0 до беск.

Проанализируем **S**, как будет изменяться знаменатель (1-**q**):

Т.к. **q**=**m***d**, **m**=**1**, **d**=$10^{6*(\mathbf{n}+1)}$ мы можем записать **q**=1/**d**=$10^{-6*(\mathbf{n}+1)}$, где n изменяется от 0 до бесконечности, и представляет собой номер очередного элемента **a**, удовлетворяющего условию **m**=1.

Таким образом получим что при (1-**q**) = 1 — 1/$10^{6*(\mathbf{n}+1)}$.
При **n**=0, получим (1-**q)** = 999999/10^6.

Легко увидеть что для любого n мы будем получать в числителе (1-**q**) число составленное из девяток в количестве 6*(**n**+1). Знаменатель будет равен **d**, которое так же равно отношению **a** к **A**.

Теперь рассмотрим формулу суммы ряда при **n**=0:

S = 0.142857 / (999999/10^6), как видно мы можем сократить её.
S = 142857/ 999999. Как видно — при измененнии n мы будем увеличивать каждый раз количество цифр в числителе и знаменателе на 6, т. е. Общее количество цифр 142857 повторенных **n**+1 циклов — будет соответствовать колличество цифр 9 в знаменателе.

Т.к. при делении любого числа в десятичной системе счисления, на число состоящее из такого же количества цифр, все из которых равны 9 — мы будем получать периодическую дробь — для любых **n** результат гарантированно равен 1/7.

Теперь рассмотрим **m** = 3.

В таком случае параметр **A** может принимать вид: 1, 1428571 итд
Параметр **d** = 10 + $10^{6*\mathbf{n}}$ = $10^{6*\mathbf{n}+1}$.

Проанализируем **S**, как будет изменяться знаменатель (1-**q**):

Т.к. **q**=**m***d**, **m**=3, **d**=$10^{6*\mathbf{n}+1}$ мы можем записать **q**=3/**d**=$10^{6*\mathbf{n}+1}$, где n изменяется от 0 до бесконечности, и представляет собой номер очередного элемента **a**, удовлетворяющего условию **m**=3.

Таким образом (1-**q**) в при **n=0** будет равно 7/10.
Рассмотрим сумму при зависимости от **n**. Сократим числитель и знаменатель на **d**.
S = **A**/**denum**(**n**), где denum при n=0 равно 7, при n=1 равно 9999997, и так далее при каждом последующем **n** к **denum** будут добавляться 6 старших разрядов с цифрами 9.

Схожим образом мы можем описать и **m**=1, а так же все последующие.

Для **m**=1 параметр **denum** может принимать значения состоящие из 6*(**n**+1) цифр „9“.

Для **m**=3 параметр **denum** может принимать значения состоящие из младшего разряда 7, а так же 6***n** старших цифр „9“.

Для **m**=2 параметр **denum** может принимать значения состоящие из младших разрядов 98, а так же 6***n** старших цифр „9“.

Для **m**=6 параметр **denum** может принимать значения состоящие из младших разрядов 994, а так же 6***n** старших цифр „9“.

Для **m**=4 параметр **denum** может принимать значения состоящие из младшых разрядов 9996, а так же 6***n** старших цифр „9“.

Для **m**=5 параметр **denum** может принимать значения состоящие из младшых разрядов 99995, а так же 6***n** старших цифр „9“.

Теперь необходимо доказать, что для любого **A**, соответствующий **denum** всегда будет иметь одинаковую пропорцию, т. е. **S** = **A/denum** = 1/7 = 0.(142857)

На основании компьютерных вычислений видно что эа пропорция всегда выполняется, при разложении на простые числа A всегда будет содержать тот же набор простых чисел что и denum, но denum будет всегда содержать на один множитель «7» больше.

Таким образом для любого **m** и **n - denum** в своём разложение на простые числа должен обязательно содержать «7» или **P** в общем случае. Это необходимое, но не достаточное условие для доказательства теоремы.

Достаточным условием будет являться доказательство того что все простые числа на которые могут раскладываться **A** и **denum**, при любых **n** и **m —** будут идентичны, и в общем случае теоремы: **A** / **denum** = 1 / **P**.

Для этого необходимо ввести фунции **A** и **denum**, зависимые от **m** и **n** и научиться предсказывать простые числа на которые разлагаются **A** и **denum**, при изменении **m** и **n**.

Автор работы: Куценко Константин, discord: constcut#1679