

## 32. Конденсация ориентированного графа, ацикличность

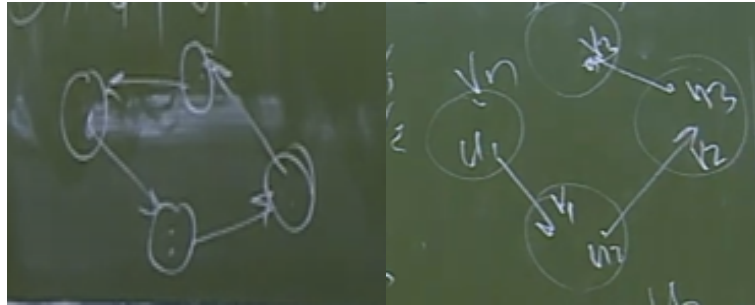
**Определение** Конденсацией ориентированного графа называется граф, построенный таким образом:

- 1 Выделяем компоненты сильной связности графа
- 2 Сжимаем компоненты сильной связности до вершин
- 3 Оставляем ребра между разными КСС, убираем кратные ребра

### Утверждение

Конденсированный граф ацикличен.

▲ Предположим, это не так, тогда существует цикл между разными КСС



Пусть это цикл

$$u_1 \rightarrow v_1$$

$$u_2 \rightarrow v_2$$

...

$$u_n \rightarrow v_n,$$

Тогда, так как эти ребра соединяют компоненты сильной связности, из первой компоненты цикла можно добраться до любой компоненты оставшейся части цикла, а значит, и любой вершины из компонент сильной связности, входящих в цикл. Аналогично для второй, третьей и т.д. компоненты из цикла. То есть компоненты, образующие цикл, являются КСС, а значит, разбиение на КСС было некорректным. Противоречие ■