

77 (35 на хор). Является ли $\ln n$ р.р. (mod 1) последовательностью?

Утверждение: $\ln(n)$ не является р.р. (mod 1) последовательностью.

▲ Числа, подходящие под условие, имеют вид $e^k, e^{k+1}, \dots, e^{k+\gamma}$. Количество таких чисел - $e^{k+\gamma} - e^k = e^k(e^\gamma - 1)$ для конкретного k . Просуммируем от 1 до $[\ln(N)]$, так как именно столько у нас значений может принимать k (переменная, принимающая значения из множества целых частей от x_n):

$$F(N, \gamma) = \sum_{k=1}^{[\ln(N)]} e^k(e^\gamma - 1) = (e^\gamma - 1) \cdot \frac{e^{[\ln(N)]+1} - e}{e - 1} + O([\ln(N)])$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(N, \gamma)}{N} = \frac{e^\gamma - 1}{e - 1} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{[\ln(N)]+1} + O([\ln(N)])}{N} = \frac{e^\gamma - 1}{e - 1} \neq \gamma$$

■