

71. Иррациональность числа e .

Теорема. Число e - иррациональное.

▲

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

Предположим противное: e - рациональное $\Rightarrow e = \frac{p}{q}$, тогда $e \cdot k! \in \mathbb{Z}$

$$e \cdot k! = A + \frac{1}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} + \dots,$$

где $A \in \mathbb{Z}$.

$$0 < \frac{1}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} + \dots < \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = 1$$

Противоречие. Следовательно, e - иррациональное. ■