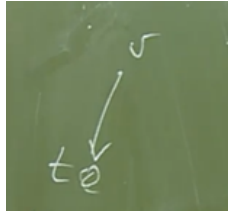


## 37. Нахождение точек сочленения в неориентированном графе.

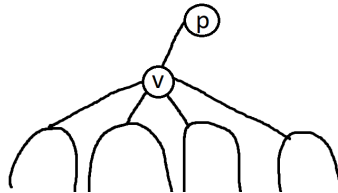
Пусть  $v$  - вершина графа, **не являющаяся корнем**,  $(v, to)$  - какое-то древесное ребро из вершинки  $v$ .

$v$  - точка сочленения  $\iff ret[to] \geq tin[v]$



▲  $\leftarrow$  Это условие понятно интуитивно. Если при спуске ниже  $v$  лучшее, чего мы можем добиться - вернуться в  $v$ , то если мы исключим вершину  $v$ , не сможем вернуться из поддерева в предков  $v$ , а значит, связность нарушится

$\rightarrow$  предположим, ни для какого сына неравенство не выполняется. Тогда  $ret[to] < tin[v]$ , а значит из каждого поддерева можно вернуться выше вершинки  $v$ , то есть  $v$  - не точка сочленения



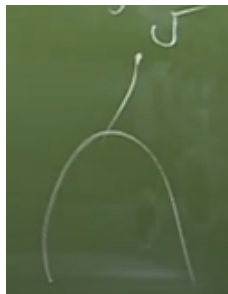
■

Теперь пусть  $v$  - вершина графа, **являющаяся корнем**.

Тогда  $v$  - точка сочленения  $\iff$  из  $v$  выходит хотябы два древесных ребра

▲  $\leftarrow$  Между различными поддеревьями нет ребер, так как если бы ребро было, то эти два поддерева склеились бы в одно. Значит, после удаления  $v$  поддерева станут независимыми компонентами связности графа, а значит,  $v$  - точка сочленения.

$\rightarrow$  Пусть это не так, и у вершины всего один сын.



Значит, удаление вершины  $v$  оставляет поддерево связной компонентой. (dfs запустился, как-то походил-походил и обошел все дерево, задействуя только одно ребро из  $v$ ). Тогда  $v$  - не точка сочленения. Противоречие ■

```

void dfs(int v, int p=-1){
    tin[v] = timer++;
    ret[v] = tin[v];
    used[v] = true;
    int cld = 0;

    for(int to:g[v]){
        if(to == p) continue;

        if(used[to]){
            ret[v] = min(ret[v], tin[to]);
        }else{
            cld++;
            dfs(to,v);
            ret[v] = min(ret[v], ret[to]);
            if(p != -1){
                if(ret[to] >= tin[v]) v - точка сочленения
            }else{
                if(cld >=2) v - точка сочленения
            }
        }
    }
}

```