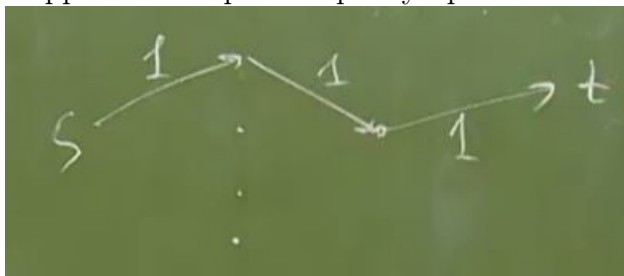


## 86. Алгоритм Хопкрофта—Карпа поиска максимального паросочетания в двудольном графе. Корректность и асимптотика.

**Алгоритм Хопкрофта—Карпа** - поиск максимального паросочетания в двудольном графе. Эта задача сводится к потоковой задаче: вводим искусственно вершинки  $s$  и  $t$ , а дальше делаем сеть: из всех вершин левой доли проводим в  $s$  рёбра капасити 1, из всех вершин правой доли - в  $t$  рёбра капасити 1, все рёбра исходного графа ориентируем слева направо и ставим капасити 1.  $\text{MaxFlow} = \text{MaxMatching}$ .

Асимптотика: используем алгоритм Диница, где все капасити - 1, потенциал всей сети  $P = V$  (В левой доли у всех вершин  $C_{in} = 1$ , значит, потенциал 1, в правой  $C_{out} = 1$ , значит, потенциал 1. Значит, суммарный потенциал  $V$ ),  $\Rightarrow$  Диниц работает за  $O(E\sqrt{V})$ .

Корректность: рассмотрим устройство потока в такой сети.



Все пути имеют именно такой вид: одно ребро от  $s$  до левой доли, от левой доли до правой, от правой доли до  $t$ . Все такие пути не пересекаются  $\Rightarrow$  ну а тогда мы получили из центральных рёбер паросочетания. Отсюда  $\text{MaxFlow} \leq \text{MaxMatching}$ . Но и обратное так же верно: по максимальному паросочетанию можно достроить поток, так что  $\text{MaxMatching} \leq \text{MaxFlow}$ . Отсюда следует это равенство.