

3.12. Построение комбинаторов логических значений, булевых функций, операций с параметрами, проверки на ноль для нумералов Чёрча (с доказательством корректности)

Представление логических значений и булевых функций

Пусть

$$False = \lambda xy.y (= \bar{0})$$

$$True = \lambda xy.x$$

Тогда логические функции выражаются следующим образом:

$$And = \lambda pq.pqp$$

$$Or = \lambda pq.ppq$$

$$Not = \lambda pq.p\ False\ True$$

Представление арифметических операций на нумералах Чёрча

1) *Inc* – прибавление единицы ($Inc\bar{n} = \overline{n+1}$)

$$Inc = \lambda nfx.f(nfx)$$

2) *Add* – сложение

$$Add = \lambda mnfx.mf(nfx)$$

3) *Mult* – умножение

$$Mult = \lambda mnfx.m(nf)x$$

4) *Exp* – возведение в степень

$$Exp = \lambda mnfx.nmfx$$

Проверка на ноль для нумералов Чёрча

$$IsZero = \lambda n.n(\lambda x.False)True$$

Проверим для нуля:

$$IsZero\bar{0} = \bar{0}(\lambda x.False)True = True$$

Любое число, кроме нуля представимо в виде: $\overline{n+1}$. Проверим *IsZero* для таких чисел:

$$IsZero(\overline{n+1}) = \overline{n+1}(\lambda x.False)True = (\lambda fx.f(...))(\lambda x.False)True = (\lambda x.False(...)) = False$$