Билет 64.

Date

Уточнение теоремы Дирихле в случае рациональных дробей.

<u>Т-ма</u> Пусть $\alpha \in \mathbb{Q}$. Тогда существует лишь конечное кол-во рациональных дробей $\frac{p}{q}$ таких, что $\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| \le \frac{1}{q^2}$

▲ Пусть $\alpha = \frac{m}{n}$, тогда $\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| = \left|\frac{m}{n} - \frac{p}{q}\right| =$

$$= \left|\frac{mq - pn}{nq}\right| < \frac{1}{q^2},$$

т.е. $|mq - pn| < \frac{n}{q}$ $\left(n, q > 0 \Rightarrow \text{переход корректен}\right)$

Тогда есть 2 случая:

(I) $|mq - pn| \ge 1 \Rightarrow n > q$, таких дробей $\le n-1$

(II) $|mq - pn| = 0 \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{m}{n}$, такая дробь 1

Значит, нам может подойти не более n дробей. ■