2.3 (3) Теорема о структуре вполне упорядоченного множество: оно представляется как $\omega \cdot L + F$, где L — множество предельных элементов (кроме, возможно, наибольшего), F — конечное множество.

▲ Пусть P - множество предельных элементов нашего ВУМа. Заметим, что P - ВУМ (как подмножество ВУМа). Рассмотрим элемент $x \in P$. Пусть $Sx = y$ (следующий элемент). Построим биекцию между ω и $[x; y)$. Числу n из ω поставим в соответствие число $\underbrace{SS \ldots S}_{n \text{ раз}} x$. Очевидно, что это инъекция ($x + n = x + m \Leftrightarrow n = m$).

Докажем, что это сюръекция. Рассмотрим элемент t лежащий в $[x; y)$. Бесконечно уменьшать его на 1 (то есть брать предыдущий) нельзя по одному из эквивалентных определений фундированности $\Rightarrow$ существует предельный элемент k (у которого нет предыдущего), такой что $S \ldots Sk = t$. k лежит на в $[x, y)$, но единственный предельный элемент, лежащий в этом множестве - это $x \Rightarrow k = x \Rightarrow t = S \ldots Sk$ будет получен.

Повторим такие действия для всех x (кроме наибольшего). Затем возможны 2 случая

1. В исходном ВУМе нет наибольшего элемента. Тогда аналогично прошлым шагам строим изоморфизм между ω и оставшимися элементами. Получаем, что наш ВУМ равен $\omega \cdot P$

2. В исходном ВУМе есть наибольший элемент. Тогда осталось лишь конечное число нерассмотренных элементов. Докажем это

   Обозначим наибольший элемент всего ВУМа как a. По определению фундированности, мы не сможем бесконечно брать предыдущий элемент $\Rightarrow$ существует k - предельный, такой что $a = \underbrace{S \ldots S}_{m \text{ раз}} k$. $k \geq x$, но x - наибольший из предельных элементов $\Rightarrow k = x \Rightarrow |[x; a]| = m + 1$. Построим биекцию между этим отрезком и множеством $F = [0; m]$.

Таким образом, получаем, что наше ВУМ равномощно $\omega \cdot L + F$, где L - множество предельных элементов кроме, возможно, наибольшего, а F - конечное множество ■