

3.11. Теорема Чёрча-Россера (б/д). Единственность нормальной формы.

Теорема (Чёрча-Россера (б/д)). *Если для некоторого λ -терма A имеется два варианта редукции $A \rightarrow_\beta B$ и $A \rightarrow_\beta C$, то существует такой λ -терм D , что $B \rightarrow_\beta D$ и $C \rightarrow_\beta D$.*

Определение. Термы M и N называются равными, если существует такой терм T , что M сводится (некоторым количеством α и β редукций) к T и N сводится к T .

Определение. Говорят, что терм M находится в *нормальной форме*, если к нему нельзя применить β -редукцию даже после нескольких α -конверсий.

Говорят, что N – *нормальная форма* терма M , если $M = N$ и N в нормальной форме.

Следствие (из теоремы Чёрча-Россера). У каждого λ -терма есть не более одной нормальной формы.

Доказательство. Предположим, что у терма A две нормальные формы: B и C (то есть $A \rightarrow_\beta B$ и $A \rightarrow_\beta C$). По теореме Чёрча-Россера существует такой D , что $B \rightarrow_\beta D$ и $C \rightarrow_\beta D$. Но по определению B и C – λ -термы, к которым нельзя применить β -редукцию. Противоречие. ■

Замечание. Не у всех λ -термов есть нормальная форма. Например, $\Omega = (\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$ редуцируется сам в себя.