Chapitre 7

CALCUL LITTÉRAL

7.1 Découverte du calcul littéral

.

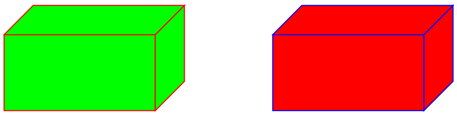
Activité 1 **Découverte :**

Un père dit à ses enfants :

— sur la table, j'ai disposé trois boîtes vertes et deux boîtes rouges ainsi qu'un billet de 20 € ;

— de plus, je vous informe que chaque boîte verte contient la même somme d'argent qu'une autre boîte verte et que chaque boîte rouge contient la même somme d'argent qu'une autre boîte rouge.

1 A l'aide d'un crayon vert et d'un crayon rouge, complète le schéma ci-dessous représentant ce qu'on voit sur la table :



.

2 Complète :
Somme d'argent sur la table = l'argent dans les boîtes ....+ l'argent dans les boîtes ....+..........
Somme d'argent sur la table = ...l'argent dans UNE boîte ......+.....l'argent dans UNE boîte........+......

3 L'écriture précédente est vraiment trop LOURDE (longue) à écrire. On décide d'écrire :

— S à la place de : Somme d'argent sur la table

— R à la place de : ....

— .... à la place ....

Avec ce qu'on vient de décider, rédiger de façon beaucoup plus COURTE :
S = ...+.........................+..

4 Le père dit à ses enfants : en sachant que $V = 10$ et $R = 1$, calculer S.

(a) Que veut-il dire ? ....
....

(b) Calculer S :
S = ...
S = ...
S = ...

5 Calculer S pour chacun des quatre cas suivants :
a) V = 10 et R = 5 ; b) V = 0 et R = 3 ; c) V = 0 et R = 0 ; d) V = 3 et R = 7

(a) Si $V = 10$ et $R = 5$ donc S = ...
....

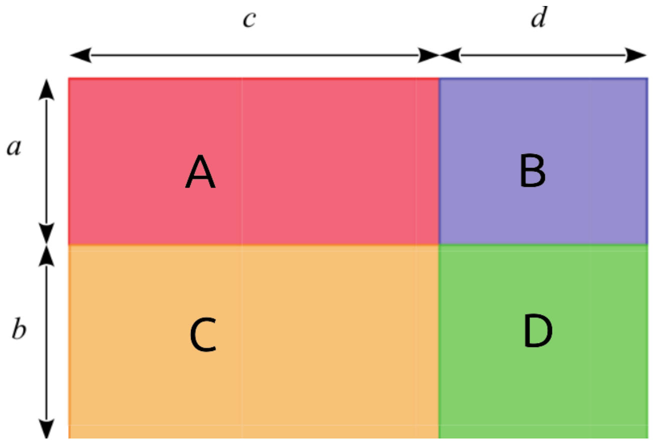
(b) Si V = ... et R = ... donc S =......................................
....

(c) Si V = ...
....

(d) Si ....
....

Activité 2 **Double distributivité :**

1 Calcule l'aire du grand rectangle par deux méthodes.



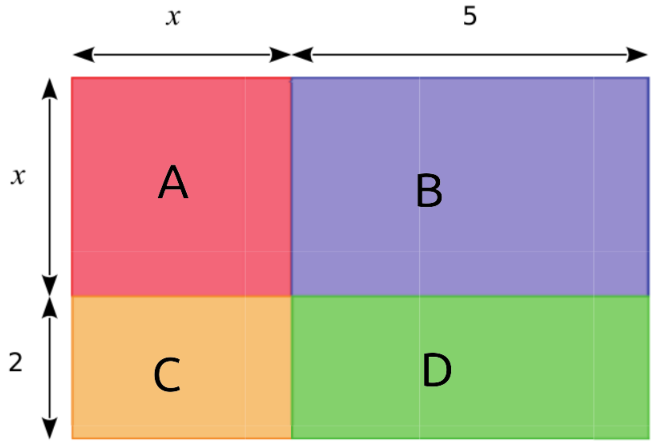
Méthode 1

- L'aire du rectangle A est $S_A = x \times$ ....
- L'aire du rectangle B est $S_B =$ .... $\times$ ....
- L'aire du rectangle C est $S_C =$ .... $\times$ ....
- L'aire du rectangle D est $S_D =$ .... $\times$ ....
- Donc l'aire du grand rectangle est $S =$ .... + ... + ... + ...
  ....

Méthode 2

- La largeur du grand rectangle est $l =$ .... + ...
- La longueur du grand rectangle est $L =$ .... + ...
- Donc l'aire du grand rectangle est $S =$ .... $\times$ .... = ...

2 Quelle égalité peux-tu déduire de la figure suivante ?



Méthode 1

- L'aire du rectangle A est $S_A = x \times$ ....
- L'aire du rectangle B est $S_B =$ .... $\times$ ....
- L'aire du rectangle C est $S_C =$ .... $\times$ ....
- L'aire du rectangle D est $S_D =$ .... $\times$ ....
- Donc l'aire du grand rectangle est $S =$ .... + ... + ... + ...
  ....

Méthode 2

- La largeur du grand rectangle est $l =$ .... + ...
- La longueur du grand rectangle est $L =$ .... + ...
- Donc l'aire du grand rectangle est $S =$ .... $\times$ .... = ...

7.2 calcul littéral

Définition

Une expression littérale est une expression mathématique contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

Exemple 1

— Longueur d'un cercle :$\pi \times 2 \times r$ où r représente le rayon du cercle et π est un nombre constant qui vaut environ $3,14\ldots$

— L'aire d'un carré est donné par $c \times c$ où c représente le côté du carré

Convention: Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole $\times$ devant une lettre ou une parenthèse.

— On écrit $c \times c = c^2$

— On écrit $2 \times \pi \times r = 2\pi r$

— On écrit $2 \times \pi \times r \times r =$ ....

Attention: On ne peut pas supprimer le signe $\times$ entre deux nombres.

Exemple 2

1 Simplifie les expressions suivantes

(a) $A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$

$A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$	$\longrightarrow$	On repère tous les signes $\times$.
$A =$ .... $+ 7 \times (-4)$...............................	$\longrightarrow$	On supprime les signes $\times$ placés devant une lettre ou une parenthèse.
$A =$	$\longrightarrow$	On calcule si possible.

(b) $B = 3 \times V + 2 \times R + 20$
$B =$ ....

(c) $C = 3 \times 2 + 3 \times x - 4 \times (-2 \times y) - 4 \times 2$
$C =$ ....
$C =$ ....

Propriété

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « − »dans une expression.

Exemple 3

— L'opposé de a est $-a$

— L'opposé de $a + b$ est $-(a + b) = -a - b$

— L'opposé de $a-b$ est $-(a-b)=-a+b$
— L'opposé de $2-a+b$ est ....
— L'opposé de $a-b-2ab$ est ....
— L'opposé de $-a$ est ....

Exemple 4

1 Supprime les parenthèses

(a) $A=2-(a-b)=$ ....

(b) $B=2-(x-5xy+y^2)=$ ....

(c) $C=2x-(-2x^3-5xy+4)=$ ....

(d) $D=2+(a^2-2ab+b^2)=$ ....

7.2.1 Calculer la valeur d'une expression littérale.

Définition

On calcule la valeur d'une expression littérale lorsque l'on attribue une valeur aux lettres contenues dans l'expression.
Si une même lettre est utilisée plusieurs fois, on lui attribue le même nombre à chaque fois.

Exemple 5

1 Calculer la valeur des expressions

2 $S=3V+2R+20$ lorsque $V=2$ et $R=7$
$S=$ ....
$S=$ ....

3 $A=3V^2+2R^2+20$ lorsque $V=3$ et $R=1$
$A=$ ....
$A=$ ....

4 $B=5(2-x)+3x-7y$ lorsque $x=2$ et $y=1$
$B=$ ....
$B=$ ....
$B=$ ....
$B=$ ....

5 $C=a^2-2ab+b^2$ lorsque $a=5$ et $b=2$
$C=$ ....
$C=$ ....
$C=$ ....
$C=$ ....

6 $D=(a-b)^2$ lorsque $a=5$ et $b=2$
$D=$ ....
$D=$ ....
$D=$ ....
$D=$ ....

7 $E=a+b-3ab$ lorsque $a=-1$ et $b=-2$
$E=$ ....
$E=$ ....

7.3 Développement

7.3.1 La distributivité simple

distributivité simple

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$\boxed{k(a+b) = k \times a + k \times b}$$

$$\boxed{k(a-b) = k \times a - k \times b}$$

Exemple 6

Développe les expressions suivantes

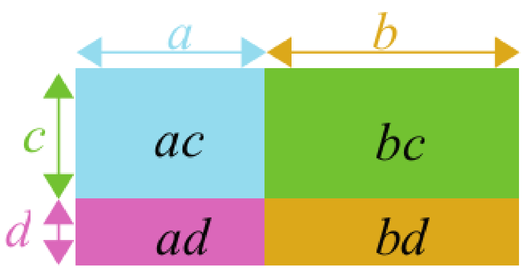
$A = 2 \times (x-3)$	$B = 2(5-2)$	$C = -2(x-3)$
$A =$	$B =$	$C =$ ....
$A =$	$B =$	$C =$ ....
$D = \frac{2}{3} \times (a - \frac{1}{5})$	$E = -5 \times (a - \frac{1}{5})$	$F = 3,2 \times (y-1)$
$D =$	$E =$	$F =$ ....
$D =$	$E =$	$F =$ ....
$G = x(x-1)$	$H = -3a \times (a-b)$	$I = 4x \times (y-3x)$
$G =$	$H =$	$I =$ ....
$G =$	$H =$	$I =$ ....

7.3.2 La double distributivité

double distributivité

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$



Exemple 7

Développe et simplifie

Méthode 1

$A = (3+5)(2-1)$

$A = (3+5)(2+(-1))$ $\longrightarrow$ On transforme la soustraction.

$A = (3+5)(2+(-1))$ $\longrightarrow$ On applique la double distributivité.

$A = 3\times 2 + 3\times(-1) + 5\times 2 + 5\times(-1)$ $\longrightarrow$ On calcule les produits .

$A = 6 - 3 + 10 - 5$ $\longrightarrow$ On simplifie.

$A = 8$

Méthode 2

$A = (3+5)(2-1)$

$A = (3+5)(2-1)$ $\longrightarrow$ On applique la double distributivité.

$A = 3\times 2 - 3\times 1 + 5\times 2 - 5\times 1$ $\longrightarrow$ On calcule les produits .

$A = 6 - 3 + 10 - 5$ $\longrightarrow$ On simplifie.

$A = 8$

Exemple 8

1 Développe et simplifie

(a) $A = (x+3)(x+2) =$ ....
....
....

(b) $B = (x+3)(x-2) =$ ....
....
....

(c) $C = (x-3)(x+2) =$ ....
....
....

(d) $D = (x-3)(x-2) =$ ....
....
....

(e) $E = (5+3)(5-3) =$ ....
....

(f) $F = (a+b)(c+d) =$ ....
....

7.4 Factorisation et réduction

7.4.1 Factorisation

Fatorisation

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$\boxed{\boldsymbol{k} \times a + \boldsymbol{k} \times b = \boldsymbol{k}(a+b)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{k} \times a - \boldsymbol{k} \times b = \boldsymbol{k}(a-b)}$$

Méthode

Factorise les expressions :

Cas où le facteur commun est un nombre :

Quatrième a et Quatrième c

$A = \mathbf{4}a + \mathbf{4}c$ $\longrightarrow$ On met en évidence le facteur commun : 4

$A = \mathbf{4} \times (a + c)$ $\longrightarrow$ On met en facteur le nombre 7 puis on regroupe les facteurs restants.

Cas où le facteur commun est une lettre :

$B = \mathbf{4}x + x^2$

$B = \mathbf{4}x + x \times x$ $\longrightarrow$ On met en évidence le facteur commun : ....

$A = \boldsymbol{x} \times (...... + ...)$ $\longrightarrow$ On met en facteur .... puis on regroupe les facteurs restants.

Exemple 9

Factorise les expressions :

$A = 4a + 4b$	$B = 5a + 5b$	$C = ab + ac$	$D = x^2 + 2x$
$A = 4(...... + ...)$	$B = 5(...... + ...)$	$C = a(...... + ...)$	$D = x(...... + ...)$
$E = 3x - 6$	$F = 5x + 25$	$G = -6x - 18$	$H = x^3 + 2x^2$
$E = 3x - 2 \times ....$	$F = 5x + ... \times ......$	$G = ...$	$H = ...(...... + ...)$
$E = ...(..... + ...)$	$F = ...(...... + ...)$	$G = ...$	$H = ...$

7.5 Réduction d'une somme algébrique

Définition

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Réduire une expression littérale

Réduis l'expression : $E = 5x^2 + (3x–4)–(2x^2–3) + 2x$.

$E = 5x^2 + (3x–4)–(2x^2–3) + 2x$

$E = 5x^2.........3x........4........2x^2......3 + 2x$ $\longrightarrow$ On supprime les parenthèses.

$E = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3$ $\longrightarrow$ On regroupe les termes

$E = (..... - ....)x^2 + (....... + ...)x - 1$ $\longrightarrow$ On factorise les termes en

$E = ...$ $\longrightarrow$ On simplifie.

Exemple 10

Réduis les expressions

$A = x + x$	$B = 2x + x$	$C = 3x + 2x$	$D = 3x^2 + 2x^2$
$A = ...$	$B = ...$	$C = ...$	$D = (...... + ...)x^2$
$A = ...$	$B = ...$	$C = ...$	
$E = 3x - 6 + 4x$	$F = 3 + 5x - 5 + 2x$	$G = 3 - 5x - 1$	$H = x + x^2 + 3x$
$E = ...$	$F = ...$	$G = ...$	$H = ...$
$E = ...$	$F = ...$	$G = ...$	$H = ...$

Exemple 11

1 **Réduction** 2

$A = x \times x$ $\quad B = 2x \times x$ $\quad C = 3x \times 2$ $\quad D = 3x \times 2x$ $\quad \Delta = 3 - (x - 5 + 2x)$

$A = \dots\dots\dots$ $\quad B = \dots\dots\dots$ $\quad C = \dots\dots\dots$ $\quad D = \dots\dots\dots$ $\quad \Delta = \dots\dots\dots$

$E = -3x \times 2x$ $\quad F = 3x \times 2y$ $\quad G = 3 \times 2a$ $\quad H = \dfrac{3x}{2} - \dfrac{x}{4}$

$E = \dots\dots\dots$ $\quad F = \dots\dots\dots$ $\quad G = \dots\dots\dots$ $\quad G = \dots\dots\dots$

$E = \dots\dots\dots$ $\quad F = \dots\dots\dots$ $\quad G = \dots\dots\dots$ $\quad G = \dots\dots\dots$

$H = \dfrac{x}{2} - \dfrac{x}{3} = \dots\dots\dots$

$H = \dfrac{3x}{2} - \dfrac{x}{4} = \dots\dots\dots$

$H = \dfrac{3x}{2} + \dfrac{x+1}{4} = \dots\dots\dots$

2 Développer

$A = 2 - (x+3)(x+2) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$B = 3(x+2) + (x+3)(x-2) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$C = x(x-1) - (x-3)(x+2) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$D = (4x-3)(2x-2) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$E = (a+b)(a-b) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$F = (a+b)(a+b) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$G = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{2}{3}(1+x)(3x - \dfrac{1}{2}) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$