

# Time Series Analysis

1. Drum-to-Drum Variance 是什麼？
2. AR(1) 自相關是考慮前一個和自己嗎？
3. Durbin-Watson test 是什麼？

我用你們的 Tablet 資料來解釋這三個概念：

## 1. Drum-to-Drum Variance (鼓間變異)

情境回顧：

- 你們有 30 個 drums (桶)，隨機抽 10 桶
- 每桶抽 3 個 tablets 測量

Drum-to-Drum Variance 就是「桶和桶之間的差異」

分解變異來源：

總變異 = 桶間變異 + 桶內變異

桶間變異 (Between-Drum Variance) = 0.4394

→ 不同桶的平均值差異

→ 例如：Drum 1 平均 35.5, Drum 5 平均 36.2

桶內變異 (Within-Drum Variance) = 1.3729

→ 同一桶內 3 個 tablets 的差異

→ 例如：Drum 1 的三個值是 35.77, 39.44, 36.43

實務意義：

- 桶間變異小 (0.4394) = 每桶的品質很一致 ✓
- $CV = 1.85\%$  = 變異係數很低，品質控制良好 ✓
- 對比 Location Variance (0.9976) =  
壓錠後的一致性比混合階段好很多！

## CV (Coefficient of Variation) 計算方式：

```
# 1. 計算 between-drum 標準差
sd_drum <- sqrt(drum_variance)
sd_drum <- sqrt(0.4394) = 0.6629 mg/100mg

# 2. 計算總平均數
mean_tablet <- mean(tablet_data$ASSAY) = 35.82 mg/100mg

# 3. 計算變異係數
cv_drum <- (sd_drum / mean_tablet) × 100
cv_drum <- (0.6629 / 35.82) × 100 = 1.85%
```

公式：

$$CV = \frac{SD_{\text{between-drum}}}{\text{Mean}_{\text{total}}} \times 100\%$$

為什麼用 **between-drum SD** ?

- 這個 CV 專門用來衡量「drum-to-drum」的相對變異性
- 分子：between-drum variance 的標準差 (0.6629)
- 分母：總平均數 (35.82)
- 目的：單獨評估桶與桶之間的一致性

如果要計算 **total CV** (包含 **within-drum + between-drum**) :

```
total_sd <- sqrt(drum_variance + residual_variance)
           = sqrt(0.4394 + 1.3729)
           = sqrt(1.8123)
           = 1.346 mg/100mg
total_cv <- (1.346 / 35.82) * 100 = 3.76%
```

## 2. AR(1) 自相關 (Autoregressive Model of Order 1)

AR(1) = 只考慮「前一個」觀測值對「現在」的影響

數學表達：

$$y_t = \mu + \rho \times (y_{t-1} - \mu) + \epsilon_t$$

$y_t$  = 第  $t$  個觀測值

$y_{t-1}$  = 前一個觀測值

$\rho$  = 自相關係數 (你們的結果  $\rho = 0.251$ )

實際例子 (你們的 **Tablet** 資料) :

時間序列：

Tablet 1: 35.77 ← 第 1 個

Tablet 2: 39.44 ← 第 2 個 (前一個是 35.77)

Tablet 3: 36.43 ← 第 3 個 (前一個是 39.44)

...

Tablet 30: 35.60 ← 第 30 個 (前一個是 36.63)

AR(1) 的意思：

- Tablet 2 的值會不會受到 Tablet 1 影響？
- Tablet 3 的值會不會受到 Tablet 2 影響？
- 只看前一個，不看更早的 (例如不看 Tablet 1 對 Tablet 3 的影響)

你們的結果： $\rho = 0.251$

- 0 = 完全沒相關 (獨立)

- 1 = 完全相關（前一個完全決定下一個）
- 0.251 = 弱正相關，表示前一個 tablet 值稍微會影響下一個，但影響很小

為什麼要檢查？

如果 tablets 是按順序從同一批壓出來的：

- 可能機器狀態會連續（例如溫度慢慢升高）
- 前後 tablets 可能比較接近
- 但你們的結果顯示：沒有顯著相關 ✓

### 3. Durbin-Watson Test

目的：檢測殘差（residuals）是否有自相關

DW 統計量範圍：

DW = 0 → 完全正自相關（前一個大，下一個也大）

DW = 2 → 沒有自相關（獨立）← 理想狀態

DW = 4 → 完全負自相關（前一個大，下一個就小）

你們的結果：DW = 1.565,  $p = 0.077$

判讀：

- 1.565 稍微  $< 2$  → 輕微正自相關的跡象
- $p = 0.077 > 0.05$  → 但不顯著
- 結論：雖然有一點點正相關傾向，但統計上可以當作獨立

AR(1) vs Durbin-Watson：差在哪？

比較項目	Durbin-Watson Test	AR(1) Model
性質	診斷工具	建模方法
時機	模型跑完後檢查	建模時直接納入
功能	告訴你「有沒有」自相關	直接「處理」自相關
結果	DW 統計量 + p-value	估計 $\rho$ + 調整標準誤

### 實務應用邏輯：

步驟 1：先用 DW test 檢查是否有自相關

↓

DW  $\approx 2$  或  $p > 0.05$  → 沒問題，用一般模型

DW 偏離 2 且  $p < 0.05$  → 有自相關，需要處理

↓

步驟 2：如果有自相關，改用 AR(1) model

- 直接在模型中估計  $\rho$
- 調整標準誤和信賴區間
- 得到更準確的推論

## 你們的情況：

Durbin-Watson Test:

- $DW = 1.565$ ,  $p = 0.077$
- 結論：無顯著自相關 ✓

AR(1) Model:

- $\rho = 0.251$ , LRT  $p = 0.235$
- LRT 顯示：加入 AR(1) 結構沒有顯著改善模型 ✓

兩個結果一致！

- 你們的 tablet 資料可以當作獨立觀測值
- 不需要複雜的時間序列模型
- 標準的統計方法就夠用了

---

## 總結：你們的 Tablet 資料

1. Drum-to-Drum Variance = 0.4394
  - 每桶品質很一致，CV 只有 1.85%
2. AR(1)  $\rho = 0.251$  ( $p = 0.235$ )
  - 前後 tablets 沒有顯著相關
3. Durbin-Watson = 1.565 ( $p = 0.077$ )
  - 殘差沒有顯著自相關

結論：壓錠和裝桶的品質控制做得很好！✓