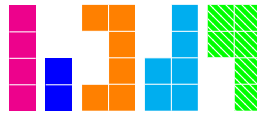


IFT436: devoir 4

Foo McBar

16 novembre 2021

Question 1



(a)

(i)

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0, \\ 1 & \text{si } n = 1, \\ f(n-1) + f(n-2) & \text{sinon.} \end{cases}$$

(ii) ...

(iii) $\Theta(\sqrt{5}^n)$

(b)

(i) ...

(ii) ...

Question 2

(a) ...

Entrées : séquence s d'éléments comparables

Sorties : séquence s triée

```
trier(s) :  
  fusion(x,y) : // fusionne deux séq. triées  
     $i \leftarrow 1; j \leftarrow 1; z \leftarrow []$   
    tant que  $i \leq |x| \wedge j \leq |y|$  faire  
      si  $x[i] \leq y[j]$  alors  
        ajouter  $x[i]$  à  $z$   
         $i \leftarrow i + 1$   
      sinon  
        ajouter  $y[j]$  à  $z$   
         $j \leftarrow j + 1$   
    retourner  $z + x[i : |x|] + y[j : |y|]$   
  si  $|s| \leq 1$  alors retourner  $s$   
  sinon  
     $m \leftarrow |s| \div 2$   
    retourner fusion(trier( $s[1:m]$ ), trier( $s[m+1:|s|]$ ))
```

(b) ...

Question 3

Entrées : $x, y \in \mathbb{N}$ représentés sous $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$ chiffres en base 10

Résultat : $x \cdot y$

```
mult(n, x, y) :  
  si  $n = 1$  alors  
    retourner  $x \cdot y$   
  sinon  
     $k \leftarrow \lceil n/2 \rceil$   
  
     $a, b \leftarrow x \div 10^k, x \bmod 10^k$   
     $c, d \leftarrow y \div 10^k, y \bmod 10^k$   
  
     $e \leftarrow \text{mult}(k, a, c)$   
     $f \leftarrow \text{mult}(k, b, d)$   
     $g \leftarrow \text{mult}(k, a - b, c - d)$   
  
    retourner  $10^{2k} \cdot e + 10^k \cdot (e + f - g) + f$ 
```