

PROBLEMI**1 LA QUANTITÀ DI MOTO**

- 1** Una palla da calcio di massa 1,0 kg viaggia alla velocità di 99 km/h.

► Quanto vale la sua quantità di moto?

[28 kg · m/s]

- 2** Uno sciatore d'acqua (massa complessiva 80 kg) è trainato da un motoscafo (massa complessiva 550 kg) alla velocità di 36 km/h.

► Quanto valgono le quantità di moto dello sciatore e del motoscafo?

[8,0 × 10² kg · m/s; 5,5 × 10³ kg · m/s]

- 3** Due auto di massa 1500 kg stanno viaggiando alla velocità di 120 km/h in due direzioni tra di loro perpendicolari.

► Rappresenta graficamente la situazione descritta.

► Calcola il valore della quantità di moto di ciascuna auto.

► Le due quantità di moto sono uguali?

► Quanto vale la quantità di moto totale delle due auto?

[5,00 × 10⁴ kg · m/s; 7,07 × 10⁴ kg · m/s]

- 4** La quantità di moto totale delle due auto dell'esercizio precedente, che procedono sempre in direzioni tra di loro perpendicolari, vale ora

$8,9 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

► Calcola il valore della velocità di ognuna delle due auto.

[151 km/h]

- 5** Due sfere di diverso materiale e volume vengono lasciate cadere dalla stessa quota. L'attrito dell'aria è schematizzato per entrambe le sfere dalla formula $F = -bv$. Le masse delle due sfere sono m_1 e m_2 . Quando esse raggiungono la velocità di regime (costante), le rispettive quantità di moto valgono $p_1 = 160 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ e $p_2 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

► Determina il rapporto m_1/m_2 .

[4,0]

2 LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

- 6** Elena e Camilla, inizialmente ferme una di fronte all'altra in una pista di pattinaggio su ghiaccio, si spingono e cominciano a muoversi nella stessa direzione, ma in versi opposti. Elena, che ha una massa di 54 kg, si muove verso sinistra alla velocità di 4,0 m/s, Camilla si muove verso destra alla velocità di 4,5 m/s.

► Qual è la massa di Camilla?

[48 kg]

- 7** Una ragazza si tuffa da una barca ferma di massa 100 kg. La quantità di moto della ragazza quando si tuffa è di 150 kg · m/s.

► Calcola la velocità acquistata dalla barca.

[1,50 m/s]

PROBLEMA SVOLTO

In un lago si incontrano due barche con persone a bordo, che accostano per chiacchierare. La prima barca (con una persona e gli attrezzi) ha una massa di 160 kg. La seconda barca trasporta due persone e la sua massa complessiva è di 320 kg. Per dividere le barche, la persona che sta in quella più piccola spinge l'altra barca fino a che la sua si muove con una velocità di 0,48 m/s.

► Qual è la velocità acquistata, in questo modo, dalla barca più grande?



$m_1 = 160 \text{ kg}$ $m_2 = 320 \text{ kg}$
 $v_1 = 0,48 \text{ m/s}$ $v_2 = ?$

■ Strategia e soluzione

- Mentre le persone chiacchierano, entrambe le barche sono ferme, per cui il sistema formato da esse ha una quantità di moto totale nulla.
- Per mezzo della spinta la barca più piccola acquista una velocità (e quindi una quantità di moto) rivolta verso sinistra. L'intensità di tale quantità di moto è

$$p_1 = m_1 v_1 = 160 \text{ kg} \times 0,48 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 77 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- Poiché la quantità di moto totale deve essere nulla, la quantità di moto \vec{p}_2 della seconda barca è uguale e opposta a \vec{p}_1 : quindi è rivolta verso destra e ha lo stesso valore di $77 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Otteniamo così

$$p_2 = m_2 v_2 = p_1 \Rightarrow v_2 = \frac{p_1}{m_2} = \frac{77 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{320 \text{ kg}} = 0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

■ Discussione

Per il terzo principio della dinamica, la forza che la seconda barca esercita sulla prima è uguale e opposta a quella che la prima esercita sulla seconda. Visto che queste forze hanno versi opposti, generano accelerazioni opposte e si conferma che anche le velocità delle due barche devono avere versi opposti.

Inoltre, la barca più grande (che ha massa doppia rispetto all'altra) subisce un'accelerazione $a = F/m$ che è la metà di quella che agisce sulla barca piccola. Visto che le accelerazioni hanno la stessa durata, si conferma che la velocità finale della barca grande deve essere la metà di quella della barca piccola.

- 9** ★★ In una scena di film western due pistolieri si affrontano. Uno dei due fa volare via il cappello dalla testa dell'altro con un colpo di pistola. Il proiettile ha una massa di 5,0 g e colpisce il cappello, di massa 200 g, con una velocità di 580 m/s. Immediatamente dopo essere stato attraversato dal proiettile, il cappello ha velocità di 5,0 m/s.

► Calcola la quantità di moto totale del sistema formato da proiettile e cappello prima dell'urto.

► Calcola la quantità di moto totale del cappello dopo che è stato attraversato dal proiettile.

► Considera che, nel momento dell'urto, la quantità di moto totale del sistema si conserva e ricava la quantità di moto finale del proiettile.

► Calcola la velocità finale del proiettile.

► Calcola l'energia cinetica totale prima e dopo l'urto.

[2,9 kg · m/s; 1,0 kg · m/s; 1,9 kg · m/s; 3,8 · 10² m/s; 8,4 × 10² J; 3,6 × 10² J]

- 10** ★★★ Una piccola pallina di massa m è lanciata su un piano orizzontale alla velocità v_0 . A un certo istante, la pallina incontra un piano inclinato, anch'esso di massa m , che è libero di scivolare senza attrito sul piano orizzontale. L'altezza del piano inclinato è $h = 1,63 \text{ m}$.

► Quale deve essere il minimo valore di v_0 affinché la pallina arrivi in cima al piano inclinato?

[8,0 m/s]

3 L'IMPULSO DI UNA FORZA

- 11** ★ Una forza costante di 50 N agisce per 30 s.

► Quanto vale l'impulso di questa forza?

[1,5 × 10³ N · s]

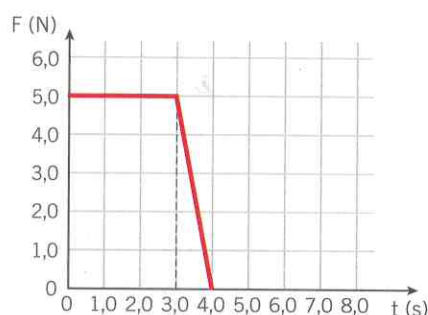
- 12** ★★ Una persona di 64 kg si tuffa in piscina. Nel momento in cui entra in acqua la sua velocità è di 7,7 m/s e viene fermata dall'acqua in 1,8 s.

► Quali sono l'intensità, la direzione e il verso della forza media esercitata dall'acqua?

$[2,7 \times 10^3 \text{ N, verso l'alto}]$

- 13** Una palla di massa 1,5 kg, inizialmente ferma, è sottoposta a una forza di direzione e verso costanti, ma di intensità variabile nel tempo, secondo il grafico che segue:

► Calcola la velocità della palla negli istanti di tempo $t = 3,0 \text{ s}$ e $t = 4,0 \text{ s}$.



$[10 \text{ m/s; } 11,7 \text{ m/s}]$

- 14** Un'automobile di massa 800 kg percorre un tratto di strada urbana rettilinea ed è soggetta alle forze acceleranti o frenanti riportate nella tabella:

Intensità della forza (N)	Tempo di applicazione (s)
800	5,0
-1200	2,0
200	6,0
400	3,0 ₁

► Riporta in un grafico i valori della forza in funzione del tempo.

► Quanto vale l'impulso totale della forza applicata all'automobile?

► Di quanto è cambiata complessivamente la sua velocità?

$[4,0 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s; } 5,0 \text{ m/s}]$

- 15** Una forza costante viene applicata a un oggetto di massa $m = 820 \text{ g}$ per un intervallo di tempo $\Delta t = 1,0 \times 10^{-3} \text{ s}$. L'oggetto comincia a muoversi lungo un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0,1$, fino a fermarsi in un intervallo di tempo $\Delta t_f = 10 \text{ s}$.

► Quando vale la forza applicata?

$[8,0 \times 10^3 \text{ N}]$

5 GLI URTI SU UNA RETTA

- 16** In una gara di pattinaggio artistico, due ballerini di massa 70 kg (lui) e 50 kg (lei), si corrono incontro con la stessa velocità di 4,0 m/s rispetto al suolo. Quando si incontrano, lui solleva lei dal suolo.

► Con quale velocità proseguono il moto insieme?

$[0,67 \text{ m/s nel verso iniziale di lui}]$

- 17** Tre carrelli di massa m che si stanno muovendo, agganciati e in assenza di attrito, su un piano orizzontale liscio alla velocità di 10 m/s urtano in modo anelastico altri due carrelli fermi che hanno la stessa massa.

► Con che velocità procederanno i carrelli dopo l'urto?

► L'energia cinetica si conserva?

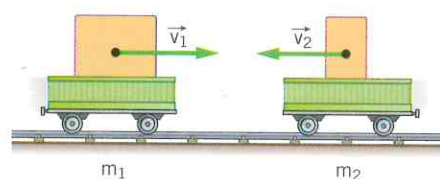
$[6 \text{ m/s}]$

18 PROBLEMA SVOLTO

Due carrelli si muovono su un binario rettilineo e si urtano in modo elastico. Prima dell'urto uno di essi, che ha una massa di 2,0 kg, si muoveva verso destra con una velocità di 5,0 m/s, mentre il secondo (la cui massa è 1,0 kg) si spostava verso sinistra a 4,0 m/s.

► Quali sono le velocità dei due carrelli dopo l'urto?

$m_1 = 2,0 \text{ kg} \quad v_1 = 5,0 \text{ m/s} \quad V_1 = ?$
 $m_2 = 1,0 \text{ kg} \quad v_2 = 4,0 \text{ m/s} \quad V_2 = ?$



■ Strategia e soluzione

- Se scegliamo come positiva la velocità verso destra (v_1), quella verso sinistra (v_2) deve essere negativa.

- L'urto di cui si parla nel problema è elastico. Quindi si utilizza il sistema (7), che può essere risolto con i normali metodi della matematica ottenendo la soluzione:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \\ V_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

- Sostituendo i valori numerici nel sistema precedente otteniamo le soluzioni:

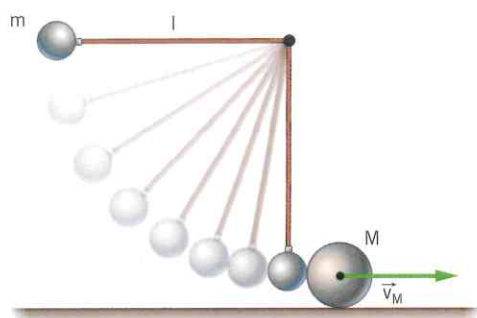
$$\begin{cases} V_1 = \frac{2 \times (1,0 \text{ kg}) \times (-4,0 \text{ m/s}) + (2,0 \text{ kg} - 1,0 \text{ kg}) \times (5,0 \text{ m/s})}{2,0 \text{ kg} + 1,0 \text{ kg}} = \frac{-3,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,0 \text{ kg}} = -1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ V_2 = \frac{2 \times (2,0 \text{ kg}) \times (5,0 \text{ m/s}) + (1,0 \text{ kg} - 2,0 \text{ kg}) \times (-4,0 \text{ m/s})}{2,0 \text{ kg} + 1,0 \text{ kg}} = \frac{24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,0 \text{ kg}} = 8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

■ Discussione

Il sistema (7) è di secondo grado e, quindi, ammette due soluzioni. Quella riportata qui sopra è la soluzione interessante dal punto di vista fisico: dopo l'urto, il carrello di massa m_1 rimbalza verso sinistra con una velocità di modulo 1,0 m/s, mentre quello di massa m_2 inverte il proprio moto viaggiando verso destra a 8,0 m/s.

L'altra soluzione è data da $V_1 = v_1$ e $V_2 = v_2$; si tratta di una soluzione matematica del sistema (6), ma non è interessante perché descrive la situazione in cui entrambi i carrelli si muovono ancora alle loro velocità iniziali, cioè l'urto non è ancora avvenuto.

- 19** ★★★ Un pendolo è formato da un'asticella rigida, di lunghezza l e massa trascurabile, e da una sferetta di massa $m = 1,0 \text{ kg}$. Il pendolo viene lasciato libero di muoversi partendo dalla posizione $\theta = 90^\circ$ rispetto alla verticale. Quando arriva alla posizione $\theta = 0$ urta elasticamente contro una massa $M = 2,13 \text{ kg}$ posta in quiete su un piano orizzontale. La massa M comincia a muoversi con velocità $v_M = 2,0 \text{ m/s}$.



- Calcola il valore della lunghezza l del pendolo.

[0,50 m]

6 GLI URTI OBLIQUI

- 20** ★★ In un urto elastico tra due biglie identiche, una biglia colpisce l'altra inizialmente ferma. Dopo l'urto, le due biglie si muovono rispettivamente alle velocità di 2,5 m/s e 4,2 m/s.

► Che angolo formano tra di loro le direzioni delle velocità delle biglie dopo l'urto?

► Quanto valeva la velocità della biglia in movimento prima dell'urto?

[90°; 4,9 m/s]

- 21** ★★ Una palla da biliardo urta elasticamente una seconda palla identica ferma. Dopo l'urto, le due palle si muovono in direzioni che formano angoli di 45° con la direzione di moto iniziale della prima palla e la velocità di una di esse è di 4,6 m/s.

► Calcola il valore della velocità dell'altra palla dopo l'urto.

- Calcola il valore della velocità iniziale della prima palla.

[4,6 m/s; 6,5 m/s]

- 22** Una molecola di ossigeno con velocità 250 m/s urta elasticamente un'altra molecola di ossigeno inizialmente ferma. Dopo l'urto, la velocità della prima molecola forma un angolo di 30° rispetto alla direzione della sua velocità iniziale.

- Quanto valgono le velocità delle due molecole dopo l'urto?

- Qual è l'angolo formato dalla velocità della molecola bersaglio dopo l'urto con la direzione iniziale del moto della prima molecola?

[217 m/s; 125 m/s; 60°]

- 23** Una piccola biglia di massa m urta elasticamente al centro una lastra rettangolare disposta con il lato più lungo perpendicolare al piano d'appoggio. La lastra, di massa M , è vincolata a muoversi orizzontalmente appoggiata su un piano orizzontale. L'angolo d'incidenza vale 60° e l'angolo di riflessione è $\varphi = 45^\circ$. La velocità iniziale della biglia è $v = 10,0$ m/s e l'impulso trasferito alla lastra è $I = 1,36$ kg · m/s.

- Calcola il valore della massa m . (Trascura tutti gli attriti.)

[0,10 kg]

7 IL CENTRO DI MASSA

- 24** Un trenino di massa 0,2 kg si muove verso destra su un binario orizzontale con velocità di 3 m/s. Al tempo $t = 0$ s urta elasticamente un trenino fer-

mo di massa uguale. Scegli come $x = 0$ m il punto in cui avviene l'urto. Considera il sistema 3,0 s prima dell'urto e 2,0 s dopo l'urto.

- Calcola la velocità del centro di massa del sistema formato dai due trenini.

[1,5 m/s]

- 25** La massa del Sole è $2,0 \times 10^{30}$ kg e quella della Terra è $6,0 \times 10^{24}$ kg. La distanza Terra-Sole vale $1,5 \times 10^8$ km. Fissa nel centro del Sole l'origine del tuo sistema di coordinate.

- Dove si trova il centro di massa del sistema Terra-Sole? (Confrontalo con il raggio del Sole che vale $7,0 \times 10^5$ km.)

[$r_{cm} = 4,5 \times 10^2$ km dal centro del Sole]

- 26** Un bilanciere da ginnastica è costituito da due dischi omogenei di massa rispettivamente 4 kg e 6 kg. L'asta leggera che li collega è lunga 20 cm.

- Determina la posizione del centro di massa del bilanciere. (Trascura la massa dell'asta.)

[a 0,12 m dal disco più leggero]

- 27** Tre giocatori di basket di massa 110 kg ciascuno stanno eseguendo uno schema che prevede una formazione a triangolo equilatero di cui ogni giocatore rappresenta un vertice. Il lato del triangolo è 4 m.

- Quali sono le coordinate piane del centro di massa del sistema rispetto a due assi cartesiani ortogonali, uno lungo un lato del triangolo e l'altro lungo la relativa altezza?

[(2, 1) m]

28 PROBLEMA SVOLTO

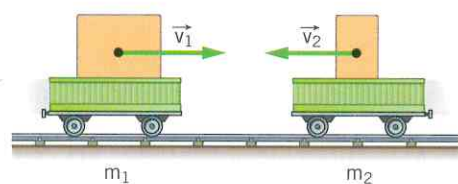
Considera di nuovo i dati del Problema n.18. Scegli come $t = 0$ s l'istante dell'urto e come $x = 0$ m il punto in cui avviene l'urto.

- Determina la posizione dei carrelli e quella del loro centro di massa 3,0 s prima dell'urto.

- Determina le stesse grandezze 2,0 s dopo l'urto.

- Dai dati ottenuti, calcola la velocità del centro di massa.

$m_1 = 2,0$ kg	$v_1 = 5,0$ m/s	$x_1 = ?$	$x_{cm} = ?$
$m_2 = 1,0$ kg	$v_2 = 4,0$ m/s	$x_2 = ?$	$v_{cm} = ?$
$t_p = 3,0$ s	$t_d = 2,0$ s	$X_1 = ?$	$X_{cm} = ?$
		$X_2 = ?$	



■ **Strategia e soluzione**

- Per risolvere il problema bisogna considerare i carrelli come particelle. Immaginiamo quindi di segnare un punto di riferimento sulla parte anteriore di entrambi e di considerare la posizione di questi due punti.

- Le posizioni dei carrelli 3,0 s prima dell'urto (cioè all'istante $t_p = -3,0$ s) sono:

$$x_1 = v_1 t_p = \left(5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (-3,0 \text{ s}) = -15 \text{ m}$$

$$x_2 = v_2 t_p = \left(-4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (-3,0 \text{ s}) = 12 \text{ m};$$

la corrispondente posizione del baricentro è

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \text{ kg}) \times (-15 \text{ m}) + (1,0 \text{ kg}) (12 \text{ m})}{(2,0 + 1,0) \text{ kg}} = \frac{-18 \text{ kg} \cdot \text{m}}{3,0 \text{ kg}} = -6,0 \text{ m}.$$

- Allo stesso modo, le posizioni dei carrelli 2,0 s dopo l'urto (cioè all'istante $t_d = 2,0$ s) sono:

$$X_1 = V_1 t_d = \left(-1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (2,0 \text{ s}) = -2,0 \text{ m}$$

$$X_2 = V_2 t_d = \left(8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (2,0 \text{ s}) = 16 \text{ m};$$

la corrispondente posizione del baricentro è

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \text{ kg}) \times (-2,0 \text{ m}) + (1,0 \text{ kg}) (16 \text{ m})}{(2,0 + 1,0) \text{ kg}} = \frac{12 \text{ kg} \cdot \text{m}}{3,0 \text{ kg}} = 4,0 \text{ m}.$$

- Tra gli istanti t_p e t_d il centro di massa ha percorso la distanza

$$\Delta s = X_{cm} - x_{cm} = [4,0 - (-6,0)] \text{ m} = 10,0 \text{ m};$$

l'intervallo di tempo impiegato è

$$\Delta t = t_d - t_p = [2,0 - (-3,0)] \text{ s} = 5,0 \text{ s}.$$

Quindi la velocità del centro di massa risulta

$$v_{cm} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10,0 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

■ **Discussione**

Prima dell'urto, il valore della quantità di moto totale è

$$p_{tot} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (2,0 \text{ kg}) \times (5,0 \text{ m/s}) + (1,0 \text{ kg}) \times (-4,0 \text{ m/s}) = 6,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

che è uguale al valore $m_1 V_1 + m_2 V_2$ dopo l'urto. La massa totale del sistema è

$$m_{tot} = m_1 + m_2 = (2,0 + 1,0) \text{ kg} = 3,0 \text{ kg}.$$

Possiamo quindi calcolare il secondo membro della formula (14), che risulta

$$\frac{p_{tot}}{m_{tot}} = \frac{6,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,0 \text{ kg}} = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Questo valore è proprio quello calcolato, con un altro metodo, nell'ultimo punto del problema. In questo caso è quindi verificata la validità della formula (14).

- 29 *** Una leggera barca lunga $L = 8,0$ m di massa $M = 210$ kg è in quiete sull'acqua, con un estremo a contatto con la parete del molo ma senza esservi

ancorata. Un uomo di massa $m = 70$ kg si trova sulla barca all'estremo opposto rispetto al molo e comincia a camminare portando con sé un picco-

lo ponticello di massa trascurabile e lungo $l = 1,0$ m che possa consentire all'uomo di portarsi sulla banchina. Quando l'uomo è arrivato all'estremo vicino al molo la barca si è spostata.

► Di quanto si è spostata la barca? (Trascura tutti gli attriti.)

► La lunghezza del ponticello è sufficiente?

[2,0 m: no]

8 IL MOMENTO ANGOLARE

30 La pallina di una roulette di raggio 30 cm ha massa 2,0 g. Il croupier lancia la pallina facendola ruotare alla velocità di 25 cm/s in senso antiorario.

► Quali sono la direzione, il verso e il modulo del suo momento angolare calcolato rispetto al centro della roulette?

[$1,5 \times 10^{-4}$ kg · m²/s, direzione perpendicolare al tavolo, verso l'alto]

31 Un corridore di massa 80 kg si allena su una pista circolare di raggio 30 m con una velocità di intensità 5,0 m/s.

► Quanto vale il suo momento angolare?

[$1,2 \times 10^4$ kg · m²/s]

32 La massa di Marte è 10 volte più piccola di quella della Terra e Marte dista 1,5 volte di più dal Sole. Inoltre la velocità di rivoluzione di Marte attorno al Sole è 0,82 volte quella della Terra.

► Quanto vale il rapporto fra il modulo del momento angolare di rivoluzione della Terra e quello di Marte?

[8,1]

33 Una giostra è formata da un braccio lungo 3,0 m con un seggiolino a ogni estremità. Sui seggiolini siedono due bambini di massa rispettivamente 30 kg e 45 kg. La giostra ruota alla velocità di 2,5 m/s.

► Quanto vale l'intensità del momento angolare del sistema calcolato rispetto al centro della giostra?

[$2,8 \times 10^2$ kg · m²/s]

9 CONSERVAZIONE E VARIAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

34 Durante l'orbita intorno al Sole, la cometa di Halley passa da una distanza massima dal Sole di $5,2 \times 10^{12}$ m a una distanza minima di $8,8 \times 10^{10}$ m. La sua velocità nel punto più lontano dal Sole vale $9,1 \times 10^2$ m/s.

► Quanto vale la velocità della cometa nel punto più vicino al Sole, se il momento angolare della cometa si conserva?

[$5,4 \times 10^4$ m/s]

35 Le caratteristiche del moto della Terra intorno al Sole sono: all'afelio, la sua velocità di rivoluzione è $v_A = 2,93 \times 10^4$ m/s, la distanza dal Sole è $r_A = 1,52 \times 10^{11}$ m; al perielio la velocità di rivoluzione è $v_P = 3,03 \times 10^4$ m/s, la distanza dal Sole è $r_P = 1,47 \times 10^{11}$ m. La massa della Terra è $5,98 \times 10^{24}$ kg.

► Verifica che il moto di rivoluzione della Terra soddisfa la legge di conservazione del momento angolare.

36 Un lanciatore di martello scaglia il suo attrezzo dopo averlo fatto accelerare per 2,0 s applicandogli una forza media di 35 N tangente alla traiettoria. Il martello pesa 2,5 kg e la catena a cui è attaccato è lunga 90 cm.

► Quanto vale il momento angolare del martello al momento del lancio?

[63 kg · m²/s]

37 Un papà spinge il figlio di 14 kg seduto su un seggiolino di una giostra circolare per 0,90 s. La giostra ha un diametro di 2,6 m. Dopo la spinta il bimbo ruota compiendo 1 giro in 6,0 s.

► Qual è stata la forza media esercitata dal papà sul figlio? (Trascura la massa della giostra.)

[21 N]

38 Agli estremi di un'asticella lunga $2l$ e di massa trascurabile sono saldate due sferette di massa m . Il sistema è poggiato su un piano orizzontale privo d'attrito. Le due sfere ruotano intorno a un asse perpendicolare al centro dell'asticella. La ve-

ESERCIZI

locità angolare iniziale costante è ω . Un meccanismo interno all'asticella porta la distanza tra le due masse a $l/4$.

- Ricava il rapporto tra le energie cinetiche del sistema prima e dopo l'intervento del meccanismo. (Trascura l'attrito dell'aria.)

$$[K_f/K_i = 16]$$

10 IL MOMENTO D'INERZIA

- 39** Una catapulta giocattolo lancia in aria una pallina solida di plastica di massa 50 g. Il braccio della catapulta è lungo 25 cm. La pallina al momento del lancio ha un'accelerazione angolare di 100 rad/s^2 .

- Quanto vale il momento torcente sulla pallina? (Trascura il momento d'inerzia del braccio della catapulta.)

$$[0,31 \text{ N} \cdot \text{m}]$$

- 40** Una pattinatrice ferma in mezzo alla pista sta facendo una piroetta con le braccia distese e con velocità angolare di intensità $3,50 \text{ rad/s}$. A un certo punto raccoglie le braccia intorno al corpo: così facendo, il suo momento d'inerzia si dimezza.

- Quanto vale ora il modulo della sua velocità angolare?

$$[7,00 \text{ rad/s}]$$

- 41** Un disco di massa 1,60 kg e raggio 15 cm sta rotolando senza scivolare. La sua velocità vale $2,00 \text{ m/s}$. Calcola:

- il momento d'inerzia del disco.
- la sua velocità angolare.
- la sua energia cinetica di rotazione.

$$[0,018 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; 13 \text{ rad/s}; 1,6 \text{ J}]$$

- 42** Un disk jockey appoggia un dito sul bordo esterno di un disco omogeneo e lo fa ruotare spingendolo per 0,10 s. Il disco ha un raggio di 16 cm e una massa di 160 g. Dopo la spinta il disco ruota con velocità angolare $\omega = 3,14 \text{ rad/s}$.

- Calcola il momento di inerzia del disco rispetto al suo asse.
- Qual è stata la forza media esercitata dal disk jockey sul disco?
- Quale sarebbe stata la forza se il disk jockey avesse appoggiato il dito a metà del disco anziché sul bordo esterno?

$$[2,0 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2; 0,39 \text{ N}; 0,78 \text{ N}]$$

43 PROBLEMA SVOLTO

Una carrucola che ha un raggio di 15 cm e una massa di 3,4 kg è costituita da un disco che può ruotare attorno al suo centro. Uno spago avvolto attorno alla carrucola è tirato in modo da imprimere una forza di modulo pari a 2,8 N.

- Quanto vale l'accelerazione angolare impressa alla carrucola?



$$\begin{aligned} r &= 15 \text{ cm} \\ m &= 3,4 \text{ kg} \\ F &= 2,8 \text{ N} \\ \alpha &= ? \end{aligned}$$

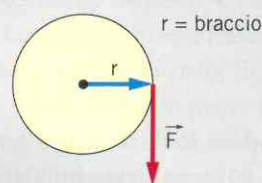
■ Strategia e soluzione

- Il disco della carrucola è un cilindro pieno che ruota attorno al suo asse di simmetria. Secondo la tabella di questo paragrafo, il suo momento d'inerzia è

$$I = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} (3,40 \text{ kg}) \times (0,15 \text{ m})^2 = 0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

- La forza \vec{F} ha un braccio pari al raggio della carrucola, per cui il suo momento torcente vale

$$M = rF = (0,15 \text{ m}) \times (2,8 \text{ N}) = 0,42 \text{ N} \cdot \text{m}.$$



- Ora possiamo utilizzare la formula (25), da cui otteniamo

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{0,42 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 11 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

■ Discussione

Il risultato trovato indica che, ogni secondo, la velocità aumenta di 11 rad/s. Un angolo giro misura $2\pi \text{ rad} \approx 6,28 \text{ rad}$ e quindi il valore di 11 rad corrisponde a quasi due angoli giri. Quindi, l'accelerazione angolare trovata corrisponde a un aumento della frequenza di rotazione di quasi due giri al secondo.

Controlliamo inoltre che le unità di misura del risultato ottenuto siano corrette. Nel penultimo passaggio compariva l'unità di misura $\text{N}/(\text{kg} \cdot \text{m})$, che si semplifica come

$$\frac{\text{N}}{\text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{1}{\text{s}^2}.$$

Se si tiene conto che l'unità di misura radiante (rad) ha le dimensioni fisiche di un numero puro, questa unità di misura è in accordo con quella dell'accelerazione angolare.

- 44** Un'asta sottile di forma cilindrica lunga $l = 1,0 \text{ m}$ e di massa $M = 3,0 \text{ kg}$ è appoggiata su un piano orizzontale privo d'attrito. L'asta può ruotare intorno a un asse verticale passante per il suo centro di massa. Lungo l'asta può scorrere senza attrito un oggetto di massa m che è posto inizialmente in quiete al centro di massa dell'asta, legato a essa tramite una sottile corda di massa trascurabile. Il sistema è messo in rotazione alla velocità angolare $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$. A un certo istante il filo si rompe e l'oggetto comincia a muoversi. Quando esso si trova in corrispondenza di uno dei due estremi dell'asta, la velocità angolare del sistema è $\omega = 5,0 \text{ rad/s}$. Trascura l'attrito dell'aria e il momento d'inerzia dell'oggetto.

- Calcola il valore della massa m dell'oggetto.

[1,0 kg]



PROBLEMI GENERALI

- 1** Billy the Kid si sta esercitando con la sua pistola. Spara un proiettile di 10 g contro un pezzo di legno di massa 500 g posto su un muretto. Il proiettile colpisce il bersaglio alla velocità di 550 m/s e lo attraversa tutto. Il pezzo di legno balza via dal muretto alla velocità di 6,0 m/s.

- Di quanto diminuisce l'energia cinetica totale del sistema?

[$1,2 \times 10^3 \text{ J}$]

- 2** In un autoscontro al luna park, Alice che guida un veicolo in moto rettilineo di massa 100 kg urta in modo elastico il veicolo di Claudia, che ha massa 125 kg ed è fermo. Prima dell'urto, il veicolo di Alice si muoveva verso destra con velocità di modulo 1,25 m/s.

- Quali sono le velocità finali di Alice e Claudia dopo l'urto?

ESERCIZI

- Calcola la velocità del centro di massa del sistema.

$$[-0,139 \text{ m/s}, 1,11 \text{ m/s}; 0,556 \text{ m/s}]$$

- 3** ★★ Una stella di raggio $7,00 \times 10^5 \text{ km}$ compie un giro su se stessa in 30,0 giorni. Alla fine della sua vita collaserà in una stella di neutroni rotante di raggio 15,0 km chiamata *pulsar*.

► Quanto vale la velocità angolare della stella nella prima fase della sua vita?

► Quanti giri compirà in un secondo la pulsar?

(Considera la stella come una sfera uniforme e assumi che non vi siano dispersioni di materia.)

$$[2,42 \times 10^{-6} \text{ rad/s}; 840]$$

- 4** ★★ Il raggio del piatto girevole di un giradischi è r . Il piatto ruota con una velocità angolare ω . Improvvisamente si ha un black out, e in un intervallo di tempo Δt la velocità angolare del piatto diminuisce di una quantità $\Delta\omega$.

► Dimostra che vale la relazione $a = \alpha r$, dove a è il modulo dell'accelerazione di un punto sul bordo del piatto e α è il modulo dell'accelerazione angolare.

- 5** ★★ Nelle biciclette, la corona dentata azionata dai pedali è collegata tramite una catena al pignone della ruota posteriore. Considera queste due ruote dentate come gusci cilindrici di raggio rispettivamente R e r , e masse M e $m = M/2$. Quando la bicicletta è in movimento:

► qual è il rapporto fra il momento angolare della corona e di quello del pignone?

$$[L_R/L_r = 2R/r]$$



- 6** ★★★ Un'automobile di massa 800 kg e velocità 54 km/h si muove lungo una traiettoria rettilinea. Una seconda automobile di massa 900 kg e velocità 72 km/h si muove lungo una traiettoria rettilinea perpendicolare a quella precedente. All'istante $t = 0 \text{ s}$ esse si urtano nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e poi procedono unite.

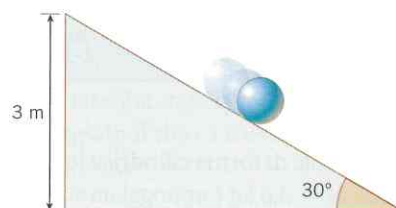
► Qual è la quantità di moto totale del sistema prima dell'urto?

► Qual è il modulo della velocità finale delle due auto?

► Quanta energia cinetica è stata dissipata nell'urto?

$$[2,2 \times 10^4 \text{ kg} \times \text{m/s}; 13 \text{ m/s}; 1,3 \times 10^5 \text{ J}]$$

- 7** ★★★ Una pallina sferica solida di massa 2,50 kg e di raggio 0,50 m rotola partendo da ferma lungo un piano inclinato alto 3,00 m e inclinato di 30° .



► Calcola il valore della velocità finale con cui la pallina arriva alla fine della discesa.

(Suggerimento: l'energia meccanica totale si conserva.)

$$[6,48 \text{ m/s}]$$

- 8** ★★★ Una sfera piena, un anello e un disco partono da fermi dalla stessa altezza h e rotolano senza strisciare lungo lo stesso piano inclinato. Tutti gli oggetti hanno la stessa massa m e lo stesso raggio r .

► Quale dei tre oggetti arriva a terra con la velocità maggiore?

► Quale possiede l'energia cinetica rotazionale maggiore?

► Calcola la velocità e l'energia cinetica rotazionale maggiori fra quelle dei tre oggetti nel caso $h = 2,0 \text{ m}$, $r = 5,0 \text{ cm}$, $m = 1,0 \text{ kg}$.

$$[5,3 \text{ m/s}; 9,8 \text{ J}]$$