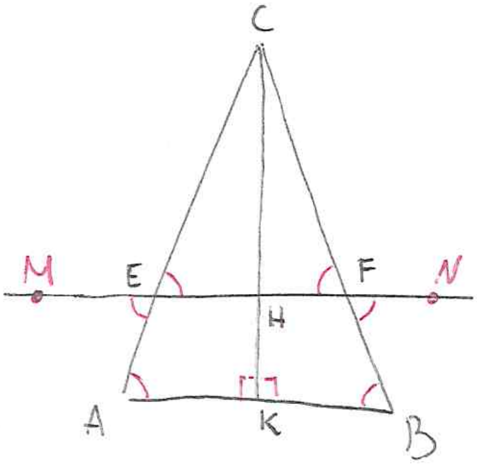
PROBLEMA 37 PAGINA G137

Disegna un triangolo isoscele ABC e poi traccia una retta parallela alla base AB, che incontra i lati obliqui nei punti E e F. Dimostra che: il triangolo CEF è isoscele; l'altezza del triangolo ABC rispetto alla base AB e l'altezza del triangolo CEF rispetto alla base EF appartengono alla stessa retta



Ipotesi:

$\overline{AC} \cong \overline{BC}$

$EF \parallel AB$

$CK \perp AB$

Tesi:

$\overline{CE} \cong \overline{CF}$

$CH \perp EF$

Dimostrazione

$C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$ perché il triangolo ABC è isoscele

$M\hat{E}A \cong E\hat{A}B$ per il teorema inverso delle parallele

$N\hat{F}B \cong F\hat{B}A$ " " " " "

$C\hat{E}F \cong M\hat{E}A$ perché angoli opposti al vertice

$C\hat{F}E \cong N\hat{F}B$ " " " "

$C\hat{E}F \cong C\hat{F}E$ per transitività ($C\hat{E}F \cong M\hat{E}A \cong E\hat{A}B \cong C\hat{A}B \cong C\hat{B}A \cong F\hat{B}A \cong N\hat{F}B \cong C\hat{F}E$)

ΔCEF è isoscele, perché gli angoli alla base sono congruenti

$\overline{CE} \cong \overline{CF}$ perché lati obliqui del triangolo isoscele CEF

———— o ————

$C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$ perché il triangolo ABC è isoscele

$C\hat{K}A \cong C\hat{K}B$ per ipotesi

$A\hat{C}K \cong B\hat{C}K$ per differenza di angoli congruenti ($A\hat{C}K \cong 180° - C\hat{A}K - C\hat{K}A \cong 180° - C\hat{B}K - C\hat{K}B \cong B\hat{C}K$)

$\overline{CE} \cong \overline{CF}$ come dimostrato

$C\hat{E}H \cong C\hat{F}H$ come dimostrato

$\Delta CEH \cong \Delta CFH$ per il secondo criterio di congruenza

$C\hat{H}E \cong C\hat{H}F$ perché angoli corrispondenti di triangoli congruenti

$F\hat{H}K \cong C\hat{H}E$ perché angoli opposti al vertice

$E\hat{H}K \cong C\hat{F}H$ " " " " "

$CH \perp EF$ perché formano quattro angoli congruenti