

LAVORO ED ENERGIA CINETICA

Il *lavoro* misura l'effetto di una forza durante uno spostamento. A seconda dell'angolo individuato dai due vettori forza e spostamento, il lavoro può essere positivo (*lavoro motore*), perché ha il risultato di favorire il moto del corpo su cui è applicata la forza, oppure negativo (*lavoro resistente*), perché il suo effetto è quello di contrastarne il moto. Il lavoro non è una forma di energia, ma è energia in transito.

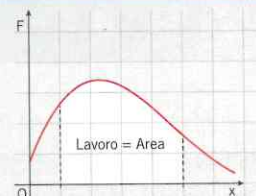
Lavoro di una forza costante

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \alpha$$

lavoro = forza × spostamento × coseno dell'angolo

- È dato dal prodotto scalare della forza per lo spostamento.
- Se $0 \leq \alpha < \pi/2$, il lavoro è positivo (*lavoro motore*); se $\pi/2 < \alpha \leq \pi$, il lavoro è negativo (*lavoro resistente*); se $\alpha = \pi/2$, cioè la forza e lo spostamento sono perpendicolari, il lavoro è nullo.
- La sua unità di misura nel Sistema Internazionale è il *joule* (J): $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$.
- Per effetto del terzo principio, il lavoro compiuto dalla forza esercitata da un corpo e quello compiuto *sul* corpo stesso sono uguali e opposti.

Lavoro compiuto da una forza variabile



- Il lavoro compiuto da una forza variabile parallela allo spostamento, in un diagramma forza-spostamento, è uguale all'area della parte di piano, compresa tra l'asse delle ascisse, il grafico della forza e i due punti iniziale e finale dello spostamento.

Potenza media

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

potenza media = $\frac{\text{lavoro}}{\text{intervallo di tempo}}$

- Descrive la *rapidità* con cui un sistema compie lavoro.
- La potenza media è definita per un intervallo Δt di valore finito. Se Δt è arbitrariamente piccolo, la formula esprime il valore della potenza istantanea.
- La sua unità di misura nel SI è il *watt* (W): $1 \text{ W} = 1 \text{ J}/1 \text{ s}$.

Potenza istantanea e velocità

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \alpha$$

potenza istantanea = forza · velocità

- È uguale al prodotto scalare della forza che agisce su un corpo per la sua velocità istantanea.
- È massima quando la forza che agisce sul corpo e lo spostamento sono paralleli ed equiversi.
- A potenza costante, il valore della forza e quello della velocità sono inversamente proporzionali.

Energia cinetica

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

energia cinetica = $\frac{1}{2} \times \text{massa} \times (\text{velocità})^2$

- È uguale al lavoro necessario per accelerare una massa m da ferma alla velocità v , ed è uguale anche al lavoro compiuto dalla massa m a velocità v quando viene fermata.
- La sua unità di misura nel Sistema Internazionale è la stessa del lavoro, cioè il joule.

Teorema dell'energia cinetica

$$\Delta K = K_2 - K_1 = W$$

variazione energia cinetica =

= energia cinetica finale - energia cinetica iniziale =
= lavoro

- Per effetto del lavoro W compiuto da una forza, il moto di punto materiale che possiede un'energia cinetica K_1 cambia fino a essere caratterizzato da una nuova energia cinetica K_2 .

ENERGIA POTENZIALE E CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

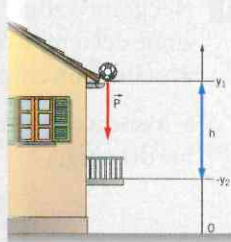
Una forza si dice *conservativa* se il lavoro che essa fa nello spostamento da un punto *A* fino a un punto *B* dipende soltanto dagli estremi *A* e *B*, ma non dal particolare percorso seguito durante lo spostamento. La forza-peso e la forza elastica sono esempi di forze conservative; le forze di attrito sono invece forze *non conservative*. Per le forze conservative è possibile definire un'energia potenziale.

Energia potenziale gravitazionale

$$U = W_{1-2} = mg(y_1 - y_2) = mgh$$

energia potenziale gravitazionale =
= massa × accelerazione di gravità × differenza di quota

- È uguale al lavoro che la forza-peso compie su un oggetto nel farlo passare dall'altezza iniziale all'altezza finale.
- Un oggetto che si trova in una posizione elevata rispetto a una quota di riferimento ha una capacità di compiere lavoro a causa della forza di gravità che lo attrae verso il basso.
- Di solito si sceglie la condizione di zero in modo da semplificare i calcoli: per esempio, se una palla di massa *m* cade dal tetto può essere utile scegliere il livello del terreno come zero dell'energia potenziale gravitazionale e assegnare alla palla sul tetto l'energia potenziale $U = mgh$ (dove *h* è l'altezza del tetto rispetto al terreno).



Variazione di energia potenziale di un sistema

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{A \rightarrow B}$$

variazione di energia potenziale =
= energia potenziale in *B* - energia potenziale in *A* =
= - lavoro da *A* a *B*

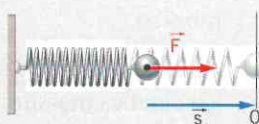
- È uguale all'opposto del lavoro $W_{A \rightarrow B}$ fatto dalla forza \vec{F} durante il passaggio dalla situazione *A* alla situazione *B*.
- Visto che la forza che si considera è conservativa, non occorre specificare il percorso fatto per passare da *A* a *B*.
- Scelta una condizione *R* di zero (in modo che si abbia $U_R = 0$), si chiama *energia potenziale* in *A* il valore della variazione di energia potenziale tra *A* e la situazione di riferimento *R*: $U_A = U_A - 0 = U_A - U_R = -W_{R \rightarrow A} = +W_{A \rightarrow R}$.
- Essendo uguale a un lavoro, nel Sistema Internazionale l'energia potenziale si misura in joule.
- La scelta della condizione di zero per l'energia potenziale è arbitraria perché la quantità fisicamente misurabile dipende dalla *variazione* di energia potenziale e tale variazione non dipende dalla scelta dello zero dell'energia.

Energia potenziale elastica

$$U_e = W = \frac{1}{2} k s^2$$

energia potenziale elastica = $\frac{1}{2} \times$ costante
elastica × (deformazione)²

- L'energia potenziale elastica U_e di una molla deformata di una quantità *s* è uguale al lavoro che essa compie mentre torna nella condizione di riposo (in cui si ha $U_e = 0$).
- Visto che i vettori forza e spostamento sono paralleli, il lavoro compiuto dalla molla è positivo.
- Compressioni o allungamenti della molla, che hanno la stessa lunghezza, portano alla stessa energia potenziale.



Conservazione dell'energia meccanica totale

$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

en. potenziale iniziale + en. cinetica iniziale =
= en. potenziale finale + en. cinetica finale

- In un *sistema isolato* in cui sono presenti soltanto forze conservative (forze di attrito trascurabili) l'energia meccanica totale, uguale alla somma dell'energia cinetica e di quella potenziale, si conserva.
- L'esperienza mostra che, se si tiene conto di tutte le forme di energia che mano a mano si scoprono in un sistema isolato (meccanica, interna, elettrica, nucleare...), l'*energia totale* si conserva.

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 Devi caricare un camion di merce usando una rampa appoggiata sul retro del camion. Un operaio afferma che aumentando la lunghezza della rampa e riducendo il suo angolo di inclinazione rispetto all'orizzontale, il lavoro compiuto sarebbe inferiore. È corretta questa affermazione? Perché?

2 Perché per affrontare una salita gli automobilisti «scalano la marcia»?

3 Due macchine M_1 e M_2 compiono uno stesso lavoro W in due intervalli di tempo diversi Δt_1 e Δt_2 e sviluppano rispettivamente le potenze P_1 e P_2 .

► Che relazione c'è tra le due potenze? Se $\Delta t_1 > \Delta t_2$ qual è la potenza maggiore?

4 Due automobili di massa M_1 e M_2 possiedono lo stesso sistema frenante. La massa M_2 è il doppio della massa M_1 e la velocità della prima auto è il doppio della velocità della seconda. Trascura l'attrito del suolo e dell'aria.

► Le automobili frenano nello stesso istante: quale delle due si ferma per prima?

5 Perché l'attrito non è una forza conservativa? Per rispondere, non usare la dimostrazione matematica, ma utilizza solo la definizione di forza conservativa.

6 Una massa scivola lungo un piano inclinato senza attrito.

► Dimostra che il lavoro della forza-peso è indipendente dalla lunghezza del piano inclinato e dall'angolo d'inclinazione θ , ma dipende solo dal dislivello h tra il punto di partenza e il punto d'arrivo.

7 Immagina di sollevare di 1 m dal suolo un oggetto di massa m sulla Luna e sulla Terra.

► Dove compi il lavoro maggiore? Perché?

8 L'energia potenziale gravitazionale di un oggetto può essere negativa. Perché?

9 La compressione di una molla varia da x a $3x$.

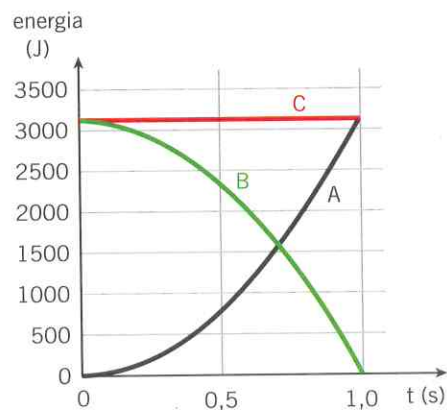
► Quanto vale il rapporto tra le energie potenziali elastiche nei due casi?

10 Consideriamo una molla sottoposta a una deformazione \vec{s} che esercita la forza di Hooke $\vec{F} = -k\vec{x}$.

► Perché nel caso della forza elastica non si può calcolare il lavoro come $2\sqrt{3}$?

11 Nel grafico sono riportati gli andamenti in funzione del tempo delle energie cinetica, potenziale e totale di un corpo in caduta libera.

► Associa ciascuna delle tre curve a una delle forme di energia.



12 Un oggetto di massa m è appoggiato su un piano orizzontale privo di attrito. La massa è collegata all'estremo libero di una molla, e l'altro estremo della molla è fissato a una parete. La massa messa in movimento oscilla muovendosi di moto armonico.

► Quale è il punto in cui la massa assume l'energia cinetica massima?

13 In un sistema isolato è presente una forza non conservativa: l'energia totale del sistema si conserva?



PROBLEMI

1 IL LAVORO DI UNA FORZA

- 1 ★★ Fra i banchi di un supermercato spingi un carrello per 10 m applicando una forza di 2,0 N parallela allo spostamento.

► Quanto lavoro compie?

[20 J]

- 2 ★★ Lungo un pendio inclinato di 30° rispetto all'orizzontale, uno sciatore scende con velocità costante $v_0 = 10 \text{ m/s}$. La sua massa è $m = 70 \text{ kg}$. Trascura l'attrito dell'aria.

► Calcola il lavoro della forza d'attrito con il suolo in 1,0 s.

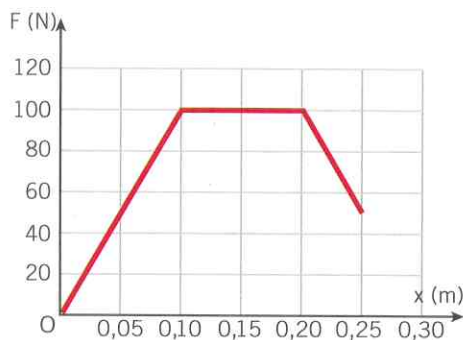
$[-3,5 \times 10^3 \text{ J}]$

- 3 ★★ Una seggiovia trasporta 200 persone all'ora lungo un dislivello di 500 m. Mediamente ogni persona ha una massa di 70,0 kg. Trascura tutti gli attriti.

► Calcola il lavoro compiuto dall'impianto di risalita in 1,0 h.

$[6,9 \times 10^7 \text{ J}]$

- 4 ★★ Per trainare una slitta si ha a disposizione un cavo elastico. Il cavo inizialmente si tende, rimane in tensione mentre la slitta viene trainata, si accorcia in parte quando chi traina si ferma. In figura è riportato l'andamento della forza in funzione dello spostamento.



► Quanto lavoro compie, in totale, la forza esercitata dal cavo?

[19 J]

- 5 ★★ Un operaio spinge una cassa di massa pari a 15,0 kg sul pavimento con una forza orizzontale di 240 N per 20,0 m. Il coefficiente di attrito dinamico fra la cassa e il pavimento vale 0,220.

► Qual è il lavoro compiuto dall'operaio sulla cassa?

► Qual è il lavoro compiuto dalla forza di attrito sulla cassa?

► Qual è il lavoro totale compiuto sulla cassa?

$[4,80 \times 10^3 \text{ J}; -6,47 \times 10^2 \text{ J}; 4,15 \times 10^3 \text{ J}]$

- 6 ★★ Una massa $m = 3,0 \text{ kg}$ si muove su un piano orizzontale con velocità costante v_0 . Alla massa viene applicata una forza $F = 2\sqrt{3} \text{ N}$ costante che forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con la direzione di moto. La forza è attiva per il tempo $\Delta t = 3,0 \text{ s}$. Dopo tale intervallo di tempo la velocità del corpo è $v_f = 20,0 \text{ m/s}$.

► Calcola il lavoro compiuto dalla forza.

$[1,7 \times 10^3 \text{ J}]$

- 7 ★★ Un veicolo di massa 1500 kg viaggia su una strada rettilinea alla velocità costante $v_0 = 180,0 \text{ km/h}$. A un certo momento, una forza costante parallela alla strada rallenta il veicolo fino a farlo fermare. Il tempo d'arresto è $t = 50,0 \text{ s}$. Trascura tutti gli attriti.

Calcola:

► il modulo della forza costante.

► il lavoro compiuto dalla forza.

$[F = 1500 \text{ N}; L = -1,88 \times 10^6 \text{ J}]$

2 LA POTENZA

- 8 ★ Un piccolo go-kart di massa 80,0 kg si muove alla velocità costante di 20 m/s lungo una salita di pendenza $\theta = 30^\circ$.

► Calcola la potenza sviluppata dal motore.

$[7,8 \times 10^3 \text{ W}]$

ESERCIZI

- 9** Il motore di un furgone eroga una potenza totale di 80 kW. Per mantenere costante la velocità del furgone nonostante gli attriti con l'aria, fornisce una forza di $4,0 \times 10^3$ N. Inoltre, una potenza di 15 kW è dissipata a causa degli attriti interni del motore.

► A quale velocità si sta muovendo il furgone?

[16 m/s]

- 10** Un motoscafo è spinto da un motore che fornisce una forza costante $F = 800,0$ N. Schematizza la forza di attrito con l'acqua con $R = -\beta v$ dove la costante beta vale $\beta = 400,0$ kg/s.

► Calcola la potenza sviluppata dal motore a velocità massima costante.

[1600 W]

- 11** Una macchina percorre 50 km in 30 min grazie a un motore che sviluppa una potenza di 21×10^3 W.

► Calcola la forza esercitata.

[$7,6 \times 10^2$ N]

- 12** Un'automobile di massa 1200 kg viaggia su una strada in salita con angolo di inclinazione di 30° . Il motore trasmette alle ruote motrici una potenza $P = 40$ kW. Schematizziamo tutti gli attriti con la formula $R = -\beta v$ dove $\beta = 40$ kg/s.

► Determina la velocità massima costante con cui viene affrontata la salita.

[6,5 m/s]

3 L'ENERGIA CINETICA

- 13** Un'automobile di massa 1000 kg viaggia nel traffico urbano a una velocità di 54 km/h. Davanti a lei il semaforo diventa rosso e l'auto frena e si arresta in 16 m.

► Qual è il valore della forza frenante?

[$7,0 \times 10^3$ N]

- 14** Un carrello da supermercato di massa 10,0 kg viene spinto per 2,00 m da fermo con una forza di 100 N. La forza di attrito con il pavimento è di 30,0 N.

► Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza applicata al carrello?

► Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza di attrito?

► Qual è la velocità finale del carrello?

[$2,00 \times 10^2$ J; $-60,0$ J; 5,3 m/s]

- 15** Un oggetto di massa 1,0 kg viene lanciato alla velocità di 2,0 m/s dal punto più basso di un piano inclinato con angolo di inclinazione 30° . Lungo la salita è sottoposto a una forza di modulo $F = 10,0$ N che ne rallenta ulteriormente il moto. L'oggetto si fermerà a una certa quota.

► Calcola la distanza percorsa lungo il piano inclinato, considerando gli attriti trascurabili.

[0,13 m]

- 16** Una piccola gomma da cancellare viene lanciata, in direzione orizzontale, da un estremo all'altro di un tavolo lungo 3,0 m. La gomma non cade e si ferma per attrito sul bordo estremo del tavolo in un tempo 1,0 s. Considera la gomma come un punto materiale e trascura l'attrito dell'aria.

► Calcola la velocità iniziale della gomma.

[6,0 m/s]

4 FORZE CONSERVATIVE E NON CONSERVATIVE

- 17** Uno scalatore sta passeggiando lungo un sentiero di montagna con uno zaino di massa 18,2 kg. Affronta una salita alta 10,0 m rispetto al piano.

► Quanto lavoro compie lo scalatore per trasportare lo zaino?

[$1,78 \times 10^3$ J]

- 18** Marcello va a studiare a casa di Sara che abita al secondo piano di un palazzo. La prima volta la raggiunge utilizzando le scale, la seconda volta preferisce prendere l'ascensore. Marcello pesa 640 N e il secondo piano si trova a 8,0 m da terra.

Calcola il lavoro compiuto contro la forza-peso:

► da Marcello quando sale utilizzando le scale;

► dall'ascensore che trasporta Marcello in dire-

zione verticale.

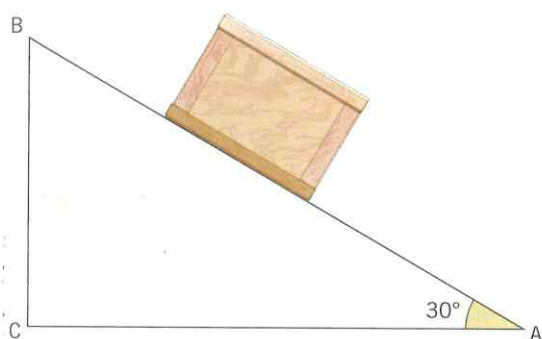
$$[5,1 \times 10^4 \text{ J}; 5,1 \times 10^3 \text{ J}]$$

- 19** In un parco di divertimenti Anna e Alice scivolano su una canoa lungo un percorso composto da tratto inclinato di lunghezza $l_1 = 7,2 \text{ m}$ e da un tratto rettilineo di lunghezza $l_2 = 5,1 \text{ m}$. La forza di attrito nel primo tratto è di 564 N e nel secondo tratto è di 652 N .

► Calcola il lavoro compiuto dalle forze di attrito.

$$[27,4 \times 10^3 \text{ J}]$$

- 20** Una cassa di 10 kg deve essere spostata dal punto A al punto B. La figura mostra i due percorsi possibili: lungo un piano inclinato di 30° , di lunghezza $2,0 \text{ m}$ e altezza $1,0 \text{ m}$, oppure passando per il punto C.



Calcola il lavoro compiuto per spostare la cassa da A a B:

- lungo il piano inclinato, trascurando la forza d'attrito tra il piano inclinato e la cassa;
- lungo il piano inclinato, considerando un valore del coefficiente di attrito pari a $0,2$;
- sollevandola lungo la verticale da C a B.

$$[98 \text{ J}; 1,3 \times 10^2 \text{ J}; 98 \text{ J}]$$

- 21** Un disco di massa m è lanciato lungo un piano orizzontale con velocità iniziale $v_0 = 10 \text{ m/s}$. μ_d è il coefficiente d'attrito dinamico del piano orizzontale. Il disco prima di fermarsi percorre 10 m .

► Quanto vale μ_d ?

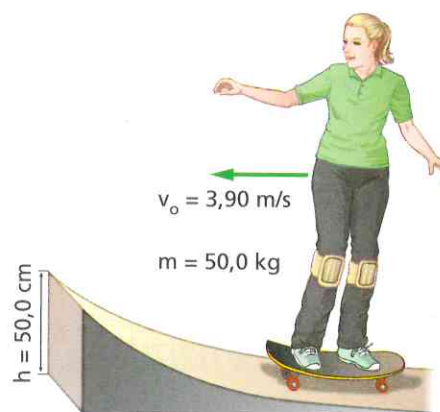
► Calcola dopo quanto tempo dal lancio la sua velocità diventa $1/8$ di quella iniziale.

$$[\mu_d = 0,51; 1,8 \text{ s}]$$

5 L'ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE (DELLA FORZA-PESO)

- 22** Valentina, $50,0 \text{ kg}$, sale col suo skateboard su una rampa con la velocità iniziale di $3,90 \text{ m/s}$. L'altezza massima della rampa è $50,0 \text{ cm}$. Calcola:

- l'energia cinetica all'imbocco della rampa;
- l'energia potenziale gravitazionale (rispetto alla quota di base e con $g = 9,80 \text{ m/s}^2$) all'uscita della rampa;
- l'energia cinetica all'uscita della rampa;
- la velocità con cui esce dalla rampa.



$$[380 \text{ J}; 245 \text{ J}; 135 \text{ J}; 2,32 \text{ m/s}]$$

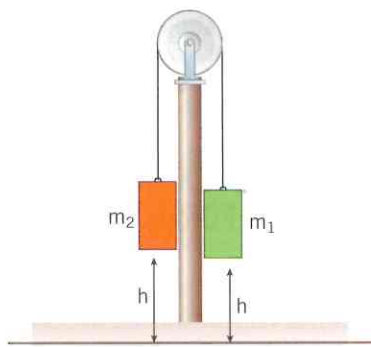
- 23** Un camion di massa 800 kg percorre una salita con velocità iniziale $v_0 = 25 \text{ m/s}$. Al termine della salita la sua velocità si è ridotta a $v_f = 15 \text{ m/s}$ e il dislivello tra l'inizio e la fine della salita è $3,0 \text{ m}$. Trascura tutti gli attriti.

► Calcola il lavoro compiuto dal motore per affrontare la salita.

$$[1,8 \times 10^5 \text{ J}]$$

- 24** Due masse $m_1 = 4,0 \text{ kg}$ e $m_2 = 1,0 \text{ kg}$, collegate da un filo inestensibile di massa trascurabile, sono disposte inizialmente in quiete come mostrato nella figura.

ESERCIZI



La distanza tra le due masse e il piano orizzontale è $h = 2,0 \text{ m}$. Trascura tutti gli attriti.

- Calcola l'energia potenziale delle due masse.
- Considera l'istante in cui m_1 tocca il piano. Calcola il tempo necessario affinché m_2 , nel suo moto libero in salita, arrivi alla massima quota.

$$[U_1 = 78 \text{ J}; U_2 = 20 \text{ J}; t = 0,49 \text{ s}]$$

- 25** ★★★ Dalla base di un piano inclinato con angolo di 30° è lanciato un oggetto alla velocità $v_0 = 5,0 \text{ m/s}$. Il coefficiente d'attrito dinamico è $\mu_d = 0,4$.

- Calcola la quota massima y_{\max} raggiunta dall'oggetto (trascura l'attrito con l'aria).

$$[0,75 \text{ m}]$$

6 LA DEFINIZIONE GENERALE DELL'ENERGIA POTENZIALE

- 26** ★ Una mela di 400 g cade da un ramo alto 250 cm .

- Quanto lavoro compie la forza-peso sulla mela?
- Qual è il valore della variazione di energia potenziale?

$$[9,81 \text{ J}; -9,81 \text{ J}]$$

- 27** ★ In un esercizio alla pertica, Fabio che pesa $6,4 \times 10^2 \text{ N}$ si arrampica fino a un'altezza di $4,0 \text{ m}$ e poi scende a terra. Calcola la variazione della sua energia potenziale gravitazionale:

- nel tratto in salita;
- nel tratto in discesa;
- nell'esercizio completo.

$$[2,6 \times 10^3 \text{ J}; -2,6 \times 10^3 \text{ J}; 0 \text{ J}]$$

- 28** ★★ Durante la ristrutturazione di una casa un sacco di calce di 30 kg viene sollevato dal primo piano posto a $3,1 \text{ m}$ dal suolo al secondo piano posto a $6,1 \text{ m}$ dal suolo. Scegliendo il suolo come livello di zero, calcola:

- l'energia potenziale del sacco al livello del primo piano;
- l'energia potenziale del sacco al livello del secondo piano;
- il lavoro compiuto dalla forza-peso per passare dal primo al secondo piano.

$$[9,1 \times 10^2 \text{ J}; 1,8 \times 10^3 \text{ J}; -8,8 \times 10^2 \text{ J}]$$

- 29** ★★ Una pallina di massa $1,0 \text{ kg}$ è appesa al soffitto con una corda lunga $1,0 \text{ m}$. La stanza è alta $3,0 \text{ m}$. Calcola l'energia potenziale gravitazionale della pallina scegliendo come livello di riferimento:

- il soffitto;
- il pavimento;
- un punto nella stanza alla stessa altezza della pallina.

$$[-9,8 \text{ J}; 20 \text{ J}; 0 \text{ J}]$$

7 L'ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

- 30** ★★ Un oggetto, agganciato all'estremo libero di una molla di costante elastica k , è appoggiato su un piano orizzontale privo d'attrito. L'oggetto è fermo nella posizione $x_1 = 10 \text{ mm}$ grazie all'applicazione di una forza di modulo $5,0 \text{ N}$.

- Calcola la costante elastica della molla.
- L'oggetto viene spostato fino alla posizione $x_2 = 15 \text{ mm}$. Calcola il lavoro della forza elastica.

$$[5,0 \times 10^2 \text{ N/m}; 3,1 \times 10^{-2} \text{ J}]$$

- 31** ★★ La molla di una bilancia pesa-persone, quando è compressa, si accorcia e mette in movimento l'indice sulla scala della bilancia. Camilla sale su una bilancia di questo tipo e legge il valore di 52 kg . La molla ha una costante elastica di $1,2 \times 10^3 \text{ N/m}$.

- Quanta energia potenziale elastica ha accumulato la molla?

$$[1,1 \times 10^2 \text{ J}]$$

- 32** ★★★ Su un piano orizzontale senza attrito ci sono due molle di costanti elastiche $k_1 = 100 \text{ N/m}$ e $k_2 = 120 \text{ N/m}$ e lunghezze a riposo $l_1 = 15 \text{ cm}$ e $l_2 = 25 \text{ cm}$ collegate tra loro e di massa trascurabile. All'estremo libero della seconda molla viene applicata una forza F che provoca un allungamento totale del sistema portandolo a $L = 80 \text{ cm}$.

► Calcola l'energia potenziale elastica delle due molle. Trascura l'attrito dell'aria.

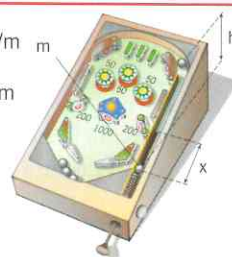
[2,4 J; 2,0 J]

34 ★★ **PROBLEMA SVOLTO**

In un flipper, una biglia di massa $m = 60 \text{ g}$ è appoggiata su una molla compressa di un tratto $x = 4,0 \text{ cm}$. La costante elastica della molla è $k = 80 \text{ N/m}$ e l'effetto dell'attrito è trascurabile.

► Di quale dislivello h salirà la biglia quando la molla viene lasciata andare?

$k = 80 \text{ N/m}$
 $m = 60 \text{ g}$
 $x = 4,0 \text{ cm}$
 $h = ?$



Strategia e soluzione

- Trascurando gli attriti, sulla biglia agiscono soltanto la forza-peso e la forza elastica della molla, che sono entrambe conservative. Quindi possiamo risolvere il problema grazie alla conservazione dell'energia meccanica totale:

$$U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2,$$

dove

- U_e è l'energia potenziale elastica, U_g è l'energia potenziale della forza-peso e K è l'energia cinetica;
- gli indici 1 si riferiscono alla situazione iniziale mentre quelli 2 indicano l'istante in cui la biglia si trova al massimo dislivello h .

- Nella condizione 2 la biglia è istantaneamente ferma, per cui si ha $K_2 = 0$; inoltre, in tale situazione la molla è ritornata nella posizione di riposo, per cui vale anche $U_{e2} = 0$.
- Anche K_1 è nullo, perché all'inizio la biglia era ferma, e possiamo porre $U_{g1} = 0$. Con questa scelta si ha $U_{g2} = mgh$; inoltre, ricorda che vale $U_{e1} = \frac{1}{2}kx^2$.

- Su queste basi, la legge di conservazione dell'energia meccanica può essere scritta come

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh,$$

da cui

$$h = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{\left(80 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \times (4,0 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{2 \times (6,0 \times 10^{-2} \text{ kg}) \times \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 0,11 \text{ m}.$$

Prima di ricadere la biglia risale nel flipper fino a un dislivello di 11 cm rispetto alla quota di partenza.

8 LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

- 33** ★★ Un carrello di massa $2,0 \text{ kg}$ viene trainato lungo un binario rettilineo da una forza costante di 50 N per 10 m .

► Che velocità acquista? (Trascura l'effetto dell'attrito.)

► A che altezza arriverebbe se venisse lanciato verso l'alto con quella velocità?

[22 m/s; 25 m]

■ Discussione

In questo problema sono coinvolte due forze conservative, cioè la forza-peso e la forza elastica della molla. Quindi l'energia potenziale del sistema (biglia + molla + Terra) è data dalla somma di due termini (l'energia elastica e quella gravitazionale). Con le convenzioni adottate, nella condizione 1 tutta l'energia del sistema è sotto forma di energia potenziale elastica e nella condizione 2 tutta l'energia si è trasformata in energia potenziale gravitazionale.

- 35** Una molla di massa m e costante elastica $k_{el} = 20 \text{ N/m}$, appoggiata su un piano orizzontale privo d'attrito, ha un'ampiezza di oscillazione massima $x_0 = 20 \text{ cm}$. Quando la molla ha raggiunto il massimo spostamento dalla sua posizione d'equilibrio, le viene fornita energia cinetica pari a $K = 1,0 \text{ J}$.

► Calcola la nuova ampiezza massima di oscillazione. Trascura l'attrito con l'aria.

[0,37 m]

- 36** Un oggetto di massa m è fermo nel punto più alto di un piano inclinato di altezza $h = 1,0 \text{ m}$. A un certo istante comincia a scivolare senza attrito.

► Calcola la velocità al termine della discesa.

[4,4 m/s]

- 37** Una molla orizzontale di costante elastica $k = 9,8 \text{ N/m}$ è compressa di un tratto s . In corrispondenza dell'estremo libero della molla appoggiata sul piano orizzontale è posta in quiete una massa $m = 2,0 \times 10^{-2} \text{ kg}$. A un certo istante, la molla viene liberata e spinge la massa lungo il piano d'appoggio orizzontale privo di attrito. Dopo un tratto iniziale, la massa incontra un piano inclinato senza attrito di altezza $h = 1,0 \text{ cm}$ e pendenza θ .

► Calcola il valore di s affinché la massa raggiunga con velocità zero la cima della salita. Trascura l'attrito dell'aria.

[$s = 2,0 \text{ cm}$]

- 38** Un respingente, dotato di una molla di costante elastica k , esercita una forza di modulo $F = 10 \text{ N}$ quando è compresso di $\Delta x = 10 \text{ cm}$. Esso è posto alla fine di uno scivolo di altezza $h = 2,0 \text{ m}$. Un oggetto di massa m parte da fermo dalla sommità dello scivolo.

► Calcola la velocità di m quando raggiunge terra, prima di urtare contro il respingente.

► La massa viene fermata dal respingente che si comprime di $s = 20 \text{ cm}$. Calcola la massa m . (Trascura tutti gli attriti.)

[6,3 m/s; 0,10 kg]

- 39** Una massa $m = 1,0 \text{ kg}$ viene lasciata cadere da una quota h all'interno di una campana di vetro. In un primo esperimento viene fatto il vuoto internamente alla campana e la massa arriva al suolo in $t = 2,0 \text{ s}$. Successivamente l'esperimento viene ripetuto riempiendo la campana di un gas ad alta densità. Si misura che l'energia cinetica della massa quando arriva al suolo, nel secondo esperimento, è $K_2 = 182,1 \text{ J}$.

► Calcola l'energia dissipata, in varie forme, nel secondo esperimento.

[−10 J]

PROBLEMI GENERALI

- 1** Uno sciatore di 80 kg affronta un dosso alto $3,1 \text{ m}$ alla velocità di 50 km/h . Durante la salita, l'attrito con la neve e con l'aria trasforma $3,3 \times 10^3 \text{ J}$ della sua energia meccanica in altre forme di energia.

► Quanto vale la velocità dello sciatore quando raggiunge la sommità del dosso?

[7,0 m/s]

- 2** Un bambino di massa $30,0 \text{ kg}$ si sta dondolando sull'altalena. Le corde a cui è fissata l'altalena sono lunghe $2,00 \text{ m}$. Scegliendo come livello di zero la posizione più bassa che il bambino può assumere, calcola l'energia potenziale gravitazionale del bambino nelle situazioni seguenti:

- ▶ quando le corde dell'altalena sono orizzontali;
- ▶ quando le corde dell'altalena formano un angolo di $45,0^\circ$ rispetto alla verticale;
- ▶ quando le corde dell'altalena sono perpendicolari al terreno.

[588 J; 172 J; 0 J]

- 3** Un anello di massa $m = 2,0$ kg può scorrere lungo una guida verticale. L'anello viene lanciato con velocità v_0 diretta verso l'alto e raggiunge l'altezza $h = 3,0$ m. Successivamente ritorna al punto di partenza con energia cinetica $K_F = 36,6$ J. La forza non conservativa F , tra l'anello e la guida, ha modulo costante e verso contrario allo spostamento.

- ▶ Determina il valore v_0 .
- ▶ Determina il valore del modulo di F .

[9,0 m/s; 7,4 N]

- 4** Il carrello che trasporta le persone lungo la pista delle montagne russe ha la velocità di 90,0 km/h in un punto all'altezza di 20,0 m dal suolo.

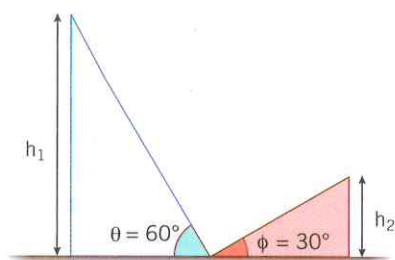
- ▶ Quale sarà la sua velocità dopo essere sceso in un punto all'altezza di 11,0 m dal suolo? (Trascura gli attriti.)

[102 km/h]

- 5** Considera due piani inclinati disposti come nella figura. Siano $h_1 = 1,5$ m e $h_2 = 0,50$ m, $\theta = 60^\circ$ e $\phi = 30^\circ$. I due piani inclinati sono caratterizzati da due coefficienti d'attrito legati dalla relazione $\mu_1 = 2\mu_2$.

- ▶ Ricava il valore di μ_2 affinché una massa m , disposta inizialmente in quiete in cima al primo piano inclinato, arrivi con velocità nulla in cima al secondo piano inclinato.

Trascura l'attrito con l'aria.



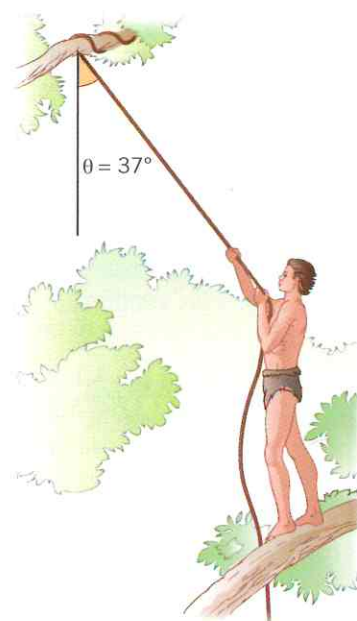
[$\mu_2 = 0,39$]

- 6** Una molla di costante elastica k è disposta verticalmente e il suo estremo libero si trova a una quota di 9,8 cm da terra. Un peso di massa 2,0 kg viene agganciato all'estremo libero della molla. Puoi trascurare gli attriti e la massa della molla rispetto a quella dell'oggetto appeso.

- ▶ Determina il valore di k affinché il corpo non tocchi terra.

[$k > 4,0 \times 10^3$ N/m]

- 7** Tarzan è appeso a una liana lunga 30,0 m con un'inclinazione iniziale di 37° dalla verticale.



Calcola il valore della velocità nel punto più basso della sua traiettoria

- ▶ quando si lancia partendo da fermo.
- ▶ quando si lancia con una velocità iniziale di 4,0 m/s.

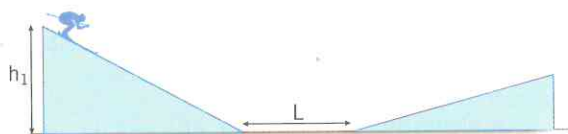
[11 m/s; 12 m/s]

- 8** Uno sciatore $m = 70$ kg si lancia da una collinetta di altezza $h_1 = 10$ m. Nell'ultimo tratto della sua corsa incontra una rampa come mostrato nella figura. Nel tratto $L = 10$ m tra la discesa e la rampa agisce una forza costante d'attrito di modulo $F = 30$ N.

- ▶ A che altezza massima arriva lo sciatore?

ESERCIZI

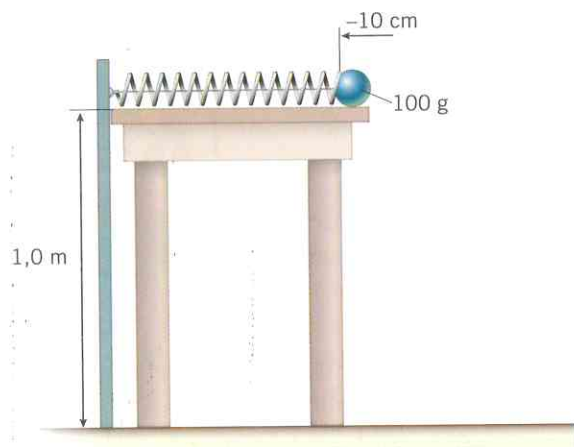
Trascura gli attriti con le rampe e con l'aria, e la massa degli sci.



[9,6 m]

- 9** Una molla di massa trascurabile e costante elastica $3,0 \text{ N/m}$ è disposta su un tavolo di altezza $1,0 \text{ m}$ come mostrato nella figura. La molla è compressa di 10 cm tramite un filo di massa trascurabile. In corrispondenza dell'estremo libero della molla al bordo del tavolo è appoggiata una biglia di 100 g e il tavolo è privo d'attrito. La molla, tagliato il filo, spinge la biglia.

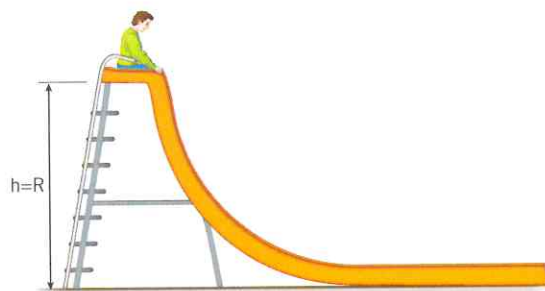
► A che distanza dal tavolo cadrà la biglia? Trascura l'attrito con l'aria.



[25 cm]

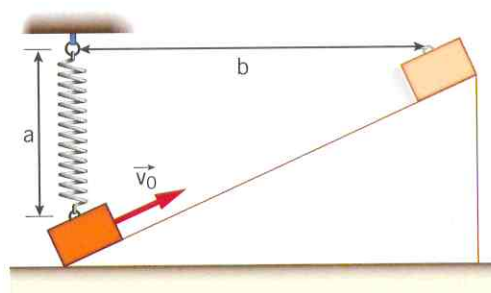
- 10** Uno scivolo di un parco giochi è formato un arco di cerchio di raggio R e altezza $h = R$. La forza media di attrito durante il moto lungo lo scivolo è costante e vale in modulo $F = 49 \text{ N}$. Un bambino di massa m parte da fermo dalla sommità dello scivolo.

► Quale deve essere il minimo valore di m affinché il bambino arrivi in fondo allo scivolo con velocità non nulla?



[7,9 kg]

- 11** Un oggetto di massa $m = 1,0 \text{ kg}$ viene lanciato verso l'alto su un piano inclinato, senza attrito, con velocità iniziale $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Il piano è lungo $b = 1,5 \text{ m}$. Nel suo moto l'oggetto è fissato a un estremo di una molla, di massa trascurabile e costante elastica k , che è inizialmente alla lunghezza di riposo $a = 50 \text{ cm}$. Il corpo si ferma esattamente al bordo superiore del piano inclinato, all'altezza del punto di sospensione della molla come mostrato in figura.



► Quando vale la costante elastica?

(Testo modificato, inserendo dati numerici, del quesito 3, Gara di livello 2 del 13 Febbraio 2008 – Olimpiadi della Fisica)

[90 N/m]

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- 1** Illustra, nel caso più generale, come si calcola il lavoro compiuto da una forza costante lungo uno spostamento assegnato.

2 Definisci l'energia potenziale gravitazionale e poi generalizza la definizione al caso di una forza conservativa qualunque.

3 Dimostra il teorema dell'energia cinetica.

4 Dimostra la legge di conservazione dell'energia meccanica, precisando in quali condizioni è valida. Applica poi questa legge a un semplice esempio reale.

TEST PER L'UNIVERSITÀ

1 Un'automobile di massa $m = 800$ kg per accelerare da ferma fino a 80 km/h ha bisogno di una potenza pari a 8 kW. Dopo quanti secondi riesce a raggiungere la velocità di 80 km/h?

- A 25 s
- B 32 s
- C 16 s
- D 64 s

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009)

2 Una macchina lavora a una potenza di 100 W. Quanto lavoro compie in un minuto?

- A 1,7 J
- B 6000 J
- C 100 J
- D i dati a disposizione non sono sufficienti per rispondere.

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009)

3 Un pendolo semplice è formato da una massa m appesa a un filo inestensibile. Esso oscilla (con attrito trascurabile) partendo da un'altezza h rispetto alla posizione di equilibrio. Quando il pendolo passa nella posizione di equilibrio, metà della massa si sgancia dal filo. L'altezza massima raggiunta dalla massa $m/2$ restata agganciata al

filo è uguale

- A $2h$
- B $h/4$
- C h
- D $h/2$

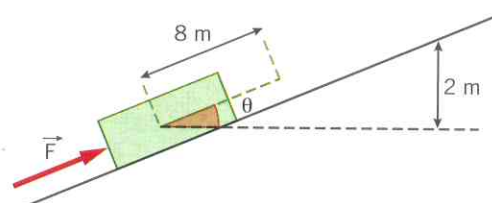
(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009)

4 Un sasso è in caduta libera nei pressi della superficie terrestre. Indicare l'affermazione corretta:

- A l'energia cinetica del sasso aumenta.
- B la velocità del sasso è costante.
- C l'energia meccanica totale del sasso aumenta.
- D sul sasso non agiscono forze.
- E l'energia potenziale del sasso aumenta.

(Prova di ammissione al corso di laurea in Scienze Motorie, 2007/2008)

5 Un blocco di massa pari a 5 kg deve essere trasportato dalla base all'estremità superiore di un piano inclinato percorrendo 8 m e sollevandosi di 2 m. Ipotizzando una superficie priva di attriti quale lavoro compie una forza parallela al piano che spinge il blocco a velocità costante?



- A 98 J
- B 30 J
- C 125 J
- D 200 J

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2006/2007)