

IL MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME

Il campo magnetico è generato da cariche elettriche *in moto* e, a loro volta, cariche elettriche *in moto* sono soggette a forze dovute a un campo magnetico.

Forza di Lorentz

$$\vec{F}_q = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{forza di Lorentz} = (\text{carica elettrica}) \cdot (\text{velocità}) \times (\text{campo magnetico})$$

- È esercitata da un campo magnetico su una carica q in moto con velocità \vec{v} .
- Il suo modulo è dato da $F_q = qvB_{\perp}$ o $F_q = qvB \sin \alpha$.
- La direzione è perpendicolare al piano definito dai vettori \vec{v} e \vec{B} .
- Il verso è dato dalla regola della mano destra: se la carica è positiva, si punta il pollice nel verso della velocità; se è negativa, si punta il pollice nel verso opposto a quello di \vec{v} .
- La forza di Lorentz e lo spostamento istantaneo della carica sono perpendicolari: di conseguenza, la forza non può cambiare il valore della velocità di una carica, ma può modificare la sua direzione.

Moto di una carica

Raggio della traiettoria circolare di una carica in moto con \vec{v} perpendicolare a \vec{B} uniforme

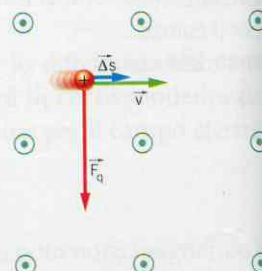
$$r = \frac{mv}{qB} \quad \text{raggio} = \frac{(\text{massa}) \cdot (\text{velocità})}{(\text{carica elettrica}) \cdot (\text{campo magnetico})}$$

- Una carica q di massa m , che ha una velocità \vec{v} perpendicolare alle linee di un campo \vec{B} uniforme, descrive un moto circolare uniforme.
- La forza che agisce sulla carica è la forza centripeta.

Periodo del moto circolare di una carica in moto con \vec{v} perpendicolare a \vec{B} uniforme

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad \text{periodo} = \frac{2\pi \cdot (\text{massa})}{(\text{carica elettrica}) \cdot (\text{campo magnetico})}$$

- Nell'espressione del periodo, il raggio della traiettoria non compare: quindi il periodo di rotazione del moto circolare uniforme descritto dalla particella carica non dipende da r .



Moto di una carica con \vec{v} obliqua a \vec{B} uniforme

- Il moto della carica è dato dalla sovrapposizione di un moto rettilineo uniforme, con velocità v_{\parallel} , nella direzione parallela a \vec{B} e un moto circolare uniforme, con modulo della velocità v_{\perp} , nel piano perpendicolare a \vec{B} : il risultato è una traiettoria a *elica cilindrica di passo costante*.

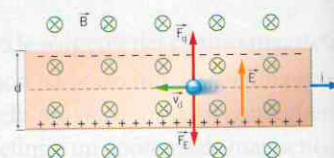
Carica specifica dell'elettrone

$$\frac{e}{m} = \frac{2\Delta V}{r^2 B^2}$$

- Dall'osservazione di una carica in moto in un campo magnetico uniforme su una traiettoria circolare, si può determinare la **carica specifica**, il rapporto tra la carica della particella e la sua massa.
- Un elettrone, emesso per effetto termoionico da un cannone elettronico a cui è applicata la differenza di potenziale ΔV e che è inserito in un campo \vec{B} in direzione perpendicolare al campo stesso, descrive una circonferenza di raggio r .
- Il valore ottenuto da Thomson nel 1897 fu di $1,7 \times 10^{11} \text{ C/kg}$, in buon accordo con i dati attuali.

Tensione di Hall

- La forza di Lorentz permette di interpretare l'effetto Hall: una lamina percorsa da corrente è inserita in un campo in modo che la direzione della corrente sia perpendicolare a quella del campo; tra i suoi bordi si misura una differenza di potenziale dovuta alla forza di Lorentz che agisce sui portatori di carica.
- Il segno di questa differenza di potenziale conferma sperimentalmente che, nei metalli, i portatori di carica sono negativi.



PROPRIETÀ DEL CAMPO MAGNETICO

Le proprietà del campo magnetico sono sintetizzate dalle espressioni del flusso e dalla circuitazione del campo magnetico.

Flusso del vettore campo magnetico

Caso semplice (superficie piana e campo uniforme):

$$\Phi_S(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

flusso del campo magnetico = (campo magnetico) · (vettore superficie)

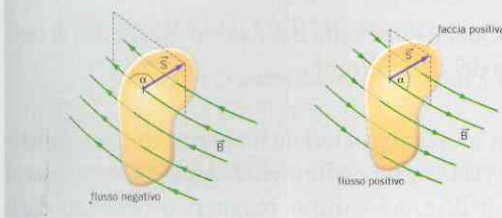
Caso generale: (superficie qualunque suddivisa in porzioni così piccole da essere considerate piane)

$$\Phi_\Omega(\vec{B}) = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{S}_i = \sum_{i=1}^n B_i \Delta S_i \cos \alpha_i$$

- È il prodotto scalare fra il vettore campo magnetico e il vettore superficie sul quale il campo magnetico è costante.
- È massimo quando il campo magnetico e il vettore superficie sono paralleli, è zero quando sono perpendicolari.
- Si misura in Weber ($1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$)

Segno del flusso del campo magnetico

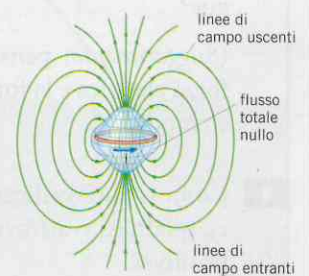
- Il verso del vettore superficie \vec{S} è scelto ad arbitrio.
- $\Phi_S(\vec{B})$ è positivo se le linee di campo magnetico escono dalla faccia positiva della superficie; è negativo quando le linee di campo entrano nella faccia positiva.



Teorema di Gauss per il magnetismo

$$\Phi_\Omega(\vec{B}) = 0$$

- Il flusso del campo magnetico attraverso qualunque superficie chiusa è uguale a zero.
- Ciò indica che non esistono monopoli magnetici: per questa ragione le linee di campo magnetico non hanno inizio né fine.



Circuitazione del campo magnetico

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \sum_{j=1}^n \vec{B}_j \cdot \Delta \vec{l}_j = \sum_{j=1}^n B_j \Delta l_j \cos \alpha_j$$

- La circuitazione di \vec{B} lungo un cammino chiuso \mathcal{L} è la somma dei prodotti scalari relativi a tutti gli n tratti $\Delta \vec{l}_j$, dove \vec{B}_j è il campo magnetico uniforme lungo $\Delta \vec{l}_j$.

Teorema di Ampère

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \sum_k i_k$$

- La sommatoria è estesa a tutte le correnti **concatenate**.
- Il campo magnetico non è conservativo: la sua circuitazione può essere diversa da zero.
- La corrente è positiva se il campo magnetico che genera ha lo stesso verso con cui è percorso il cammino chiuso, negativa in caso contrario.

Campo magnetico totale dovuto alla presenza di materia

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m$ campo magnetico totale = campo magnetico esterno + campo magnetico della materia

- Ogni atomo di un pezzo di ferro si comporta come una «spira» microscopica percorsa da corrente, dovuta al moto degli elettroni.
- Un campo magnetico esterno \vec{B}_0 orienta nella propria direzione i momenti magnetici elementari della materia, creando un nuovo campo magnetico della materia \vec{B}_m ; nello spazio quindi si misura il campo magnetico totale \vec{B} .

Sostanze ferromagnetiche

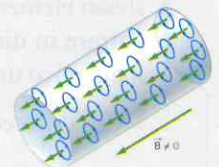
Possono essere magnetizzate e sono attratte in maniera intensa da un magnete.

Sostanze paramagnetiche

Sono debolmente attratte da un magnete.

Sostanze diamagnetiche

Sono debolmente respinte da un magnete.



ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 Una particella di carica positiva entra, con velocità v da sinistra verso destra, in una zona dove è presente un campo magnetico uniforme perpendicolare a v . La particella devia verso sinistra: che verso ha il vettore campo magnetico?

2 La forza di Lorentz agisce su cariche ferme?

3 Per misurare la velocità del sangue in un'arteria si ricorre a un dispositivo chiamato *flussometro elettromagnetico*. Quando l'arteria in esame è posta tra i poli di un magnete, gli ioni del sangue vengono deflessi dal campo magnetico perpendicolarmente all'arteria e creano un campo elettrico che si oppone alla deflessione.

► In che modo si può misurare la velocità del sangue?

(Suggerimento: pensa a cosa accade quando la forza elettrica e la forza magnetica hanno lo stesso modulo.)

4 Come si può verificare che una lamina conduttrice qualsiasi è attraversata da cariche negative o positive?

5 Un elettrone e un protone che viaggiano alla stessa velocità entrano in un campo magnetico uniforme in direzione perpendicolare al campo.

► Descrivi cosa succede alle traiettorie delle due particelle.

6 Quali sono le condizioni che si devono verificare affinché una carica puntiforme immersa in un campo magnetico si muova di moto circolare uniforme?

7 Un fascio composto da isotopi nucleari di uno stesso elemento con la stessa velocità viene fatto entrare in direzione perpendicolare a un campo magnetico uniforme.

► Cosa succede alle particelle?

8 In una zona A di un campo magnetico il flusso del campo attraverso un dato circuito vale $0,012 \text{ Wb}$. In un'altra zona B del campo il flusso attraverso una seconda superficie vale $0,006 \text{ Wb}$.

► Si può dedurre che in A il campo è più intenso che in B ?

9 Perché, a differenza del flusso del campo elettrico, il flusso del campo magnetico attraverso una superficie chiusa è nullo?

10 Possiamo definire un'energia potenziale magnetica?

11 Perché il campo magnetico non è conservativo?

12 Un conduttore, a forma di parallelepipedo cavo, è percorso da una corrente elettrica continua i . Il conduttore ha una sezione quadrata, di lato esterno L e lato interno l , come mostrato nella figura. La corrente esce dal piano del foglio.



► Qual è l'intensità del campo magnetico al centro del conduttore?

13 Un ipotetico materiale ha permeabilità magnetica relativa μ_r esattamente uguale a uno: cosa si può dire del campo magnetico generato dagli atomi di quel materiale per effetto di un campo B_0 esterno?

14 Perché viene introdotta la permeabilità magnetica relativa?

15 Un magnete attira una barra di ferro. In seguito, la barra di ferro può attirare un'altra barra di ferro.

► Spiega, sulla base dell'allineamento dei domini microscopici, che cosa accade in ogni barra di ferro.

16 Dopo un ciclo di isteresi magnetica è possibile far perdere la magnetizzazione residua a un materiale ferromagnetico?

17 Nel ciclo di isteresi magnetica il valore del campo magnetico residuo è minore di quello che si ha nella zona di saturazione.

► Qual è la ragione di questa differenza di valori?



- 18 Alcune teorie delle particelle elementari ipotizzano l'esistenza di monopoli magnetici. Se esistesse un monopolo magnetico di tipo Nord, come dovrebbe essere il flusso del campo magnetico attraverso una superficie che lo contiene?

- 19 Il fatto che il campo magnetico non è conservativo implica che la forza di Lorentz non è conservativa?

PROBLEMI

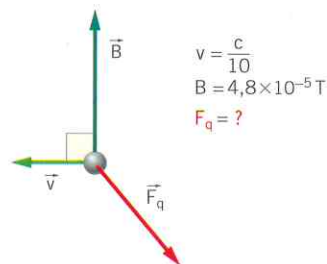
1 LA FORZA DI LORENTZ

1 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Un elettrone si muove con velocità $c/10$ in direzione perpendicolare al campo magnetico terrestre, in un punto dove esso ha un'intensità di $4,8 \times 10^{-5} \text{ T}$.

- Calcola il modulo della forza magnetica che agisce sull'elettrone.



■ Strategia e soluzione

- Visto che la velocità dell'elettrone è perpendicolare alle linee di campo magnetico si ha

$$B_{\perp} = B$$

per cui il problema può essere risolto con la formula (2), scritta come

$$F_q = evB = e \frac{c}{10} B.$$

- Sostituendo nella formula precedente i corrispondenti valori numerici si trova

$$F_q = \frac{ecB}{10} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (3,00 \times 10^8 \text{ m/s}) \times (4,8 \times 10^{-5} \text{ T})}{10} = 2,3 \times 10^{-16} \text{ N}.$$

■ Discussione

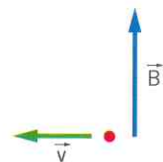
Nei calcoli si è posta la carica dell'elettrone uguale a e (e non a $-e$) perché il problema chiede il *modulo* della forza magnetica; quindi il segno della carica non è rilevante.

- 2 Un protone si muove in un campo magnetico uniforme di intensità $1,0 \times 10^{-2} \text{ T}$, in una direzione perpendicolare a quella del campo magnetico. Sul protone agisce una forza di modulo $1,6 \times 10^{-16} \text{ N}$.

- Calcola il modulo della velocità del protone.

$$[1,0 \times 10^5 \text{ m/s}]$$

- 3 Una carica di $-0,50 \mu\text{C}$ si muove con una velocità di $3,0 \text{ m/s}$ in direzione perpendicolare a quella di un campo magnetico di $0,15 \text{ T}$, come indicato nella figura.

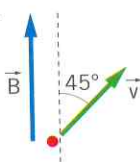


- Determina intensità, direzione e verso della forza che agisce sulla carica.

$$[2,3 \times 10^{-7} \text{ N}; \text{uscite dal foglio}]$$

ESERCIZI

- 4** Una carica di $1,0 \mu\text{C}$ viaggia in un campo magnetico di $0,15 \text{ T}$, con una velocità di $3,0 \text{ m/s}$ in una direzione che forma un angolo di 45° con la direzione del campo magnetico, come indicato nella figura.



- Determina intensità, direzione e verso della forza che agisce sulla carica.

[$3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$; uscente dal foglio]

- 5** Un tratto di filo di rame lungo 10 cm e con la sezione di $1,0 \text{ mm}^2$, è percorso da una corrente di 10 mA . Esso è immerso in un campo magnetico uniforme, perpendicolare al filo, di intensità $1,0 \text{ T}$. Nel filo di rame vi sono $8,4 \times 10^{28}$ elettroni di conduzione per m^3 . Calcola:

- la forza che agisce su quel tratto di filo.
► la forza che agisce su un elettrone di conduzione.

[$1,0 \times 10^{-3} \text{ N}$; $1,2 \times 10^{-25} \text{ N}$]

- 6** Una particella di carica q entra all'interno di un solenoide percorso da corrente, in direzione perpendicolare alle linee del campo magnetico, con velocità $v = 1,0 \times 10^4 \text{ m/s}$. Il solenoide è formato da N spire, è lungo $l = 2,0 \text{ m}$ e in esso circola la corrente $i = 100 \text{ A}$. La particella è sottoposta alla forza di Lorentz d'intensità $F_L = 31,4 \text{ N}$. La stessa particella immersa in un campo elettrico uniforme d'intensità $E = 20 \text{ V/m}$ subisce forza elettrica $F_E = 10 \text{ N}$.

- Calcola il numero di spire del solenoide.

[100]

2 FORZA ELETTRICA E MAGNETICA

- 7** A charged particle is moving without deflections in a space region where an electric field of intensity $3,5 \times 10^2 \text{ V/m}$ and a magnetic field of intensity $0,25 \text{ T}$ act in perpendicular directions.

- Calculate the speed of the particle.

[$1,4 \times 10^3 \text{ m/s}$]

- 8** Una lamina metallica è inserita in un campo magnetico di intensità $0,92 \text{ T}$, perpendicolare alla lamina. La velocità di deriva degli elettroni della lamina è di $6,9 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ e la tensione di Hall misurata è di $7,6 \times 10^{-6} \text{ V}$.

- Calcola l'altezza della lamina.

[$1,2 \times 10^{-2} \text{ m}$]

- 9** Una particella carica di massa $1,7 \times 10^{-7} \text{ kg}$ attraversa senza essere deviata una regione dello spazio in cui sono presenti, e perpendicolari tra loro, un campo magnetico e un campo elettrico. La particella ha un'energia di 45 J e si muove in direzione perpendicolare a entrambi i campi. Il campo elettrico ha un'intensità di $18 \times 10^2 \text{ V/m}$.

- Calcola l'intensità del campo magnetico.

[$7,8 \times 10^{-2} \text{ T}$]

- 10** Una lamina di rame di lunghezza trasversale 15 cm è percorsa da una corrente di intensità $0,50 \text{ A}$. Quando viene immersa in un campo magnetico di intensità $0,22 \text{ T}$, fra i suoi margini si genera, per effetto Hall, una tensione di $2,7 \times 10^{-2} \text{ V}$.

- Calcola il numero di elettroni, per unità di lunghezza, responsabili della corrente elettrica.

[$3,8 \times 10^{18}$]

- 11** Alcune sferette cariche, considerate puntiformi, sono inserite in quiete all'interno di una zona dove è presente un campo elettrico di intensità $E_1 = 100 \text{ V/m}$. Le sferette sono caratterizzate da diversi valori del rapporto carica su massa q/m . Il campo elettrico viene acceso per un tempo $\Delta t = 2,0 \text{ s}$. Successivamente le sferette transitano in un selettore di velocità dove è presente un campo elettrico di valore $E_2 = 20 \text{ V/m}$ e un campo magnetico di modulo $B = 0,1 \text{ T}$ perpendicolari tra loro e perpendicolari alla direzione di moto delle sferette.

- Calcola con quale valore di q/m le sferette escono dal selettore. (Trascura l'effetto della forza-peso.)

[$1,0 \text{ C/kg}$]

3 IL MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME

- 12** Una particella α , composta da due protoni e due neutroni, si muove alla velocità di $1,0 \times 10^6 \text{ m/s}$ ed entra in un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla direzione di moto della particella e di intensità pari a $0,12 \text{ T}$.

- Calcola il raggio della circonferenza descritta dalla particella.

[17 cm]

- 13** Un elettrone che si muove alla velocità di $1,0 \times 10^5$ m/s entra in un campo magnetico perpendicolare alla direzione di moto. Si vuole che l'elettrone compia traiettorie circolari di raggio non superiore a 10 cm.

- Come deve essere regolata l'intensità del campo magnetico?

[$B \geq 5,7 \times 10^{-6}$ T]

- 14** Un elettrone e un protone vengono introdotti contemporaneamente, e con la stessa velocità, in un campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente alla direzione della velocità delle particelle.

- Calcola il rapporto r_p/r_e tra i raggi delle traiettorie descritte dalle due particelle.

[$1,84 \times 10^3$]

- 15** Un elettrone entra in un campo magnetico uniforme di intensità 2,0 T, con una velocità di $2,0 \times 10^6$ m/s che forma un angolo di 45° con le linee del campo. Calcola:

- il raggio della traiettoria elicoidale descritta dall'elettrone.

- il passo dell'elica.

[$4,0 \times 10^{-6}$ m; $2,5 \times 10^{-5}$ m]

4 APPLICAZIONI SPERIMENTALI DEL MOTO DI CARICHE IN CAMPI MAGNETICI

- 16** Due tipi di ioni aventi carica positiva $2e$, pari al doppio del valore della carica elementare, vengono introdotti alla velocità di $1,0 \times 10^5$ m/s in uno spettrometro di massa. La massa di uno dei due ioni è di $6,4 \times 10^{-27}$ kg. L'intensità del campo magnetico, perpendicolare alla direzione della velocità degli ioni, è di 0,15 T e la differenza tra i raggi delle traiettorie descritte dai due ioni è di 0,33 cm.

- Calcola i possibili valori della massa del secondo tipo di ioni.

[$4,8 \times 10^{-27}$ kg; $8,0 \times 10^{-27}$ kg]

- 17** Un fascio di particelle contiene due isotopi dello stesso elemento. Tutte le particelle hanno la stessa velocità e incidono perpendicolarmente su un sottile schermo. Le particelle attraversano una zona dove è presente un campo magnetico uniforme e perpendicolare alla direzione del fascio. Gli isotopi più leggeri descrivono una traiettoria di raggio $r = 1,0$ m. Gli isotopi più pesanti descrivono invece una traiettoria circolare di raggio $r_1 + \Delta r$ con $\Delta r = 10$ cm. La massa dell'isotopo più leggero è $m = 1,7 \times 10^{-25}$ kg, mentre $m + \Delta m$ è la massa dell'isotopo più pesante.

- Calcola il valore della differenza Δm fra le masse dei due isotopi.

[$1,7 \times 10^{-26}$ kg]

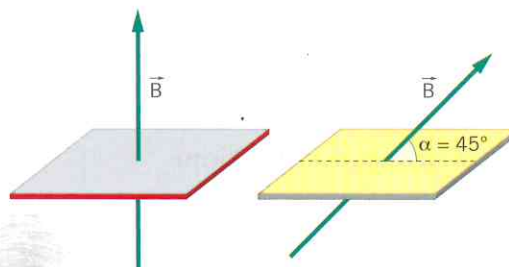
- 18** In un esperimento simile a quello condotto da J.J. Thomson per misurare la carica specifica dell'elettrone, le piastre del condensatore distano 5,40 cm e la differenza di potenziale applicata vale $1,45 \times 10^3$ V. Gli elettroni percorrono una zona di campo elettrico di lunghezza $x = 10,0$ cm e vengono deviati di $y = 2,00$ cm. Il campo magnetico che genera sugli elettroni una forza di verso opposto a quella elettrica è di $7,72 \times 10^{-4}$ T.

- Calcola, sulla base di questi dati, il valore della carica specifica dell'elettrone.

[$1,80 \times 10^{11}$ C/kg]

5 IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO

- 19** Un circuito con la superficie di 4 cm^2 è orientato rispetto a un campo magnetico di 2×10^{-3} T come nelle due situazioni riportate nella figura. La faccia gialla è, per convenzione, quella positiva, cioè rivolta nel verso di \vec{S} .



- Calcola il flusso del campo magnetico attraverso il circuito in entrambi i casi.

[-8×10^{-7} Wb; 6×10^{-7} Wb]

ESERCIZI

- 20 Una lamina rettangolare, i cui lati misurano 6,5 cm e 8,4 cm, è immersa in un campo magnetico. Il flusso magnetico attraverso la lamina vale $6,2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ e i vettori \vec{B} e \vec{S} formano tra di loro un angolo di 42° .

► Calcola l'intensità del campo magnetico.

$$[1,5 \times 10^{-2} \text{ T}]$$

- 21 Una bobina costituita da 25 spire di raggio 4,0 cm viene immersa in un campo magnetico di intensità $0,5 \times 10^{-2} \text{ T}$ in modo che la superficie delle spire sia perpendicolare alla direzione delle linee del campo. In seguito la bobina viene ruotata di 90° .

► Calcola la variazione del flusso del campo magnetico attraverso la bobina.

$$[-6,3 \times 10^{-4} \text{ Wb}]$$

- 22 Un solenoide lungo 62,5 cm è percorso da una corrente di 3,23 A che genera al suo interno un campo magnetico \vec{B} . L'area di ognuna delle spire che compongono il solenoide è di $30,0 \text{ cm}^2$ e il flusso del campo magnetico attraverso la superficie trasversale del solenoide stesso è uguale a $9,75 \times 10^{-6} \text{ Wb}$.

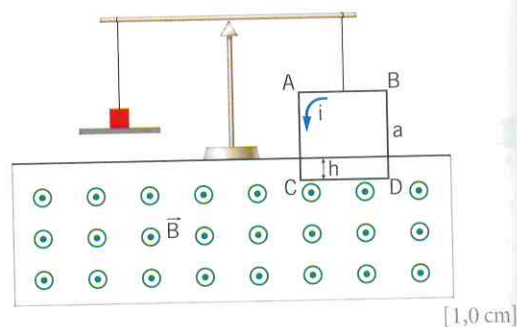
► Calcola il numero di spire che compongono il solenoide.

$$[500]$$

- 23 Alle estremità dei due bracci di una bilancia sono posti rispettivamente un oggetto di massa

$m = 1,5 \text{ g}$ e una spira di massa $m_s = 0,50 \text{ g}$. La spira è quadrata di lato a ed è parzialmente immersa per un tratto h in un campo magnetico uniforme perpendicolare alla spira come mostrato nella figura. Il flusso del campo magnetico attraverso la parte della spira immersa nel campo magnetico vale $2,0 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}$. Nella spira circola in verso antiorario una corrente $i = 9,8 \text{ A}$.

► Calcola il valore di h per ottenere l'equilibrio della bilancia. (Trascura ogni forma d'attrito.)



6 LA CIRCUITAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO

- 24 Un filo rettilineo infinitamente lungo è percorso da una corrente di $5 \times 10^{-1} \text{ A}$. Calcola l'intensità del campo magnetico:

- in un punto A distante 1 mm dal filo.
- in un punto B distante 1 cm dal filo.

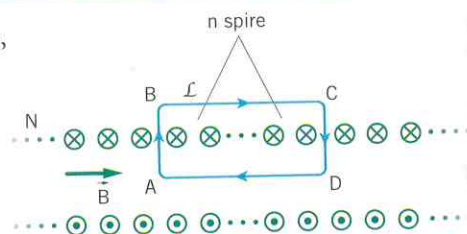
$$[1 \times 10^{-4} \text{ T}; 1 \times 10^{-5} \text{ T}]$$

25

PROBLEMA SVOLTO

Un solenoide ideale, che ha lunghezza L ed è formato da N spire, è percorso da una corrente i . Scegliamo un cammino rettangolare, come quello della figura a lato, che contiene n spire del solenoide. Il simbolo con la croce indica che, nel solenoide visto in sezione, la corrente elettrica entra nella pagina.

► Calcola la circuitazione del campo magnetico lungo il cammino indicato nella figura.



Strategia e soluzione

- Scomponendo il cammino \mathcal{L} nelle sue parti abbiamo

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \Gamma_{AB}(\vec{B}) + \Gamma_{BC}(\vec{B}) + \Gamma_{CD}(\vec{B}) + \Gamma_{DA}(\vec{B}),$$

dove i pedici dei simboli Γ indicano qual è la zona di cammino lungo cui si calcolano i prodotti scalari tra spostamento e campo magnetico.

- All'esterno di un solenoide ideale il campo magnetico è nullo. Quindi, il contributo alla circuitazione di \vec{B} lungo la linea BC esterna al solenoide è nullo:

$$\Gamma_{BC}(\vec{B}) = 0.$$

- All'interno di un solenoide ideale il campo magnetico è uniforme e parallelo all'asse del solenoide stesso. Per questa ragione, nei due tratti AB e CD la circuitazione è nulla, perché essi sono perpendicolari a \vec{B} :

$$\Gamma_{AB}(\vec{B}) = 0 \text{ e } \Gamma_{CD}(\vec{B}) = 0.$$

- Rimane soltanto da considerare la circuitazione lungo il cammino DA :

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \Gamma_{DA}(\vec{B}).$$

Questo contributo è positivo perché lo spostamento e il campo \vec{B} generato dalle correnti hanno lo stesso verso.

- Visto che, per ipotesi, gli avvolgimenti del solenoide sono avvolti in modo regolare, la lunghezza $DA = l$ può essere calcolata attraverso la proporzione

$$\frac{l}{L} = \frac{n}{N} \Rightarrow l = \frac{n}{N} L.$$

- Quindi si ha

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \Gamma_{DA}(\vec{B}) = Bl = \left(\mu_0 \frac{N}{L} i \right) \left(\frac{n}{N} L \right) = \mu_0 n i.$$

■ Discussione

Il testo parla di un solenoide ideale, cioè di un solenoide finito che ha, però, le proprietà matematiche di quello infinito perché è molto più lungo del raggio delle spire da cui è formato.

In questo caso il campo magnetico ha una forma molto semplice ed è possibile fare i calcoli, che danno un risultato in accordo con il teorema di Ampère: al cammino \mathcal{L} sono concatenate n correnti, tutte di intensità i , per cui si trova

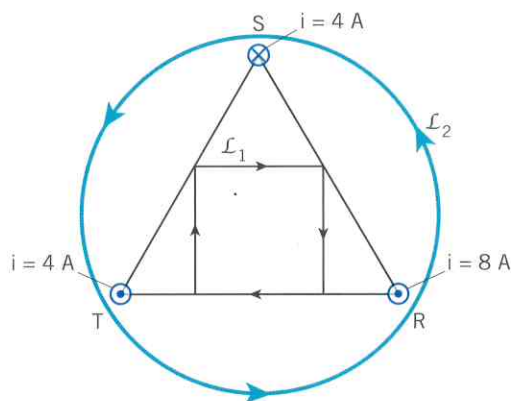
$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \sum_{k=1}^n i_k = \mu_0 \sum_{k=1}^n i = \mu_0 n i.$$

Lo stesso risultato vale anche per un solenoide non ideale, ma non saremmo stati in grado di svolgere i calcoli in modo esplicito.

- 26** Ai vertici di un triangolo equilatero vengono collocati tre lunghi conduttori cilindrici paralleli percorsi da correnti elettriche. La figura indica i versi e i valori delle correnti elettriche che circolano nei conduttori. In base alle convenzioni adottate, per i conduttori R e T la corrente è uscente, per il conduttore S è entrante.

Calcola la circuitazione del campo magnetico:

- ▶ lungo il percorso chiuso del quadrato inscritto nel triangolo.
- ▶ lungo una circonferenza chiusa che contiene all'interno i tre conduttori.



$[0; 1 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}]$

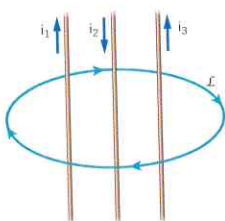
ESERCIZI

- 27** Un quadrato di lato 5,0 cm racchiude al suo interno tre fili percorsi rispettivamente dalle correnti $i_1 = 1,4 \text{ A}$, $i_2 = 1,8 \text{ A}$, $i_3 = 1,1 \text{ A}$. La corrente i_3 circola in verso opposto a quello delle altre due correnti, e il campo magnetico che essa genera ha lo stesso verso con cui è percorso il cammino quadrato.

► Quanto vale la circuitazione del campo magnetico lungo il quadrato?

$$[-2,6 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m}]$$

- 28** Tre fili di lunghezza $l = 1,0 \text{ m}$ e distanti tra loro $d = 1,0 \text{ cm}$ sono percorsi dalle correnti i_1 , i_2 e i_3 . I fili sono concatenati al cammino orientato L come mostrato nella figura. La circuitazione del campo magnetico lungo il cammino L è nulla. Il modulo della forza magnetica tra il filo 1 e il filo 2 è $F_{1,2} = 1,0 \text{ N}$ e quella tra il filo 2 e il filo 3 è $F_{2,3} = 4,0 \text{ N}$.



► Ricava i valori delle correnti i_1 , i_2 e i_3 .

$$[1,0 \times 10^2 \text{ A}; 5,0 \times 10^2 \text{ A}; 4,0 \times 10^2 \text{ A}]$$

7 APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI AMPÈRE

- 29** Un filo metallico di diametro 0,20 cm è attraversato da una corrente di $50 \mu\text{A}$.

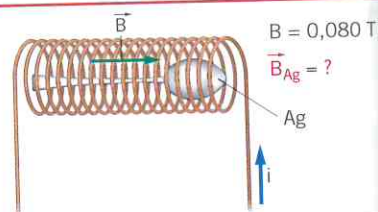
► Determina la densità di corrente.
► Determina l'intensità del campo magnetico generato dalla corrente a $d_1 = 0,050 \text{ cm}$ e a $d_2 = 3,0 \text{ cm}$ dal centro del filo.

$$[16 \text{ A/m}^2; 5,0 \times 10^{-9} \text{ T}; 3,3 \times 10^{-10} \text{ T}]$$

33 PROBLEMA SVOLTO

Un cucchiaino d'argento è posto all'interno di un solenoide che genera un campo magnetico di $0,080 \text{ T}$.

► Determina il verso e il valore del campo magnetico generato dagli atomi d'argento per effetto del campo magnetico esterno.



Strategia e soluzione

- In base alle formule (21) e (22) possiamo scrivere

$$\mu_r \vec{B}_0 = \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m$$

- 30** Una corrente i scorre in un filo conduttore di raggio r .

► Esprimi l'intensità del campo magnetico generato dalla corrente in termini della densità di corrente j sia per punti all'interno del filo che per punti all'esterno del filo, a distanza d dal suo centro.

► La densità di corrente è di $1,0 \times 10^6 \text{ A/m}^2$ e il raggio del filo è 4,2 cm. Calcola l'intensità del campo magnetico a 6,0 cm dal centro del filo.

$$[\mu_0 j d / 2; \mu_0 j r^2 / (2d); 18 \text{ mT}]$$

- 31** Un toroide con 1200 spire, di raggio interno $R_1 = 5,3 \text{ cm}$ e raggio esterno $R_2 = 8,7 \text{ cm}$ ha al suo interno un campo magnetico che in prossimità del bordo interno ha intensità $B_1 = 4,0 \times 10^{-5} \text{ T}$.

► Determina l'intensità di corrente che attraversa il toroide.

► Determina l'intensità del campo magnetico vicino al bordo esterno del toroide.

$$[8,8 \text{ mA}; 2,4 \times 10^{-5} \text{ T}]$$

8 LE PROPRIETÀ MAGNETICHE DEI MATERIALI

- 32** Un blocco di palladio è immerso in un campo magnetico uniforme di $890,0 \mu\text{T}$.

► Calcola l'intensità del campo magnetico all'interno del palladio.

$$[890,7 \mu\text{T}]$$

- Dal primo e ultimo passaggio di questa catena di uguaglianze ricaviamo

$$B_m = (\mu_r - 1) B_0,$$

dove è stato eliminato il segno di vettore perché i due campi magnetici hanno certamente la stessa direzione, mentre il problema chiede il verso e il valore di B_m .

- Il valore di μ_r per l'argento è riportato nella tabella precedente. Con questo dato e quello sul valore di B_0 troviamo:

$$\begin{aligned} B_m &= (\mu_r - 1) B_0 = (0,999981 - 1) \times (0,080 \text{ T}) = \\ &= -1,9 \times 10^{-5} \times (8,0 \times 10^{-2} \text{ T}) = -1,5 \times 10^{-6} \text{ T}. \end{aligned}$$

Quindi il vettore \vec{B}_m ha verso opposto al vettore \vec{B}_0 (come è ovvio per il fatto che l'argento è una sostanza diamagnetica) e il suo modulo risulta uguale a $1,5 \mu\text{T}$.

■ Discussione

Il valore del campo magnetico totale all'interno della materia, calcolato con il numero corretto di cifre significative, è

$$\begin{aligned} B &= B_0 + B_m = 8,0 \times 10^{-2} \text{ T} + 0,00015 \times 10^{-2} \text{ T} = \\ &= (8,0 + 0,00015) \times 10^{-2} \text{ T} = 8,0 \times 10^{-2} \text{ T}. \end{aligned}$$

L'effetto magnetico degli atomi di argento non è abbastanza intenso da modificare in modo significativo il valore del campo magnetico all'interno del solenoide.

- 34** Un nucleo di alluminio è posto all'interno di un solenoide lungo 40 cm, composto da 2000 spire. Il solenoide è alimentato con una corrente di 10 A. Calcola:

- ▶ il modulo del campo magnetico generato dagli atomi dell'alluminio per effetto del campo magnetico esterno.
- ▶ il modulo del campo magnetico totale risultante.

$$[1,3 \times 10^{-6} \text{ T}; 6,3 \times 10^{-2} \text{ T}]$$

- 35** All'interno di un solenoide, lungo 50 cm, composto da 1000 spire, viene inserito un nucleo di ferro. Nel solenoide circola una corrente di 5 A e nello spazio si misura un campo magnetico totale di $1,3 \times 10 \text{ T}$.

- ▶ Calcola la permeabilità magnetica relativa del nucleo di ferro.

$$[1,0 \times 10^3]$$

- 36** Il campo magnetico all'interno di un solenoide vuoto vale $B_0 = 4,00 \times 10^{-5} \text{ T}$. La misura del campo magnetico viene effettuata nuovamente dopo aver inserito, in successione e separatamente, due nuclei di materiali diversi. Nel primo caso si otte-

ne un valore $B_1 = 4,00 \times 10^{-2} \text{ T}$ e nel secondo caso un valore B_2 che è $0,997 \times 10^3$ volte minore di B_1 .

- ▶ Calcola la permeabilità magnetica relativa dei materiali che formano i due nuclei.
- ▶ Indica la classificazione magnetica dei due materiali.

$$[1,00 \times 10^3; 1,00]$$

- 37** Al centro di una spira di raggio a è posta una sferetta di platino ($\mu_r = 1,00021$) di raggio $r \ll a$. La spira ha resistenza $R = 10 \Omega$ e, percorsa da una corrente i , dissipa una potenza $P = 1,0 \times 10^3 \text{ W}$. Il campo magnetico generato dagli atomi di platino nel centro della spira ha intensità $B_m = 2,1 \times 10^{-8} \text{ T}$.

- ▶ Ricava il valore di a .

$$[6,3 \text{ cm}]$$

PROBLEMI GENERALI

- 1** Un solenoide formato da 10^2 spire al cm è percorso da una corrente di 0,15 A. Parallelamente al

ESERCIZI

suo asse viaggiano degli elettroni alla velocità di $1,0 \times 10^5$ m/s e al ritmo di $0,40 \times 10^{16}$ s⁻¹.

- Calcola la forza magnetica sugli elettroni.

[0 N]

- 2** ★★ Una particella α , dotata di energia cinetica di 5,0 MeV, si muove su un piano perpendicolare alle linee di un campo magnetico di intensità 1,2 T. La massa della particella α vale $6,7 \times 10^{-27}$ kg.

- Calcola il raggio della traiettoria descritta dalla particella.

(Dalla seconda prova di maturità sperimentale, 1993)

[27×10^{-2} m]

- 3** ★★ Un solenoide viene costruito avvolgendo un metro di filo conduttore attorno a una sagoma cilindrica, lunga 10 cm e di raggio 1,0 cm. Un secondo solenoide viene ottenuto avvolgendo due metri di filo conduttore attorno a una sagoma cilindrica lunga 20 cm e di raggio 2,0 cm.

- Di quante volte deve essere maggiore la corrente che circola nel secondo solenoide rispetto a quella nel primo solenoide perché l'intensità del campo magnetico in entrambi i solenoidi sia la stessa?

- Di quante volte deve essere maggiore la corrente nel secondo solenoide rispetto a quella nel primo solenoide perché il flusso del campo magnetico attraverso una sezione dei due solenoidi sia lo stesso?

[2 volte; 0,5 volte]

- 4** ★★ Il campo magnetico terrestre in prossimità della tua scuola ha una componente di $4,4 \times 10^{-5}$ T verso il basso e una componente di $3,2 \times 10^{-5}$ T orizzontale. Le dimensioni del pavimento e del soffitto di un'aula della scuola sono 28 m \times 42 m.

- Calcola l'intensità del flusso magnetico attraverso il pavimento dell'aula.

[$5,2 \times 10^{-2}$ Wb]

- 5** ★★ All'interno di un solenoide lungo 80 cm è inserito un nucleo di ferro con una sezione di 20 cm² e permeabilità magnetica relativa uguale a 500.

Il solenoide, alimentato da una corrente di 10 A, genera un campo magnetico di $1,0 \times 10^{-2}$ T. Calcola:

- il numero delle spire che costituiscono il solenoide.

- il valore del flusso magnetico all'interno del solenoide.

[$6,4 \times 10^3$; 0,010 Wb]

- 6** ★★ Un fascio di protoni, ciascuno dei quali possiede un'energia cinetica $K = 4,00 \times 10^5$ eV, è proiettato in un campo magnetico uniforme di modulo $3,00 \times 10^{-2}$ T. La direzione del fascio e la direzione di \vec{B} sono tra di loro perpendicolari.

- Calcola il periodo e il raggio della traiettoria descritta da un protone.

- Determina come variano il raggio e il periodo della traiettoria circolare descritta da un protone, in funzione di K .

(Dalla seconda prova di maturità sperimentale, 1983)

[$2,19 \times 10^{-6}$ s; 3,05 m; $r \propto \sqrt{K}$; T indipendente da K]

- 7** ★★ Un mestolo di alluminio è posto all'interno di un solenoide che genera un campo magnetico di 0,050 T.

- Determina il verso e il valore del campo magnetico generato dagli atomi di alluminio per effetto del campo magnetico esterno.

[$1,1 \times 10^{-6}$ T]

- 8** ★★ Un fascio collimato di elettroni monoenergetici penetra nel vuoto in un campo magnetico uniforme di modulo $2,0 \times 10^{-4}$ T perpendicolarmente alle linee di campo. La regione in cui agisce il campo si estende per una lunghezza di 20 cm. All'uscita del dispositivo, il fascio risulta deviato di un angolo $\alpha = 60^\circ$ rispetto alla direzione iniziale.

- Calcola la velocità degli elettroni.

(Adattato dalla seconda prova di maturità sperimentale, 1992)

[$8,1 \times 10^6$ m/s]

- 9** Una particella α , di carica pari al doppio della carica elementare, in quiete è accelerata da un campo elettrico di intensità $4,2 \text{ N/C}$ per 15 cm . Penetra, poi, in un campo magnetico di intensità $9,0 \times 10^{-4} \text{ T}$, perpendicolare alla direzione della velocità acquistata, è deviata dalla traiettoria originale e va a colpire un punto di uno schermo posto a 15 cm di distanza. La massa della particella α vale $6,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

► Calcola l'altezza del punto in cui l'elettrone colpisce lo schermo.

(Suggerimento: prendi come livello zero di riferimento per l'altezza la direzione iniziale di penetrazione della particella all'interno del campo magnetico.)

[8,1 cm]

- 10** Una particella di carica q e massa $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ immersa in un campo magnetico descrive un'orbita circolare di raggio $r = 1,0 \text{ mm}$ a velocità angolare costante $\omega = 1,16 \times 10^2 \text{ rad/s}$. Il fattore giromagnetico, definito come il rapporto tra il momento magnetico della particella (dovuto al moto della particella) e il suo momento angolare, vale $G = \mu/L = 8,78 \times 10^{10} \text{ C/kg}$.

► Calcola il momento magnetico della particella.

[$9,3 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$]

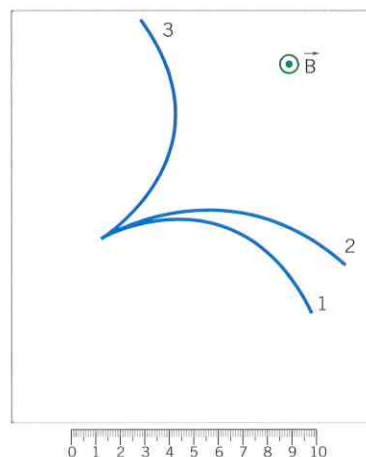
- 11** Un filo metallico, di massa m e lunghezza $d = 1,0 \text{ m}$, posto inizialmente in quiete, è libero di scorrere senza attrito con gli estremi su due guide metalliche parallele orizzontali di resistenza trascurabile. A un certo istante, il filo viene percorso da una corrente $i = 1,5 \text{ A}$ e immerso in un campo magnetico uniforme e perpendicolare al piano formato dalle guide e dal filo. Dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 1,0 \text{ s}$, il filo ha velocità $v = 0,50 \text{ m/s}$ e ha percorso una distanza $l = 50 \text{ cm}$. La temperatura del filo è superiore a quella iniziale di 20°C . Il calore specifico del filo è $c = 500 \text{ J/kg} \cdot ^\circ \text{C}$, la sua resistenza vale $R = 10 \Omega$.

► Calcola il valore della massa m del filo.

► Calcola l'intensità del campo magnetico.

[0,23 kg; 38 T]

- 12** Tre particelle cariche vengono accelerate da una d.d.p. di 1000 V ed entrano, in tempi diversi e dallo stesso punto, in una zona sede di un campo magnetico uniforme $B = 3,0 \text{ mT}$ perpendicolare alla velocità delle particelle. Le traiettorie, contrassegnate dai numeri 1, 2, 3 e relative alle tre particelle, sono riportate in figura. Il campo B è uscente dal piano del foglio. Il rapporto q/m per la particella 1 vale $9,58 \times 10^7 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$.



► Determinare il rapporto q/m e il segno della carica elettrica di ciascuna delle altre due particelle.

(Olimpiadi della Fisica, 2003, gara di secondo livello)

[(2) $4,43 \times 10^7 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$; (3) $9,58 \times 10^7 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$]

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- Ricava la formula che fornisce il raggio della traiettoria circolare descritta da una carica puntiforme che entra in un campo magnetico uniforme in direzione perpendicolare al campo stesso.
- Definisci la grandezza fisica *flusso del campo magnetico* e fai un confronto con la grandezza fisica *flusso del campo elettrico*.
- Definisci la grandezza fisica *circuitazione del campo magnetico* ed enuncia il teorema di Ampère, specificando il significato di tutti i simboli che compaiono nella formula che esprime questo teorema.