

IL MOTO RETTILINEO E IL MOTO PARABOLICO

In un sistema di riferimento inerziale, il moto più semplice è quello compiuto da un punto materiale sul quale agisce una forza totale nulla. In base al primo principio della dinamica, il punto materiale mantiene costante il proprio vettore velocità e la sua traiettoria è rappresentata da una retta, cioè si muove di moto rettilineo uniforme.

Grafico spazio-tempo del moto rettilineo uniforme (forza nulla)

$$s = s_0 + vt$$

posizione all'istante t = posizione all'istante t_0 + (velocità del moto) \times (istante di tempo)

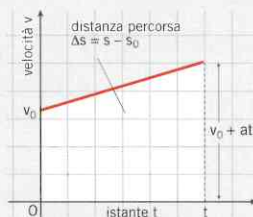
- È una retta che interseca l'asse verticale delle posizioni nel punto $(0\text{ s}, s_0)$: la retta passa per l'origine solo quando si ha $s_0 = 0\text{ m}$ e in tal caso la legge oraria si riduce al caso particolare $s = vt$.



Moto rettilineo uniformemente accelerato (forza costante)

In un sistema di riferimento inerziale, un punto materiale di massa m , soggetto a una forza \vec{F} costante in modulo, direzione e verso, subisce a un'accelerazione costante $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$: se la velocità iniziale \vec{v}_0 è parallela all'accelerazione \vec{a} , il punto materiale descrive un moto rettilineo uniformemente accelerato.

Grafico velocità-tempo

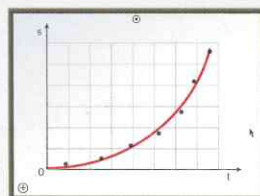


$$v = v_0 + at$$

velocità = velocità iniziale + (accelerazione) \times (istante di tempo)

- È una retta che interseca l'asse verticale delle velocità nel punto $(0\text{ s}, v_0)$.
- Nel caso semplice in cui il punto materiale parte da fermo ($v_0 = 0\text{ m/s}$), l'equazione diventa $v = at$.

Grafico spazio-tempo



$$s = \frac{1}{2} at^2$$

posizione = $1/2 \times$ (accelerazione) \times (istante di tempo)²

- Nel caso in cui il punto materiale parte da fermo ($v_0 = 0\text{ m/s}$) dall'origine delle posizioni ($s_0 = 0\text{ m}$), si tratta di una parabola con vertice nell'origine.
- Nel caso generale, la formula diventa $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

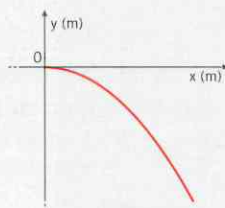
Moto parabolico (moto di un proiettile)

- Si ha quando il vettore velocità iniziale \vec{v}_0 è obliquo rispetto al vettore accelerazione \vec{g} .
- È dato dalla sovrapposizione di due moti: un moto rettilineo uniforme orizzontale e un moto rettilineo uniformemente accelerato verticale.

Velocità iniziale orizzontale

$$y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} x^2$$

- v_0 è la velocità iniziale orizzontale;
- g è l'accelerazione di gravità.

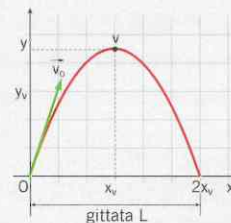


- La traiettoria di un oggetto lanciato in orizzontale è una parabola con il vertice nel punto di lancio.

Velocità iniziale obliqua

$$y = \frac{v_y}{v_x} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_x^2} x^2$$

- v_x è la componente di v_0 lungo l'asse x ;
- v_y è la componente di v_0 lungo l'asse y .



- La traiettoria di un oggetto lanciato in direzione obliqua è una parabola.
- Si chiama *gittata* la distanza che separa il punto di partenza di un corpo lanciato in direzione obliqua, verso l'alto, dal punto in cui esso torna al suolo.

IL MOTO CIRCOLARE UNIFORME E IL MOTO ARMONICO

Il *moto circolare uniforme* descrive un punto materiale che percorre una traiettoria circolare mantenendo costante il modulo del vettore velocità istantanea. Si chiama *moto armonico* il movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme.

Grandezze caratteristiche del moto circolare uniforme

Periodo

- È la durata di un giro completo della traiettoria circolare.
- Nel Sistema Internazionale si misura in s.

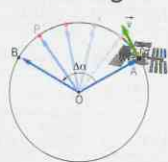
Frequenza

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\text{frequenza} = \frac{1}{\text{periodo}}$$

- È il numero di periodi che il moto compie nell'unità di tempo.
- Nel Sistema Internazionale si misura in s^{-1} o *hertz* (simbolo Hz).

Velocità angolare



$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{velocità angolare} = \frac{\text{angolo spazzato}}{\text{tempo impiegato}}$$

- È il rapporto tra l'angolo al centro $\Delta\alpha$ e l'intervallo di tempo Δt impiegato dal raggio vettore a spazzare tale angolo.
- Nel Sistema Internazionale si misura in radianti al secondo (rad/s).
- Viene utilizzata per esprimere il modulo del vettore velocità istantanea: $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f = \left(\frac{2\pi}{T}\right)r = \omega r$

Accelerazione centripeta

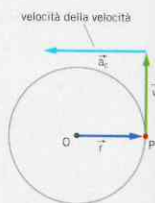
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

accelerazione centripeta =

$$= \frac{(\text{velocità})^2}{\text{raggio}} =$$

$$= (\text{velocità angolare})^2 \times \text{raggio}$$

- Nel moto circolare uniforme il vettore accelerazione istantanea (*accelerazione centripeta*) è sempre rivolto verso il centro della circonferenza.



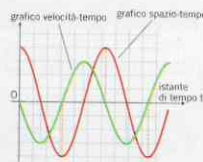
Proprietà del moto armonico

Grafico spazio-tempo e velocità-tempo

$$s = r \cos \omega t$$

$$v = -\omega r \sin \omega t = -v_0 \sin \omega t$$

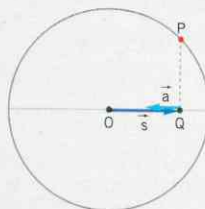
- r è il raggio del moto circolare uniforme che genera il moto armonico ed è uguale all'ampiezza dell'oscillazione;
- ω è la velocità angolare (pulsazione) del moto circolare uniforme che genera il moto armonico.
- Entrambe le curve sono *cosinusoidi*.



Accelerazione del moto armonico

$$a = -\omega^2 s = -\omega^2 r \cos \omega t = -a_0 \cos \omega t$$

- Il modulo dell'accelerazione in un punto Q del moto armonico è direttamente proporzionale alla distanza dal centro dell'oscillazione (modulo del vettore posizione).
- L'accelerazione in un punto Q del moto armonico ha sempre verso opposto al vettore posizione \vec{s} di Q: l'accelerazione è massima quando lo spostamento è minimo, ed è nulla quando l'oscillazione passa per il centro.
- $a_0 = \omega^2 r$ è il massimo modulo dell'accelerazione del corpo che oscilla ed è anche valore dell'accelerazione centripeta del moto circolare uniforme ideale che genera il moto armonico.



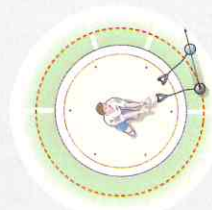
Forza centripeta

$$F_c = m a_c = m \frac{v^2}{r}$$

forza centripeta =

$$= \text{massa} \times \frac{(\text{velocità})^2}{\text{raggio}}$$

- Agisce su un oggetto che si muove di moto circolare uniforme.
- È diretta verso il centro della traiettoria circolare, cambia la direzione del vettore velocità dell'oggetto, ma non il suo valore.





DOMANDE SUI CONCETTI

- 1 In tre grafici spazio-tempo sono riportati (a) un segmento con pendenza positiva, (b) un segmento con pendenza negativa e (c) un segmento con pendenza nulla (quindi orizzontale). Di che segno è la velocità dei moti descritti da ciascun grafico?
- 2 In tre grafici velocità-tempo sono riportati (a) un segmento con pendenza positiva, (b) un segmento con pendenza negativa e (c) un segmento con pendenza nulla (quindi orizzontale). Di che segno è l'accelerazione dei moti descritti da ciascun grafico?
- 3 Un oggetto subisce solo la forza-peso e ha quindi accelerazione $\vec{a} = \vec{g}$. Possiamo affermare che si muove sempre seguendo una traiettoria parabolica?
- 4 Il moto circolare uniforme è un moto accelerato?
- 5 Come mai nel moto circolare uniforme la forza centripeta non causa l'avvicinamento dell'oggetto in moto verso il centro?
- 6 Quando un DVD viene inserito nel lettore ottico e avviato, le sue parti si muovono alla stessa velocità (in modulo) o alla stessa velocità angolare?
- 7 La catena della bicicletta è montata su due corone di raggi diversi. Quando la bicicletta si muove, le parti esterne delle due corone hanno la stessa velocità (in modulo) o la stessa velocità angolare?
- 8 Come è diretta l'accelerazione nel moto circolare non uniforme, in cui la velocità cambia anche in modulo?
- 9 Le gare di ciclismo nei velodromi si svolgono su piste inclinate verso l'interno in corrispondenza delle curve. Per quale motivo secondo te queste piste non sono piane?
- 10 Il *Cilindro di O'Neill* è un progetto di habitat spaziale per la colonizzazione dello spazio cosmico, costituito da due cilindri in rotazione, di raggio 3 km, sulla cui superficie interna possono camminare gli astronauti. La rotazione serve a creare una forza di gravità artificiale. Perché?

- 11 La forza centripeta è una forza come la forza elastica, la forza-peso o la forza di attrito? In altre parole, è una «nuova» forza da aggiungere a queste?
- 12 Un'automobilina si muove a velocità di modulo costante in uno spazio tra due pareti: quando ne urta una, si gira di 180° e si dirige verso l'altra parete. Il moto dell'automobilina può essere considerato un moto armonico?

PROBLEMI

1 IL MOTO RETTILINEO UNIFORME (FORZA NULLA)

- 1 ★★ Un'auto che si muove alla velocità costante di 36 km/h lungo una strada rettilinea si trova in un certo istante 12 m prima di un incrocio.
▶ Quanto era distante dall'incrocio due secondi prima?
[32 m]
- 2 ★★ Quando passa vicina alla Terra, la cometa di Halley ha una velocità di circa 70 km/s. Durante il passaggio, percorre una distanza di $4,0 \times 10^5$ km, pari a circa quella tra la Terra e la Luna.
▶ Quanto tempo impiega a percorrere quella distanza?
[5,7 × 10³ s]
- 3 ★★ Una palla di raggio $r = 20$ cm e massa $m = 400$ g è lasciata cadere da un aereo ad alta quota. L'attrito dell'aria produce una forza di attrito viscoso diretta verso l'alto, di intensità $F_v = 6\pi\eta r v$, dove v è la velocità della palla e $\eta = 18 \times 10^{-6}$ kg/(m·s) è il coefficiente di attrito viscoso dell'aria. Assumi che questa sia l'unica forza che agisce sulla palla, oltre la forza-peso. A causa dell'attrito dell'aria, la palla finirebbe per avere una velocità costante di caduta, detta *velocità limite*.
▶ Determina la velocità limite che avrebbe palla.
[5,8 × 10⁴ m/s]

ESERCIZI

- 4** Considera la stessa situazione dell'esercizio precedente. Questa volta la forza di attrito viscoso non è l'unica forza dovuta alla presenza dell'aria: il moto della palla attraverso l'aria produce la forza di resistenza aerodinamica di intensità $F_d = \rho v^2 c_d A/2$, dove $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ è la densità dell'aria, $A = \pi r^2$ è la sezione della palla e $c_d = 0,1$ è il coefficiente di resistenza aerodinamica.

► Determina la velocità limite della palla assumendo che subisca solo l'effetto della forza-peso e della forza di resistenza aerodinamica.

► Confronta il risultato ottenuto con quello dell'esercizio precedente e stabilisci quale delle due forze dovute all'aria gioca il ruolo più importante nel far sì che la palla raggiunga una velocità limite. (Suggerimento: risolvi prima l'esercizio precedente.)

[23 m/s]

2 IL MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (FORZA COSTANTE)

- 5** Un carico di massa 83 kg si trova in un ascensore agganciato a un dinamometro. L'ascensore sale con velocità costante di 1,1 m/s e poi si ferma in 2,2 s.

► Quanto vale la forza registrata dal dinamometro mentre l'ascensore sale a velocità costante?

► Quanto vale la forza registrata dal dinamometro nel tempo in cui l'ascensore rallenta?

[$8,1 \times 10^2 \text{ N}$; $7,7 \times 10^2 \text{ N}$]

- 6** Un treno viaggia a 157 km/h. A un certo punto, il macchinista vede una mucca ferma sui binari e inizia a rallentare con un'accelerazione negativa pari a $-6,8 \text{ m/s}^2$. La manovra di frenata inizia alla distanza di 180 m dall'animale.

► Quanto tempo impiega il treno a fermarsi?

► A quanti metri dall'animale si arresta il treno?

[6,4 s; 40 m]

- 7** Per trascinare un carrello di massa 400 kg un operaio applica una forza di 50 N a una corda inclinata di 30° gradi rispetto al pavimento.

► Calcola lo spazio percorso dal carrello in 30 s.

► Calcola il tempo necessario perché il carrello raggiunga la velocità di 5,0 m/s partendo da fermo.

► Caricato con un baule, il carrello impiega 67 s per raggiungere la velocità di 5,0 m/s. Qual è la massa del baule?

[49 m; 46 s; $1,8 \times 10^2 \text{ kg}$]

- 8** Un vigile urbano viaggia in moto alla velocità di 36 km/h e viene superato da un'auto che viaggia alla velocità costante di 72 km/h. Due secondi dopo essere stato superato, il vigile accelera al massimo per raggiungere l'auto, ma nello stesso istante anche l'auto accelera al massimo per fuggire. La massa del vigile e della moto è 300 kg e la forza massima del suo motore è 3,0 kN. La massa del guidatore e dell'auto è 900 kg e la forza massima del suo motore è 6,0 kN.

► Dopo quanto tempo il vigile riesce a raggiungere l'auto?

[7,3 s]

- 9** Un'auto lanciata a una velocità di 90 km/h vede un ostacolo davanti a sé e si arresta in 50 m frenando su una strada orizzontale. Schematizziamo l'azione dei freni come l'applicazione di una forza costante all'auto.

► Quanto vale il modulo dell'accelerazione dell'auto?

(Elaborato da Olimpiadi della fisica, gara nazionale di secondo livello, 2003).

[6,3 m/s²]

3 IL MOTO PARABOLICO (FORZA COSTANTE)

- 10** Un tennista lancia una pallina con un angolo di 45° rispetto al terreno e velocità iniziale di intensità 21 m/s. Calcola:

► le componenti orizzontale e verticale della velocità iniziale.

► la gittata.

[15 m/s; 15 m/s; 46 m]

11

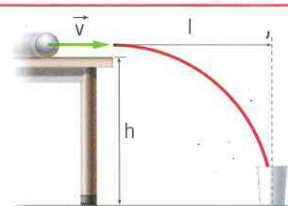
PROBLEMA SVOLTO

Una biglia viene lanciata oltre il bordo del tavolo con una velocità $v = 0,56 \text{ m/s}$. Il tavolo è alto 76 cm .

► A che distanza dal tavolo cade la biglia?

$$v = 0,560 \text{ m/s}$$

$$h = 76,0 \text{ cm}$$

 $l = ?$


■ Strategia e soluzione

- La biglia è sottoposta solo alla forza-peso, dunque compie un moto parabolico, descritto dalle equazioni

$$x = x_0 + v_{0,x} t$$

$$y = y_0 + v_{0,y} t + \frac{1}{2} a t^2$$

- Dalla scelta del sistema di assi cartesiani dipendono sia i valori iniziali della posizione sia il segno di velocità e accelerazione. Scegliendo come origine del sistema di assi il punto in cui la biglia lascia il tavolo, le posizioni iniziali sono $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Se l'asse x è diretto verso destra e l'asse y verso l'alto, le velocità iniziali della biglia sono

$$v_{0,x} = 0,56 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad v_{0,y} = 0,$$

mentre l'accelerazione nella direzione verticale è negativa, $a_y = -g = -9,81 \text{ m/s}^2$.

- Quando la biglia tocca terra, la sua posizione verticale è $y = -0,76 \text{ cm}$. Inserendo questo valore e gli altri nell'equazione per il moto verticale

$$-(0,76 \text{ m}) = -\frac{1}{2} g t^2$$

ricaviamo il tempo che la biglia impiega per giungere a terra:

$$t = \sqrt{\frac{2 \times (0,76 \text{ m})}{(9,81 \text{ m/s}^2)}} = 0,39 \text{ s}$$

- Inserendo questo dato nell'equazione del moto nella direzione orizzontale otteniamo la distanza richiesta:

$$x = \left(0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (0,39 \text{ s}) = 0,22 \text{ m}$$

■ Discussione

Per moti a bassa velocità, come quello qui esaminato, le forze dovute alla presenza dell'aria sono trascurabili (vedi gli esercizi 3 e 4) ed è lecito approssimare l'accelerazione della biglia con quella di gravità. Nel risolvere un problema è importante scegliere posizione e orientamento del sistema di assi cartesiani: da questa scelta dipendono sia i valori di alcune delle grandezze coinvolte, come la posizione, sia i loro segni.

12

★★

Nel 1991 ai Campionati Mondiali di Atletica Leggera di Tokyo, l'atleta statunitense Mike Powell stabilì il record mondiale di salto in lungo con la misura di $8,95 \text{ m}$, migliorando così il precedente record di $8,90 \text{ m}$. Assumi che la forza di attrito sia stata trascurabile durante il salto e che Powell sia saltato dalla pedana con un angolo di inclinazione di 45° .

► Quale velocità aveva Powell al momento del salto?

$$[9,4 \text{ m/s}]$$

13

★★

Una cameriera distratta lancia orizzontalmente un bicchiere vuoto sul tavolo al barman perché lo riempia. Purtroppo il lancio è lungo, e il bicchiere cade a terra a una distanza orizzontale di 53 cm dal bordo del tavolo che è alto 71 cm .

Calcola:

► dopo quanto tempo il bicchiere arriva a terra.

► La velocità del bicchiere al momento del distacco dal tavolo.

$$[0,38 \text{ s}; 1,4 \text{ m/s}]$$

ESERCIZI

- 14** ★★ Un pallone viene lanciato con una velocità di $8,7 \text{ m/s}$ e con un'inclinazione di 60° rispetto al suolo.

- Determina la massima altezza che il pallone può raggiungere.
- Determina quando il pallone si trova a metà dall'altezza massima.

[$2,9 \text{ m}$; $0,22 \text{ s}$ e $1,3 \text{ s}$]

- 15** ★★ Una palla da baseball viene lanciata in $0,65 \text{ s}$ da un giocatore a un compagno di squadra che dista 17 m . Assumi di potere trascurare l'attrito dell'aria.

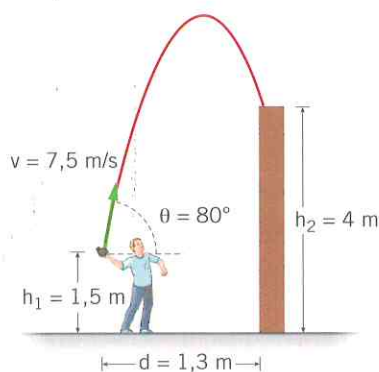
- Determina la velocità iniziale della palla nella direzione verticale.

[$3,2 \text{ m/s}$]

- 16** ★★ Un ragazzo lancia un sacchetto di sabbia in cima a un muro alto 4 m e posto $1,3 \text{ m}$ davanti a lui. Il sacchetto si stacca dalle mani del ragazzo a un'altezza di $1,5 \text{ m}$ da terra, come è mostrato in figura. La velocità di lancio è $7,5 \text{ m/s}$, l'angolo con l'orizzontale è 80° , l'attrito con l'aria è trascurabile.

- Quanto dura il volo del sacchetto di sabbia? (*Olimpiadi della Fisica, gara di primo livello 2010*)

[$1,0 \text{ s}$]



4 IL MOTO CIRCOLARE UNIFORME

- 17** ★ Determina le frequenze delle lancette dei secondi, dei minuti e delle ore di un orologio.

[$1,7 \times 10^{-2} \text{ Hz}$; $2,8 \times 10^{-4} \text{ Hz}$; $2,3 \times 10^{-5} \text{ Hz}$]

- 18** ★ La Terra ruota intorno al suo asse in circa 24 ore . Il raggio terrestre all'Equatore è di circa $6,4 \times 10^3 \text{ km}$.

- Determina la velocità con cui si muove nello spazio un punto sull'Equatore.

[$4,7 \times 10^2 \text{ m/s}$]

- 19** ★ Durante la fase del lavaggio detta «centrifuga», il cestello di una lavatrice compie 900 giri al minuto.

- Qual è la frequenza della rotazione del cestello?
- Qual è il periodo della rotazione del cestello?

[15 Hz ; $6,7 \times 10^{-2} \text{ s}$]

- 20** ★★ Un vecchio disco in vinile ha una circonferenza di 53 cm e contiene una canzone di durata pari a $3,0 \text{ min}$. Per ascoltarla, il disco deve compiere 135 giri.

- Calcola il modulo della velocità di un punto che si trova sul bordo della circonferenza.

[$0,40 \text{ m/s}$]

- 21** ★★ La Terra impiega approssimativamente 365 giorni a compiere un giro attorno al Sole (detto *moto di rivoluzione*), a una distanza di circa $1,5 \times 10^8 \text{ km}$. Il moto è approssimativamente circolare uniforme.

- Determina la frequenza di rotazione della Terra intorno al Sole.
- Determina la velocità con cui la Terra compie il moto di rivoluzione intorno al Sole.

[$3,2 \times 10^{-8} \text{ Hz}$; $3,0 \times 10^4 \text{ m/s}$]

- 22** ★★ La lancetta dei minuti di un orologio è lunga 4 cm . La velocità della punta della lancetta dei minuti è 24 volte quella della lancetta delle ore.

- Quanto è lunga la lancetta delle ore?

[$2 \times 10^{-2} \text{ m}$]

5 LA VELOCITÀ ANGOLARE

- 23** ★ La distanza media Venere-Sole è di $1,1 \times 10^8 \text{ km}$. Il periodo orbitale è di $224,70$ giorni.

- Quanto vale il valore della sua velocità media?
- Quanto vale la velocità angolare di rotazione attorno al Sole?

(Assumi che l'orbita di Venere intorno al Sole sia circolare.)

[$3,6 \times 10^4 \text{ m/s}$; $3,2 \times 10^{17} \text{ rad/s}$]

- 24** La sirena di un'ambulanza lampeggia 15 volte in 3,0 s.

► Qual è la velocità angolare dello schermo che periodicamente copre e scopre la luce della sirena?

[31 rad/s]



Robert Adams/Shutterstock

25 **PROBLEMA SVOLTO**

★★

Il lettore di un impianto stereo fa girare un CD con una frequenza variabile tra 200 giri al minuto e 500 giri al minuto. Supponiamo che, mentre si sta leggendo una certa traccia, il CD stia compiendo 330 giri al minuto.

- Quanto vale la frequenza f di rotazione del CD?
- Qual è il valore della velocità angolare ω ?
- Quanto è ampio l'angolo $\Delta\alpha$ di cui è ruotato il CD dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 0,100$ s?



Strategia e soluzione

- La frequenza del CD può essere calcolata come:

$$f = \frac{330 \text{ giri}}{1 \text{ min}} = \frac{330 \text{ giri}}{60 \text{ s}} = 5,50 \text{ Hz.}$$

- Partendo dalla formula (17) e ricordando che $f = \frac{1}{T}$, la velocità angolare è data da:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = (2\pi \text{ rad})(5,50 \text{ s}^{-1}) = 34,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

- Per trovare l'angolo di cui è ruotato il disco è sufficiente isolare $\Delta\alpha$ moltiplicando i due membri della formula (15) per Δt :

$$\Delta\alpha = \omega \Delta t = 34,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0,100 \text{ s} = 3,46 \text{ rad.}$$

Discussione

Indichiamo con Δg° la misura in gradi dell'angolo $\Delta\alpha$. Visto che a 180° corrispondono π radianti, vale la proporzione $\Delta g^\circ / 180^\circ = \Delta\alpha / \pi$. Da essa ricaviamo

$$\Delta g^\circ = \frac{\Delta\alpha \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{3,46 \text{ rad} \cdot 180^\circ}{3,14 \text{ rad}} = 198^\circ.$$

Quindi, in un decimo di secondo il CD ruota di un angolo ampio 198° .

- 26** Il bordo di un vecchio disco a 45 giri (al minuto) ruota alla velocità di 0,47 m/s.

► Qual è il valore della velocità di un punto del disco a 3,0 cm dal bordo?

[0,33 m/s]

- 27** Una piattaforma rotante ha un raggio di 50 cm e descrive un angolo di 90° in un intervallo di tem-

po pari a 0,60 s. Calcola:

- il valore della velocità angolare;
- la frequenza di rotazione della piattaforma;
- il periodo di rotazione della piattaforma;
- il modulo della velocità di un oggetto che si trova sul bordo della piattaforma.

[2,6 rad/s; 0,42 Hz; 2,4 s; 1,3 m/s]

ESERCIZI

- 28** **★★** I lettori di CD-ROM possono essere classificati in base alla tecnologia di fabbricazione: CLV (Constant Linear Velocity) o CAV (Constant Angular Velocity). I lettori di questa ultima tipologia, mantenendo costante la velocità di rotazione del disco, presentano una velocità di trasferimento dei dati variabile.

Un normale lettore CD a tecnologia CAV fa ruotare il disco a una frequenza di circa 5000 giri/min. Considera un settore inciso del CD-ROM posizionato a 4,00 cm dal centro del disco.

- Calcola la velocità di quel settore.

[20,9 m/s]

6 L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA

- 29** **★** Una giostra in movimento descrive una traiettoria circolare. Per descrivere l'arco di circonferenza che va dall'estremo R del suo diametro all'estremo opposto S impiega 1,0 s. In entrambi i punti, il valore della velocità è 10 cm/s.

- Rappresenta graficamente la situazione.
► Calcola il modulo del vettore accelerazione.

[20 cm/s²]

- 30** **★** Un satellite spia artificiale orbita attorno alla Terra all'altezza dell'Equatore su un'orbita circolare a 140 km dal suolo. Assumi che la forza-peso sia la sola responsabile del moto circolare uniforme del satellite attorno alla Terra, con velocità di modulo 28 180 km/h. Il raggio terrestre è di circa 6380 km.

- Calcola il valore dell'accelerazione del satellite.

[9,4 m/s²]

- 31** **★** Possiamo assumere che il Sole si muova di moto circolare uniforme attraverso la Via Lattea. Il raggio dell'orbita solare è $2,4 \times 10^{20}$ m e la sua frequenza è di 1 giro ogni circa 220 milioni di anni.

- Calcola l'accelerazione centripeta del Sole.
► Qual è il modulo della velocità del Sole?

[$2,1 \times 10^{-10}$ m/s²; $2,3 \times 10^5$ m/s]

- 32** **★★** Un elicottero sta scaldando il motore, e le pale, ciascuna di 5,70 m di lunghezza, ruotano a una

velocità angolare di 6,28 rad/s. Un'ape è appoggiata su una delle pale a 3,00 m dal rotore.

- Qual è l'accelerazione centripeta dell'ape?
► L'ape si sposta fino all'estremità della pala e scivola. Con quale velocità viene proiettata lontano?

[118 m/s²; 35,8 m/s]

- 33** **★★** Nel passare il pallone a un compagno, un giocatore di pallacanestro descrive con il braccio un arco di circonferenza di ampiezza 60,0° in 0,750 s, a velocità approssimativamente costante. La lunghezza del braccio del giocatore è di 80,0 cm.

- Calcola con quale velocità viene lanciato il pallone.
► Qual è il valore dell'accelerazione centripeta impressa al pallone durante la rotazione del braccio?

[1,12 m/s; 1,56 m/s²]

- 34** **★★** Un mulino a vento fa girare il suo perno, che ha un diametro di 40 cm, con un periodo di 11 s. Il perno aziona una macina che acquista una velocità di 0,63 m/s.



Calcola:

- il valore della velocità del perno;
► il valore dell'accelerazione centripeta del perno;
► il diametro della macina;
► il valore dell'accelerazione centripeta della macina.

[$1,1 \times 10^{-1}$ m/s; $6,5 \times 10^{-2}$ m/s²; 2,2 m; $3,6 \times 10^{-1}$ m/s²]

- 35** **★★** Una pallina da tennis urta contro un muro con un angolo di 30° e rimbalza formando un angolo uguale. Il valore della velocità della pallina, prima

e dopo l'urto, è di 5,0 m/s. L'urto con il muro dura 0,088 s.

- Determina direzione, verso e modulo del vettore accelerazione della pallina da tennis durante l'urto.

$$[a = 57 \text{ m/s}^2]$$

7 LA FORZA CENTRIPETA E LA FORZA CENTRIFUGA APPARENTE

- 36** ★★ All'aeroporto una valigia di 25 kg, posta su una piattaforma in rotazione su un piano orizzontale, si muove di moto circolare uniforme. Il raggio della traiettoria è 2,8 m e l'accelerazione centripeta è $8,3 \text{ m/s}^2$. Calcola:

- il valore della forza che agisce sulla valigia.
- La velocità della valigia.

$$[2,1 \times 10^2 \text{ N}; 4,8 \text{ m/s}]$$

- 37** ★★ Le ruote di un trenino elettrico di massa 10 kg hanno un diametro di 8,2 cm e una velocità di rotazione di 10 giri al secondo. Il trenino percorre una pista e dopo un tratto rettilineo affronta a velocità di valore numerico costante una curva di raggio 1,2 m. Calcola:

- la velocità a cui viaggia il treno.
- la forza centripeta sul treno durante la curva.

$$[2,6 \text{ m/s}; 56 \text{ N}]$$

- 38** ★★ Un'auto di massa 1000 kg affronta una curva alla velocità di 55 km/h. Il coefficiente di attrito tra le gomme e il piano stradale è 0,7.



Tatiana Marcova/Shutterstock

- Quanto misura il raggio della curva?

(Suggerimento: la forza centripeta è la forza di attrito della strada.)

$$[34 \text{ m}]$$

- 39** ★★ Una pallina è fissata all'estremità libera di una molla di costante elastica 40 N/m ed è poggiata, a una distanza di 10 m dal centro, su una piattaforma che ruota alla velocità di 5 giri al secondo. Durante la rotazione la molla si allunga di 10 cm.

- Qual è la massa della pallina?

(Suggerimento: la forza centripeta è la forza elastica.)

$$[0,4 \text{ g}]$$

- 40** ★★ Su un piano orizzontale un disco è in rotazione attorno a un asse che passa per il suo centro con una velocità angolare di 2 rad/s. Un tappo di bottiglia di 5,0 g è poggiato sul disco a 8,0 cm dal suo centro e ruota insieme al disco.

- Quali forze il disco applica sul tappo?

$$[4,9 \times 10^{-2} \text{ N verso l'alto}; 1,6 \times 10^{-3} \text{ N verso il centro}]$$

- 41** ★★ Un cavallo di 400 kg trotta in circolo alla velocità di 2,0 m/s. Il cavallo è tenuto per mezzo di una corda lunga 3,8 m da un addetto del maneggio che si trova al centro del cerchio. Assumi che la corda sia di massa trascurabile.

- Determina la forza che l'uomo esercita sulla corda.

- A un certo punto, l'addetto si stanca: per fare meno fatica deve allentare la corda permettendo al cavallo una traiettoria circolare più ampia o, viceversa, deve accorciare la corda avvicinando il cavallo a sé?

$$[4,2 \times 10^3 \text{ N}]$$

8 IL MOTO ARMONICO

- 42** ★ In un circo un acrobata di 55 kg salta su un tappeto elastico che oscilla con moto armonico. Il periodo dell'oscillazione è 2,3 s.

- Calcola la costante elastica del tappeto.

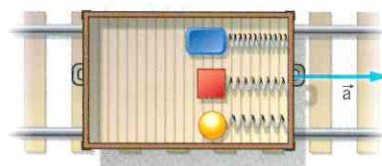
$$[4,1 \times 10^2 \text{ N/m}]$$

43

★★

PROBLEMA SVOLTO

Un carrello si muove lungo un binario rettilineo con una accelerazione costante di $1,5 \text{ m/s}^2$, partendo da fermo. Al suo interno sono contenuti tre dinamometri agganciati alla parete anteriore del carrello. All'altro estremo di ciascun dinamometro è agganciato un oggetto, come mostra la figura che ritrae il carrello visto dall'alto. I tre oggetti hanno massa, rispettivamente, di 1 kg , 2 kg e 4 kg . Quando il carrello è in moto, i tre oggetti oscillano con ampiezza di oscillazione di $6,0 \text{ cm}$. Trascura le forze di attrito.



- Determina la pulsazione dei tre oggetti.
- Determina la loro velocità massima durante l'oscillazione.

Strategia e soluzione

- Al momento della partenza, la parete anteriore del carrello ha accelerazione \vec{a} rispetto ai tre oggetti, che accelerano gradualmente a causa dell'allungamento delle molle dei dinamometri. Se si esamina la situazione dal sistema di riferimento del carrello (che è un sistema di riferimento non inerziale), i tre oggetti hanno inizialmente accelerazione $-\vec{a}$ rispetto alla parete del carrello ed è quindi come se fossero sottoposti a tre forze $\vec{F}_1 = -m_1\vec{a}$, $\vec{F}_2 = -m_2\vec{a}$ e $\vec{F}_3 = -m_3\vec{a}$.
- Queste forze nascono dal fatto di essere in un sistema di riferimento non inerziale e sono perciò *forze apparenti*: esse sono dovute a una accelerazione lineare del sistema di riferimento (in questo differiscono dalla forza centrifuga, discussa nel paragrafo 7, che nasce invece da una accelerazione centripeta).
- La situazione iniziale dei tre oggetti è simile a quella di un oggetto sospeso a un dinamometro discussa nel paragrafo 8, per cui i tre oggetti oscillano orizzontalmente con moto armonico, di pulsazione $\omega = \sqrt{\frac{a}{s}} = \sqrt{\frac{1,5 \text{ m/s}^2}{0,06 \text{ m}}} = \sqrt{25 \text{ s}^{-2}} = 5,0 \text{ rad/s}$
- La velocità massima durante l'oscillazione è $v_{\max} = s\omega = (5,0 \text{ rad/s}) \times (0,06 \text{ m}) = 0,30 \text{ m/s}$.

Discussione

Le tre forze apparenti \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 si comportano a tutti gli effetti come una “forza-peso” diretta orizzontalmente, dal momento che ogni oggetto ha una accelerazione costante di modulo $a = 1,2 \text{ m/s}^2$. Le forze apparenti indicano che ci troviamo in un sistema di riferimento non inerziale. Bisogna però tenere presente che esse non sono delle forze vere e proprie: infatti, non soddisfano il terzo principio della dinamica.

44

★★

L'accelerazione massima di un oggetto che si muove di moto armonico è 450 m/s^2 . La frequenza del moto è di 30 Hz .

- Scrivi la legge oraria di questo moto.
- Calcola il modulo della velocità massima dell'oggetto.

$$[s = 0,013 \cos 60\pi t; 2,5 \text{ m/s}]$$

45

★★

Il piatto di un forno a microonde compie una rotazione completa in $12,2 \text{ s}$. Viene messo a scaldare un pezzo di pane in un punto del piatto, a $7,0 \text{ cm}$ dal centro. Un bambino guarda il microonde e vede il pezzo di pane muoversi di moto armonico.

- Qual è l'accelerazione massima del pezzo di pane in moto armonico rispetto al bambino?

- Calcola la frequenza e la pulsazione del moto armonico in questione.

$$[1,9 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2; 0,082 \text{ Hz}; 0,52 \text{ rad/s}]$$

- 46** Un diapason a forchetta, utilizzato per accordare una chitarra, può far vibrare una delle sue punte di moto armonico con una frequenza di 440,0 Hz (corrispondente al *la* dell'ottava centrale del pianoforte). La corsa della punta del diapason è di 0,90 mm.

- Trova l'accelerazione massima della punta del diapason.

- Qual è la massima velocità della punta?

$$[3,44 \times 10^3 \text{ m/s}^2; v_{\max} = 1,24 \text{ m/s}]$$

- 47** Una ruota, di diametro 90 cm, sta ruotando con una pulsazione di 5,03 rad/s. Sul bordo della ruota c'è una manovella e la sua ombra si proietta verticalmente sul terreno, descrivendo un moto armonico.

- Calcola il periodo del moto armonico.

- Trova l'ampiezza del moto armonico dell'ombra.

$$[1,25 \text{ s}; 0,90 \text{ m}]$$

- 48** Un oggetto si muove di moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio 30 cm e compie 1 giro completo in 1,5 s. Considera il moto armonico che si ottiene proiettando su un diametro della circonferenza le posizioni occupate dall'oggetto durante il suo moto.

- Calcola il periodo e la frequenza del moto armonico.

- Calcola il valore della pulsazione.

- Disegna il grafico spazio-tempo relativo a tale moto.

$$[1,5 \text{ s}; 0,67 \text{ Hz}; 4,2 \text{ rad/s}]$$

PROBLEMI GENERALI

- 1** Per illuminare la sua discesa lungo una pista di 300 m e con un dislivello di 60,0 m, uno sciatore lancia, contemporaneamente alla sua partenza, un razzo luminoso con velocità iniziale, diretta orizzontalmente, di valore 90,0 m/s.

- A quale distanza orizzontale dal punto di partenza ricade il razzo?

- Qual è la velocità dello sciatore al termine della pista?

$$[315 \text{ m}; 34,3 \text{ m/s}]$$

- 2** Un cestista alto 2,0 m effettua un tiro libero. La linea del tiro libero dista in orizzontale 4,6 m dal canestro che si trova a 3,05 m dal suolo. Il cestista tira la palla con un angolo di inclinazione di 45° rispetto al suolo.

- Quale velocità deve dare il cestista alla palla per fare canestro?

$$[7,6 \text{ m/s}]$$

- 3** Due pulegge, montate sugli assi A e B, sono collegate con una cinghia che trasmette il moto rotatorio da A a B. La puleggia montata su quest'ultimo asse ha diametro $D_B = 80 \text{ cm}$ e ruota a 500 giri/min, mentre la frequenza di rotazione dell'asse A è di 5000 giri/min.

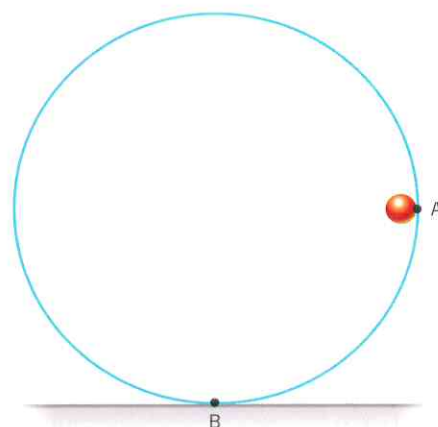
- Quale deve essere il diametro D_A della puleggia da collocare sull'asse A?

$$[8,0 \text{ cm}]$$

- 4** Un profilo circolare è posto verticalmente come nella figura e tenuto fermo. Una biglia di 30 g viene posta al suo interno nel punto A e lasciata libera di scivolare lungo la guida.

- Determina l'intensità della forza che il profilo esercita in direzione radiale sulla biglia quando questa si trova nel punto B con velocità $v_B = 2,21 \text{ m/s}$;

$$[0,59 \text{ N}]$$



ESERCIZI

- 5** Un motociclista sta per affrontare una curva. Il coefficiente di attrito tra gli pneumatici e la strada è 0,70 e il raggio della curva è 25 m.

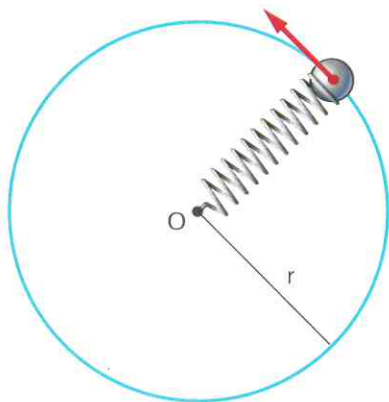
► Qual è la massima velocità a cui il motociclista può effettuare la curva?

[13 m/s]

- 6** Come è mostrato nella figura, una pallina di massa 210 g è vincolata a un punto O per mezzo di una molla di costante elastica 289 N/m. La pallina è in moto circolare con una velocità angolare di 3,21 rad/s su un piano orizzontale. Il raggio della circonferenza è 38,1 cm.

► Calcola la lunghezza a riposo della molla.

[0,378 m]



- 7** Un motociclista percorre una curva di 120 m di raggio alla velocità di 90 km/h.

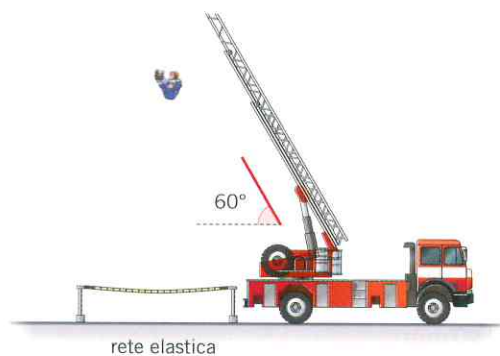
► Che informazione se ne può ricavare circa il coefficiente di attrito statico μ_s tra la gomma della ruota e l'asfalto della strada?

(Olimpiadi della Fisica, gara nazionale di secondo livello, 2002)

(Suggerimento: la forza di attrito dinamico diretta verso il centro della curva ha intensità $F_d \leq \mu_s F_N$, dove F_N è il valore della forza di reazione del suolo.)

[Il coefficiente di attrito statico è maggiore di 0,53]

- 8** Per effettuare un'esercitazione un vigile del fuoco deve salire su un'autoscala, lunga 23 m e inclinata di 60° rispetto al suolo, e lasciarsi cadere su una rete elastica.



► Dopo quanto tempo il vigile del fuoco tocca la rete elastica?

► Con che velocità finale?

[2,0 s; 20 m/s]

- 9** In un giorno di pioggia un ragazzo per gioco fa ruotare un ombrello aperto. Dal bordo dell'ombrello a un'altezza di 2,2 m dal suolo e a una distanza r 5 0,70 m dall'asta si stacca orizzontalmente una goccia d'acqua. La goccia cade con attrito trascurabile a una distanza di 1,4 m dalla verticale del punto di stacco. Calcola:

► il tempo impiegato dalla goccia a toccare terra.

► la velocità con cui ruota il bordo dell'ombrello.

► il tempo impiegato dall'ombrello per fare un giro.

[0,67 s; 2,1 m/s; 2,1 s]

- 10** Un mezzo della Protezione Civile in corsa alla velocità costante di 70,0 km/h lancia orizzontalmente da un viadotto autostradale un kit di aiuti a delle persone in difficoltà sul fondo di un burrone. Il viadotto è alto 240 m.

► Determina la lunghezza dello spostamento orizzontale del pacco in caduta.

► Disegna il grafico della traiettoria.

[136 m]

- 11** L'asse terrestre varia progressivamente, in modo lentissimo, la propria direzione (ma non l'inclinazione): esso ruota facendo perno nel centro della Terra, cosicché i due semiasse ricoprono due superfici coniche opposte al vertice. Immaginando di prolungare l'asse fino a incontrare la

sfera celeste, nei due poli celesti, questi, nel tempo, disegnano una linea all'incirca circolare. Il moto completo si compie in circa 26×10^3 anni. Questo spostamento ha come conseguenza la precessione, cioè un anticipo, anno dopo anno, di circa 20 minuti, del punto di intersezione (punto gamma) tra l'equatore celeste e l'eclittica, occupato dal Sole all'equinozio di primavera.

► Calcola la frequenza e la velocità angolare del moto di precessione del punto gamma.

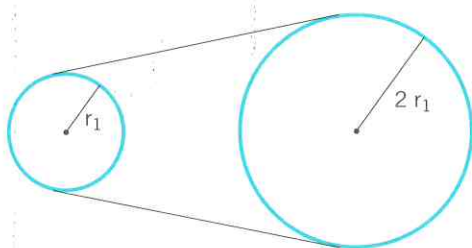
► Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto dal raggio vettore, che unisce il centro della Terra al punto gamma, durante la vita di una persona? (Assumi come vita media 75 anni)

[$1,22 \times 10^{-12}$ Hz; $7,66 \times 10^{-12}$ rad/s; 0,018 rad]

12 Un criceto fa ruotare la ruota della sua gabbietta con un periodo di 1,1 s. La ruota ha raggio $r_1 = 9,0$ cm. Calcola:

- la velocità angolare della ruota;
- il valore della velocità di un punto sul bordo della ruota;
- il valore dell'accelerazione centripeta della ruota;
- la velocità angolare, i valori della velocità e dell'accelerazione centripeta per una ruota di raggio doppio, che è collegata alla prima ruota tramite una cinghia.

[5,7 rad/s; 0,51 m/s; 2,9 m/s²; 2,9 rad/s; 0,51 m/s; 1,5 m/s²]



13 Alle Olimpiadi di Pechino del 2008 la gara maschile di lancio del martello è stata vinta con la misura di 82,02 m. Trascura l'attrito dell'aria e assumi che il martello, al momento del rilascio, sia partito con una inclinazione di 45° rispetto al suolo, da un'altezza di 1,7 m. Il martello è lungo 120 cm e ha una massa di 7,27 kg, mentre le braccia dell'atleta sono lunghe 75 cm.

► Determina la velocità con cui il martello è stato lanciato.

► Determina la forza che l'atleta imprimeva al martello al momento del rilascio.

[29 m/s; $3,1 \times 10^3$ N]

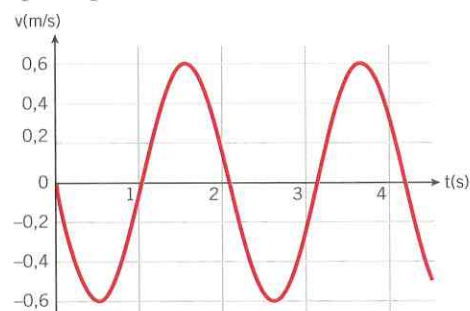
14 La parete laterale di un imbuto è inclinata di 45° . Su di essa è poggiato un cubetto di ghiaccio di 50 g a distanza $d = 10$ cm dall'asse dell'imbuto. Assumi che l'attrito tra il cubetto di ghiaccio e l'imbuto sia trascurabile.

► A quale velocità angolare deve ruotare l'imbuto affinché il cubetto si muova di moto circolare e non scenda nell'imbuto? Risolvi il problema nel sistema di riferimento in cui l'imbuto ruota (sistema di riferimento esterno) e nel sistema di riferimento in quiete rispetto all'imbuto (sistema di riferimento interno all'imbuto).

[7,0 rad/s]

15 Il grafico nella figura riproduce la velocità al variare del tempo di un moto armonico con accelerazione massima $a = 1,8$ m/s².

► Disegna i grafici accelerazione-tempo e spazio-tempo di questo moto armonico.



QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- 1** Trascurando l'attrito con l'aria, ricava l'equazione della traiettoria di un proiettile che si muove con velocità iniziale obliqua.
- 2** Descrivi le proprietà dei vettori velocità istantanea e accelerazione istantanea nel moto circolare uniforme.