Brian A Jackson/Shutterstock

CAPITOLO 1

LE GRANDEZZE E IL MOTO

Richiami di cinematica

1 UNITÀ DI MISURA

«Misurare» vuol dire attribuire un valore numerico a ciascuna grandezza fisica che compare nel fenomeno studiato. Il valore numerico dipende dall'unità di misura scelta e, quando viene scritto, deve essere sempre seguito dal simbolo di tale unità. Quando si parla il linguaggio della fisica bisogna dire «la moto andava a 120 km/h» e non «la moto andava a 120».

Nel Sistema Internazionale tutte le unità di misura sono espresse mediante le unità fondamentali elencate nella tabella. Le unità che non compaiono nella tabella sono dette «unità di misura derivate».

Le unità fondamentali del Sistema InternazÚnale

Nome della grandezza	Unità di misura	Simbolo	Strumento di misura
Lunghezza	metro	m	metro
Intervallo di tempo	secondo	s	cronometro
Massa	kilogrammo	kg	bilancia
Intensità di corrente	ampere	A	amperometro
Temperatura	kelvin	K	termometro
Intensità luminosa	candela	cd	fotometro
Quantità di sostanza	mole	mol	

Ciascuna delle unità fondamentali è definita in modo operativo, dando cioè una procedura che permette di riprodurla con la precisione desiderata. Il secondo e il metro sono definiti nella tabella seguente.

DefinizÚni operative di secondo e metro

Unità di misura	DefinizÚne
Secondo	Intervallo di tempo impiegato da una particolare onda elettromagnetica, emessa da atomi di cesio, per compiere 9 192 631 770 oscillazioni.
Metro	Distanza percorsa dalla luce, nel vuoto, in un intervallo di tempo pari a 1/299 792 458 di secondo.

2 LA NOTAZIONE SCIENTIFICA

Per lavorare con numeri molto grandi o molto piccoli è utile introdurre la notazione scientifica:

la **notazione scientifica** permette di scrivere un numero come il prodotto di due termini: un *coefficiente* (maggiore o uguale di 1 e minore di 10) e una *potenza di 10*.

Alcuni casi possibili:

- $1\,800\,000 = 1{,}8 \times 10^6$.
- $0{,}000\,000\,075 = 7{,}5 \times 10^{-8}$.
- $421 \times 10^3 = (4{,}21 \times 10^2) \times 10^3 = 4{,}21 \times 10^5$.
- $0{,}00598 \times 10^9 = (5{,}98 \times 10^{-3}) \times 10^9 = 5{,}98 \times 10^6$.
- $0{,}000734 \times 10^{-6} = (7{,}34 \times 10^{-4}) \times 10^{-6} = 7{,}34 \times 10^{-10}$.

ESEMPI

1 Sono dati due numeri $a = 5{,}82 \times 10^4$ e $b = 6{,}35 \times 10^7$.

▶ Calcola il prodotto $c = ab$.

Si calcola:

$$c = ab = (5{,}82 \times 10^4)\times(6{,}35 \times 10^7) = (5{,}82 \times 6{,}35)\times(10^4 \times 10^7) =$$
$$= 36{,}957 \times 10^{4+7} = 36{,}957 \times 10^{11} = 3{,}6957 \times 10^{12}.$$

2 Sono dati due numeri $d = 1{,}035 \times 10^{-3}$ e $f = 4{,}14 \times 10^5$.

▶ Calcola il quoziente $g = d/f$.

Si ottiene:

$$g = \frac{d}{f} = \frac{1{,}035 \times 10^{-3}}{4{,}14 \times 10^5} = \frac{1{,}035}{4{,}14} \times \frac{10^{-3}}{10^5} = 0{,}25 \times 10^{-3-5} =$$
$$= 0{,}25 \times 10^{-8} = 2{,}5 \times 10^{-9}.$$

3 Sono dati due numeri $m = 4{,}28 \times 10^7$ e $n = 3{,}911 \times 10^8$.

▶ Calcola la somma $p = m + n$.

Per calcolare la somma conviene scrivere:

$$n = 3{,}911 \times 10^8 = 39{,}11 \times 10^7;$$

così si può ottenere

$$p = m + n = 4{,}28 \times 10^7 + 39{,}11 \times 10^7 = (4{,}28 + 39{,}11) \times 10^7 =$$
$$= 43{,}39 \times 10^7 = 4{,}339 \times 10^8.$$

ESERCIZI

1 Considera i numeri $x_1 = 6{,}3 \times 10^4$ e $8{,}4 \times 10^{-6}$.
▶ Calcola il loro prodotto.

[$5{,}292 \times 10^{-1} = 0{,}5292$]

2 Sono dati i numeri $y_1 = 5{,}8 \times 10^9$ e $y_2 = 1{,}45 \times 10^{13}$.
▶ Calcola il loro quoziente y_2/y_1.

[$2{,}5 \times 10^3$]

3 Considera i tre numeri $z_1 = 7{,}1 \times 10^6$, $z_2 = 2{,}46 \times 10^7$ e $z_3 = 8{,}329 \times 10^8$.
▶ Calcola la loro somma.

[$8{,}646 \times 10^8$]

3 LA DENSITÀ

Uno scatolone vuoto ha una massa decisamente minore dello stesso scatolone pieno di libri. La ragione è che lo scatolone «vuoto» è in realtà pieno d'aria, e l'aria ha una densità molto minore di quella della carta.

Consideriamo un oggetto di massa m e che occupa un volume V. La sua densità d è definita dal rapporto

$$d = \frac{m}{V}$$

La densità:
- è direttamente proporzionale alla massa m dell'oggetto;
- è inversamente proporzionale al suo volume V;
- dipende dal materiale di cui l'oggetto è fatto;
- è numericamente uguale alla massa di un volume pari a 1 m^3, riempito del materiale di cui è fatto l'oggetto.

Formule inverse:

$$m = dV; \quad V = \frac{m}{d}.$$

ESEMPI

1 Una barretta di cromo ha un volume pari a $3{,}80 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$. La sua massa vale 2,732 kg.

▶ Calcola la densità del cromo.

Utilizzando la definizione vista sopra, si ottiene:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{2{,}732\ \mathrm{kg}}{3{,}80 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3} = 7{,}19 \times 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.$$

2 Alla temperatura di $-4\ °\mathrm{C}$ la densità del ghiaccio è $917\ \mathrm{kg/m^3}$. Considera un cubetto di ghiaccio (a $-4\ °\mathrm{C}$) che occupa un volume di $10{,}1\ \mathrm{cm}^3$.

▶ Qual è la massa del cubetto di ghiaccio?

Prima di tutto occorre calcolare l'equivalenza:

$$V = 10{,}1\ \mathrm{cm}^3 = 10{,}1 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^3 = 1{,}01 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^3.$$

In questo modo siamo in grado di calcolare:

$$m = dV = \left(917\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \times \left(1{,}01 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^3\right) = 9{,}26 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg}.$$

La massa del cubetto di ghiaccio è 9,26 g.

3 La densità dell'oro vale $19{,}3 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

▶ Qual è il volume occupato da una barra d'oro della massa di 1,00 kg?

Utilizzando la corrispondente formula inversa si ottiene:

$$V = \frac{m}{d} = \frac{1{,}00\ \mathrm{kg}}{19{,}3 \times 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 5{,}18 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^3.$$

Un kilogrammo d'oro occupa un volume di appena $51{,}8\ \mathrm{cm}^3$.

ESERCIZI

1 Utilizzando una bilancia di precisione si misura che una campana di vetro del volume di 14,5 L, una volta che in essa si è fatto il vuoto, risulta più leggera di 18,7 g.

▶ Qual è la densità dell'aria che riempiva la campana di vetro?

[$1{,}29\ \mathrm{kg/m^3}$]

2 La densità dello zucchero è $1{,}58 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

▶ Qual è il volume, in litri, di un sacchetto che contiene 1,5 kg di zucchero?

[0,95 L]

3 Una tanica in metallo per il trasporto della benzina ha una massa di 2,8 kg e possiede un volume utile di 15,0 L. La densità della benzina è $720\ \mathrm{kg/m^3}$.

▶ Calcola la massa della tanica piena di benzina.

[13,6 kg]

4 LA VARIAZIONE Δ

Nel corso della mattinata la temperatura T è passata da -2 °C a $+3$ °C; allora la variazione di temperatura è $\Delta T = (3\ °C) - (-2\ °C) = +5\ °C$.

Data una grandezza g, il simbolo $\Delta g = g_2 - g_1$ indica la variazione di g, quando essa varia dal valore g_1 a quello g_2.

Due casi molto comuni sono:

- g_1 è il valore iniziale della grandezza e g_2 è il valore assunto da g a un istante successivo.
- g_1 è il valore di g in un primo punto e g_2 è il valore che la stessa grandezza ha in un secondo punto.

Se la grandezza g aumenta, la variazione Δg è positiva; se g diminuisce, Δg è negativa; se g rimane costante, Δg è nulla.

ESEMPI

1 La grandezza n indica il numero di vitelli in un allevamento. Il 3 marzo nelle stalle ci sono 7 vitelli, mentre il 12 maggio ce ne sono 10. In questo caso, quindi, si ha:

Grandezza	Simbolo	Valore
Numero iniziale di vitelli	n_1	7
Numero successivo di vitelli	n_2	10
Variazione nel numero di vitelli	Δn	$n_2 - n_1 = (10 - 7) = 3$

La variazione Δn è positiva perché il numero di vitelli è aumentato.

2 La città A ha una densità di popolazione $P_A = 707$ abitanti/km^2. Invece la densità di popolazione della città B è $P_B = 512$ abitanti/km^2. La variazione della grandezza P (densità di popolazione) tra la città A e la città B si calcola con la seguente tabella.

Grandezza	Simbolo	Valore
Densità di popolazione della città A	P_A	707 abitanti/km^2
Densità di popolazione della città B	P_B	512 abitanti/km^2
Variazione della densità di popolazione tra le due città	ΔP	$P_B - P_A =$ $= (512 - 707)$ abitanti/km^2 $=$ $= -195$ abitanti/km^2

La variazione ΔP è negativa perché, passando dalla prima città alla seconda, la densità di popolazione diminuisce.

ESERCIZI

1 La settimana scorsa la zuccheriera conteneva 326 g di zucchero. Ora ne restano 284 g. Indica con m la massa dello zucchero nella zuccheriera.

▶ Costruisci una tabella analoga alle precedenti e calcola la variazione della massa dello zucchero.

[$\Delta m = -42$ g]

2 Alla partenza del viaggio il contakilometri della mia auto segnava 63 285,3 km. Alla fine dello stesso viaggio il contakilometri segna 63 671,5 km. Indica con D la grandezza misurata dal contakilometri (cioè la distanza totale percorsa dall'auto dalla sua costruzione).

▶ Quanto è lungo il viaggio appena percorso?

▶ Quale simbolo può essere usato per indicare la lunghezza del viaggio?

Luis Carlos Torres/iStockPhoto

Grandezza *D*, distanza totale percorsa

[386,2 km; ΔD]

3 Alle ore 12, a Rimini la temperatura era di 22,3 °C; lo stesso giorno alla stessa ora, a Riccione si misura una temperatura di 23,5 °C. Indica con t_1 e t_2 le temperature nelle due città.

▶ Calcola la variazione di temperatura nel passare (il giorno considerato) da Rimini a Riccione.

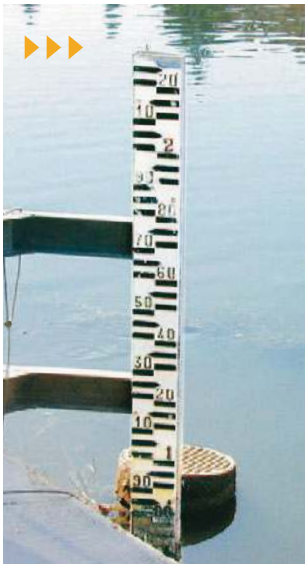
▶ Quanto vale, lo stesso giorno alla stessa ora, la variazione di temperatura nel passare da Riccione a Rimini?

[1,2 °C; −1,2 °C]

5 POSIZIONE E DISTANZA SU UNA RETTA

Un'asta idrometrica come quella della foto misura la *posizione* del livello dell'acqua rispetto a un'origine scelta in modo conveniente.

Ricordiamo alcuni termini di base.



- **Punto materiale.** Quando un oggetto è molto più piccolo dell'ambiente in cui si trova, viene considerato come un *punto materiale*, cioè un punto senza dimensioni ma dotato di massa. Per esempio, le coordinate di un'auto fornite dal GPS sono in realtà quelle di un punto: ciò significa che il sistema GPS tratta l'auto come un punto materiale. Quello del punto materiale è il modello più semplice che si usa in fisica per descrivere un oggetto.
- **Traiettoria.** È la linea che congiunge tutti i punti dello spazio occupati da un punto materiale al trascorrere del tempo. Nel *moto rettilineo* la traiettoria è un segmento di retta.

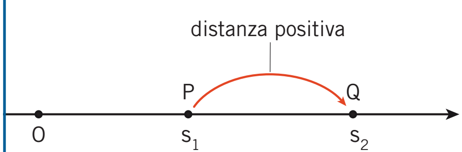
- **Sistema di riferimento.** Su una retta si definisce un *sistema di riferimento* scegliendo in modo opportuno un punto origine (di solito indicato con il simbolo *O*) e un verso positivo. In tal modo possiamo conoscere la *coordinata* (o *ascissa*) di ogni punto sulla retta.
- **Posizione** su una retta. Si chiama *posizione s* di un punto su una retta la coordinata di tale punto.

Sulla base di tutto ciò,

> la **distanza** Δs tra due punti su una retta è data dalla differenza tra le posizioni dei due punti: $\Delta s = s_2 - s_1$.

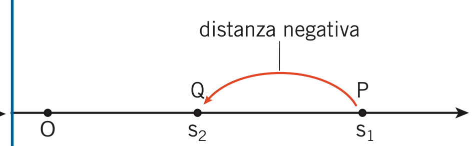
Quindi il valore della distanza può essere:

▶ positivo se il punto materiale si sposta da un certo valore s_1 a un valore s_2 maggiore di s_1. Ciò accade se il punto si muove nel verso scelto sulla retta come positivo.



A

▶ Negativo se il punto materiale si sposta da un certo valore s_1 a un valore s_2 minore di s_1. Avviene se il punto si muove nel verso opposto a quello scelto sulla retta come positivo.



B

ESEMPIO

1 Un punto materiale passa dalla posizione $s_1 = 3{,}8$ m alla posizione $s_2 = 7{,}1$ m.

▶ Quanto vale la distanza Δs percorsa da esso?

Direttamente dalla soluzione otteniamo $\Delta s = s_2 - s_1 = 7{,}1\ \text{m} - 3{,}8\ \text{m} = 3{,}3\ \text{m}$.

ESERCIZI

1 Una caramella cade sul marciapiede mobile di un aeroporto in un punto che dista 11,8 m dall'inizio del marciapiede stesso; poi la caramella viene raccolta quando si trova a 19,6 m dall'inizio del marciapiede.

▶ Che distanza è stata percorsa dalla caramella sul marciapiede mobile?

[7,8 m]

2 A fianco di una pista da atletica sono segnate le distanze a partire dalla linea di partenza. Un atleta passa dal punto segnato come «54 m» fino al punto segnato come «22 m».

▶ Che distanza ha percorso l'atleta sulla pista?

▶ Si è allontanato dalla linea di partenza o si è avvicinato a essa? [−32 m]

6 ISTANTE E INTERVALLO DI TEMPO

Il valore che si legge sul display di un cronometro o sul quadrante di un orologio è detto in fisica **istante di tempo**. Questo concetto permette di introdurre una seconda grandezza, l'*intervallo di tempo*:

vilax/Shutterstock

l'**intervallo di tempo** Δt, o **durata** di un fenomeno, è dato dalla differenza tra l'istante finale t_2 e l'istante iniziale t_1:

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Esattamente come un punto su una retta ha spessore nullo ed è indicato dalla sua posizione, così la durata di un dato istante di tempo è pari a 0 s.

La tabella seguente riassume i concetti esposti fino ad ora in relazione alle distanze e al tempo.

Concetto	PosizÚne	Distanza	Istante di tempo	Intervallo di tempo
Significato	Coordinata di un punto sulla retta	Differenza tra due posizioni	Valore indicato da un orologio o da un cronometro	Differenza tra due istanti di tempo
Simbolo	s	Δs	t	Δt
Domanda	Dove?	Quanto dista? Che distanza ha percorso?	Che ore sono?	Quanto dura? Quanto tempo impiega?

ESEMPI

1 Al martedì la lezione di fisica inizia alle ore 11:20 e finisce alle ore 12:10.

▶ Quanto dura la lezione di fisica del martedì?

L'orario 11:20 significa 11 h 20 min, mentre l'orario 12:10 equivale a 12 h 10 min. Quindi la durata della lezione è

$$\Delta t = (12 \text{ h } 10 \text{ min}) - (11 \text{ h } 20 \text{ min}) = 50 \text{ min}.$$

2 Sto ascoltando una canzone con un lettore che segna il tempo. Il ritornello della canzone inizia all'istante 1 min 12 s e finisce all'istante 1 min 53 s.

▶ Quanto dura il ritornello della canzone?

$$\Delta t = (1 \text{ min } 53 \text{ s}) - (1 \text{ min } 12 \text{ s}) = 41 \text{ s}$$

ESERCIZI

1 Durante una gara sui cento metri Anna sorpassa Laura quando il tabellone luminoso segna 4,2 s e poi sorpassa Giulia quando sul tabellone si legge 7,3 s.

▶ Quanto tempo separa i due sorpassi?

[3,1 s]

2 Durante un esperimento controllato da un cronometro digitale una pallina che cade arriva a metà del percorso all'istante $t_1 = 0{,}429$ s e arriva in fondo all'istante $t_2 = 0{,}606$ s.

▶ Quanto dura la caduta nella seconda metà del percorso?

[0,177 s]

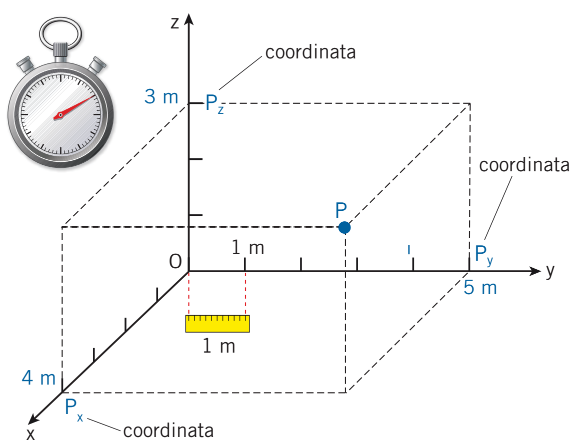
7 IL SISTEMA DI RIFERIMENTO FISICO

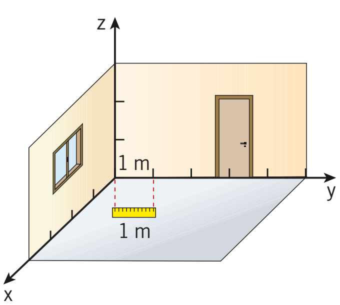
Un moto rettilineo, come quello di una formica lungo un filo per stendere la biancheria, è particolarmente semplice. Ma, in generale, i moti possono avvenire lungo tutte e tre le dimensioni dello spazio.

Si dice che Cartesio abbia avuto l'idea del sistema di riferimento nel piano e nello spazio (quelli che noi chiamiamo «sistemi di riferimento cartesiani») vedendo il movimento di una mosca e chiedendosi come poteva descrivere tale moto rispetto alle pareti della stanza dove si trovava.

In fisica, inoltre, abbiamo bisogno di sapere in quale istante di tempo l'oggetto che stiamo studiando è passato per un certo punto dello spazio. Quindi:

> un sistema di riferimento fisico nello spazio a tre dimensioni è formato da tre assi coordinati perpendicolari tra di loro, da un metro per misurare le distanze e da un cronometro.





ESERCIZI

1 In una stanza adatta o nell'aula scegli un sistema di riferimento che abbia come asse *z* lo spigolo tra due pareti, come asse *x* lo spigolo tra la parete di sinistra (guardando lo spigolo) e il pavimento e come asse *y* lo spigolo tra l'altra parete e il pavimento. Poi appoggia una pallina di carta su un tavolo o su un banco.

▶ Con un orologio, stabilisci qual è l'istante di tempo in cui hai appoggiato la pallina sul piano di appoggio.

▶ Determina le coordinate della pallina di carta rispetto al sistema di riferimento descritto sopra.

2 Considera di nuovo il sistema di riferimento cartesiano dell'esercizio precedente.

▶ Posiziona la pallina di carta nel punto di coordinate $x = 1{,}5$ m, $y = 1{,}0$ m, $z = 1{,}2$ m.

8 LA VELOCITÀ

Se percorro 100 km in 2,5 ore, la *velocità media* è 40 km/h.

In effetti, la **velocità media** è definita dal rapporto

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

dove Δs è la distanza percorsa da un oggetto (modellizzato come un punto materiale) e Δt è l'intervallo di tempo impiegato a percorrere tale distanza.

- La velocità è direttamente proporzionale alla distanza percorsa e inversamente proporzionale all'intervallo di tempo impiegato.
- Se la velocità è positiva, l'oggetto si muove nel verso positivo della traiettoria rettilinea; in caso contrario la velocità è negativa.
- L'unità di misura della velocità è data dall'unità di misura della distanza divisa per l'unità di misura del tempo; quindi, nel Sistema Internazionale la velocità si misura in metri al secondo (m/s).
- Un'altra unità di misura molto usata per la velocità è il kilometro all'ora (km/h). Si passa da m/s a km/h moltiplicando il numero per 3,6 e si passa da km/h a m/s dividendo per 3,6.
- La velocità media di un corpo è numericamente uguale alla distanza che esso percorre nell'unità di tempo. Per esempio, un oggetto che ha la velocità di 9 m/s percorre 9 m in 1 s; un'auto che si muove alla velocità di 70 km/h percorre 70 km in 1 h.
- In generale, la velocità di un oggetto cambia continuamente: si definisce allora la **velocità istantanea** sempre con la formula $v = \Delta s/\Delta t$, ma si considera che l'intervallo di tempo Δt impiegato per calcolare la velocità sia molto piccolo. Il tachimetro misura il valore della velocità istantanea di un'auto; al contrario il sistema *safety tutor* (installato su molte autostrade) misura la velocità media mantenuta da un'auto su un tratto lungo svariati kilometri.
- Quando la velocità istantanea non cambia nel tempo (e quindi è sempre uguale alla velocità media) si parla di *moto uniforme*; in caso contrario si ha un *moto vario*.

IfSea/Shutterstock


Geoffrey Robinson/Alamy

Pensiamo che all'istante t_1 l'oggetto si trovi nella posizione s_1 e che all'istante t_2 esso occupi la posizione s_2; allora si ha $\Delta s = s_2 - s_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$, per cui la formula precedente diventa:

$$v_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

ESEMPI

1 Il mio gatto, correndo lungo il corridoio, ha percorso 4,2 m in 1,1 s.

▶ Qual era la velocità media del gatto?

Dalla definizione precedente la velocità media del gatto si calcola come

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4{,}2\ \text{m}}{1{,}1\ \text{s}} = 3{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2 In autostrada ho percorso 190 km in 1,58 h.

▶ Qual è stata la mia velocità media?

La velocità media v_m si trova come

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{190\ \text{km}}{1{,}58\ \text{h}} = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

3 Considera il risultato dell'esercizio precedente.

▶ Quanto vale la stessa velocità, espressa in metri al secondo?

Per passare da km/h a m/s si divide per 3,6:

$$120\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{120\ \text{km/h}}{3{,}6\dfrac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} = \frac{120}{3{,}6}\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{\dfrac{\text{km}}{\text{h}}} = 33{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

go.gofio/Flickr

ESERCIZI

1 Dopo uno spettacolo, per raggiungere l'uscita un cantante deve percorrere un corridoio lungo 14,3 m, pieno di *fan* che chiedono l'autografo. Dopo 51,5 min il cantante riesce a uscire dal corridoio.

▶ Qual è stata la velocità media del cantante nel percorrere il corridoio?

[4,63 mm/s]

2 Durante la 15ª tappa del Giro d'Italia 2010 Ivan Basso ha pedalato per 6 h 21 min 58 s alla velocità media di 35,186 km/h.

▶ Quanto era lunga la tappa?

[224 km]

9 L'ACCELERAZIONE

Un sasso che cade aumenta la sua velocità di circa 10 m/s ogni secondo. La sua accelerazione è circa 10 (m/s)/s cioè 10 m/s^2.

Ciò è vero perché l'accelerazione media è definita dalla relazione

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

dove Δv è la variazione di velocità avvenuta nell'intervallo di tempo Δt.

- L'accelerazione è direttamente proporzionale alla variazione della velocità e inversamente proporzionale all'intervallo di tempo impiegato.
- Se l'accelerazione è positiva, l'oggetto aumenta il valore della velocità; se diminuisce la velocità, l'accelerazione è negativa.
- L'unità di misura dell'accelerazione è data dall'unità di misura della velocità divisa per l'unità di misura del tempo; quindi, nel Sistema Internazionale l'accelerazione si misura in metri al secondo quadrato (m/s^2).
- L'accelerazione media di un corpo è numericamente uguale alla variazione della sua velocità nell'unità di tempo. Per esempio, un oggetto che ha un'accelerazione di 3 m/s^2 aumenta, in ogni secondo, la propria velocità di 3 m/s.
- Quando l'accelerazione media, calcolata su qualunque intervallo di tempo, ha sempre lo stesso valore si è in presenza di un *moto uniformemente accelerato*.

Pensiamo che all'istante t_1 l'oggetto abbia velocità v_1 e che all'istante t_2 la sua velocità sia v_2; allora si ha $\Delta v = v_2 - v_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$, per cui la formula precedente diventa:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ESEMPI

1 In 25 s un'automobile passa dalla velocità iniziale di 85 km/h alla velocità finale di 121 km/h.

▶ Calcola l'accelerazione media dell'automobile.

La variazione di velocità dell'automobile è

$$\Delta v = (121 - 85)\frac{\text{km}}{\text{h}} = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{3{,}6}\,\frac{\text{m/s}}{\text{km/h}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Quindi l'accelerazione media risulta

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{25\text{ s}} = 0{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{s}} = 0{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2 Un ciclista viaggia su una strada rettilinea alla velocità $v_i = 12{,}4$ m/s. A un certo punto agisce sui freni per 0,40 s ottenendo un'accelerazione costante di $-5{,}7$ m/s^2.

▶ Qual è la velocità del ciclista alla fine della frenata?

Dalla definizione

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

otteniamo

$$\Delta v = a\Delta t = \left(-5{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times (0{,}40\ s) = -2{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

per cui la velocità finale v_f del ciclista è

$$v_f = v_i + \Delta v = 12{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + \left(-2{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 10{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Dal momento che l'accelerazione è negativa, la velocità finale del ciclista è minore di quella iniziale.


goldenangel/Shutterstock

ESERCIZI

1 Un ragazzo su uno skateboard parte su una strada pianeggiante con una velocità di 4,2 m/s. A causa degli attriti, dopo 5,5 s la sua velocità è di 1,6 m/s.

▶ Quanto vale l'accelerazione media dello skateboard?

[−0,47 m/s²]

2 Un treno procede su un binario rettilineo alla velocità $v_i = 80{,}2$ km/h. Poi accelera per 3,8 s con un'accelerazione costante di 1,1 m/s².

▶ Qual è la velocità finale del treno, espressa in kilometri all'ora?

[95,2 km/h]

3 Nella prima parte della gara un centometrista parte da fermo e aumenta la sua velocità, con un'accelerazione media di 4,9 m/s², fino alla velocità $v_1 = 9{,}3$ m/s.

▶ Quanto vale l'intervallo di tempo in cui avviene l'accelerazione?

[1,9 s]

10 LE DIMENSIONI FISICHE DELLE GRANDEZZE DERIVATE

Lo spessore Δs, l'altezza h, la quota y, la profondità d sono tutti esempi di lunghezze (o distanze). Tutte queste grandezze hanno la dimensione fisica di lunghezza, che si indica con [l]; quindi, indicando con la notazione $[x]$ le dimensioni fisiche della grandezza x, si può scrivere

$$[\Delta s] = [h] = [y] = [d] = [\mathrm{l}].$$

Le altre dimensioni fisiche fondamentali della meccanica sono quella di tempo, che si indica con [t] e quella di massa, che ha per simbolo [m].

Determinare le **dimensioni fisiche** di una grandezza derivata significa individuare come essa è espressa in funzione delle grandezze fondamentali.

ESEMPI

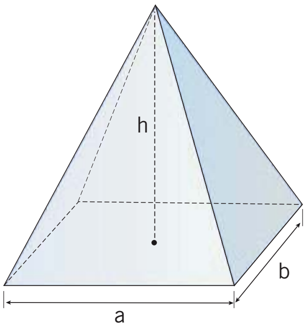
1 Il volume V di una piramide a base rettangolare (figura a lato) è dato dalla formula:

$$V = \frac{1}{3}(\text{larghezza}) \times (\text{profondità}) \times (\text{altezza}) = \frac{1}{3}abh.$$

▶ Determina le dimensioni fisiche $[V]$ del volume.

Le dimensioni fisiche di una grandezza si ottengono esaminando i fattori che compaiono in qualunque formula che esprime tale grandezza. In questo caso si ha:

$$[V] = \left[\frac{1}{3}abc\right] = \left[\frac{1}{3}\right] \times [a] \times [b] \times [c] = 1 \times [\mathrm{l}] \times [\mathrm{l}] \times [\mathrm{l}] = [\mathrm{l}]^3.$$



Nel penultimo passaggio si è utilizzato il fatto che 1/3 è un numero puro, cioè una quantità senza unità di misura; di conseguenza la sua presenza non cambia il risultato finale.
Quindi le dimensioni fisiche del volume sono $[V] = [\mathrm{l}]^3$ (o $[\mathrm{l}^3]$, che è la stessa cosa).

2 La velocità v è definita come

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

▶ Determina le dimensioni fisiche $[v]$ della velocità.

Utilizzando la definizione data nel testo si ottiene direttamente

$$[v] = \left[\frac{\Delta s}{\Delta t}\right] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]} = \frac{[\mathrm{l}]}{[\mathrm{t}]} = [\mathrm{lt}^{-1}].$$

Nel Sistema Internazionale (SI) le durate si misurano in *secondi* e gli spostamenti in *metri*. La determinazione delle dimensioni fisiche permette di ricavare le unità di misura di tutte le grandezze. Poiché $[V] = [\mathrm{l}]^3$, nel Sistema Internazionale i volumi si misurano in m^3. Dato che $[V] = [\mathrm{lt}^{-1}]$ e $[a] = [\mathrm{lt}^{-2}]$ (vedere l'esercizio 2 che segue), le velocità si misurano in m/s e le accelerazioni in $\mathrm{m/s^2}$.

ESERCIZI

1 L'area A di un triangolo è data dalla formula

$$A = \frac{1}{2}bh,$$

dove b è la lunghezza della sua base e h indica la misura della corrispondente altezza.

▶ Determina le dimensioni fisiche dell'area.

$[[\mathrm{l}^2]]$

2 Pensa alla definizione della grandezza fisica accelerazione.

▶ Quali sono le sue dimensioni fisiche?

$[[\mathrm{lt}^{-2}]]$

3 La grandezza fisica *pressione* è definita attraverso la relazione

$$p = \frac{F}{A},$$

dove F è il modulo di una forza e A è l'area della superficie su cui tale forza agisce.

▶ Trova nel libro del biennio l'espressione del primo principio della dinamica e, in base a essa, determina le dimensioni fisiche della forza.

▶ Calcola poi le dimensioni fisiche della pressione.

$[[\mathrm{mlt}^{-2}]; [\mathrm{ml}^{-1}\mathrm{t}^{-2}]]$

11 EQUIVALENZE TRA UNITÀ DI MISURA

A una stessa dimensione fisica non corrisponde un'unica unità di misura. Per esempio, le distanze si misurano in metri nel Sistema Internazionale, ma nella vita quotidiana si esprimono spesso in kilometri.

Ci poniamo quindi il problema di calcolare l'equivalenza tra il valore che una certa grandezza ha in un dato sistema di unità di misura e il numero che descrive la stessa grandezza quando si scelgono altre unità.

Nel caso di una grandezza derivata, l'equivalenza si calcola sostituendo la nuova unità di misura in tutte le grandezze fondamentali che la compongono.

ESEMPI

1 Un'automobile viaggia alla velocità $v = 90$ km/h.

▶ Esprimi il valore di v in metri al secondo.

Partiamo da

$$v = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \times \frac{1\ \text{km}}{1\ \text{h}}.$$

Poi sostituiamo al posto di 1 km la sua equivalenza in metri ($1\ \text{km} = 10^3\ \text{m}$) e al posto di 1 h la sua equivalenza in secondi ($1\ \text{h} = 3600\ \text{s} = 3{,}6 \times 10^3\ \text{s}$); così otteniamo il risultato:

$$v = 90 \times \frac{10^3\ \text{m}}{3{,}6 \times 10^3\ \text{s}} = \frac{90}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

---

2 La densità del ferro è $d = 7{,}87\ \text{g/cm}^3$.

▶ Esprimi il valore di d nelle unità del Sistema Internazionale.

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della densità è il kg/m^3. Quindi possiamo calcolare:

$$d = 7{,}87\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7{,}87\,\frac{10^{-3}\ \text{kg}}{(10^{-2}\ \text{m})^3} = 7{,}87\,\frac{10^{-3}\ \text{kg}}{10^{-6}\ \text{m}^3} =$$

$$= 7{,}87\,\frac{\text{kg}}{10^{-3}\ \text{m}^3} = 7{,}87 \times 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

---

3 Consideriamo una forza di modulo $F = 3{,}8\ \text{N} = 3{,}8\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

▶ Determina il valore di F in un sistema di unità di misura in cui si usano grammi, centimetri e secondi.

Operando nel solito modo troviamo:

$$F = 3{,}8\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3{,}8\,(10^3\ \text{g}) \cdot \frac{10^2\ \text{cm}}{\text{s}^2} =$$

$$= 3{,}8 \times 10^{3+2}\ \text{g} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 3{,}8 \times 10^5\ \text{g} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

L'unità di misura $g \cdot cm/s^2$ è detta convenzionalmente *dyne* (simbolo «dyn»); con questo calcolo abbiamo implicitamente dimostrato che vale l'equivalenza $1\ N = 10^5$ dyn.

ESERCIZI

1 Una moto si sposta alla velocità costante di 27,5 m/s.

▶ Esprimi la sua velocità in kilometri all'ora.

[99,0 km/h]

2 La densità del mercurio è $1{,}359 \times 10^4\ kg/m^3$.

▶ Esprimi tale densità in kg/L.

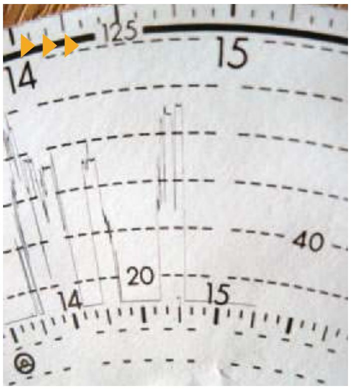
[13,59 kg/L]

3 Un gatto si muove con energia cinetica $K = 243\ J = 243\ kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$.

▶ Determina il valore di K in un sistema di unità di misura in cui si usano grammi, centimetri e secondi.

[$2{,}43 \times 10^9\ g \times cm^2/s^2$]

12 GRAFICI SPAZIO-TEMPO E VELOCITÀ-TEMPO

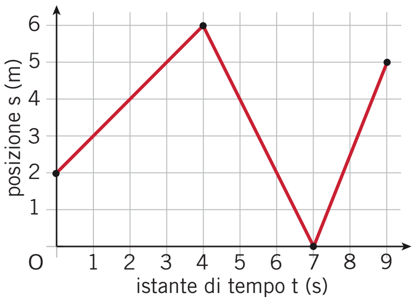


Il cronotachigrafo presente su molti mezzi pesanti disegna un grafico velocità-tempo: il particolare della figura a lato mostra una scala orizzontale (su un arco di circonferenza) che indica il tempo in ore.

Un pennino disegna in corrispondenza dei vari orari il grafico della velocità in kilometri all'ora.

Un **grafico spazio-tempo** ha sull'asse orizzontale (delle *ascisse*) l'istante di tempo t e sull'asse verticale (delle *ordinate*) la posizione s di un oggetto in movimento, modellizzato come punto materiale. In questo modo

il grafico spazio-tempo permette di stabilire dove si trova un corpo in movimento a un determinato istante di tempo.

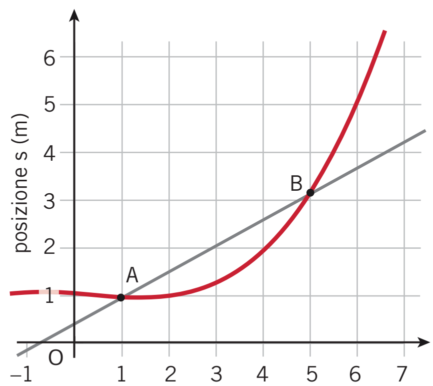


Per esempio, il grafico a lato rappresenta un punto materiale che, all'istante $t_0 = 0$ s si trova nella posizione $s_0 = 2$ m e poi si allontana dall'origine arrivando alla posizione $s_1 = 6$ m all'istante $t_1 = 4$ s.

A questo punto l'oggetto torna indietro, arrivando nell'origine delle posizioni ($s_2 = 0$ m) all'istante $t_2 = 7$ s, per poi invertire di nuovo il verso del moto, che giunge in $s_3 = 5$ m quando il cronometro segna l'istante $t_3 = 9$ s.

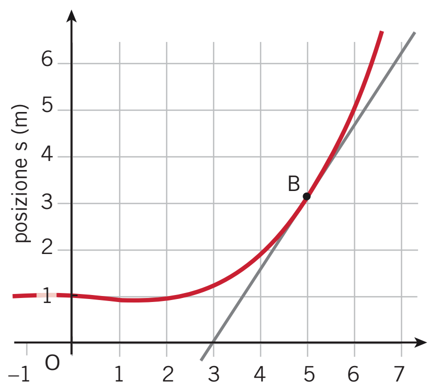
Dal grafico spazio-tempo si ricavano informazioni sulla velocità del corpo in movimento. Consideriamo infatti un grafico *s*-*t* (che descrive il moto di un oggetto) e due suoi punti *A* e *B*:

▸ la pendenza (coefficiente angolare) della retta secante al grafico *s*-*t* nei due punti dà il valore della velocità media dell'oggetto nell'intervallo di tempo considerato. Nell'esempio qui sotto, l'intervallo di tempo è tra $t_A = 1$ s e $t_B = 5$ s.



A

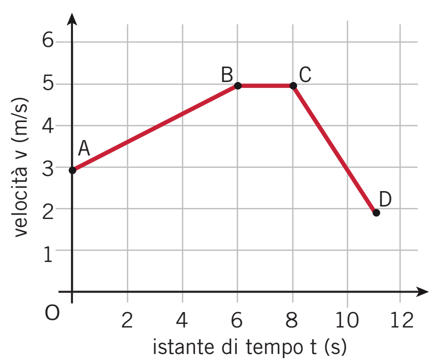
▸ La velocità istantanea dell'oggetto è data dalla pendenza della retta tangente al grafico *s*-*t* in un suo punto. Nell'esempio qui sotto si può calcolare la velocità media all'istante $t_B = 5$ s, quando l'oggetto occupa la posizione $s_B = 3$ m.



B

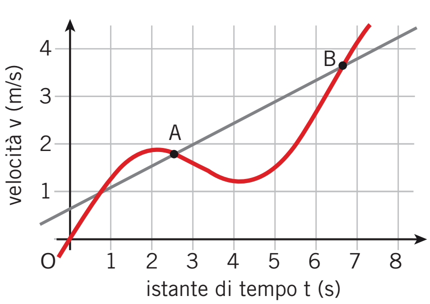
Un **grafico velocità-tempo** ha sull'asse orizzontale (delle *ascisse*) l'istante di tempo *t* e sull'asse verticale (delle *ordinate*) la velocità istantanea *v* di un oggetto in movimento, modellizzato come punto materiale. In questo modo

> il grafico velocità-tempo permette di stabilire quanto vale la velocità di un corpo a un determinato istante di tempo.



Per esempio, il grafico a lato mostra la velocità di un oggetto (modellizzato come punto materiale) che all'istante $t_0 = 0$ s possiede una velocità $v_0 = 3$ m/s e che aumenta la propria velocità fino a raggiungere il valore $v_1 = 5$ m/s all'istante $t_1 = 6$ s.

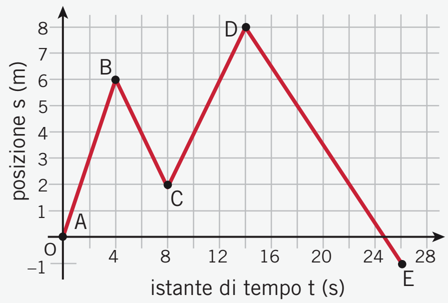
Poi l'oggetto mantiene costante la velocità per 2 s (fino all'istante $t_2 = 8$ s) per poi diminuirla fino a raggiungere il valore di 2 m/s all'istante finale (in cui smettiamo di studiare il moto) $t_3 = 11$ s.



Dal grafico velocità-tempo si ricavano informazioni sull'accelerazione del corpo in movimento. Consideriamo infatti un grafico *v*-*t* come quello a lato e due suoi punti *A* e *B*: la pendenza della retta secante al grafico nei due punti considerati fornisce l'accelerazione media del moto nell'intervallo di tempo corrispondente.

ESEMPI

1 Un pedone passeggia nervosamente avanti e indietro sul marciapiede. Partendo dal centro di una porta che si apre sul marciapiede, il grafico spazio-tempo della persona è quello riportato sotto.



▶ Descrivi schematicamente il movimento della persona sul marciapiede.

▶ Calcola la velocità media della persona tra l'istante $t_1 = 8$ s e l'istante $t_2 = 14$ s.

- All'istante iniziale ($t_0 = 0$ s, a cui iniziamo l'osservazione) il pedone si trova nel punto di riferimento (il centro della porta); poi comincia ad allontanarsi da esso fino a raggiungere un punto 6 m più distante. A questo punto torna indietro fino a trovarsi a 2 m dal punto di partenza; si volta di nuovo e si allontana fino a trovarsi a 8 m dal punto di riferimento. Infine torna di nuovo sui suoi passi, oltrepassa l'origine e si ferma un metro dopo.
- I punti C e D del grafico hanno coordinate $C(8\text{ s}, 2\text{ m})$ e $D(14\text{ s}, 8\text{ m})$; quindi tra di essi si calcolano un intervallo di tempo $\Delta t = (14 - 8)\text{ s} = 6\text{ s}$ e una distanza $\Delta s = (8 - 2)\text{ m} = 6\text{ m}$.

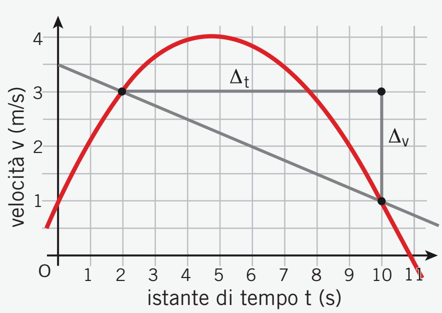
Quindi la velocità media in quel tratto risulta

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6\ \text{m}}{6\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

---

2 È dato il grafico velocità-tempo della figura a lato.

▶ Determina l'accelerazione media del moto nel tratto compreso tra $t_A = 2$ s e $t_B = 10$ s.

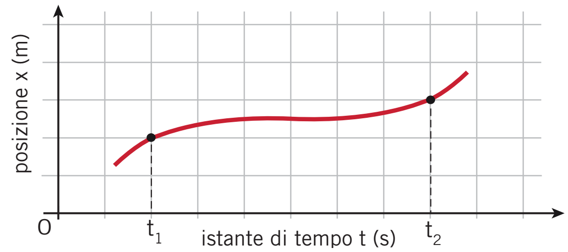


Gli istanti di tempo citati nel testo dell'esercizio si riferiscono ai punti A e B della figura, che hanno coordinate $A(2\text{ s}, 3\text{ m/s})$ e $B(10\text{ s}, 1\text{ m/s})$. Relativamente a essi si possono quindi calcolare l'intervallo di tempo $\Delta t = (1 - 2)\text{ s} = 8\text{ s}$ e la variazione di velocità $\Delta v = (1 - 3)\text{ m/s} = -2\text{m/s}$. Di conseguenza l'accelerazione media risulta

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\ \text{s}} = -0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

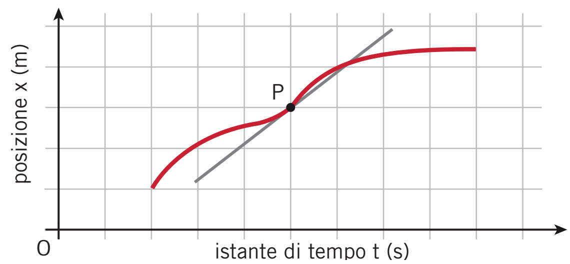
ESERCIZI

1 Considera il seguente grafico spazio-tempo.



▶ Calcola la velocità media del moto tra gli istanti indicati.

2 Considera il grafico spazio-tempo della figura seguente. Nel punto *P* è disegnata la retta tangente al grafico.



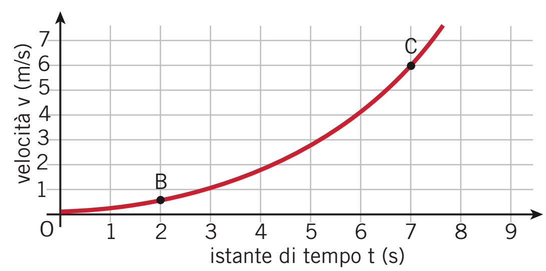
▶ Quale istante e quale posizione sono relative al punto *P*?

▶ Trova la velocità istantanea del moto nell'istante che corrisponde a *P*.

3 Osserva il grafico velocità-tempo della figura seguente.

▶ Descrivi a parole come varia la velocità del corpo in movimento al trascorrere del tempo.

4 Considera il seguente grafico velocità-tempo.



▶ Determina le coordinate dei due punti *B* e *C* sul grafico.

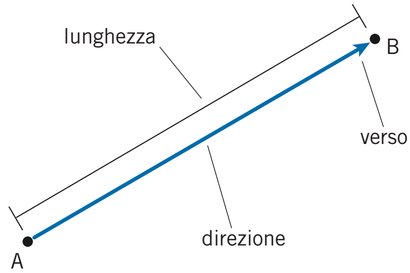
▶ Calcola l'accelerazione media del moto nell'intervallo di tempo definito da tali punti.

13 I VETTORI

Lo spostamento sul piano o nello spazio è un *vettore*, come la forza.

Nota che uno spostamento tra due punti A e B del piano è caratterizzato da tre proprietà:

- *la direzione*, cioè la retta a cui appartengono i punti A e B;
- *il verso*, che può andare da A a B o da B ad A;
- *il valore*, cioè la distanza $\overline{AB}$.



ESPERIMENTO VIRTUALE

Somma di vettori
- Gioca
- Misura
- Esercitati

Anche una forza ha le stesse caratteristiche. Nel caso della forza (e di altre grandezze vettoriali) il «valore» del vettore si chiama anche «modulo» o «intensità».

Le grandezze, come la temperatura e la massa, che sono completamente caratterizzate dal loro valore (quindi non hanno direzione e verso) si chiamano **scalari**.

Per distinguerli dagli scalari, le grandezze vettoriali sono scritte con un simbolo sovrastato da una freccia; per esempio, una forza può essere rappresentata dal simbolo $\vec{F}$ mentre uno spostamento è di solito indicato con il simbolo $\Delta\vec{s}$.

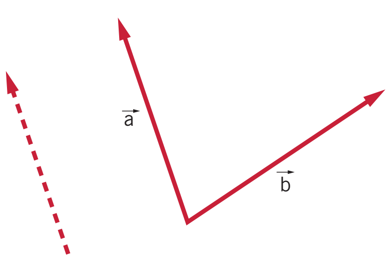
Le notazioni F e Δs (senza freccia) non indicano i corrispondenti vettori ma soltanto i loro valori. Riassumendo:

I **vettori** rappresentano grandezze fisiche che hanno una direzione, un verso, un valore e che si sommano con la **regola del parallelogramma** (o quella, equivalente, detta **punta-coda**).

Consideriamo due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, come quelli della figura a lato; vediamo ora come si sommano.

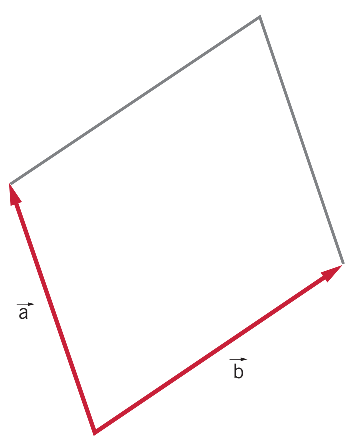
Con il metodo del parallelogramma:

▶ Si trasla uno dei due vettori (per esempio $\vec{a}$) in modo che abbia la coda dove inizia il vettore $\vec{b}$.



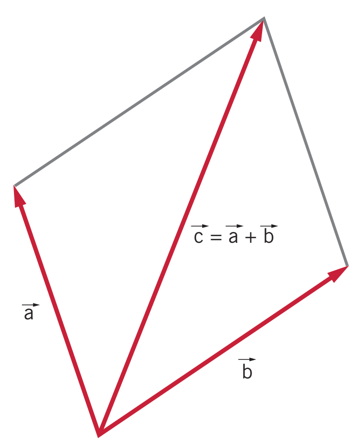
A

▶ Si disegna il parallelogramma che ha come due lati consecutivi e due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.



B

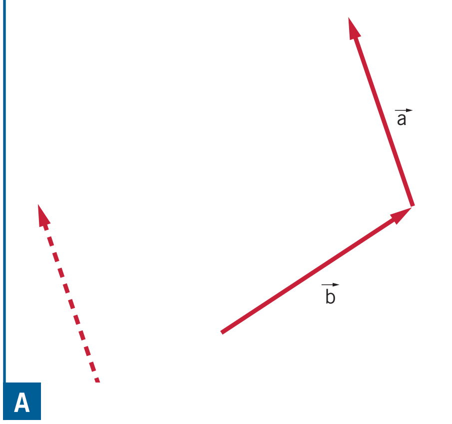
▶ Il vettore somma $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ha la coda coincidente con la coda dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ e la punta nel vertice opposto.



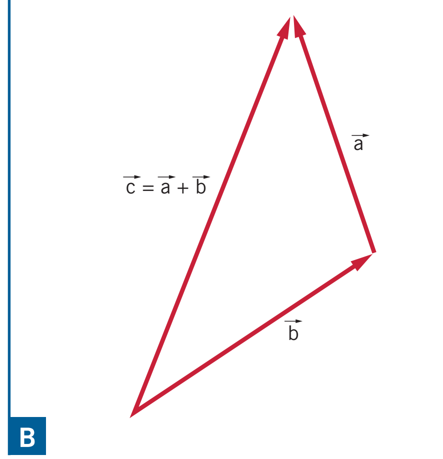
C

Con il metodo punta-coda:

▶ Si trasla uno dei due vettori (per esempio $\vec{a}$) in modo che abbia la coda sulla punta del vettore $\vec{b}$.



▶ Il vettore somma $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ha la coda dove inizia $\vec{b}$ e la punta sulla punta di $\vec{a}$.



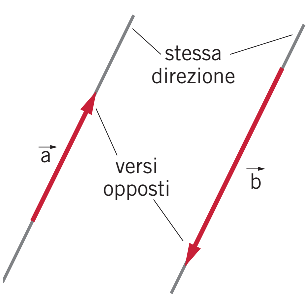
Come si vede, con i due metodi si ottiene lo stesso risultato.

Oltre alla somma, sui vettori possiamo definire altre operazioni: il *prodotto di un vettore per un numero*, la *differenza* tra vettori e la *scomposizione* di un vettore lungo due direzioni.

Prodotto di un vettore per un numero

Dati un vettore $\vec{a}$ e un numero k, il vettore $\vec{b} = k\vec{a}$:

- ha la stessa direzione di $\vec{a}$;
- ha lo stesso verso di $\vec{a}$ se k è positivo, verso opposto se k è negativo;
- ha un modulo uguale a quello di $\vec{a}$, moltiplicato per il valore assoluto di k.



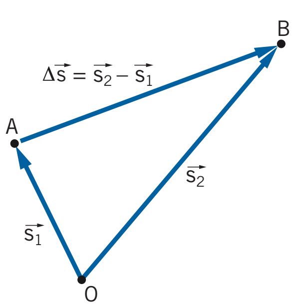
Per esempio, la figura a lato mostra il vettore $\vec{a}$ e il vettore $\vec{b} = -\frac{3}{2}\vec{a}$ $(k = -3/2)$; secondo la definizione, $\vec{b}$ ha la stessa direzione di $\vec{a}$, verso opposto perché k è negativo e un modulo che è dato da quello di $\vec{a}$, moltiplicato per 3/2.

Come caso particolare, è importante il vettore $-\vec{a}$ (**opposto** di $\vec{a}$), che ha la stessa direzione e lo stesso modulo di $\vec{a}$, ma verso opposto.

Differenza di vettori

La differenza tra due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ è la somma del vettore $\vec{a}$ con il vettore $-\vec{b}$:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Scelto un punto O come riferimento (o *origine*), la figura a lato mostra che il vettore spostamento $\Delta\vec{s}$ da un punto A a un punto B è la differenza tra il **vettore posizione** $\vec{s}_2$ (che inizia in O e ha la punta in B) e il vettore posizione $\vec{s}_1$ (che, sempre partendo da O, termina nel punto A): $\Delta\vec{s} = \vec{s}_2 - \vec{s}_1$.

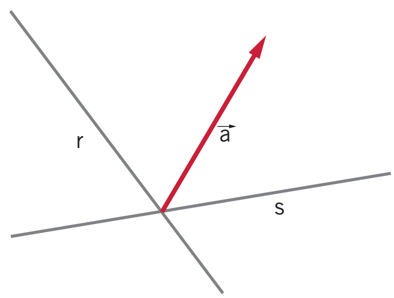
Scomposizione di un vettore

Dato un vettore $\vec{a}$ e due rette r e s, non parallele tra loro, è possibile determinare due vettori $\vec{a}_r$ e $\vec{a}_s$, il primo parallelo a r e il secondo parallelo a s, la cui somma vettoriale sia $\vec{a}$:

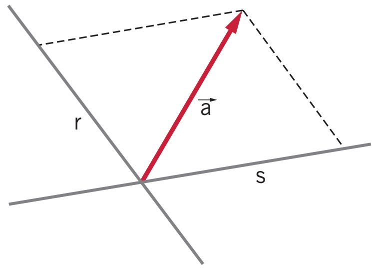
$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_s$$

I vettori $\vec{a}_r$ e $\vec{a}_s$ si chiamano **vettori componenti** di $\vec{a}$ lungo le rette r e s. In pratica:

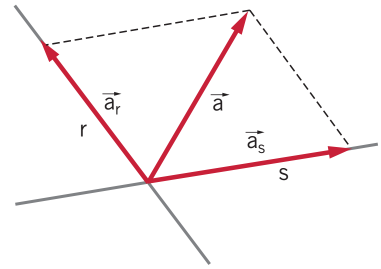
▶ Consideriamo un vettore $\vec{a}$ e scegliamo due direzioni, definite dalle rette r e s.



▶ Dalla punta di $\vec{a}$ tracciamo due segmenti paralleli alle due rette.



▶ In questo modo definiamo i due vettori $\vec{a}_r$ e $\vec{a}_s$, la cui somma è uguale ad $\vec{a}$.



Il vettore velocità e il vettore accelerazione

Nel moto rettilineo (in cui la traiettoria è un segmento di retta) la velocità e l'accelerazione sono trattati come scalari. Ma nei moti in due o tre dimensioni lo spostamento $\Delta\vec{s}$ è un vettore, per cui anche la velocità è una grandezza vettoriale, definita come:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$$

Come di vede, il vettore $\vec{v}$ è ottenuto moltiplicando il vettore $\Delta\vec{s}$ per lo scalare $\frac{1}{\Delta t}$. Quindi ha:

- la stessa direzione di $\Delta\vec{s}$;
- lo stesso verso di $\Delta\vec{s}$;
- come valore quello di $\Delta\vec{s}$, diviso per il valore di Δt;
- come unità di misura quella di $\Delta\vec{s}$, divisa per l'unità di misura di Δt: quindi l'unità di misura risulta m/s, come quella della velocità scalare.

Essendo $\vec{v}$ un vettore, anche la variazione di velocità $\Delta\vec{v}$ è una grandezza vettoriale. Di conseguenza pure l'accelerazione risulta un vettore, definito come:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

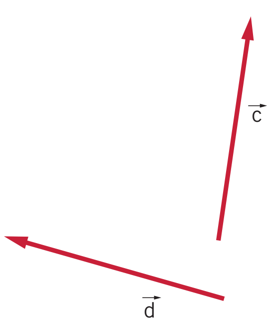
In analogia a quanto visto sopra, l'accelerazione vettoriale ha:

- la stessa direzione di $\Delta\vec{v}$;
- lo stesso verso di $\Delta\vec{v}$;
- come valore quello di $\Delta\vec{v}$, diviso per il valore di Δt;
- come unità di misura quella di $\Delta\vec{v}$, divisa per l'unità di misura di Δt: quindi l'unità di misura risulta m/s^2, come quella dell'accelerazione scalare.

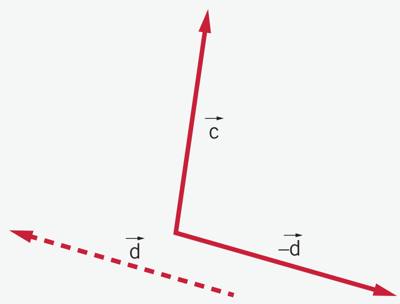
ESEMPI

1 Considera i due vettori $\vec{c}$ e $\vec{d}$ della figura a lato.

▶ Disegna il vettore $\vec{e} = \vec{c} - \vec{d}$.

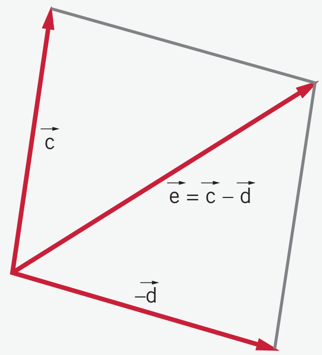


▶ Prima di tutto impostiamo la somma del vettore $\vec{c}$ con il vettore $-\vec{d}$.



A

▶ Poi eseguiamo la somma vettoriale in modo da trovare $\vec{e} = \vec{c} - \vec{d}$.

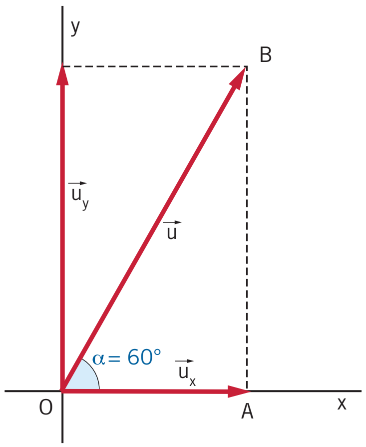


B

2 Il vettore $\vec{u}$ (di modulo $u = 6{,}2$) forma un angolo di 60° con la direzione orizzontale.

▶ Scomponi $\vec{u}$ lungo la retta orizzontale x e lungo la retta verticale y.

▶ Calcola i moduli dei due vettori componenti $\vec{u}_x$ e $\vec{u}_y$.



Per prima cosa, nella figura a lato rappresentiamo il vettore $\vec{u}$, le rette x e y e i vettori componenti $\vec{u}_x$ e $\vec{u}_y$.
Il triangolo OAB (che ha l'angolo $A\hat{O}B = 60°$, l'angolo $O\hat{A}B = 90°$ e l'angolo $O\hat{B}A = 30°$) è la metà di un triangolo equilatero. Quindi il cateto OA è la metà dell'ipotenusa $\overline{OB} = u = 6{,}2$.
In conclusione si ha, quindi,

$$u_x = \overline{OA} = \frac{\overline{OB}}{2} = \frac{u}{2} = \frac{6{,}2}{2} = 3{,}1.$$

La lunghezza dell'altro vettore componente $\vec{u}_y$ può essere ottenuta in vari modi, per esempio grazie al teorema di Pitagora:

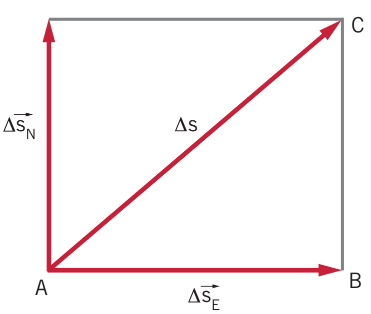
$$u_y = \overline{AB} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{(6{,}2)^2 - (3{,}1)^2} = 5{,}4.$$

3 Una nave si muove sul mare calmo. In un'ora e mezza la nave si è spostata di 36,7 km verso Est e di 31,4 km verso Nord.

▶ Disegna i vettori che rappresentano gli spostamenti parziali verso Est e verso Nord, e lo spostamento complessivo $\Delta\vec{s}$.

▶ Calcola il modulo dello spostamento.

▶ Descrivi il vettore che rappresenta la velocità media della nave.



1. Indichiamo con $\Delta\vec{s}_E$ il vettore componente di $\Delta\vec{s}$ che rappresenta lo spostamento verso Est e con $\Delta\vec{s}_N$ l'altro vettore componente che fornisce lo spostamento verso Nord. Allora la figura a lato fornisce la relazione tra i tre vettori $\Delta\vec{s}_E$, $\Delta\vec{s}_N$ e $\Delta\vec{s}$.

2. Visto che le direzioni Est e Nord sono perpendicolari tra loro, nella figura il parallelogramma che fornisce la somma vettoriale diventa, come caso particolare, un rettangolo con $\overline{AB} = \Delta s_E = 36{,}7$ km e $\overline{BC} = \Delta s_N = 31{,}4$ km. Ciò ci permette di calcolare la lunghezza di $\Delta\vec{s}$:

$$\Delta s = \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{(36{,}7\ \text{km})^2 + (31{,}4\ \text{km})^2} = 48{,}3\ \text{km}.$$

3. Tenendo conto la durata dello spostamento è $\Delta t = 1$ h e 30 min, il valore della velocità media della nave è

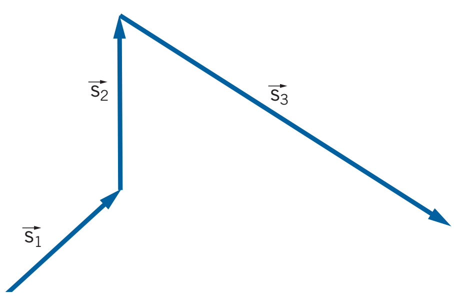
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{48{,}3\ \text{km}}{1{,}50\ \text{h}} = 32{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Il vettore $\vec{v}$ che descrive la velocità della nave ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore $\Delta\vec{s}$ nella figura precedente e una lunghezza di 32,2 km/h (8,94 m/s).

ESERCIZI

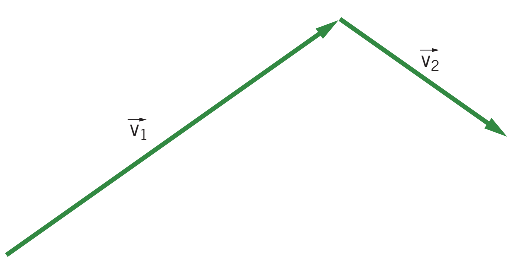
1 Sono dati i tre vettori della figura, che rappresentano tre spostamenti successivi dello stesso oggetto.

▶ Usando il metodo punta-coda, disegna lo spostamento totale descritto dall'oggetto.



2 I due vettori della figura rappresentano le velocità vettoriali $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ di un'automobile in due istanti successivi.

Disegna il vettore variazione di velocità $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.



3 Il vettore $\vec{z}$ è scomposto lungo due direzioni a e b perpendicolari tra loro. I due vettori componenti così ottenuti hanno moduli $z_a = 10{,}2$ e $z_b = 13{,}6$.

▶ Determina il modulo del vettore $\vec{z}$.

[17,0]

4 Durante una partita di basket, in 0,38 s un giocatore cambia la propria velocità di 3,1 m/s verso Nord e di 4,3 m/s verso Ovest.

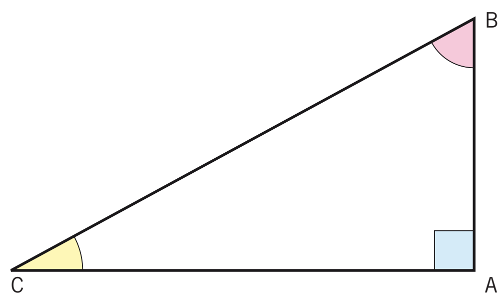
▶ Disegna i vettori che rappresentano le variazioni parziali di velocità verso Nord e verso Ovest, e la variazione complessiva di velocità $\Delta\vec{v}$.

▶ Calcola il valore di $\Delta\vec{v}$.

▶ Calcola il valore dell'accelerazione media del giocatore nell'intervallo di tempo in esame e descrivi il vettore che rappresenta tale accelerazione.

[5,3 m/s; 14 m/s^2]

14 SENO E COSENO



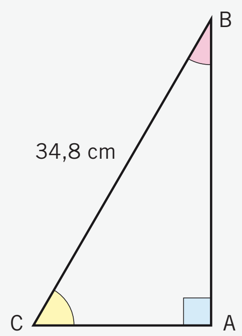
Dato un triangolo rettangolo come quello della figura a lato, definiamo il seno e il coseno di un angolo come:

- il **seno** di un angolo alfa (sen α) è il rapporto tra il cateto opposto all'angolo α e l'ipotenusa;
- il **coseno** di un angolo alfa (cos α) è il rapporto tra il cateto adiacente all'angolo α e l'ipotenusa.

ESEMPI

1 In un triangolo ABC, con l'angolo $B\hat{A}C$ retto, l'ipotenusa $\overline{BC}$ misura 34,8 cm e l'angolo $A\hat{B}C$ vale 60°.

▶ Calcola la lunghezza del cateto AB.



Dalla definizione precedente si ricava che la lunghezza di un cateto è uguale al prodotto della lunghezza dell'ipotenusa per il coseno dell'angolo opposto al cateto. Nella figura precedente, ciò fornisce la relazione:

$$\overline{AB} = \overline{BC}\,\text{sen}\,60°.$$

Dalla matematica (o usando la calcolatrice) ricaviamo che vale

$$\text{sen}\,60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0{,}866.$$

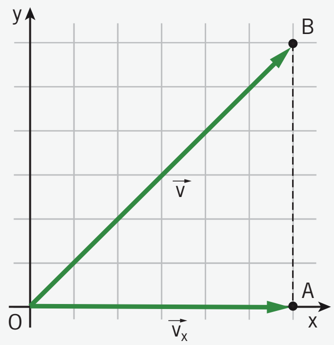
Così possiamo ottenere il risultato cercato:

$$\overline{AB} = \overline{BC}\,\text{sen}\,60° = (34{,}8\text{ cm}) \times (0{,}866) = 30{,}1.$$

2 Il vettore velocità $\vec{v}$ forma un angolo $\alpha = 45°$ con la direzione orizzontale e ha modulo $v = 14{,}9$ m/s. Indichiamo con $\vec{v}_x$ il vettore componente di $\vec{v}$ lungo la direzione orizzontale.

▶ Determina il modulo di $\vec{v}_x$.

Nel triangolo rettangolo OAB della figura, l'ipotenusa OB rappresenta il modulo di $\vec{v}$, mentre la lunghezza del cateto OA fornisce il modulo di $\vec{v}_x$.
Dalla definizione di coseno fornita in precedenza deduciamo che, in un triangolo rettangolo, la lunghezza di un cateto è uguale al prodotto della lunghezza dell'ipotenusa per il coseno dell'angolo adiacente. Facendo riferimento ai dati del problema e alla figura possiamo quindi scrivere



$$v_x = \overline{OA} = \overline{OB}\cos 45° = v\cos 45°.$$

Il coseno di 45° vale

$$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707,$$

per cui otteniamo

$$v_x = v\cos 45° = \left(14{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times 0{,}707 = 10{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

ESERCIZI

1 Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AB è lungo 2,86 m e l'angolo $A\hat{B}C$ misura 30°.
Calcola la lunghezza dell'ipotenusa BC.

[3,30 m]

2 Mentre un pallone è calciato, il vettore forza $\vec{F}$ che agisce su di esso forma un angolo di 56,6° con la direzione orizzontale. Il modulo della forza è $F = 150$ N.
Utilizzando la calcolatrice scientifica calcola i moduli F_x e F_y dei vettori componenti di $\vec{F}$ lungo la direzione orizzontale e lungo quella verticale.

[82,6 N; 125 N]

3 Un piano inclinato ha l'angolo alla base $A\hat{B}C = 15{,}8°$.
Calcola il valore del rapporto $\overline{AC}/\overline{BC}$ tra l'altezza del piano inclinato e la sua lunghezza.

[0,272]