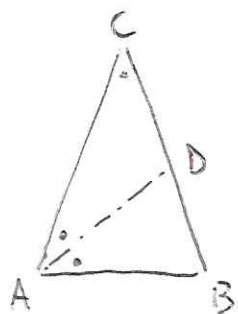


Disegna un triangolo isoscele ABC di base AB in modo che l'angolo \hat{A} sia doppio dell'angolo al vertice \hat{C} . La bisettrice AD dell'angolo \hat{A} divide il triangolo dato in due triangoli, ADC e ABD. Dimostra che i due triangoli sono isosceli.



Ipotesi

$$\overline{CA} \cong \overline{CB}$$

$$\hat{CAD} \cong \hat{DAB}$$

$$\hat{BCA} \cong \hat{CAD}$$

Tesi:

$$\overline{CD} \cong \overline{DA}$$

$$\overline{DA} \cong \overline{AB}$$

Dimostrazione

Se \hat{A} è il doppio di \hat{C} , allora \hat{C} è la metà di \hat{A} , ma \hat{CAD} è proprio la metà di \hat{A} , perché AD è bisettrice; quindi

$\hat{BCA} \cong \hat{CAD}$ per ipotesi

$\triangle CDA$ è isoscele perché ha angoli alla base CA congruenti

$\overline{CD} \cong \overline{DA}$ perché lati obliqui del triangolo isoscele CDA

$\hat{BCA} \cong \hat{DAB}$ per transitività ($\hat{BCA} \cong \hat{CAD} \cong \hat{DAB}$)

$\hat{CAB} \cong \hat{ABC}$ perché il triangolo ABC è isoscele

$\hat{ABC} \cong \hat{BDA}$ per differenza di ~~tri~~ angoli congruenti $\hat{ABC} = 180^\circ - \hat{BCA} - \hat{CAB}$

$$\hat{BDA} = 180^\circ - \hat{DAB} - \hat{ABC}$$

$\triangle BAD$ è isoscele perché ha angoli alla base BD congruenti

$\overline{DA} \cong \overline{AB}$ perché lati obliqui del triangolo isoscele BAD