ESERCIZI

285 $y=(x^2-4x)^2$ $\left[\max(2;16);\ \min_1(0;0),\ \min_2(4;0);\ \text{flessi in } x=\dfrac{6\pm 2\sqrt{3}}{3}\right]$

286 $y=(1-x^2)^2$ $\left[\max(0;1);\ \min_{1,2}(\pm 1;0);\ F_{1,2}\left(\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3};\dfrac{4}{9}\right)\right]$

287 $y=\dfrac{x^3}{6}+\dfrac{6}{x^3}$ $\left[a\text{: } x=0;\ \max(-\sqrt[3]{6};-2);\ \min(\sqrt[3]{6};2)\right]$

288 $y=\dfrac{1}{x^2-x}-1$ $\left[a\text{: } x=0,\ x=1;\ y=-1;\ \max\left(\dfrac{1}{2};-5\right)\right]$

289 $y=(x+1)(x^2+x-1)$ $\left[\max\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{27}\right);\ \min(0;-1);\ F\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{11}{27}\right)\right]$

290 $y=x^2\sqrt{x^2+1}$ $[\min(0;0)]$

291 $y=xe^{\frac{1}{x}}$ $[a\text{: } x=0,\ y=x+1;\ \min(1;e)]$

292 $y=(x^2-4x+4)e^x$ $\left[a\text{: } y=0;\ \max(0;4);\ \min(2;0);\ F_{1,2}(\pm\sqrt{2};(6\mp 4\sqrt{2})e^{\sqrt{2}})\right]$

293 $y=\dfrac{\sqrt{e^x}}{x}$ $\left[a\text{: } x=0,\ y=0;\ \min\left(2;\dfrac{e}{2}\right)\right]$

294 $y=|x^3-9x^2|$ $[\min_1(0;0),\ \min_2(9;0);\ \max(6;108);\ F(3;54)]$

295 $y=\dfrac{(x-1)^3}{x}$ $\left[a\text{: } x=0;\ \min\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{27}{4}\right);\ F(1;0)\right]$

296 $y=(x+1)^2(3x^2-2x+1)$ $\left[\min(-1;0);\ F_1(0;1),\ F_2\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{27}\right)\right]$

297 $y=\ln\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ $\left[a\text{: } x=0;\ \min(1;\ln 2);\ \text{flesso in } x=\sqrt{2+\sqrt{5}}\right]$

298 $y=\dfrac{-2x^3}{x^2-4}$ $[a\text{: } x=\pm 2,\ y=-2x;\ \min(-2\sqrt{3};6\sqrt{3});\ \max(2\sqrt{3};-6\sqrt{3});\ F(0;0)]$

299 $y=x-1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$ $\left[a\text{: } x=0,\ y=x-1;\ \min(1;0);\ F\left(3;\dfrac{16}{9}\right)\right]$

300 $y=\dfrac{x^3}{(x+1)^2}$ $\left[a\text{: } x=-1,\ y=x-2;\ \max\left(-3;-\dfrac{27}{4}\right);\ F(0;0)\right]$

301 $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$ $[a\text{: } x=0,\ y=1;\ \min(-1;0)]$

302 $y=\sqrt[3]{x^3-3x}$ $[a\text{: } y=x;\ \max(-1;\sqrt[3]{2});\ \min(1;-\sqrt[3]{2});\ F_1(0;0) \text{ e } F_2(\pm\sqrt{3};0) \text{ flessi verticali}]$

303 $y=\dfrac{x^2-4}{x}$ $[a\text{: } x=0,\ y=x]$

304 $y=\sqrt{x^2-1}+x$ $[a\text{: } y=2x,\ y=0;\ \min_1(-1;-1),\ \min_2(1;1)]$

305 $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}}$ $[a\text{: } y=\pm 1,\ x=-2,\ x=0]$

306 $y=1-\sqrt{x^2-5x+6}$ $\left[a\text{: } y=x-\dfrac{3}{2},\ y=-x+\dfrac{7}{2};\ \max_1(2;1),\ \max_2(3;1)\right]$

307 $y=\ln\dfrac{x^2-3x+2}{x^2}$ (trascura y'') $[a\text{: } y=0,\ x=0,\ x=1,\ x=2]$

308 $y=2x\ln x$ $\left[\min\left(\dfrac{1}{e};-\dfrac{2}{e}\right)\right]$

309 $y=\ln\sqrt{x^2-1}$ $[a\text{: } x=1,\ x=-1]$

310 $y=\dfrac{e^x}{\sqrt{x}}-1$ $\left[a\text{: } x=0;\ \min\left(\dfrac{1}{2};\sqrt{2e}-1\right)\right]$

311 $y = e^x \dfrac{x}{x+4}$ $[a\colon y = 0,\ x = -4;\ F(-2; -e^{-2})]$

312 $y = x^4 e^{-x}$ $[a\colon y = 0;\ \min(0;0);\ \max \text{ in } x = 4;\ \text{flessi in } x = 2 \text{ e } x = 6]$

313 $y = \ln\dfrac{x^2-1}{x^2+4}$ $[a\colon x = \pm 1,\ y = 0]$

314 $y = \ln\sin x,$ $\quad]0; \pi[.$ $\left[a\colon x = 0,\ x = \pi;\ \max\left(\dfrac{\pi}{2}; 0\right)\right]$

315 $y = e^{\sin x},$ $\quad]0; 2\pi[.$ $\left[\min\left(\dfrac{3}{2}\pi; \dfrac{1}{e}\right);\ \max\left(\dfrac{\pi}{2}; e\right);\ \text{flessi in } \alpha = \arcsin\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ e } \pi - \alpha\right]$

316 $y = \sqrt{\sin x - \cos x},$ $\quad \left[\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{5}{4}\pi\right].$ $\left[\min_1\left(\dfrac{\pi}{4}; 0\right), \min_2\left(\dfrac{5}{4}\pi; 0\right);\ \max\left(\dfrac{3}{4}\pi; \sqrt[4]{2}\right)\right]$

317 $y = \dfrac{1}{\sqrt{\sin 2x}},$ $\quad]0; 2\pi[.$ $\left[a\colon x = 0,\ x = \dfrac{\pi}{2},\ x = \pi,\ x = \dfrac{3}{2}\pi;\ \min_1\left(\dfrac{\pi}{4}; 1\right), \min_2\left(\dfrac{5}{4}\pi; 1\right)\right]$

318 $y = e^x|1-2x|$ $\left[a\colon y = 0;\ \min\left(\dfrac{1}{2}; 0\right);\ \max\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{2}{\sqrt{e}}\right);\ F\left(-\dfrac{3}{2}; \dfrac{4}{\sqrt{e^3}}\right)\right]$

319 $y = \ln\left|\dfrac{x-1}{x+2}\right|$ $\left[a\colon y = 0,\ x = -2,\ x = 1;\ F\left(-\dfrac{1}{2}; 0\right)\right]$

320 $y = (\ln x - 2)\ln x$ $[a\colon x = 0;\ \min(e; -1);\ F(e^2; 0)]$

321 $y = \dfrac{1}{\cos^4 x} - 1,$ $\quad [0; 2\pi].$ $\left[a\colon x = \dfrac{\pi}{2},\ x = \dfrac{3}{2}\pi;\ \min_1(0;0),\ \min_2(\pi;0),\ \min_3(2\pi;0)\right]$

322 $y = \dfrac{1}{(1-2x)^3}$ $\left[a\colon x = \dfrac{1}{2},\ y = 0\right]$

323 $y = 2\arcsin\dfrac{1+x}{1-x}$ $[a\colon y = -\pi;\ \max(0;\pi) \text{ con cuspide}]$

324 $y = \arctan\dfrac{x-1}{2x-1}$ $\left[a\colon y = \arctan\dfrac{1}{2};\ F\left(\dfrac{3}{5}; -\arctan 2\right)\right]$

325 $y = \ln(x^2 - 2x + 3)$ $[\min(1; \ln 2);\ F_1(1-\sqrt{2}; 2\ln 2);\ F_2(1+\sqrt{2}; 2\ln 2)]$

326 $y = 2\cos^2 x - 2\cos x,$ $\quad [0; 2\pi].$ $\left[\max_1(0;0),\ \max_2(\pi;4),\ \max_3(2\pi;0);\ \min_1\left(\dfrac{\pi}{3}; -\dfrac{1}{2}\right),\ \min_2\left(\dfrac{5}{3}\pi; -\dfrac{1}{2}\right)\right]$

327 $y = \arctan x - \dfrac{1}{x}$ $\left[a\colon y = \pm\dfrac{\pi}{2},\ x = 0\right]$

328 $y = \sqrt{\ln(x+3)}$ $[\min(-2; 0)]$

329 $y = \dfrac{x^4 - 5x^2 + 4}{\sqrt{x^2-1}}$ $[\min_{1,2}(\pm\sqrt{2}; -2)]$

330 $y = \dfrac{\ln(x^2-1)}{x^2-4}$ $\quad$ (trascura y'') $[a\colon x = \pm 1,\ x = \pm 2,\ y = 0]$

331 $y = \sin 2x + 2\cos^2 x,$ $\quad [0; 2\pi].$ $[\min(0;2);\ \max(2\pi;2);\ \max \text{ e } \min \text{ per } \tan x = -1 \pm \sqrt{2};$ $\text{flessi per } \tan x = 1 \pm \sqrt{2}]$

332 $y = x^2\ln|x|$ $\left[\min_{1,2}\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{e}}; -\dfrac{1}{2e}\right);\ F_{1,2}\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{e^3}}; -\dfrac{3}{2e^3}\right)\right]$

333 $y = \sqrt{\dfrac{1+x^2}{1+2x^2}}$ $\left[a\colon y = \dfrac{\sqrt{2}}{2};\ \max(0;1);\ \text{flessi in } x = \pm\sqrt{\dfrac{\sqrt{10}-2}{6}}\right]$

334 $y = \ln\dfrac{x^2-x}{|x|+2}$ $[a\colon x = 0,\ x = 1]$

335 $y = e^{\sqrt{\frac{1-x}{x+2}}}$ $\quad$ (trascura y'') $[a\colon x = -2;\ \min(1;1)]$

ESERCIZI

336 $y = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2 - x}}{x} & \text{se } x < 0 \vee x \geq 1 \\ \dfrac{1-x}{x} & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$ $[a\colon x = 0,\ y = \pm 1;\ \min(1; 0)]$

337 $y = x^x$ $\left[\min\left(\frac{1}{e}; \sqrt[e]{\frac{1}{e}}\right)\right]$

338 $y = \arctan\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ $\left[\min(-1; 0);\ F\left(0; \frac{\pi}{4}\right)\right]$

339 $y = 2\cos^2 x \tan x$ $\left[\max \text{ in } x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ \min \text{ in } x = \frac{3}{4}\pi + k\pi;\ \text{flessi in } x = k\pi\right]$

340 $y = \sqrt{\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}}$, $[0; 2\pi]$. $\left[a\colon x = \frac{3}{2}\pi;\ \min_1\left(\frac{\pi}{2}; 0\right),\ \min_2(2\pi; 1);\ \max(0; 1)\right]$

341 $y = |\ln\sqrt{x}|$ $[a\colon x = 0;\ \min(1; 0)]$

342 $y = 2\sqrt{\arcsin x}$ $[\min(0; 0);\ \max(1; \sqrt{2\pi});\ 0 < x_F < 1]$

343 $y = x + 1 - 2\sin^2 x$, $[0; 2\pi]$. $\left[\min_1(0; 1),\ \min_{2,3} \text{ in } x = \frac{5}{12}\pi \text{ e } x = \frac{17}{12}\pi;\right.$ $\left.\max_{1,2} \text{ in } x = \frac{\pi}{12} \text{ e } x = \frac{13}{12}\pi,\ \max_3(2\pi; 2\pi + 1);\ \text{flessi in } x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

344 Dimostra che il grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - x} + 2x$ ammette un punto di massimo relativo e due asintoti obliqui distinti. Ricavane le equazioni e il punto di intersezione.
$\left[\max\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}; 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right);\ y = x + \frac{1}{2},\ y = 3x - \frac{1}{2};\ \left(\frac{1}{2}; 1\right)\right]$

345 Studiare la seguente funzione (dominio, limiti, massimi e minimi, derivata seconda):

$$y = \arctan\left(\frac{x^3}{4x^2 - 3}\right).$$

(*Università di Firenze, Facoltà di Ingegneria Industriale, Test di Analisi I*)

346 Studiare la funzione $f(x) = \log(x^2 - 2x - |2x - 3| + 4)$ (in particolare specificare: dominio, segno e zeri, limiti agli estremi del dominio, monotonia, concavità e convessità, eventuali massimi e minimi e flessi: tracciare un grafico qualitativo). (*Università di Torino, Corso di laurea in Informatica, Prova di Analisi I*)

YOU & MATHS

347 Let $f(x) = \dfrac{x}{x-3}$, $x \neq 3$, and $x \in \mathbb{R}$.

a. Show that the curve $f(x)$ has no points of inflection.

b. Find the equations of the asymptotes of the curve $f(x)$.

c. Draw a sketch of the curve $f(x)$.

d. Find how x_1 and x_2 are related if the tangents at $(x_1; f(x_1))$ and $(x_2; f(x_2))$ are parallel.

(IR *Leaving Certificate Examination*, Higher Level)

$[\text{b) } x = 3,\ y = 1;\ \text{d) } x_1 = x_2 \vee x_1 + x_2 = 6]$

348 A curve C has equation $y = (x^2 + 1)e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

a. Show that $\dfrac{dy}{dx} = -(x-1)^2 e^{-x}$. Hence find the coordinates of the stationary point on the curve C. Show that this stationary point is a point of inflection.

b. Show that $\dfrac{d^2y}{dx^2} = (x-a)(x-b)e^{-x}$, where a and b are constants to be determined.
Deduce that the curve has another point of inflection.

c. Sketch the curve C, indicating the two points of inflection.

(UK *Northern Examination Assessment Board, NEAB*)

$\left[\text{a) } \left(1; \frac{2}{e}\right);\ \text{b) } a = 1,\ b = 3;\ F\left(3; \frac{10}{e^3}\right)\right]$

Traccia il grafico di $f(x)$ e a partire da questo traccia quello delle funzioni indicate a fianco.

349 $f(x) = 4x^2 + 4x - 3$; **a.** $f(-x) + 4$; **b.** $\left|f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right|$.

350 $f(x) = \frac{x-3}{2x}$; **a.** $e^{f(x)}$; **b.** $\ln f(x)$.

351 $f(x) = \arctan x$; **a.** $-f(x) - 1$; **b.** $e^{f(x)+\frac{\pi}{2}}$.

352 $f(x) = \frac{x^2-4}{2x}$; **a.** $1 - f(x)$; **b.** $|f(x)|$.

353 $f(x) = x^3 - 9x$; **a.** $\frac{1}{f(x)}$; **b.** $\ln f(x)$.

354 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$; **a.** $|f(x)|$; **b.** $e^{f(x)}$; **c.** $\ln|f(x)|$.

355 Disegna il grafico di $y = -\frac{1}{x^2 - 2x}$ dopo aver rappresentato $y = x^2 - 2x$.

356 Rappresenta la funzione $y = \ln\left|\frac{x}{x+1}\right| + 1$ a partire da $y = \frac{x}{x+1}$.

357 Traccia il grafico di $y = 1 - e^{x^2-6x}$ dopo aver disegnato quello di $y = x^2 - 6x$.

Problemi con le funzioni

358 Trova a in modo che la funzione di equazione $y = \frac{ax^2 - 1}{x + 2}$ abbia un massimo nel punto di ascissa $x = 1$ e rappresentala graficamente.

$\left[a = -\frac{1}{5}\right]$

359 Determina a, b, c, d in modo che la funzione $y = ax + b + \frac{c}{x} + \frac{d}{x^2}$ abbia come asintoto la retta di equazione $2y + x + 4 = 0$, nel punto $x = -1$ un minimo e nel punto $x = -2$ un flesso. Rappresenta il suo grafico.

$\left[a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = \frac{3}{2}, d = 1\right]$

360 Determina a, b, c, d in modo che la funzione $y = \frac{ax^3 + b}{cx^2 + d}$ abbia per asintoti le rette di equazioni $y = 2x$ e $x = 1$ e un flesso in $x = 0$. Rappresenta poi la funzione ottenuta.

$\left[y = \frac{2x^3}{x^2 - 1}\right]$

361 Data la funzione $y = \ln\frac{ax^3}{bx^2 + c}$, con $a \neq 0$, trova a, b, c, sapendo che ha un minimo in $\left(3; \ln\frac{9}{2}\right)$ e un asintoto verticale in $x = \sqrt{3}$. Rappresenta graficamente la funzione ottenuta.

$\left[y = \ln\frac{x^3}{x^2 - 3}\right]$

362 Dato l'insieme di parabole $y = ax^2 - (2a + 1)x + a + 1$, con $a > 0$:

a. determina le coordinate dei punti di intersezione con l'asse x, A e B $(x_A > x_B)$, e quelle del punto di intersezione C con l'asse y;

b. scrivi la funzione che esprime la somma $\overline{OA} + \overline{OC}$ in funzione di a e rappresentala graficamente.

$\left[\text{a) } A\left(\frac{a+1}{a}; 0\right), B(1; 0), C(0; a+1); \text{ b) } f(a) = \frac{(a+1)^2}{a}\right]$

363 Sia γ la circonferenza del piano cartesiano con il diametro di estremi $O(0; 0)$ e $A(4; 4)$. Una retta passante per l'origine, di equazione $y = mx$, interseca la circonferenza in P.

a. Scrivi l'equazione della circonferenza.

b. Scrivi l'ascissa del punto P in funzione di m e studia la funzione ottenuta.

$\left[\text{a) } x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0; \text{ b) } f(m) = \frac{4 + 4m}{1 + m^2}\right]$

ESERCIZI

364 Rappresenta le funzioni $y=-e^{-x}$ e $y=e^{x}-2$ nello stesso piano cartesiano e determina i loro punti di intersezione. Considera poi la retta $x=k$ che interseca i due grafici rispettivamente nei punti P e Q.
Esprimi $\overline{PQ}$ in funzione di k e rappresenta graficamente la funzione ottenuta. $[(0;-1);\ y=e^{k}+e^{-k}-2]$

365 In un sistema di riferimento cartesiano Oxy considera la semicirconferenza di diametro OA, con $A(4;0)$, e passante per $B(2;2)$. Determina la misura dell'area di $OBPA$ al variare del punto P sull'arco BA. Studia la funzione. $\left[x_P=x\text{: } y=x+\sqrt{4x-x^2},\ 2\le x\le 4\right]$

366 Disegna il grafico di $f(x)=e^{ax+3}-e^{2ax+6}$ $(a\in\mathbb{R})$ sapendo che passa per $A(3;0)$.
Dal grafico deduci quello di $y=\dfrac{1}{f(x)}$. $[a=-1]$

367 Data la funzione $y=\sqrt{\dfrac{3-ax}{6+x}}$ $(a\in\mathbb{R})$, disegna il suo grafico sapendo che passa per il punto di minimo del grafico di $y=e^{\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{9}{2}}$. $[a=-2]$

368 Un prisma di volume $2\ \text{cm}^3$ ha per base un quadrato. Esprimi la misura della superficie totale in funzione del lato del quadrato di base e poi rappresenta graficamente la funzione. $\left[y=\dfrac{8}{x}+2x^2\right]$

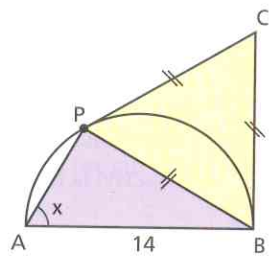
369 Disegna un quarto di cerchio AOB di centro O e delimitato dai raggi AO e BO, di misura $\sqrt{2}$. Sull'arco $\widehat{AB}$ considera un punto P e chiama T l'intersezione fra la retta OP e la tangente in A. Detto $x=P\widehat{O}A$, determina la funzione che a x associa la misura dell'area del triangolo PTA. Studia e rappresenta la funzione ottenuta. $\left[y=\dfrac{(1-\cos x)\sin x}{\cos x}\right]$

370 Nel sistema di riferimento Oxy determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse x, passante per l'origine e con vertice $V(4;2)$. Rappresentala graficamente. Considera poi la retta $x=a$ (con $a\ge 0$), che interseca in P e Q la parabola, e proietta P e Q sull'asse y in P' e Q'. Esprimi e studia la misura dell'area di $PP'QQ'$ al variare di a. $\left[x=-y^2+4y;\ A=2a\sqrt{4-a},\ 0\le a\le 4\right]$

371 Trova per quale valore dei parametri a e b la curva di equazione $f(x)=ax^2+bx+\ln x$ ha un estremo in $(1;-3)$. Rappresenta il grafico di $f(x)$ così ottenuto. Quale traslazione fa in modo che il punto $(1;-3)$ sia l'origine del sistema di riferimento? Qual è in questo nuovo sistema l'equazione della funzione? $[a=2,\ b=-5;\ \vec{v}(-1;3);\ y=2x^2-x+\ln(x+1)]$

372 Considera un punto P su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB}=2$ e indica con H la sua proiezione sul diametro. Determina l'angolo $P\widehat{A}B=x$ in modo tale che valga $\dfrac{1}{6}$ il rapporto $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AP}+\overline{AB}}$. Studia poi la funzione $f(x)=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AP}+\overline{AB}}$, indipendentemente dalle limitazioni geometriche del problema. $\left[\dfrac{\pi}{3}\right]$

373 Determina il rapporto y tra le aree dei triangoli PBC e PAB nella figura, al variare di P sulla semicirconferenza. Quindi studia la funzione ottenuta ed evidenzia il tratto del suo grafico relativo al problema. $\left[y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\tan x,\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\right]$



374 Data la semicirconferenza di diametro AB, con $\overline{AB}=2r$, traccia una corda DC parallela ad AB e trova in funzione dell'angolo $C\widehat{A}B$ il volume V_1 del solido ottenuto dalla rotazione del trapezio $ABCD$ intorno al diametro AB e il volume V_2 del cilindro ottenuto dalla rotazione della corda DC intorno al diametro AB.
Studia la funzione $y=\dfrac{V_1}{V_2}$, disegna il suo grafico ed evidenzia il tratto relativo al problema.
$\left[V_1=\dfrac{2}{3}\pi r^3\sin^2 2x(1+2\cos 2x),\ V_2=2\pi r^3\sin^2 2x\cos 2x,\ y=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{\cos 2x}+\dfrac{2}{3},\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\right]$

375 Considera la funzione, dipendente dal parametro p, $f_p(x) = \dfrac{px^2 + (p-6)x + 7}{px - 2}$.

a. Determina p in modo che la corrispondente funzione ammetta estremi nei punti di ascissa 1 e 3; disegna il grafico; verifica che il punto $C(2; -1)$ è il centro di simmetria.

b. Per quali valori di p la funzione ammette estremi relativi? $\left[\text{a) } p = 1; \text{ b) } p > \dfrac{8}{9}\right]$

376 Preso un punto P su una semicirconferenza di diametro AB e raggio r considera la proiezione T di P sulla tangente alla semicirconferenza in B. Determina il volume del solido, ottenuto dalla rotazione completa di $APTB$ intorno al diametro, in funzione di $\overline{AC} = x$, essendo C la proiezione di P su AB.
Fissato $r = 1$, rappresenta graficamente la funzione senza tener conto delle limitazioni ed evidenzia il tratto relativo al problema. $\left[y = \dfrac{2}{3}\pi x(2r - x)(3r - x), 0 \leq x \leq 2r\right]$

377 Data la funzione $y = e^{\frac{ax-b}{x+c}}$, trova a, b, c, sapendo che nel punto di ascissa 0 ha un flesso con tangente di equazione $y = \dfrac{2}{e}x + \dfrac{1}{e}$. Rappresenta la funzione ottenuta. $[a = 1, b = 1, c = 1]$

378 In un sistema di riferimento Oxy, verifica che tutte le parabole del fascio di equazione $y = x^2 - x(2+k) + 2k$ passano per uno stesso punto P e trova la parabola γ del fascio che è tangente in P alla retta di equazione $y = -x + 2$.
Considerato poi un punto Q qualsiasi di γ, determina la misura dell'area A_{OPQ} del triangolo OPQ e studia la funzione $y = \dfrac{1}{A_{OPQ}}$. $\left[P(2; 0); \gamma: y = x^2 - 5x + 6; y = \dfrac{1}{|x^2 - 5x + 6|}\right]$

379 Data la curva di equazione:

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2ax^2 + 3x - 2a,$$

verifica che ha un solo punto di flesso $\forall\, a \in \mathbb{R}$, trova l'equazione del luogo γ da esso descritto al variare di a e rappresenta γ graficamente.

$\left[\gamma: y = \dfrac{2}{3}x^3 + 2x\right]$

380 Considera la funzione $f(x) = a\sin^2 x + b\cos x + c$.

a. Trova a, b, c in modo che $f(x)$ abbia un flesso in $x = \dfrac{2}{3}\pi$ e che la tangente nel punto di ascissa $x = \dfrac{\pi}{2}$ abbia equazione $y = -2x + \pi + 1$.

b. Rappresenta $f(x)$ nell'intervallo $[0; 2\pi]$ per i valori di a, b, c trovati.

c. Verifica che il grafico di $f(x)$ è simmetrico rispetto alla retta $x = \pi$. [a) $a = 1, b = 2, c = 0$]

381 Trova i coefficienti a, b, c, d in modo che la curva di equazione

$$f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + c}{x^2 + d}$$

abbia per asintoti le rette di equazione $x = 0$, $y = x - 3$ e abbia un punto di minimo sull'asse x. Rappresenta la curva e, trovata l'equazione della retta tangente nel suo punto di ascissa -1, calcola l'area del triangolo che tale retta forma con gli asintoti di $f(x)$. $[a = 1, b = -3, c = 4, d = 0; y = 9x + 9; 9]$

382 La funzione

$$y = \log_3 \frac{3a + x}{-4 - x}$$

passa per il punto di intersezione tra la funzione omografica di centro $C(-2; 1)$ e passante per $O(0; 0)$ e la retta di equazione $y = -1$. Determina il valore del parametro a, studia l'andamento della funzione e disegna il suo grafico. $[a = 0]$