TIPO: trovare l'equazione della parabola dati fuoco e direttrice, usando la definizione

ESEMPIO: sono dati il fuoco $F(2,-3)$ e la direttrice $y=1$. Sia $P(x,y)$ un punto generico del piano, dunque $\overline{PF}=\sqrt{(x-2)^2+(y-(-3))^2}$ e $\overline{Pd}=|y-1|$ sono la distanza di P da F e la distanza di P dalla direttrice. Se il punto P sta sulla parabola significa che $\overline{PF}=\overline{Pd}$, dunque

$$\sqrt{(x-2)^2+(y-(-3))^2}=|y-1|$$

$$(x-2)^2+(y+3)^2=(y-1)^2$$

$$x^2-4x+4+y^2+6y+9=y^2-2y+1$$

$$x^2+6y-4x+13=-2y+1$$

$$8y=-x^2+4x-12$$

$$y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$$

altri esercizi dal 29 al 33 di pagina 336

TIPO: data l'equazione di una parabola, trovare vertice, fuoco e direttrice, usando le formule apposite

ESEMPIO: è data l'equazione $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 = y$, che è una parabola con l'asse parallelo all'asse y, con coefficienti $a = \frac{1}{2}$ $b = -4$ $c = 5$. Il vertice è

$$V = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{b^2-4ac}{4a}\right) = (4 ; -3)$$

il fuoco è

$$F = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{b^2-4ac}{4a} + \frac{1}{4a}\right) = \left(4 ; -\frac{5}{2}\right)$$

e la direttrice è

$$y = -\frac{b^2-4ac}{4a} - \frac{1}{4a} = -\frac{7}{2}$$

altri esercizi dal 35 al 46 di pagina 337

TIPO: dati due tra vertice, fuoco e direttrice, trovare l'equazione della parabola, usando le formule al contrario

ESEMPIO sono dati il fuoco $F(2; -\frac{13}{4})$ e il vertice $V(2; -\frac{11}{4})$ di una parabola. Sapendo che la altezza di V è $-\frac{b^2-4ac}{4a}$ e che l'altezza di F è $-\frac{b^2-4ac}{4a}+\frac{1}{4a}$, segue che $\frac{1}{4a}=-\frac{2}{4}$ cioè $a=-\frac{1}{2}$. Sapendo che la coordinata x di V è $-b/2a$, si ottiene

$$-\frac{b}{2a} = 2$$

$$-\frac{b}{-1} = 2 \qquad \text{cioè } b=2$$

Infine sapendo che l'ordinata di V è $-\frac{b^2-4ac}{4a}$,

$$-\frac{b^2-4ac}{4a} = -\frac{11}{4}$$

$$-\frac{4+2c}{-2} = -\frac{11}{4}$$

$$4+2c = -\frac{11}{2} \qquad 2c = -\frac{19}{2} \qquad c = -\frac{19}{4}$$

L'equazione è $y = -\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{19}{4}$

altri esercizi si possono fabbricare scegliendo a caso F, V o d, basta che F e V abbiano la stessa ascissa.

TIPO scrivere l'equazione della circonferenza dati il centro e il raggio

ESEMPIO è dato il centro $O(3; \frac{2}{3})$ e il raggio di lunghezza $\frac{7}{3}$. Sia $P(x, y)$ un punto generico del piano: se appartiene alla circonferenza la sua distanza dal centro è uguale al raggio, dunque

$$\sqrt{(x-3)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2} = \frac{7}{3}$$

$$(x-3)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{9} = \frac{49}{9}$$

$$9x^2 - 54x + 81 + 9y^2 - 12y + 4 = 49$$

$$9x^2 - 54x + 9y^2 - 12y + 36 = 0$$

altri esercizi simili sono i numeri 1, 2, 3, 7 pagina 263

TIPO scrivere l'equazione della circonferenza dati il centro e un punto

ESEMPIO dato il centro $O(5,-1)$ e il punto $A(4;1)$, il raggio della circonferenza che passa per A è $\overline{OA} = \sqrt{(5-4)^2+((-1)-1)^2} =$

$= \sqrt{1^2+(-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

Il generico punto $P(x,y)$ che sta sulla circonferenza rispetta l'equazione

$$\sqrt{(x-5)^2+(y-(-1))^2} = \sqrt{5}$$

$$(x-5)^2+(y+1)^2 = 5$$

$$x^2-10x+25+y^2+2y+1 = 5$$

$$x^2-10x+y^2+2y+21 = 0$$

altri esercizi simili sono il 4, 5, 6, 7 pagina 263

TIPO: data l'equazione di una circonferenza trovare il centro e il raggio

ESEMPIO data l'equazione $x^2+y^2-4x-2y+\frac{11}{4}=0$

le coordinate del centro $O(x_0; y_0)$ si trovano

osservando che $-4x = -2x_0 \cdot x$

$-4 = -2x_0$

$2 = x_0$

e che $-2y = -2y_0 \cdot y$

$-2 = -2y_0$

$1 = y_0$

mentre il raggio si trova osservando che

$\frac{11}{4} = x_0^2 + y_0^2 - r^2$

$\frac{11}{4} = 4 + 1 - r^2$

$r^2 = 5 - \frac{11}{4}$

$r^2 = 9/4 \quad \rightarrow \quad r = \frac{3}{2}$

altri esercizi dal numero 12 al 17 pagina 264