Práctica 8 - Modelado a través de problemas de grafos

NOTAS PRELIMINARES
Los objetivos de esta práctica son:

- Ejercitar la noción de modelado de un problema en términos de otro conocido.
- Repasar distintos problemas de grafos de importancia y utilidad.

Los ejercicios marcados con el símbolo * constituyen un subconjunto mínimo de ejercitación. Sin embargo, aconsejamos fuertemente hacer todos los ejercicios.

Ejercicio 1 *

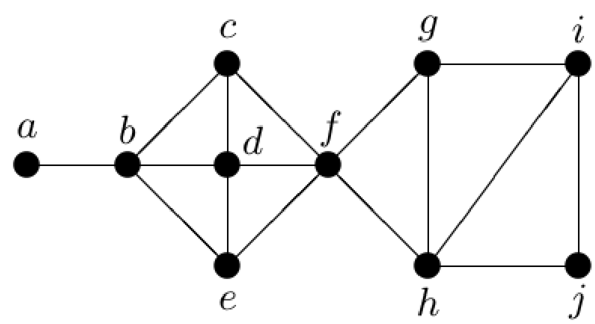
Hay un conjunto de cinco personas y un conjunto de 5 trabajos para realizar. Sean las personas Marcela, Carlos, Andrea, Fernando y Pedro, y los trabajos a, b, c, d y e. Marcela está capacitada para realizar los trabajos c y d, Carlos para c, Andrea para a, b y e, Fernando para c y d, y Pedro para b y e. Es posible realizar una distribución del trabajo de modo que se puedan realizar todos los trabajos simultáneamente?

Ejercicio 2 *

Un ratón va cavando un túnel mientras recorre un cubo de queso de $30cm$ de lado. Quiere que el túnel pase por todos los subcubos de $10cm$ de lado. Si empieza por un subcubo en un vértice del cubo de queso, y se mueve hacia un subcubo que todavía no ha recorrido, puede terminar en el centro del cubo?

Ejercicio 3 *

El grafo de la figura representa una red telefónica. Los vértices representan centrales y las aristas líneas telefónicas. Se quiere estudiar la vulnerabilidad de la red ante algún defecto.



a. Determinar las líneas o centrales cuya salida de servicio impide que se realicen llamadas entre dos centrales cualesquiera.
b. Dar conjuntos minimales de líneas que mantengan conectadas todas las centrales.
c. Dar un conjunto minimal de líneas que no contenga las siguientes aristas: $(c,d),(b,c),(b,e),(d,f)$.
d. Si el número de centrales es n, es cierto que en este caso con $n-1$ líneas alcanza para mantenerlas conectadas?

Ejercicio 4 *

En un sistema operativo tenemos divididos a los procesos, p_i, y a los recursos, r_j, en dos conjuntos disjuntos. El sistema operativo asigna recursos a procesos que los solicitan. Cuando un proceso p_i pide un recurso r_j, queda en espera (sin ejecutar), hasta que el s.o. satisface el pedido; esto lo indicamos con un eje orientado de p_i a r_j. Cuando el s.o. asigna el recurso que requiere el proceso para ejecutar, el proceso deja de estar en espera y continúa con su ejecución; en este caso se elimina el eje de pedido y se indica que el proceso está utilizando el recurso con un eje entre ambos pero con sentido contrario al de pedido. En algún momento o bien el proceso no necesita más el recurso y lo libera —dejándolo disponible para que lo utilize otro proceso—, o bien termina de ejecutar y libera todos los recursos que tiene asignados. Se entiende que cuando un proceso pide un recurso no puede estar liberando otro, pues no está ejecutando.

a. Modelar la siguiente situación:

- p_1 está utilizando el recurso r_2
- p_1 está utilizando el recurso r_3

- p_2 pide el recurso r_1
- p_3 pide el recurso r_2
- p_3 pide el recurso r_1

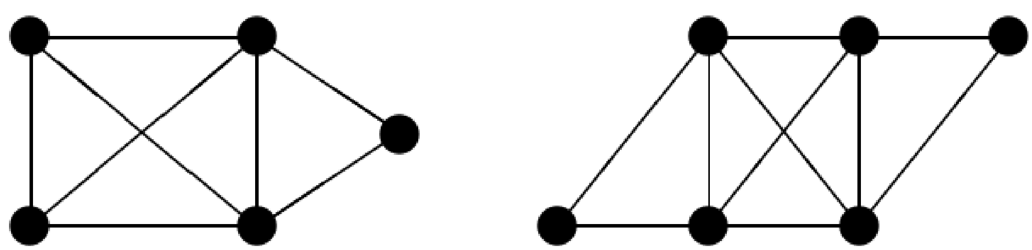
Se pueden satisfacer los pedidos? Tener en cuenta que los procesos que ejecutan eventualmente liberarán los recursos que están utilizando.

b. Analizar la siguiente situación:

- p_1 está utilizando el recurso r_2
- p_2 está utilizando el recurso r_3
- p_3 está utilizando el recurso r_1
- p_1 pide el recurso r_1
- p_2 pide el recurso r_2
- p_3 pide el recurso r_3
  - Se pueden satisfacer los pedidos?
  - Qué tiene de particular el grafo resultante en b.?

Ejercicio 5 *

Dados los dibujos de la figura



a. Es posible realizarlos sin levantar el lápiz del papel? (Sin repetir aristas, comenzando y terminando en el mismo nodo).
b. Expresar el problema como un problema de grafos.

Ejercicio 6 *

Supongamos que un robot debe transportar siete items desde su posición actual a la que se espera que tenga al finalizar su tarea: (A_o, A_f), (B_o, B_f), (C_o, C_f), (D_o, D_f), (E_o, E_f), (F_o, F_f) y (G_o, G_f).

Existen formas de conectar algunos puntos del recorrido, cuyas distancias son las siguientes, y además las distancias entre toda posición de origen y su respectiva de fin es de exactamente 5 metros

de A_f a B_o 6 m	de B_f a C_o 7 m	de D_f a E_o 2 m
de A_f a C_o 4 m	de C_f a D_o 4 m	de C_f a F_o 3 m
de C_F a G_o 2 m	de E_f a G_o 4 m	de F_f a G_o 1 m
de A_f a F_o 6 m	de B_f a G_o 8 m	

Cuál sera el recorrido más corto para realizar todas las tareas y volver a A_o, la posición de partida?

Ejercicio 7 *

Supongamos que se tienen cuatro aulas y las siguientes materias con sus respectivos horarios para un mismo día:

Anlisis	8 a 12 hs.
Matemtica I	10 a 14 hs.
Matemtica II	14 a 18 hs.
Redes	11 a 15 hs.
Algoritmos	12 a 16 hs.
Estructuras	9 a 13 hs.
Persistencia	14 a 18 hs.
Interfaces	14 a 18 hs.

Existe una forma de asignar aulas de forma que se puedan dictar todas las materias respetando los horarios?

Ejercicio 8 *

Para ejecutar un programa cualquiera se deben almacenar en memoria las instrucciones y los valores de las variables que se usan en el mismo. Un almacenamiento eficiente de variables en la memoria puede llevar a un ahorro significativo de la cantidad de memoria que ocupa el programa. Un compilador puede asignar dos variables diferentes a la misma posición de memoria si las mismas no son necesarias juntas en ningún instante de la ejecución del programa o es necesario conservarlas en la memoria para un paso posterior.

Modelar el problema de determinar la mínima cantidad de posiciones de memoria necesarias para almacenar las variables usadas en un programa como un problema de coloreo de grafos. (El grafo que se construye se llama grafo de interferencia).

Ejercicio 9 *

Una legislatura provincial tiene 23 comisiones distintas. Cada comisión debe reunirse una hora por semana. Se quiere establecer un horario semanal de reuniones que use el menor número posible de horas en total, para dejar el mayor tiempo libre posible para otras actividades. La única restricción es que un legislador no puede estar en dos reuniones al mismo tiempo. Modelar el problema como un problema de grafos.

Ejercicio 10 *

Cuando se asignan frecuencias de radio en una misma región geográfica, algunos pares de transmisores requieren tener distintas frecuencias para evitar interferencias. Supongamos que se tienen que asignar frecuencias a las radios $A, B, \ldots G$ y supongamos que si dos antenas transmisoras estn a menos de 100 Km entre si tienen que tener distinta frecuencia. La tabla de distancias es la siguiente:

	B	C	D	E	F	G
A	55	110	108	60	150	88
B		87	142	133	98	139
C			77	91	85	93
D				75	114	82
E					107	41
F						123

Cuál es el menor número de frecuencias diferentes que hace falta usar en este caso?

Ejercicio 11 *

Pensar tres problemas de la vida cotidiana, de la industria o de las empresas de servicios que puedan ser modelados como problemas de grafos.