Práctica 8 - Recorridos eulerianos, hamiltonianos y TSP

NOTAS PRELIMINARES

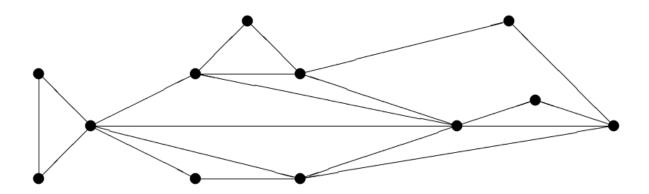
Los objetivos de esta práctica son:

- Comprender las condiciones que hacen posible un recorrido euleriano y la estructura del mismo.
- Desarrollar soluciones algorítmicas para determinar recorridos eulerianos.
- Comprender la diferencia profunda entre recorridos eulerianos y hamiltonianos.
- Observar que en ciertas situaciones particulares es posible determinar sencillamente la existencia de recorridos hamiltonianos.
- Desarrollar soluciones exactas y heurísticas para los problemas de hallar un recorrido hamiltoniano y el del viajante de comercio.

Los ejercicios marcados con el símbolo * constituyen un subconjunto mínimo de ejercitación. Sin embargo, aconsejamos fuertemente hacer todos los ejercicios.

Ejercicio 1 *

- a. Encontrar un circuito euleriano en el grafo de la figura.
- b. Encontrar una partición en circuitos simples de las aristas del grafo de la figura.



Ejercicio 2 *

- a. Qué condiciones debe cumplir un digrafo para que contenga un circuito euleriano?
- b. Qué condiciones debe cumplir un grafo para que contenga un camino euleriano?
- c. Dar un algoritmo que construya un camino euleriano en caso de que exista.

Ejercicio 3 *

- a. Notamos como K_n al grafo completo de n vértices. Para qué valores de n, K_n tiene circuito euleriano?
- b. Hay algún K_n que tenga camino euleriano pero no circuito?

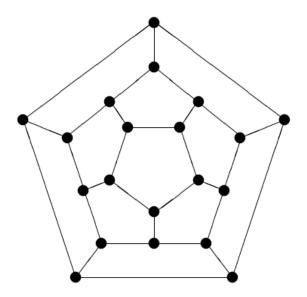
Ejercicio 4 *

El siguiente es el grafo original en el cual Hamilton basó su juego.

- a. Encontrar un circuito hamiltoniano en el mismo.
- b. Una versión del juego original consistía en que uno de los jugadores elija un camino con 5 vértices y el otro deba extender el camino a un circuito hamiltoniano. Hay algún camino simple de 5 vértices que no pueda ser extendido a un circuito hamiltoniano?

Ejercicio 5 *

Probar que un grafo bipartito con un número impar de vértices no contiene un circuito hamiltoniano.



Ejercicio 6 *

- a. Mostrar que si G es un grafo con $n \ge 4$ y d (grado mínimo) $\ge n 2$, entonces G tiene un circuito hamiltoniano.
- b. Dar un algoritmo polinomial para hallar un circuito hamiltoniano para estos grafos. Cuál es su complejidad?

Ejercicio 7 *

Dar un algoritmo que use la técnica de backtracking para hallar un circuito hamiltoniano en un grafo.

Ejercicio 8 *

- a. Proponer una heurística golosa para el problema de hallar un circuito hamiltoniano en un grafo.
- b. Proponer una heurística de búsqueda local para hallar un circuito hamiltoniano en un grafo.

Ejercicio 9 *

Dar un algoritmo que use la técnica de backtracking para resolver el problema del viajante de comercio.

Ejercicio 10 *

Dar una heurística golosa para el problema del viajante de comercio.

- a. Modificar la heurística golosa dada para el problema del viajante de comercio a fin de que tome decisiones en forma aleatoria.
- b. Desarrollar dos búsquedas locales para el problema del viajante de comercio. Indique en cada caso el concepto de vecindad asociado
- c. Elegir una de las opciones dadas en el inciso anterior y construir un GRASP para el problema del viajante de comercio.